

兩個非機遇因素下 S 管制圖之經濟設計 *

楊 素 芬** 鄭 明 芳***

摘 要

管制圖設計的經濟模式在最近三十年已經被廣泛的研究。本研究利用更新理論方法 (Renewal Theory Approach) 解出兩個非機遇因素下之 S 經濟管制圖。與其它的多重非機遇因素製程模式相比較,我們的模式不僅假設更合理且以此方法表示平均循環時間 (The Expected Cycle Time) 及平均循環成本 (The Expected Cycle Cost) 會比擴展 Duncan 的方法或其它的方法簡單容易。文中並以數值例子說明建立 S 經濟管制圖的過程及其在製程上的應用。另外,當製程上有多重非機遇因素發生時,其成本模式也可容易的以更新理論方法擴展而得。在實務上,若業者希望以最小品質成本維持製程之穩定,則可依本文所提出的方法建立經濟管制圖。

1. 導 論

Shewhart (1924) 在 70 年前發明品質管制圖後,至今仍廣為工業界所沿用。唯近年來,最佳經濟設計管制圖已經被考慮用來維持製程之穩定 (見 Chung and Chen 1992)。管制圖之經濟設計首由 Duncan (1956) 提出,他推薦用經濟設計的觀念獲得使品質成本最小化的

* 本研究承蒙行政院國家科學委員會專題研究補助 (編號 NSC 83-0208-M-004-003), 謹此致謝。

** 作者為本校統計研究所專任副教授

*** 作者為本校統計研究所碩士班學生

作者感謝匿名評審委員們所提供的寶貴意見,使本文更具可讀性。

\bar{X} 管制圖最佳設計參數值。這些設計參數包括抽樣期間 (Sampling Interval)，樣本大小 (Sample Size) 及管制圖寬度 (The Width of Control Chart)。在這之後，無數 She-whart 型管制圖的各種模式已經被提出，包括同時使用 \bar{X} 和 R 圖。根據 Duncan (1974) 的觀點，變數管制圖 (Variable Charts) 中， \bar{X} 圖被用以管制製程平均數 (Process Mean)， R 圖則被用來管制製程變異 (Process Variability)，而同時使用 \bar{X} 和 R 圖則可合理的管制整個製程。但是同時使用 \bar{X} 和 R 圖仍有缺點，即當樣本大小稍大時 (Moderately Large)，全距統計量立刻失去其有效性 (Efficiency) (見 Duncan 1974 and Besterfield 1979)。是以 Alt (1981) 建議同時使用 \bar{X} 及 S^2 圖以管制製程。Rahim 等人 (1988) 則根據經濟的考量討論同時使用 \bar{X} 及 S^2 圖。Collani and Sheil (1989) 認為當製程受非機遇因素 (Assignable Cause) 影響時，有可能使製程變異數會增大而製程平均值不變，於是提出以可達到單位產品利潤最大的 S 經濟管制圖來追蹤製程是否穩定。唯他們假設製程只可能受到一個非機遇因素影響，在實務上，製程可能受二個或以上非機遇因素干擾 (見 Montgomery 1980)，是以本研究將考慮二個非機遇因素之情形。但當發生於製程上之非機遇因素為多個時，製程模式 (Process Model) 變得複雜且目標函數之計算困難。目前此方面之有關研究有 Duncan (1971)，Tagaras and Lee (1988)，Chung (1991) 及 Yang (1993)。然而我們發現擴展 Banerjee and Rahim (1987) 的更新方程式方法 (Renewal Equation Approach) 於多重非機遇因素的情形，不僅可使模式推導較容易且計算十分簡單。在成功的獲得兩個非機遇因素目標函數後，藉著最佳化技巧，我們可決定 S 管制圖之最佳設計參數值。另外我們將舉例說明 S 經濟管制圖的設立及應用。

2. 製程模式之建立

本節將擴展 Banerjee and Rahim (1987) 的更新方程式方法於兩個非機遇因素的製程上，以推導平均循環時間 (The Expected Cycle Time) 和平均循環成本 (The Expected Cycle Cost)，繼而獲得單位時間成本函數或目標函數。在說明模式的建立前，我們有如下的假設：

(1) 有興趣的產品品質特性 (或製程變數) 為一可測量的變數 (X)，當製程穩定時其分佈服

從常態，平均值是 μ_0 ，變異數是 σ_0^2 ， μ_0 及 σ_0^2 之值皆為已知； $X \sim N(\mu_0, \sigma_0^2)$ 。

- (2)系統中只存在二個可能非機遇因素，所以製程上最多有二個非機遇因素會發生，而非機遇因素的發生是相互獨立的。我們稱此二個非機遇因素分別為第一種非機遇因素及第二種非機遇因素。
- (3)此二非機遇因素發生於製程的時間(T_i)服從參數是 λ_i (>0)之指數分配； $T_i \sim exp(\lambda_i)$ ， $i = 1, 2$ ，其中 $i = 1$ 表示第一種非機遇因素， $i = 2$ 表示第二種非機遇因素。
- (4)一旦非機遇因素發生於製程上，不經人為修理或調整，不會自動離開。
- (5)任何一個非機遇因素之發生，只會使製程變異數增大，製程平均值不受影響；任何一個非機遇因素的發生並不會阻止另一個非機遇因素的發生，即二者可能同時影響製程變異。是以製程變數的可能分佈可表示為 $X \sim N(\mu_0, \delta^2 \sigma_0^2)$ ， $\delta^2 > 1$ ， δ^2 的大小會因不同非機遇因素的影響而有不同。當製程只受第一種非機遇因素影響則令 $\delta^2 = \delta_1^2$ ，當製程只受第二種非機遇因素影響則令 $\delta^2 = \delta_2^2$ ，當製程同時受二個非機遇因素影響則令 $\delta^2 = \delta_{12}^2$ 。
- (6)製程開始時都處於穩定狀態(In Control)，直至所有非機遇因素於製程上被發現剔除後，製程又重新開始。這段時間稱為循環時間(Cycle Time)。於是整個製程可視為是一連串的循環，亦即製程被表示為更新過程(A Renewal Process)。每個循環內所發生的累積成本稱為循環成本(Cycle Cost)，循環成本間相互獨立且具相同分配(Independent and Identically Distributed)。這種考慮成本的製程即為所知的更新報酬過程(Renewal Reward Process)(見Ross 1989)。
- (7)由於抽樣與檢定時間很短，故予忽略。
- (8)每次抽樣與檢定成本為樣本大小(n)之線性函數，令其為 $a_0 + a_1 n$ ， $a_0, a_1 > 0$ 。
- (9)找尋及修理非機遇因素的時間(Tsr)為一隨機變數，其值會因找尋及修理的非機遇因素不同而異。當找尋及修理的非機遇因素是第一種則令 $Tsr = Tsr_1$ ，當找尋及修理的非機遇因素是第二種則令 $Tsr = Tsr_2$ ，當找尋及修理的是第一種及第二種非隨機因素則令 $Tsr = Tsr_{12}$ ，當製程事實上不受任何非機遇因素影響，則令 $Tsr = Tsr_0$ 。
- (10)找尋及修理非機遇因素的成本(Asr)為一隨機變數，其大小會因發生的非機遇因素不同而有異。當製程只受第一種非機遇因素的影響則令 $Asr = Asr_1$ ，若只受第二種非機遇因素

的影響則令 $Asr = Asr_2$ ，若製程同時受此二個非機遇因素的影響則令 $Asr = Asr_{12}$ ，若事實上無任何非機遇因素影響製程則令 $Asr = Asr_0$ 。

(11) 以 S 管制圖追蹤製程是否穩定，S 管制圖的三個設計參數為 (i) 樣本大小， n ，(ii) 抽樣期間， h ，及 (iii) 管制圖寬度， k 。此 S 管制圖之結構包括中心線及管制上限，其中心線為 $c_4\sigma_0$ 而管制上限設定為 $k\sigma_0$ （見 Collani and Sheil 1989）。由於非機遇因素的發生只會使製程變異數增大，故不予考慮管制下限（見 Yang 1993）。

(12) 假設製程模式為不連續的，即找尋及修理非機遇因素時，製程停止運作。

為了獲得平均循環時間（ET）及平均循環成本（EC），循環時間（T）被分割為三部份：(i) 製程穩定期間（In Control）、(ii) 製程失控期間（Out of Control）、(iii) 找尋與修理非機遇因素期間。為利用擴展的更新方程式方法推導多重非機遇因素之目標函數，我們需在製程上第一個抽樣與檢定終了時研究其所屬的可能狀態。依據製程在第一個抽樣與檢定終了時所處的狀態，平均循環殘差時間（The Expected Residual Cycle Time）及平均循環殘差成本（The Expected Residual Cycle Cost）可被計算得。利用這些數值及其對應的機率，更新方程式可被建立。製程在抽樣與檢定終了時所處的狀態共有八種，這八種決定於非機遇因素發生與否及檢定結果是否出現警訊。這些狀態定義如下：

狀態 1：無任何非機遇因素發生在製程上或製程在穩定狀態，且 S 管制圖無錯誤警訊（False Alarm）發生。此時製程變數為穩定狀態下的分配； $X \sim N(\mu_0, \sigma_0^2)$ ，而無錯誤警訊發生的機率為 $1 - \alpha$ 。

狀態 2：製程受第一種非機遇因素影響，但檢定結果並無警訊發生。此時製程變數之變異數增大； $X \sim N(\mu_0, \delta_1^2 \sigma_0^2)$ ，而無真實警訊（True Alarm）發生的機率為 β_1 。

狀態 3：製程受第二種非機遇因素影響，但檢定結果並無警訊發生。此時製程變數之變異數增大； $X \sim N(\mu_0, \delta_2^2 \sigma_0^2)$ ，而無真實警訊發生的機率為 β_2 。

狀態 4：二個非機遇因素皆發生在製程中，但檢定結果並無警訊發生。此時製程變數之變異數增大； $X \sim N(\mu_0, \delta_{12}^2 \sigma_0^2)$ ，而無真實警訊發生之機率為 β_{12} 。

狀態 5：製程在穩定狀態，S 管制圖有錯誤警訊發生。此時製程變數分配同狀態 1，而錯誤警訊發生機率為 α 。

兩個非機遇因素下 S 管制圖之經濟設計

狀態 6：第一種非機遇因素發生於製程中，管制圖出現真實警訊。此時製程變數分配同狀態 2，而真實警訊發生機率為 $1 - \beta_1$ 。

狀態 7：第二種非機遇因素發生於製程中，管制圖出現真實警訊。此時製程變數分配同狀態 3，而真實警訊發生機率為 $1 - \beta_2$ 。

狀態 8：第一種與第二種非機遇因素同時發生於製程中，管制圖出現真實警訊。此時製程變數分配同狀態 4，而真實警訊發生機率為 $1 - \beta_{12}$ 。

上述中， α 及 β_j ($j = 1, 2, \text{或 } 12$) 之計算式為：

$$\begin{aligned}\alpha &= P(S > k\sigma_0 \mid \sigma = \sigma_0) \\ &= P(S^2 > k^2\sigma_0^2 \mid \sigma = \sigma_0) \\ &= P\left(\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} > (n-1)k^2\right) \\ &= P(Y' > (n-1)k^2) \\ &= 1 - F_Y((n-1)k^2)\end{aligned}$$

其中 $Y' = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \sim X_{(n-1)}^2$ 。

$$\begin{aligned}\beta_j &= P(S \leq k\sigma_0 \mid \sigma = \delta_j\sigma_0) \\ &= P(S^2 \leq k^2\sigma_0^2 \mid \sigma = \delta_j\sigma_0) \\ &= P\left(\frac{(n-1)S_2^2}{\delta_j^2\sigma_0^2} \leq \frac{(n-1)k^2}{\delta_j^2}\right) \\ &= P\left(Y \leq \frac{(n-1)k^2}{\delta_j^2}\right) \\ &= F_Y\left(\frac{(n-1)k^2}{\delta_j^2}\right), \quad j=1, 2, 12\end{aligned}$$

其中 $Y = \frac{(n-1)S^2}{\delta_j^2\sigma_0^2} \sim X_{(n-1)}^2$ 。

在各個狀態下，平均殘差循環時間及對應的機率以表 2.1 列示於下：

表 2.1 各個狀態下之機率及期望殘差循環時間表

狀 態	機 率	期望殘差循環時間
1	$P_1 = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)h}(1 - \alpha)$	$R_1 = E(T)$
2	$P_2 = e^{-\lambda_1 h}(1 - e^{-\lambda_2 h})\beta_1$	$R_2 = \frac{h}{1 - \beta_1} + E(Tsr_1)$
3	$P_3 = e^{-\lambda_2 h}(1 - e^{-\lambda_1 h})\beta_2$	$R_3 = \frac{h}{1 - \beta_2} + E(Tsr_2)$
4	$P_4 = (1 - e^{-\lambda_1 h})(1 - e^{-\lambda_2 h})\beta_n$	$R_4 = \frac{h}{1 - \beta_n} + E(Tsr_n)$
5	$P_5 = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)h}\alpha$	$R_5 = E(Tsr_0)$
6	$P_6 = e^{-\lambda_1 h}(1 - e^{-\lambda_2 h})(1 - \beta_1)$	$R_6 = E(Tsr_1)$
7	$P_7 = e^{-\lambda_2 h}(1 - e^{-\lambda_1 h})(1 - \beta_2)$	$R_7 = E(Tsr_2)$
8	$P_8 = (1 - e^{-\lambda_1 h})(1 - e^{-\lambda_2 h})(1 - \beta_n)$	$R_8 = E(Tsr_n)$

結果，可得平均循環時間為：

$$E(T) = h + P_1 E(T) + \sum_{i=2}^8 P_i R_i$$

簡化上式可得

$$E(T) = \frac{h}{(1 - P_1)} + \frac{\sum_{i=2}^8 P_i R_i}{1 - P_1} \quad (2.1)$$

為獲得平均循環成本 $E(C)$ ，我們需要計算各個狀態之第一個抽樣及檢定期間發生的成本及平均殘差成本。第一個抽樣及檢定期間的成本為二項成本之和，此二項為：(1)第一個抽樣與檢定成本(2)第一個抽樣期間 (h) 內所發生的品質成本。平均殘差成本則包括：(1)直到獲得真實警訊的平均累計抽樣與檢定成本及其間發生的平均品質成本。唯當製程處於狀態 5, 6, 7 或 8 時，此項值為零。(2)因找尋與調整非機遇因素而發生的平均成本。但製程處於狀態 1 時，其平均殘差成本即為平均循環成本，並非上述二項之和。

在說明各狀態的第一個抽樣與檢定期間所發生的成本及平均殘差成本前，先定義一些數學符號。

兩個非機遇因素下S管制圖之經濟設計

數學符號：

c_0 ：製程穩定中，單位時間之品質成本。

c_1 ：製程受第一種非機遇因素影響下的單位時間品質成本。

c_2 ：製程受第二種非機遇因素影響下的單位時間品質成本。

c_{12} ：製程同時受第一種及第二種非機遇因素影響時的單位時間品質成本。

τ_i ：已知只有第 i 種非機遇因素發生於第一個抽樣與檢定期間內，該非機遇因素的平均發生時間， $i = 1, 2$

$\tau_{(1), 12}$ ：已知二種非機遇因素同時發生於第一個抽樣與檢定期間內，最早到達的非機遇因素之平均發生時間。

$\tau_{(2), 12}$ ：已知二種非機遇因素同時發生於第一個抽樣與檢定期間內，最晚到達的非機遇因素之平均發生時間。

製程在各個狀態下的第一個抽樣與檢定期間發生的成本及平均殘差成本以表 2.2 列示。

表 2.2 各個狀態下之第一個抽樣與檢定期間成本及平均殘差成本表

狀態	第一個抽樣與檢定期間成本	+	平均殘差成本
1	$R_1' = [a_0 + a_1 n + c_0 h]$	+	$[E(C)]$
2	$R_2' = [a_0 + a_1 n + c_0 \tau_1 + c_1 (h - \tau_1)]$	+	$[\frac{(a_0 + a_1 n + c_0 h)}{1 - \beta_1} + EAsr_1]$
3	$R_3' = [a_0 + a_1 n + c_0 \tau_2 + c_2 (h - \tau_2)]$	+	$[\frac{(a_0 + a_1 n + c_0 h)}{1 - \beta_2} + EAsr_2]$
4	$R_4' = [a_0 + a_1 n + c_0 \tau_{(1), 12} + (\frac{c_1 \lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} + \frac{c_2 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}) (\tau_{(2), 12} - \tau_{(1), 12}) + c_{12} (h - \tau_{(2), 12})]$	+	$[\frac{(a_0 + a_1 n + c_0 h)}{1 - \beta_{12}} + EAsr_{12}]$
5	$R_5' = [a_0 + a_1 n + c_0 h]$	+	$[EAsr_0]$
6	$R_6' = [a_0 + a_1 n + c_0 \tau_1 + c_1 (h - \tau_1)]$	+	$[EAsr_1]$
7	$R_7' = [a_0 + a_1 n + c_0 \tau_2 + c_2 (h - \tau_2)]$	+	$[EAsr_2]$
8	$R_8' = [a_0 + a_1 n + c_0 \tau_{(1), 12} + (\frac{c_1 \lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} + \frac{c_2 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}) (\tau_{(2), 12} - \tau_{(1), 12}) + c_{12} (h - \tau_{(2), 12})]$	+	$[EAsr_{12}]$

上述中

$$\tau_i = E(T_i | T_i < h) = \frac{1 - e^{-\lambda_i h} - \lambda_i h e^{-\lambda_i h}}{\lambda_i (1 - e^{-\lambda_i h})}, \quad i = 1, 2.$$

$$\begin{aligned} \tau_{(1),12} &= E(\min(T_1, T_2) | T_1 < h, T_2 < h) \\ &= \frac{e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)h} \left(h + \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} \right) - \frac{e^{-\lambda_1 h}}{\lambda_2} - \frac{e^{-\lambda_2 h}}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2}}{(1 - e^{-\lambda_1 h})(1 - e^{-\lambda_2 h})} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{(1),12} &= E(\max(T_1, T_2) | T_1 < h, T_2 < h) \\ &= \frac{e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)h} \left(h + \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} \right) - e^{-\lambda_1 h} \left(h + \frac{1}{\lambda_1} \right) - e^{-\lambda_2 h} \left(h + \frac{1}{\lambda_2} \right) + \left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} \right)}{(1 - e^{-\lambda_1 h})(1 - e^{-\lambda_2 h})} \end{aligned}$$

(證明過程請見附錄一)

於是，我們可獲得平均循環成本為

$$E(C) = P_1[(a_0 + a_1 n + c_0 h) + E(C)] + \sum_{i=2}^8 P_i R_i'$$

簡化上式可得

$$E(C) = \frac{a_0 + a_1 n + c_0 h}{1 - P_1} + \frac{\sum_{i=2}^8 P_i R_i'}{1 - P_1} \quad (2.2)$$

在推導得平均循環時間及平均循環成本後，應用更新報酬過程的性質可得到近似單位時間成本函數（或目標函數） EV_∞ ； $EV_\infty = \frac{E(C)}{E(T)}$ 。由於平均循環時間及平均循環成本都是設計參數（ n, h, k ）的函數。利用適當的最佳化技巧最小化目標函數，我們可決定最佳設計參數值，是以 S 經濟管制圖得以建立。

3. S 經濟管制圖之建立與應用——舉例說明

兩個非機遇因素的製程目標函數被獲得後，我們將舉數值例子說明在特定製程參數值與成本參數值下，如何以直接搜尋法（Direct Search Method）決定設計參數在受限下的最適

設計參數值。接著根據得出之最適設計參數 n^* 、 h^* 、 k^* 建立 S 管制圖，並說明 S 管制圖在製程上的應用。

3.1 直接搜尋法

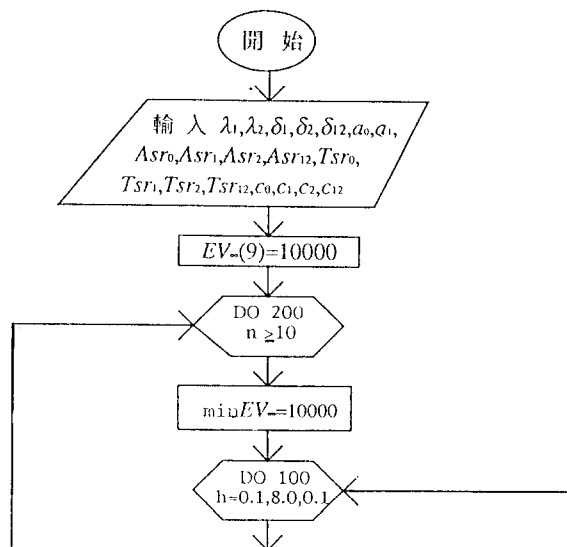
由於推導出的目標函數是設計參數之函數，故對特定參數值組合，吾人可利用直接搜尋法獲得最小平均每小時成本。當使用 S 管制圖來追蹤製程是否穩定時，樣本大小 (n) 考慮大於等於 10。因為當 n 小時，全距是表示製程散佈 (Process Spread) 的有效指標，而當 $n \geq 10$ ，樣本標準差 S 則是表示製程散佈的一個較好之指標 (見 Spanos 1992)；抽樣期間 (h) 最長為 8 小時； $0 < h \leq 8$ ，此乃因為一般工作為 8 小時，而實務上大部分工程師都一天至少會檢查一次製程 (見 Duncan 1971)。S 管制圖寬度 (k) 之範圍則設定至 2，因為樣本大小範圍大於等於 10 時， k 值在此範圍的變動將使卡方分配的最大累積機率值為 0.9999604 (≈ 1)。本研究將視此三個設計參數值為間斷的 (見 Chung 1991)，其中 n 為整數值而 h 及 k 值都取至小數點第一位。將目標函數與限制式以數學式表示則為

$$\begin{aligned} \text{Min } EV_{\infty} &= f_v (n, h, k) \\ \text{s.t.} & \\ 0 < h &\leq 8 & (3.1) \\ 0 < k &\leq 2.0 \\ 10 &\leq n \end{aligned}$$

在特定的 n 值下，我們找尋使目標函數 (EV_{∞}) 最小的 h 及 k 值，再比較不同 n 值下的各個目標函數值，由於目標函數值會隨著 n 值的增大而增加 (呈直線關係) 或是隨著 n 值的增大先減少而後增加 (呈二次曲線關係) (見 Yang 1993)，因此最後可找到最小成本函數值，其所對應的 n ， h ， k 即為最適設計參數值。茲將直接搜尋法之步驟詳述於下：

- (1) 輸入製程與成本參數值。
- (2) 令 $n^* = h^* = k^* = 0$ ， $\text{min}EV_{\infty} = 10000$ 。
- (3) 以 (3.1) 所訂之設計參數值範圍為搜索區域。
- (4) 設定 n 值， $n \in \{10, 11, 12, \dots\}$ 。

- (5) 設定 k 值， $k \in \{0.1, 0.2, \dots, 2.0\}$ 。
 - (6) 設定 h 值， $h \in \{0.1, 0.2, \dots, 8.0\}$ 。
 - (7) 對此 n 、 h 、 k 組合，在設定的製程及成本參數值下，利用 IMSL 之副程式 CHIDF 計算得 α 、 β_1 、 β_2 、 β_{12} 之值。
 - (8) 計算 τ_1 、 τ_2 、 $\tau_{(1) \dots 12}$ 、 $\tau_{(2) \dots 12}$ 。
 - (9) 根據已求出 α 、 β_1 、 β_2 、 β_{12} 、 τ_1 、 τ_2 、 $\tau_{(1) \dots 12}$ 、 $\tau_{(2) \dots 12}$ ，計算各狀態發生機率 (P_1, \dots, P_8)，各狀態期望循環殘差時間 (R_1, \dots, R_8) 及各狀態第一個抽樣與檢定期間成本與平均殘差成本 (R_1', \dots, R_8')。
 - (10) 計算平均循環時間 (ET)，平均循環成本 (EC) 及單位時間之平均近似成本 $EV_{\infty} = \frac{EC}{ET}$ 。
 - (11) 步驟(10)計算出的 EV_{∞} 若小於先前設定值 $minEV_{\infty}$ ，則令此時的 EV_{∞} 為新的 $minEV_{\infty}$ 。此時的 n 、 h 、 k 令為 n^* 、 h^* 、 k^* ，此時的 α 、 β_1 、 β_2 、 β_{12} 令為 α^* 、 β_1^* 、 β_2^* 、 β_{12}^* 。
 - (12) 重複步驟(6)至(11)。
 - (13) 重複步驟(5)至(11)。
 - (14) 重複步驟(4)至(11)。倘若 n 值的增大會使單位時間平均成本增加，則計算停止。
- 則最小的單位時間平均成本所對應的 n^* 、 h^* 、 k^* 即為最適設計參數值。上述步驟以流程圖表之如圖 3.1：



兩個非機遇因素下S管制圖之經濟設計

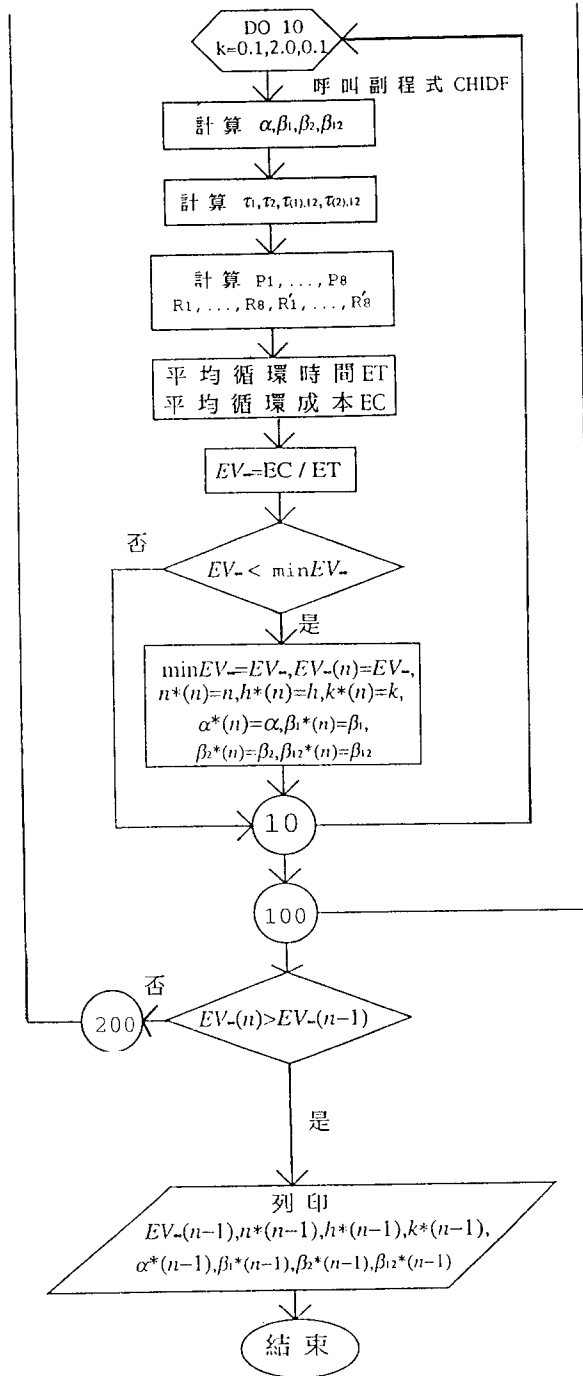


圖 3.1 直接搜尋法之流程圖

3.2 S 經濟管制圖之建立與應用

本研究推導得的目標函數包含製程參數與成本參數共 19 個。實務上成本參數值可由公司會計部門提供或估計，而製程參數值則由有經驗的製程工程師提供。唯這些參數在實務上的數值不易蒐得，是以本研究大部分的參數值乃參考 Duncan (1971)、Panagos 等人 (1985) 及 Saniga (1979) 文章中的參數值，少部份無法參考的則以常識或直覺來決定。吾人以 16 種參數組合 (見附錄二)，依上述之直接搜尋法，分別計算各組的最適樣本大小 (n)，抽樣期間 (h)，S 管制圖寬度 (k) 和最小成本函數值 (EV_{∞})。茲將這些結果表示於表 3.1。

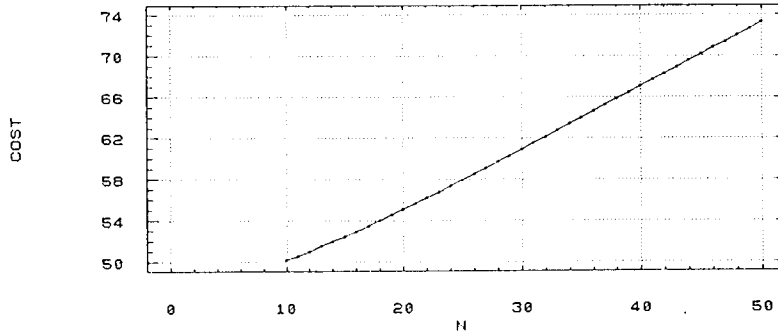
表 3.1 16 種不同參數組合下的最適解

NO.	n	h	k	EV_{∞}
1	10.0	8.0	1.1	40.4424
2	10.0	7.0	1.3	25.5736
3	19.0	1.0	1.2	31.9671
4	29.0	8.0	1.3	63.2880
5	19.0	8.0	1.0	60.6169
6	10.0	8.0	0.6	69.4889
7	10.0	8.0	1.0	42.4721
8	46.0	3.0	1.1	37.2254
9	14.0	4.0	1.2	39.9926
10	10.0	6.6	1.3	50.1011
11	43.0	8.0	1.1	34.1912
12	10.0	8.0	0.9	76.1861
13	10.0	8.0	1.3	65.7105
14	10.0	8.0	1.0	69.3608
15	50.0	8.0	1.2	24.7067
16	10.0	8.0	1.2	41.4933

在搜尋各組最小成本函數值及對應的最適設計參數值時，我們發現對應不同的 n 值，目標函數的變動有二種：一是呈直線型 (如圖 3.2A)，即目標函數值隨著 n 值的增加而增加；另一則是呈曲線型，即目標函數值隨著 n 值的增大先減少而後增加 (如圖 3.2B)，此因目標函數除了受 n 影響外，尚受其他參數不同水準組合的影響。

兩個非機遇因素下S管制圖之經濟設計

A. n 與 EV_{∞} 間之關係呈一直線 (以第 10 組資料為例)



B. n 與 EV_{∞} 間呈一曲線關係 (以第 4 組資料為例)

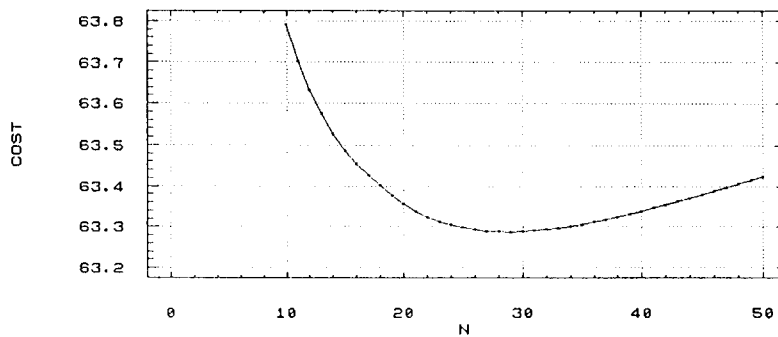
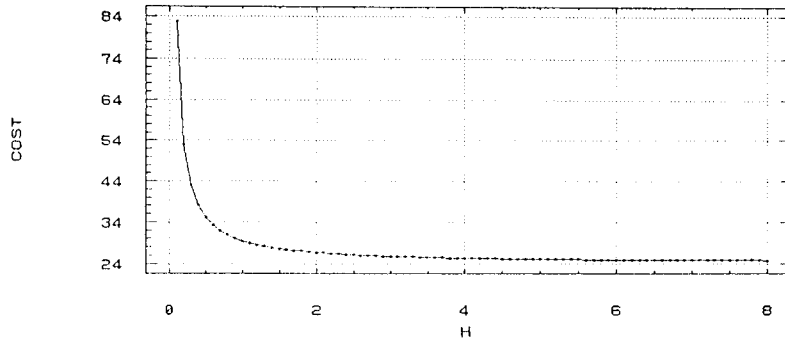


圖 3.2 n 值與 EV_{∞} 間之關係

另外，我們發現對應不同的 h 值，目標函數的變動也有二種：一是呈直線型（如圖 3.3A），即目標函數值隨著 h 值的增加而減少；另一則是呈曲線型，即目標函數隨著 h 值的增大先減少而後增加（如圖 3.3B），此因目標函數除了受 n 影響外，尚受其他參數不同水準組合的影響。

A. h 與 EV_{∞} 間之關係呈一直線 (以第 15 組資料為例)



B. h 與 EV_{∞} 間呈一曲線關係 (以第 3 組資料為例)

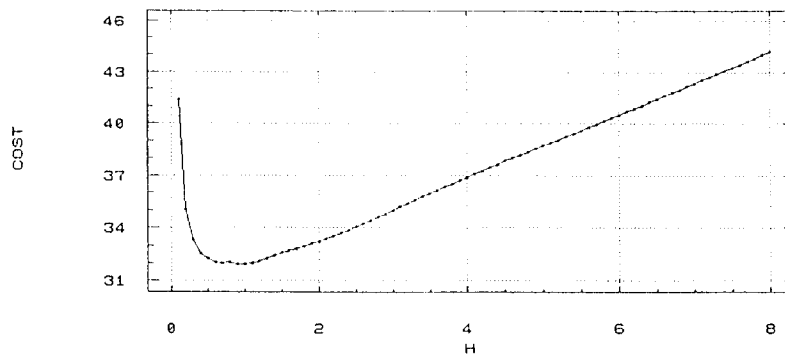


圖 3.3 h 值與 EV_{∞} 間之關係

而對應不同的 k 值，目標函數的變動則是呈曲線型，即目標函數值隨著 K 值的增大先減少而後增加 (圖 3.4)。

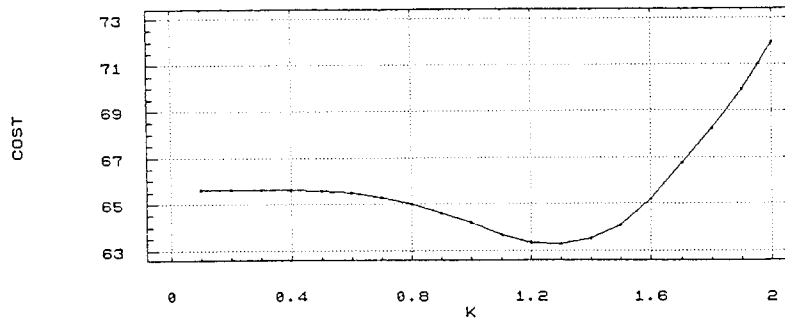


圖 3.4 k 值與 EV_{∞} 間之關係 (以第 4 組資料為例)

兩個非機遇因素下 S 管制圖之經濟設計

為了解 S 管制圖之建立及應用，吾人以第 10 組之最適解（見表 3.2）為例說明。由於第 10 組之 $n = 10$ ， $h = 6.6$ ， $k = 1.3$ ，所以 S 管制圖的上限設定為 1.3，中心線為 0.9727。在製程控制上，品管人員則每隔 6.6 小時取一個樣本，而樣本大小為 10。據此 10 個觀測值計算樣本標準差，然後描點在 S 圖上，若該點落於管制上限之內，則表製程穩定，則隔 6.6 小時後，再取樣做檢定。但當描點（Plotted Point）落於管制上限之外，則表示製程失控，品管人員需找尋原因，並排除影響原因，使製程恢復穩定狀態，而後隔 6.6 小時，再取樣檢定（見圖 3.5）。另外以 α 、 β_j 值，我們可以看出此管制圖在製程穩定及失控下之偵測能力。

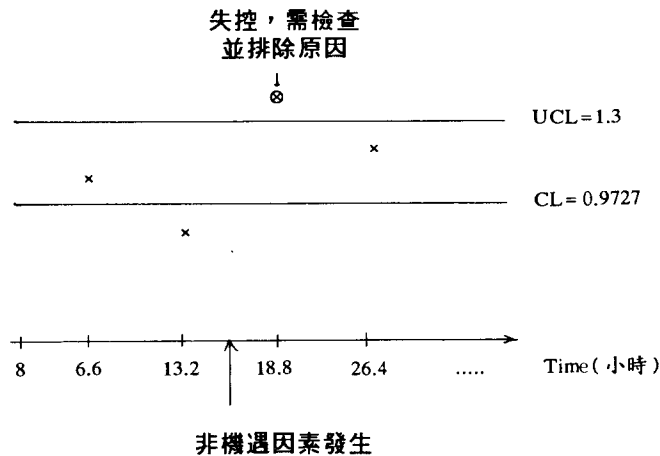


圖 3.5 S 管制圖之結構與應用

表 3.2 管制圖對應的設計參數值及發生誤差機率

設計參數值與誤差機率	S 經濟管制圖
n	10
h	6.6
k	1.3
α	0.0853
β_1	0.1399
β_2	0.1032
β_{12}	0.0174
平均每小時成本	50.1011

第 10 組之製程與成本參數值見附錄二。

由表 3.2 我們發現當製程穩定時，此 S 經濟管制圖發生錯誤警訊的機率為 0.0853，即平均抽 11.72 個樣本會得到一個錯誤警訊（平均連串長度， $ARL_0 = 11.72$ ）。當製程只受到第一種非機遇因素影響時，此 S 經濟管制圖發生真實警訊的機率為 $1 - \beta_1 = 0.8601$ ，即平均抽 1.16 個樣本（ $ARL_1 = 1.16$ ）即可得知製程失控。同樣的當製程只受到第二種非機遇因素影響，使用此 S 經濟管制圖平均只要 1.11 個樣本（ $ARL_2 = 1.11$ ）即可知製程失控。當製程同時受二種非機遇因素影響，則使用此 S 經濟管制圖平均要 1.0 個樣本（ $ARL_{12} = 1.0$ ）即可檢查出製程失控。由這些結果，我們知道當製程失控時，此 S 經濟管制圖可很快地顯示出製程失控，而品管人員即可立即採取回應措施，使製程回復穩定狀態。

4. 結論與建議

以更新方程式方法推導得的兩個非機遇因素製程成本函數已被建立。與其他的多重非機遇因素製程模式相比較，我們的模式不僅假設更合理且模式推導方法容易，計算簡單。在實務上，若希望以最小品質成本維持製程之穩定，則只要知道製程與成本參數值（或估計值），再依本研究所提出之方法，S 經濟管制圖即可被建立及應用。

本研究所考慮的非機遇因素只有 2 個，但即使可能發生的非機遇因素超過 2 個，成本模式也可容易的以更新方程式方法擴展而得。唯當已知製程受 m （ $m > 2$ ）個非機遇因素影響且均發生於第一個抽樣和檢定之前時，第 i （ $i = 1, 2, 3, \dots, m$ ）個到達於第一個抽樣與檢定時間（ h ）內的非機遇因素之平均發生時間（即 $\tau_{(i),12,\dots,m}$ ）計算繁難。倘若能找到簡單的近似式代替或其他更好的處理方法，則以更新方程式方法擴展多重非機遇因素製程成本模式，可謂完美。

5. 參考文獻

- [1] Alt, F. (1981), "One Control Chart for the Mean and Variance", Proceeding of Industrial Engineering Conference, Washington, D. C. pp143-145.
- [2] Banerjee, P. and Rahim, M. (1987), "The Economic Design of Control Charts: A Renewal Theory Approach", Engineering Optimization, Vol. 12, pp63-73.
- [3] Besterfield, D. (1979), Quality Control, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J.

- [4] Chung, K. (1991), "Economic Designs of Attribute Control Charts for Multiple Assignable Causes", *Optimization* 22, 5, pp775-786.
- [5] Chung, K. and Chen, S. (1992), "Joint Economically Optimal Design of \bar{X} and S^2 Control Charts", *Engineering Optimization*, Vol. 19, pp101-113.
- [6] Collani, V. and Sheil, J. (1989), "An Approach to Controlling Process Variability", *Journal of Quality Technology*, Vol. 21, No. 2, April, pp87-96.
- [7] Duncan, A. (1956), "The Economic Design of \bar{X} Chart Used to Maintain Current Control of a Process", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 51, pp228-242.
- [8] Duncan, A. (1971), "The Economic Design of \bar{X} Charts When There Is A Multiplicity of Assignable Causes", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 66, No. 33, pp107-121.
- [9] Duncan, A. (1974), *Quality Control and Industrial Statistics*, Richard D. Irwin. Inc.
- [10] IMSL Library (1989), *User's Manual Math/Library*, Fortran Subroutines, IMSL, Inc.
- [11] Montgomery, D. (1980), "The Economic Design of Control Charts: A Review and Literature Survey", *Journal of Quality Technology*, Vol. 12, No. 2, April, pp75-86.
- [12] Panagos, M., Russell, H. and Montgomery, D. (1985), "Economic Design of \bar{X} Charts: For Two Manufacturing Models", *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 32, pp631-646.
- [13] Rahim, M., Lashkari, R., and Banerjee, P. (1988), "Joint Economic Design of Mean and Variance Control Charts", *Engineering Optimization*, 14, pp65-78.
- [14] Ross, S. (1989), *Introduction to Probability Models*, Academic Press.
- [15] Saniga, E. (1979), "Joint Economically Optimal Design of \bar{X} and R Control Charts", *Management Science*, Vol. 24, No. 4, pp420-431.
- [16] Spanos, C. (1992), "Statistical Process Control in Semiconductor Manufacturing", *Proceeding of IEEE*, June.
- [17] Tagaras, G. and Lee, H (1988), "Economic Design of Control Charts with Different Control Limits for Different Assignable Causes", *Management Science* Vol. 34, No. 11, pp1347-1366.
- [18] Yang, S. (1993), "Economic Design of Joint \bar{X} and R Control Charts: A Markov Chain Method", *JNCU*, Vol. 66, No. 2, pp445-494.

6. 附 錄

附錄一

$$(1) \tau_i = E(T_i \mid 0 < T_i < h) = E(T_i') = \frac{1 - e^{-\lambda_i h} - \lambda_i h e^{-\lambda_i h}}{\lambda_i (1 - e^{-\lambda_i h})}, \quad i = 1, 2.$$

隨機變數 T_i' 為截斷的 T_i (truncated random variable of T_i), $i = 1, 2$ 。

證明：

$$T_i \sim \exp(\lambda_i)$$

令 T_i 之機率密度函數為 $f(t_i)$, $0 < t_i < \infty$

令 $h(t_i')$ 表隨機變數 T_i' 的機率密度函數, 則其為

$$h(t_i') = \frac{f(t_i)}{P(0 < T_i < h)} = \frac{\lambda_i e^{-\lambda_i t_i'}}{1 - e^{-\lambda_i h}} \quad 0 < t_i' < h$$

故

$$\begin{aligned} \tau_i &= E(T_i \mid 0 < T_i < h) \\ &= \int_0^h t_i' h(t_i') dt_i' \\ &= E(T_i') \\ &= \frac{1 - e^{-\lambda_i h} - \lambda_i h e^{-\lambda_i h}}{\lambda_i (1 - e^{-\lambda_i h})} \\ & \quad i = 1, 2 \end{aligned}$$

$$(2) \tau_{(1), 12} = E(T_{(1)} \mid 0 < T_{(2)} < h) = E(T_{(1)}')$$

$$= \frac{e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)h} \left(h + \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} \right) - \frac{e^{-\lambda_1 h}}{\lambda_2} - \frac{e^{-\lambda_2 h}}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2}}{(1 - e^{-\lambda_1 h})(1 - e^{-\lambda_2 h})}$$

$$\tau_{(1), 12} = E(T_{(2)} \mid 0 < T_{(2)} < h) = E(T_{(2)}')$$

$$= \frac{e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)h} \left(h + \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} \right) - e^{-\lambda_1 h} \left(h + \frac{1}{\lambda_1} \right) - e^{-\lambda_2 h} \left(h + \frac{1}{\lambda_2} \right) + \left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} \right)}{(1 - e^{-\lambda_1 h})(1 - e^{-\lambda_2 h})}$$

其中

兩個非機遇因素下S管制圖之經濟設計

$$T_{(1)} = \min (T_1 , T_2)$$

$$T_{(2)} = \max (T_1 , T_2)$$

$$T_{(1)}' = \min (T_1' , T_2') \text{ 且 } T_{(2)}' = \max (T_1' , T_2')$$

隨機變數 T_i' 為截斷的 T_i (truncated random variable of T_i), $i = 1, 2$ 。

證明：

$$T_i \sim \exp (\lambda_i)$$

令 T_i 之機率密度函數為 $f (t_i)$, $0 < t_i < \infty$, 因 T_1, T_2 相互獨立, 所以

$$f (t_1 , t_2) = f (t_1) f (t_2)。$$

令 $h (t_1' , t_2')$ 表隨機變數 T_1', T_2' 的聯合機率密度函數, T_1', T_2' 分別是截斷的 T_1, T_2 , 則其為

$$\begin{aligned} h (t_1' , t_2') &= \frac{f(t_1, t_2)}{p(0 < T_1 < h, 0 < T_2 < h)} = \frac{f(t_1, t_2)}{p(0 < T_1 < h)p(0 < T_2 < h)} \\ &= h(t_1')h(t_2') = \frac{\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_1'}}{1 - e^{-\lambda_1 h}} \cdot \frac{\lambda_2 e^{-\lambda_2 t_2'}}{1 - e^{-\lambda_2 h}}, \quad 0 < t_1', t_2' < h \end{aligned}$$

其中

$$h(t_1') = \frac{f(t_1)}{p(0 < T_1 < h)} = \frac{\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_1'}}{1 - e^{-\lambda_1 h}}$$

$$h(t_2') = \frac{f(t_2)}{p(0 < T_2 < h)} = \frac{\lambda_2 e^{-\lambda_2 t_2'}}{1 - e^{-\lambda_2 h}}$$

可知 T_1', T_2' 獨立。則 $T_{(1)}', T_{(2)}'$ 的聯合機率密度函數為

$$g(t_{(1)}', t_{(2)}') = h(t_{(1)}', t_{(2)}') + h(t_{(2)}', t_{(1)}'), \quad 0 < t_{(1)}' < t_{(2)}' < h$$

其中

$$h(t_{(1)}', t_{(2)}') = \frac{\lambda_1 \lambda_2 e^{-\lambda_1 t_{(1)}'} e^{-\lambda_2 t_{(2)}'}}{(1 - e^{-\lambda_1 h})(1 - e^{-\lambda_2 h})}$$

$$h(t_{(2)}', t_{(1)}') = \frac{\lambda_1 \lambda_2 e^{-\lambda_2 t_{(1)}'} e^{-\lambda_1 t_{(2)}'}}{(1 - e^{-\lambda_1 h})(1 - e^{-\lambda_2 h})}$$

於是可推得

$$\tau_{(1), (2)} = E(T_{(1)} | 0 < T_{(2)} < h) = E(T_{(1)}')$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^h \int_{t_{(1)}}^{t_{(2)}}, t_{(1)}' g(t_{(1)}', t_{(2)}') dt_{(2)}' dt_{(1)}' \\
 &= \frac{e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)h} \left(h + \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} \right) - \frac{e^{-\lambda_1 h}}{\lambda_2} - \frac{e^{-\lambda_2 h}}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2}}{(1 - e^{-\lambda_1 h})(1 - e^{-\lambda_2 h})} \circ
 \end{aligned}$$

同理，可推得

$$\begin{aligned}
 \tau_{(2), 12} &= E(T_{(2)} \mid 0 < T_{(2)} < h) = E(T_{(2)}') \\
 &= \int_0^h \int_0^{t_{(2)}'} t_{(2)}' g(t_{(1)}', t_{(2)}') dt_{(1)}' dt_{(2)}' \\
 &= \frac{e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)h} \left(h + \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} \right) - e^{-\lambda_1 h} \left(h + \frac{1}{\lambda_1} \right) - e^{-\lambda_2 h} \left(h + \frac{1}{\lambda_2} \right) + \left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} \right)}{(1 - e^{-\lambda_1 h})(1 - e^{-\lambda_2 h})} \circ
 \end{aligned}$$

附錄二

16種不同製程與成本參數組合如下：

第一種： $\lambda_1 = 0.05$ ， $\lambda_2 = 0.05$ ， $\delta_1 = 1.8$ ， $\delta_2 = 2.2$ ， $\delta_{12} = 2.5$ ， $a_0 = 50$ ， $a_1 = 5$ ， $Asr_0 = 35$ ， $Asr_1 = 40$ ， $Asr_2 = 50$ ， $Asr_{12} = 60$ ， $Tsr_0 = 0.6667$ ， $Tsr_1 = 0.3333$ ， $Tsr_2 = 0.1667$ ， $Tsr_{12} = 0.5$ ， $c_0 = 20$ ， $c_1 = 30$ ， $c_2 = 40$ ， $c_{12} = 50$ ， $\mu_0 = 0$ ， $\sigma_0 = 1$

第二種： $\lambda_1 = 0.005$ ， $\lambda_2 = 0.005$ ， $\delta_1 = 1.8$ ， $\delta_2 = 2.2$ ， $\delta_{12} = 2.5$ ， $a_0 = 5$ ， $a_1 = 1$ ， $Asr_0 = 35$ ， $Asr_1 = 40$ ， $Asr_2 = 50$ ， $Asr_{12} = 60$ ， $Tsr_0 = 0.6667$ ， $Tsr_1 = 0.05$ ， $Tsr_2 = 0.08$ ， $Tsr_{12} = 0.25$ ， $c_0 = 20$ ， $c_1 = 30$ ， $c_2 = 90$ ， $c_{12} = 100$ ， $\mu_0 = 0$ ， $\sigma_0 = 1$

第三種： $\lambda_1 = 0.05$ ， $\lambda_2 = 0.05$ ， $\delta_1 = 1.3$ ， $\delta_2 = 1.9$ ， $\delta_{12} = 1.8$ ， $a_0 = 0.5$ ， $a_1 = 0.1$ ， $Asr_0 = 35$ ， $Asr_1 = 40$ ， $Asr_2 = 50$ ， $Asr_{12} = 60$ ， $Tsr_0 = 0.6667$ ， $Tsr_1 = 0.3333$ ， $Tsr_2 = 0.0167$ ， $Tsr_{12} = 0.0833$ ， $c_0 = 20$ ， $c_1 = 80$ ， $c_2 = 90$ ， $c_{12} = 100$ ， $\mu_0 = 0$ ， $\sigma_0 = 1$

第四種： $\lambda_1 = 0.01$ ， $\lambda_2 = 0.03$ ， $\delta_1 = 1.8$ ， $\delta_2 = 1.9$ ， $\delta_{12} = 1.5$ ， $a_0 = 50$ ， $a_1 = 0.1$ ， $Asr_0 = 35$ ， $Asr_1 = 150$ ， $Asr_2 = 50$ ， $Asr_{12} = 240$ ， $Tsr_0 = 0.0667$ ， $Tsr_1 = 0.3333$ ， $Tsr_2 = 0.08$ ， $Tsr_{12} = 0.0833$ ， $c_0 = 50$ ， $c_1 = 30$ ， $c_2 = 90$ ， $c_{12} = 100$ ， $\mu_0 = 0$ ， $\sigma_0 = 1$

第五種： $\lambda_1 = 0.01$ ， $\lambda_2 = 0.05$ ， $\delta_1 = 1.1$ ， $\delta_2 = 2.2$ ， $\delta_{12} = 1.8$ ， $a_0 = 5$ ， $a_1 = 0.1$ ， $Asr_0 = 35$ ， $Asr_1 = 150$ ， $Asr_2 = 200$ ， $Asr_{12} = 60$ ， $Tsr_0 = 0.0667$ ， $Tsr_1 = 0.15$ ， $Tsr_2 = 0.0167$ ， $Tsr_{12} = 0.5$ ， $c_0 = 50$ ， $c_1 = 80$ ， $c_2 = 40$ ， $c_{12} = 100$ ， $\mu_0 = 0$ ， $\sigma_0 = 1$

第六種： $\lambda_1 = 0.05$ ， $\lambda_2 = 0.005$ ， $\delta_1 = 1.3$ ， $\delta_2 = 1.3$ ， $\delta_{12} = 2.5$ ， $a_0 = 50$ ， $a_1 = 1$ ， $Asr_0 = 35$ ， $Asr_1 = 150$ ， $Asr_2 = 200$ ， $Asr_{12} = 60$ ， $Tsr_0 = 0.33$ ， $Tsr_1 = 0.3333$ ， $Tsr_2 = 0.08$ ， $Tsr_{12} = 0.0833$ ， $c_0 = 50$ ， $c_1 = 80$ ， $c_2 = 40$ ， $c_{12} = 100$ ， $\mu_0 = 0$ ， $\sigma_0 = 1$

第七種： $\lambda_1 = 0.005$ ， $\lambda_2 = 0.03$ ， $\delta_1 = 1.8$ ， $\delta_2 = 2.2$ ， $\delta_{12} = 1.8$ ， $a_0 = 50$ ， $a_1 = 1$ ， $Asr_0 = 35$ ， $Asr_1 = 150$ ， $Asr_2 = 200$ ， $Asr_{12} = 240$ ， $Tsr_0 = 0.6667$ ， $Tsr_1 = 0.15$ ， $Tsr_2 = 0.0167$ ， $Tsr_{12} = 0.0833$ ， $c_0 = 20$ ， $c_1 = 80$ ， $c_2 = 90$ ， $c_{12} = 50$ ， $\mu_0 = 0$ ， $\sigma_0 = 1$

第八種： $\lambda_1 = 0.05$ ， $\lambda_2 = 0.005$ ， $\delta_1 = 1.3$ ， $\delta_2 = 1.9$ ， $\delta_{12} = 1.5$ ， $a_0 = 5$ ， $a_1 = 0.1$ ，

$Asr_0 = 35$, $Asr_1 = 150$, $Asr_2 = 200$, $Asr_{12} = 240$, $Tsr_0 = 0.33$, $Tsr_1 = 0.05$, $Tsr_2 = 0.0167$, $Tsr_{12} = 0.0833$, $c_0 = 20$, $c_1 = 80$, $c_2 = 90$, $c_{12} = 50$, $\mu_0 = 0$, $\sigma_0 = 1$

第九種： $\lambda_1 = 0.005$, $\lambda_2 = 0.03$, $\delta_1 = 1.3$, $\delta_2 = 1.3$, $\delta_{12} = 1.8$, $a_0 = 5$, $a_1 = 0.1$, $Asr_0 = 100$, $Asr_1 = 40$, $Asr_2 = 200$, $Asr_{12} = 240$, $Tsr_0 = 0.0667$, $Tsr_1 = 0.3333$, $Tsr_2 = 0.1667$, $Tsr_{12} = 0.5$, $c_0 = 20$, $c_1 = 30$, $c_2 = 90$, $c_{12} = 100$, $\mu_0 = 0$, $\sigma_0 = 1$

第十種： $\lambda_1 = 0.01$, $\lambda_2 = 0.05$, $\delta_1 = 1.8$, $\delta_2 = 1.9$, $\delta_{12} = 2.5$, $a_0 = 5$, $a_1 = 5$, $Asr_0 = 100$, $Asr_1 = 40$, $Asr_2 = 200$, $Asr_{12} = 240$, $Tsr_0 = 0.33$, $Tsr_1 = 0.05$, $Tsr_2 = 0.0167$, $Tsr_{12} = 0.0833$, $c_0 = 20$, $c_1 = 30$, $c_2 = 90$, $c_{12} = 100$, $\mu_0 = 0$, $\sigma_0 = 1$

第十一種： $\lambda_1 = 0.05$, $\lambda_2 = 0.005$, $\delta_1 = 1.1$, $\delta_2 = 2.2$, $\delta_{12} = 1.5$, $a_0 = 50$, $a_1 = 0.1$, $Asr_0 = 100$, $Asr_1 = 40$, $Asr_2 = 200$, $Asr_{12} = 240$, $Tsr_0 = 0.6667$, $Tsr_1 = 0.15$, $Tsr_2 = 0.08$, $Tsr_{12} = 0.25$, $c_0 = 20$, $c_1 = 30$, $c_2 = 90$, $c_{12} = 100$, $\mu_0 = 0$, $\sigma_0 = 1$

第十二種： $\lambda_1 = 0.01$, $\lambda_2 = 0.05$, $\delta_1 = 1.3$, $\delta_2 = 1.3$, $\delta_{12} = 1.5$, $a_0 = 50$, $a_1 = 1$, $Asr_0 = 100$, $Asr_1 = 40$, $Asr_2 = 200$, $Asr_{12} = 60$, $Tsr_0 = 0.6667$, $Tsr_1 = 0.05$, $Tsr_2 = 0.0167$, $Tsr_{12} = 0.25$, $c_0 = 50$, $c_1 = 80$, $c_2 = 90$, $c_{12} = 50$, $\mu_0 = 0$, $\sigma_0 = 1$

第十三種： $\lambda_1 = 0.05$, $\lambda_2 = 0.005$, $\delta_1 = 1.8$, $\delta_2 = 1.9$, $\delta_{12} = 1.8$, $a_0 = 0.5$, $a_1 = 5$, $Asr_0 = 100$, $Asr_1 = 40$, $Asr_2 = 200$, $Asr_{12} = 60$, $Tsr_0 = 0.0667$, $Tsr_1 = 0.15$, $Tsr_2 = 0.08$, $Tsr_{12} = 0.5$, $c_0 = 50$, $c_1 = 80$, $c_2 = 90$, $c_{12} = 50$, $\mu_0 = 0$, $\sigma_0 = 1$

第十四種： $\lambda_1 = 0.05$, $\lambda_2 = 0.03$, $\delta_1 = 1.3$, $\delta_2 = 2.2$, $\delta_{12} = 1.5$, $a_0 = 5$, $a_1 = 5$, $Asr_0 = 100$, $Asr_1 = 40$, $Asr_2 = 50$, $Asr_{12} = 240$, $Tsr_0 = 0.0667$, $Tsr_1 = 0.3333$, $Tsr_2 = 0.0167$, $Tsr_{12} = 0.25$, $c_0 = 50$, $c_1 = 80$, $c_2 = 40$, $c_{12} = 100$, $\mu_0 = 0$, $\sigma_0 = 1$

第十五種： $\lambda_1 = 0.01$, $\lambda_2 = 0.005$, $\delta_1 = 1.8$, $\delta_2 = 1.3$, $\delta_{12} = 1.8$, $a_0 = 5$, $a_1 = 0.1$, $Asr_0 = 100$, $Asr_1 = 150$, $Asr_2 = 200$, $Asr_{12} = 60$, $Tsr_0 = 0.6667$, $Tsr_1 = 0.3333$, $Tsr_2 = 0.1667$, $Tsr_{12} = 0.25$, $c_0 = 20$, $c_1 = 30$, $c_2 = 40$, $c_{12} = 100$, $\mu_0 = 0$, $\sigma_0 = 1$

第十六種： $\lambda_1 = 0.01$, $\lambda_2 = 0.005$, $\delta_1 = 1.3$, $\delta_2 = 2.2$, $\delta_{12} = 1.8$, $a_0 = 50$, $a_1 = 5$, $Asr_0 = 100$, $Asr_1 = 150$, $Asr_2 = 50$, $Asr_{12} = 240$, $Tsr_0 = 0.0667$, $Tsr_1 = 0.05$, $Tsr_2 = 0.1667$, $Tsr_{12} = 0.0833$, $c_0 = 20$, $c_1 = 80$, $c_2 = 40$, $c_{12} = 50$, $\mu_0 = 0$, $\sigma_0 = 1$