

完全預知下兩期都市 擴張模型之研究*

劉小蘭**

摘要

都市擴散(urban sprawl)是一種不連續的都市成長現象(Mills,1981)，然而此種都市發展對都市結構之影響目前並無定論，且過去之研究大都以實證研究為主(Peiser,1989; Schmid,1968; Ohls and Pines, 1975; Ottensmann, 1977)。因此，本研究從理論分析，根據過去之研究，提出應用 Mills(1981)的不連續發展模型及Liu(1988) 及 Grimaud(1989) 的密度模型，建立一個完全預知下兩階段之單核心都市擴張模型以探討都市擴散對地價、密度之影響。結果發現，第二期的樓地板租金、密度、及地租水準均大於第一期的水準。當預知都市成長愈快時，愈多的空地將會在第一期保留下來，以作為第二期之使用，而使得都市範圍擴大，因而造成地租、家計單位的薪資及產品價格的上升。此外，都市範圍、兩期住宅居住成本、第一期的薪資及當地生產之消費財價格將隨著折現率的上升而減小；而第二期的樓地板租金及運費之成本、薪資及當地生產之消費財價格，將隨著折現率的上升而增加。

* 本文乃接受行政院國科會補助研究(NSC84-2415-H-004-015)，特以致謝。

本文英文版曾在 Fourteenth Conference of the Pacific Regional Science Conference Organization 中發表，感謝 Dr. Masmhiro Arima, Dr. Zin-Fei Lin 等多位學者惠賜意見，但文中內容仍由本人負責。

** 國立政治大學地政系教授

一、前言

都市擴散(Urban sprawl)是一種不連續的都市成長現象(Mills, 1981; Clawson, 1962)。Ottensmann (1977)認為都市擴散是一種與原有發展地區以空地為隔離的新發展。The Costs of Sprawl (Real Estate Research Corporation, 1974) 一文中曾提及：都市擴散將產生低密度的發展。然而亦有人認為，一個不連續發展的都市，將產生高密度的發展(Peiser, 1989；Schmid, 1968；Ohls and Pines, 1975；Ottensmann, 1977)。

雖然都市擴散是都市成長中的一個現象，但其並非一無限制的擴展，相反的，這些擴散的結果反而阻止了都市的無限制蔓延，以及貧民窟的形成(Lessinger, 1962)。在市場資訊不完全以及不確定的狀況之下，都市擴散所產生的空地，可成為未來發展所預留的彈性用地(Boyce, 1963)。根據上述的說法，因為擴散所遺留下來的空地，可能是為未來的高度使用作預先的留置，不連續的發展模式，事實上是促進高密度及有效率的土地使用，因而，就長期而言，預留空地作為日後更高強度的發展，不論是作住宅區或者是商業區，皆能產生更有效率的都市模式(Urban Pattern) (Ohls and Pines, 1975)。亦即，都市擴散所留下的空地之所以會閒置，是因為在當期的使用是沒有效率的，然而，就長期而言，必將被更高密度的使用所替代。

上述各項研究均以實證研究為主，理論上的探討並不多，此乃由於 Alonso 於 1964 年提出競價地租理論後，住宅區的競價地租曲線是由一組根據距離市中心的距離，在固定的滿意水準下，個人所能支付的地租，所形成的曲線(Alonso, 1964)；也就是說，均衡地租與市中心距離成反比，此乃由於地租與通勤成本互換(trade-off)下所產生之結果，因此隨著與市中心之距離愈大，基地面積愈大及密度之降低(Alonso, 1964 等)；競價地租決定一個連續、靜態的都市發展形態；但由於經濟快速的變遷，都市發展乃一動態的過程，靜態及比較靜態的土地使用模型，往往無法解釋都市發展的過程及地租（或地價）形成之要素，造成理論與實際運用上之差距，因此過去十年來，都市區位及土地使用理論之研究已進入都市成長的動態領域，其與靜態及比較靜態之主要差異，如住宅為耐久性的(durable)及地主是短視的(myopic) (Anas, 1978)、完全性的遠見(perfect foresight)(Fujita, 1976, 1982、Wheaton, 1982)及不確定的(Mills, 1982、Capozza & Helsley, 1990、Capozza & Sick, 1994)；都市開發是一增量的過程(incremental

process)，密度高低決定於開發時間之經濟條件（所得增加或運輸成本下跌），因此密度高低或許不會隨著與市中心之距離而下跌 (Mills, 1982、Fujita, 1982、Wheaton, 1982 等)。

上述動態模型仍以連續發展為主，Mills (1981) 建立一個都市成長、擴散的單核心(monocentric)土地使用模型，結果發現地主為完全性遠見假設下，地主預留之空地將使未來地價大幅上漲；在不確定的假設條件下，地價將隨都市發展的程度而不同，若都市發展程度比預期的慢，即所預留之空地不被完全使用時，市中心之地價上漲而外圍已發展地區之地租將下跌，反之，若都市發展程度比預期的快，即所預留之空地不敷使用時，都市內土地租金將全面大幅上揚。Mills 模型對實際都市發展與地租間之關係提供了合理的解釋，但此模型無法解釋預留空地使都市蔓延對密度之影響，因此本研究將應用 Mills (1981) 的不連續發展模型以及 Liu (1987、1988) 及 Grimaud (1989) 的密度模型，以探討單核心都市擴散對密度及地價之影響。本研究共分為四節，第二節敘述模型的基本假設及其結構；第三節為蛙躍式都市發展結構及其均衡條件；結論將在第四節探討。

二、模型假設及結構

分析模型的基本組成元素為都市、家計單位、廠商及建設商，並將針對各組成元素之特性說明如下：

2.1 都市

假設都市是在一線性均質的農地上發展的單核心(monocentric)(註一)的開放都市(open city) (註二)。都市的每一區位可以 x 來表示，為便於分析，可將此線性都市之市中心(Central Business District, C.B.D.)視為原點，則 x 代表與市中心之距離。本研究將都市發展分為兩期(註三)，每期時間長度固定；期間每年均為短視(myopic)，即每年之所得、地租等皆與第一年期相同。

註一：單核心都市是指有一已知的市中心(Central Business District, CBD)在都市內圍，且都市內之就業機會均在此區內；而住宅區在 CBD 之外圍 (Alonso, 1964)。

註二：開放都市主要是假設居民可自由遷徙、都市內居民之效用水準為已知等，請詳見 Fujita (1989)。

註三：此地兩期為理論上之分期，其長度視不同發展程度而有不同。

而第二期之發展則完全可預知 (perfect foresight)。

都市中包含四種經濟活動單位：家計單位、廠商、建設商及不在地主 (Absentee Landlord) (註四)。家計單位提供勞務給廠商，廠商支付薪資給家計單位；廠商生產單一產品 Q 作為外銷及都市內居民之消費；建設商向不在地主承租土地以提供樓地板面積給家計單位及廠商，因此建設商可決定那一期那一區位開發為住宅區或工業區，或完全不開發；由於建築物的耐久性及昂貴的拆遷成本，使得第一期興建的建築物，在第二期不能改建，亦即建物為耐久財，但每年均有折舊產生。所有的勞動力、土地及建築樓地板面積市場均假設為完全競爭市場。

2.2 家計單位

都市中居住的家計單位有著完全相同的偏好，由於都市為開放的，因此都市間的遷徙，將使得都市內之居民達到已知的全國性效用水準，此效用水準是由所享受的樓地板面積、當地生產的消費財、及進口的其他消費財所組成，效用函數為

$$u = U(S, Q, Z), \quad (2.1)$$

其中 u : 為全國性的效用水準，

S : 為樓地板面積，

Q : 地方性消費財，

Z : 進口的消費財。

為了分析方便起見，本模型假設消費者為了達到相同的全國性效用水準，每一期必須消費 q 單位的 Q ， z 單位的 Z ，以及一個單位的樓地板面積，即 $S=1$ 。

每一家計單位僅有一位工作者，而此工作者所得之工資為每一家計單位之唯一所得。家計單位之居住區位選擇，是考慮與 CBD 之距離，因為工作及購物地點均在此 CBD 內，假設每一家計單位每一期每單位距離之購物、工作的通勤的總成本 T ，因此每一家計單位每一期

註 四：不在地主是指地主不居住在研究之都市內，其所收之租金亦不用於都市內，請詳見 Alonso (1964)、 Fujita (1989)。

的預算限制如下（我們以下標表示期數）

$$W_i = OR_i(x) + Tx + P_i q + P_z z \quad (2.2)$$

其中 W_i ：為第 i 期的薪資水準， $i = 1, 2$ ，

$OR_i(x)$ ：為第 i 期、區位 x 之樓地板租金， $i = 1, 2$ ，

P_i ：為第 i 期的期地方性消費財價格， $i = 1, 2$ ，

P_z ：進口消費財之價格，假設為一，即 $P_z = 1$ (Alonso, 1964)。

由於每一家計單位有相同的所得，消費相同數量的消費財，因此在任何區位所花費在單位樓地板租金及通勤費用之和均相同，假設此費用為 TR_i^H , $i = 1, 2$ ；由於居住在區位 x 之家計單位的總通勤成本為 Tx ， x 區位的樓地板租金為

$$OR_i(x) = TR_i^H - Tx, \quad i = 1, 2. \quad (2.3)$$

2.3 廠商

都市內之廠商在兩期內均生產相同之財貨 Q ， Q_1 、 Q_2 ，每期生產量一部份供當地居民消費，一部份輸出；假設全國人口不斷增加，使得 Q 的消費量增加，因而

$$Q_2 > Q_1. \quad (2.4)$$

不論產品供當地消費或輸出，均須先運送至 CBD，運輸費用為每單位距離、每單位量為 t ，它的售價為 P_1 及 P_2 。生產函數為 Leontief 生產函數，每生產一單位的 Q 須使用 Sf 單位的樓地板面積， N 個單位的勞動力，以及 K 個單位的資本量；樓地板租金及薪資均為內生變數，單位資本成本兩期均為 s 。為了保證地方性消費不至於將總產量消耗掉，因此假設

$$\frac{1}{N} > q \quad (2.5)$$

由於廠商間為完全競爭，廠商利潤為零，因此

$$P_i = S_f OR_i + tx + NW_i + sK \quad (2.6)$$

由於每一單位產品的資本成本及勞動成本均相同，因此每一單位產品的樓地板租金成本及運輸成本之和均一致，假設此數量為 TR_i^Q ， $i = 1, 2$ 。由上述得知每單位產品須使用 S_f 單位的樓地板面積，因此在區位 x 上之每單位樓地板面積的運輸成本為 tx / S_f ，則商業區的樓地板租金為

$$OR_i(x) = TR_i^Q - tx / S_f, \quad i = 1, 2 \quad (2.7)$$

由於對第二期 Q 產品的需求的增加為已知的假設下，建設商將決定各期都市土地開發的策略。

2.4 建設商

建設商向不在地主承租土地建設後，將樓地板出租給家計單位及廠商。建設商所使用之資金及勞力均來自於都市外，其所得之利潤亦不用於都市內，因此建設商可視為不在建設商。

此建築成本為樓地板面積之函數，其公式如下（註五）：

$$C(x) = \alpha F(x)^2 \quad (2.8)$$

其中 $C(x)$ ：區位 x 之建築成本，

$F(x)$ ：區位 x 之總樓地板面積，

α ：參數值， $\alpha > 0$.

建設商在區位 x 之利潤為

$$\pi_c = OR_i(x)F(x) - \alpha F(x)^2 - R_i(x). \quad (2.9)$$

其中 $\pi_c(x)$ ：區位 x 建設商之利潤

$R_i(x)$ ：區位 x 之地租

註 五：此公式原為 $C(x) = \alpha F(x)^\beta$ ，其中 $\alpha > 0, \beta > 1$ ，此乃基於每單位面積上之樓地板數愈大，樓層東則愈高，建築成本愈大而來；為得到數學解，乃假設 $\beta = 2$ ，詳見 Tabuchi (1986), Liu (1988), and Grimaud (1989).

由於是完全競爭市場，因此市場達到均衡時都市內各區位之利潤必為零，所以區位 x 之地租函數為

$$R_i(x) = OR_i(x)F(x) - \alpha F(x)^2. \quad (2.10)$$

樓地板市場亦為完全競爭市場，當建設商取得區位 x 土地後，為追求利潤極大，會使每一區位之樓地板租金（即邊際收益）等於提供該樓地板之邊際成本，亦即

$$\begin{aligned} OR_i(x) &= \frac{d\{C[F(x)] + R_i(x)\}}{dF(x)} \\ &= 2\alpha F(x) \end{aligned} \quad (2.11)$$

此時平均成本亦等於平均收益，符合完全競爭市場之定義。

都市開發策略由建設商決定，包括何時開發為住宅區、工業區或不開發（即保留為空地）。由於拆遷成本的昂貴，因此第一期興建之建築物，第二期無法改變使用，亦即建築物為耐久財，無彈性可言，且在使用年限內，每年均有折舊產生，因此第一期已開發地區之地價在第二期時為

$$R_2(x) = OR_2(x)F(x) - (1-i)\alpha F(x)^2. \quad (2.12)$$

其中 i 為建築物的折舊率。

2.5 進一步的假設與說明

假設建築商可以預知兩期住宅及工業對樓地板的需求量，也就是兩期的發展策略均同時在第一期決定。

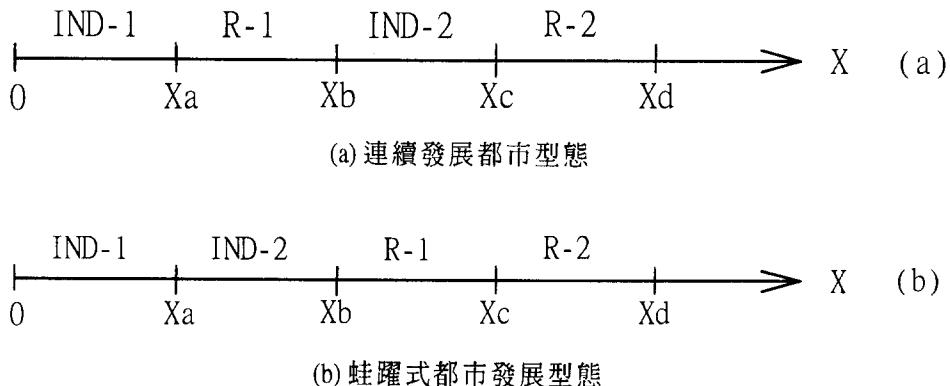
在前述單核心都市的假設前提下，即第一期達到均衡時工業區在中心，住宅區在外圍之首要必要條件為（註六）

$$\frac{t}{S_f} > T. \quad (2.13)$$

註 六：若不符合式(2.13)則不符合單核心都市之定義。

同樣的第二期的住宅區位將較第二期的工業區更遠離市中心區，但是第二期的發展是否均在第一期發展範圍之外側，則不能確定，這必須由 $tx \neq S_f$ 及 T 來決定，也許第一期在工業區及住宅區間保留一段空地，對建設商而言，也許是有利的，此即為在第一期有蛙躍式的都市發展。

在單核心都市發展達到均衡時，都市發展的模式將如圖一所示之一種，每一種都市發展均可分為四種分區，其中 IND-1 表示第一期發展的工業區、R-1 表示第一期發展的住宅區、IND-2 表示第二期發展的工業區、R-2 表示第二期發展的住宅區； X_a 、 X_b 、 X_c 、 X_d 為各使用區之界線。圖 1.a 所示為都市發展無蛙躍的情形產生，此種稱為連續發展都市形態；圖 1.b 所示為蛙躍的都市發展形態。由於本研究是探討不連續發展之都市結構，因此都市發展之其他均衡條件將在下節中加以介紹。



圖一：均衡的單核心都市結構

因此，由 (2.3) 式、(2.9) 式可得住宅區的建築樓地板面積為

$$F_i = \frac{TR_i^H - Tx}{2\alpha} \quad (2.14)$$

由於每一家計單位使用一單位之樓地板面積，因此住宅區之密度函數 $h(x)$ 為

$$h_i(x) = \frac{TR_i^H - Tx}{2\alpha} \quad (2.15)$$

由(2.7)式、(2.9)式可得工業區的建築樓地板面積為

$$F_i = \frac{TR_i^Q - tx/S_f}{2\alpha} \quad (2.16)$$

由於每生產一單位的 Q 須使用 S_f 單位的樓地板面積，因此工業區的密度函數 $b(x)$ 為

$$b_i(x) = \frac{TR_i^Q - t/S_f x}{2\alpha S_f} \quad (2.17)$$

三、蛙躍式都市發展形態

本節將探討蛙躍式的都市形態，第二期均衡時包含四種分區，依序為：第一期開發之工業區 (IND-1)、第二期開發之工業區 (IND-2)（但此區在第一期時為空地，即在第一期時為蛙躍式的發展）、第一期開發之住宅區 (R-1)、最外圍是第二期開發之住宅區 (R-2)。（見圖一之(b)）

3.1 第一期的均衡條件

第一期的均衡解包含有七個內生變數 $\{TR_1^Q, TR_1^H, W_1, P_1, X_a, X_b, X_c\}$ ，其中 X_a 為第一期工業區之外圍界線， X_b 及 X_c 分別為第一期住宅區的內側及外側的界線；由前述之假設得知

$$0 \leq X_a \leq X_b \leq X_c. \quad (3.1)$$

第一期的均衡條件如下：

(a) 家計單位的預算均衡條件

$$W_1 = TR_1^H + P_1 q + z. \quad (3.2)$$

(b) 廠商利潤均衡條件

$$P_1 = NW_1 + Ks + S_f TR_1^Q \quad (3.3)$$

(c) 樓地板市場均衡條件

$$TR_1^Q = \frac{tX_a}{S_f} + 2\sqrt{\alpha R_a} \quad (3.4)$$

$$TR_1^H = TX_c + 2\sqrt{\alpha R_a} \quad (3.5)$$

(3.4) 式表示工業區外圍 X_a 的樓地板租金為 $2\sqrt{\alpha R_a}$ (註七)；(3.5) 式表示住宅區外側邊界的樓地板租金為 $2\sqrt{\alpha R_a}$ 。

(d) 總活動量之限制

$$\int_0^{X_a} \frac{TR_1^Q - t/S_f X}{2\alpha S_f} dX = Q_1 \quad (3.6)$$

$$\int_{X_b}^{X_c} \frac{TR_1^H - TX}{2\alpha} dX = NQ_1 \quad (3.7)$$

(3.6) 式表示所有的廠商均位於工業區內；(3.7) 式表示所有的家計單位均位於住宅區內。

X_a 及 X_b 之間為第一期所保留之空地，當承租到靠近 X_a 區位土地時，建設商只會開發為工業區，其決策僅為第一期開發或第二期開發；同樣的若承租到 X_c 附近的土地時，建設商只會決定開發為住宅區，其決策僅為第一期開發或第二期開發。若承租到 X_b 附近的土地時，建設商則必須決定第一期開發為住宅區，或第一期不開發而等到第二期時開發為工業區。若選擇第一期開發為住宅區，其兩期所得之樓地板租金現值為

$$TR_1^H - Tx + \frac{1}{1+r} (TR_2^H - Tx) \quad (3.8)$$

註 七：均衡時區位 X_a 的地租為農地地租 R_a ，根據(2.10)及(2.11)即可得此條件。

若建設商選擇第二期開發為工業區，則兩期所得之樓地板租金現值為

$$\frac{1}{1+r} (TR_2^Q - \frac{tx}{S_f}). \quad (3.9)$$

保留空地之外圍界線 X_b 之決定為此兩種策略的收入現值完全相等，由 (3.8) 及 (3.9) 式得知

$$TR_1^H - TX_b = \frac{1}{1+r} [(TR_2^Q - \frac{tX_b}{S_f}) - (TR_2^H - TX_b)]. \quad (3.10)$$

(3.10) 式表示第一期開發為住宅區所得的利潤（式子的左邊）正好等於第二期開發為工業區所得之淨利潤（式子的右邊）。

3.2 第二期的均衡條件

第二期均衡解包含有五個內生變數： TR_2^Q , TR_2^H , W_2 , P_2 , 及 X_d . 其中 X_d 為第二期發展的都市邊界，亦即第二期住宅區擴大的範圍，因此

$$X_d \geq X_c. \quad (3.11)$$

相對於 (3.2)–(3.4) 式，第二期的均衡條件為

$$W_2 = TR_2^H + P_2 q + z. \quad (3.12)$$

$$P_2 = NW_2 + Ks + S_f TR_2^Q. \quad (3.13)$$

$$TR_2^H = TX_d + 2\sqrt{\alpha R_a}. \quad (3.14)$$

根據前述第二期 Q 產品生產量大於第一期之假設下，新的工業區範圍界線，將由 X_b 擴展至 X_c ，因此

$$\int_{X_a}^{X_b} \frac{TR_2^Q - \frac{tx}{S_f}}{2\alpha S_f} dx = Q_2 - Q_1. \quad (3.15)$$

由於 Q 產品產量的增加，勞動力的需求亦上升，為了容納新增加之家計單位，住宅區將由

X_c 擴展至 X_d ，即

$$\int_{X_c}^{X_d} \frac{TR_2^H - TX}{2\alpha} dx = N(Q_2 - Q_1). \quad (3.16)$$

根據前述之均衡條件得知，蛙躍式發展模式，通常只有在下列條件下產生：（附錄一）

$$\frac{t}{S_f} > (2 + r)T \quad (3.17)$$

(3.2)-(3.7)、(3.10)、(3.12)-(3.16) 式為一組十二條方程式包含十二個內生變數，直接由數學解有其困難，因此本研究利用 MATHEMATICA 套裝軟體以求得模擬解，在應用之前，必須先設定參數值；由於本研究是希望瞭解在相同的運輸條件及生產結構下，都市成長對都市結構之影響，因此，根據 (2.5)式、(2.13)式及 (3.17) 之條件下，設定 $\{R_a, N, q, t, S_f, T, Q_1, s, K, \alpha, z\}$ 為 $(10, 0.01, 10, 0.01, 0.005, 0.05, 10000, 1, 0.01, 0.5, 5)$ 。以探討預知第二期生產量 (Q_2) (註八) 及不同折現率下之都市結構。

由表一得知 $X_b, X_c, X_d, TR_1^H, TR_2^H, TR_2^Q, W_1, W_2, P_1$ 及 P_2 將隨著 Q_2 的增加而上升，亦即當預知都市成長愈快，愈多的空地將會在第一期保留下來，以作為第二期之工業區使用，因而使得兩期的都市範圍均將擴大；由於都市範圍的擴大，進而使得工業區邊緣地區的廠商、及住宅區邊緣的家計單位的運輸費用上升，使得都市範圍內之設廠及居住成本提高，進而由 (2.2) 式及 (2.6) 式得知家計單位的薪資及 Q 產品價格的上升。

由表二得知 $X_b, X_c, X_d, TR_1^H, TR_2^H, W_1$ 及 P_1 將隨著折現率的上升而減小，亦即折現率愈大表未來的現值愈小，因而使得居住成本的減少，進而使得均衡的薪資水準及第一期 Q 的產品價格下跌；而 TR_2^Q, W_2 及 P_2 將隨著折現率的上升而增加，此乃由於折現率愈大現值愈小所產生之結果。

註 八：一般而言，第一期產量已知下，第二期生產量愈大表都市成長愈快。

完全預知下兩期都市擴張模型之研究

表一 不同都市成長狀況下之都市結構

Q_2	15000	16000	17000	18000	19000	20000
X_a	5.1801	5.1801	5.1801	5.1801	5.1801	5.1801
X_b	7.0488	7.3564	7.6492	7.9292	8.1977	8.4560
X_c	27.150	27.458	27.751	28.031	28.299	28.557
X_d	37.707	39.995	42.231	44.418	46.560	48.659
TR_I^H	5.829	5.8450	5.8596	5.8736	5.8866	5.9000
TR_2^H	6.3575	6.4719	6.5837	6.6930	6.8001	6.9051
TR_I^Q	14.832	14.832	14.832	14.832	14.832	14.832
TR_2^Q	25.607	26.321	27.004	27.659	28.290	28.899
W_1	12.968	12.985	13.001	13.017	13.031	13.046
W_2	14.153	14.32	14.482	14.64	14.794	14.944
P_1	0.2138	0.2140	0.2141	0.2143	0.2144	0.2146
P_2	0.2795	0.2848	0.2898	0.2946	0.2993	0.3039

表二 不同折現率下之都市結構

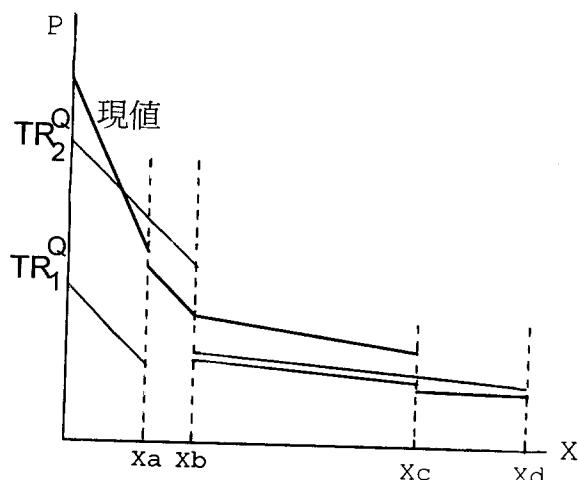
R	0.005	0.01	0.05	0.1	0.5
X_a	5.18013	5.18013	5.18013	5.18013	5.18013
X_b	7.04882	7.04546	7.01903	6.9869	6.76212
X_c	27.1506	27.1473	27.1208	27.0887	26.8639
X_d	37.7079	37.7045	37.6781	37.646	37.4212
TR_I^H	5.82967	5.8295	5.82818	5.82657	5.81533
TR_2^H	6.35753	6.35736	6.35604	6.35444	6.3432
TR_I^Q	14.8324	14.8324	14.8324	14.8324	14.8324
TR_2^Q	25.6073	25.628	25.7942	26.0038	27.7452
W_1	12.9681	12.9679	12.9664	12.9647	12.9522
W_2	14.1532	14.1542	14.1619	14.1712	14.2561
P_1	0.21384	0.21384	0.21382	0.21380	0.21368
P_2	0.27956	0.27968	0.28059	0.28173	0.29128

第一期的均衡樓地板租金為（見圖二）

$$\begin{aligned}
 OR_1 &= TR_1^Q - \frac{tx}{S_f}, \quad x \in [0, X_a] \\
 &= TR_1^H - Tx, \quad x \in (X_b, X_c] \\
 &= 0, \quad \text{其他}
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

第二期的均衡樓地板租金為（見圖二）

$$\begin{aligned}
 OR_2(x) &= TR_2^Q - \frac{tx}{S_f}, \quad x \in [0, X_b] \\
 &= TR_2^H - Tx, \quad x \in (X_c, X_d] \\
 &= 0, \quad \text{其他}
 \end{aligned} \tag{3.19}$$



圖二 均衡樓地板租金曲線

完全預知下兩期都市擴張模型之研究

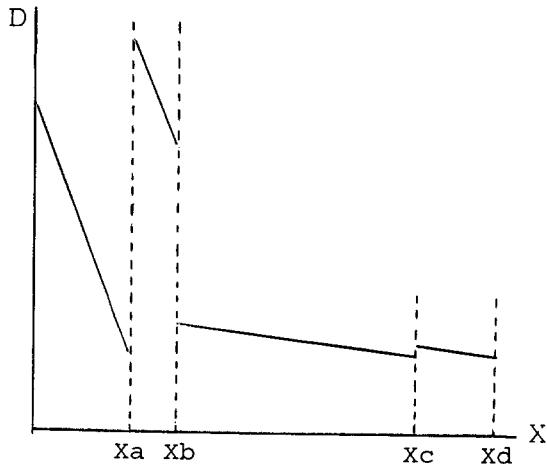
由圖二得知，兩期之樓地板租金曲線並不連續，現值亦不連續，僅在 X_b 處相等。

第一期的樓地板密度為（見圖三）

$$\begin{aligned}
 F(x) &= \frac{TR_1^Q - tx}{S_f}, & x \in [0, X_a] \\
 &= \frac{TR_1^H - Tx}{2\alpha}, & x \in (X_b, X_c] \\
 &= 0, & \text{其他}
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

第二期的樓地板密度為（見圖三）

$$\begin{aligned}
 F(x) &= \frac{TR_1^Q - tx}{S_f}, & x \in [0, X_a] \\
 &= \frac{TR_2^Q - tx}{2\alpha}, & x \in (X_a, X_b) \\
 &= \frac{TR_1^H - Tx}{2\alpha}, & x \in (X_b, X_c] \\
 &= \frac{TR_2^H - Tx}{2\alpha}, & x \in (X_c, X_d] \\
 &= 0, & \text{其他}
 \end{aligned} \tag{3.21}$$



圖三 樓地板密度

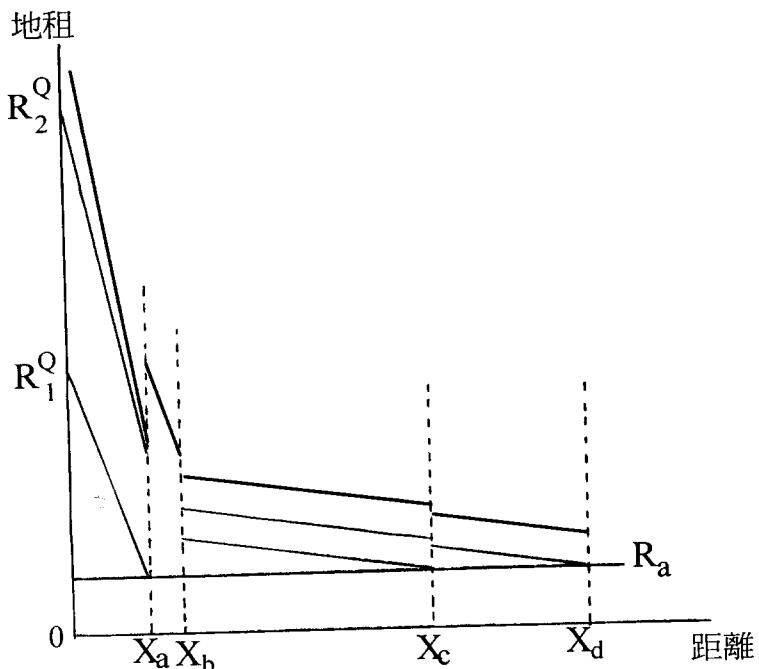
因此，兩期的土地租金分別為（見圖四）

$$\begin{aligned}
 R_1(x) &= (TR_1^Q - \frac{tx}{S_f}) \times \frac{TR_1^Q - tx}{2\alpha} - \alpha \left(\frac{TR_1^Q - tx}{2\alpha} \right)^2, \quad x \in [0, X_a] \\
 &= (TR_1^H - TX) \times \frac{TR_1^H - TX}{2\alpha} - \alpha \left(\frac{TR_1^H - TX}{2\alpha} \right)^2, \quad x \in (X_b, X_c] \quad (3.22) \\
 &= R_2, \quad \text{其他}
 \end{aligned}$$

完全預知下兩期都市擴張模型之研究

$$\begin{aligned}
 R_2(x) &= (TR_2^Q - tx/S_f) \times \frac{TR_1^Q - tx/S_f}{2\alpha} - (1-i)\alpha \left(\frac{TR_1^Q - tx/S_f}{2\alpha} \right)^2, \quad x \in [0, X_a] \\
 &= (TR_2^Q - tx/S_f) \times \frac{TR_2^Q - tx/S_f}{2\alpha} - \alpha \left(\frac{TR_2^Q - tx/S_f}{2\alpha} \right)^2, \quad x \in [X_a, X_b] \\
 &= (TR_2^H - Tx) \times \frac{TR_1^H - Tx}{2\alpha} - (1-i)\alpha \left(\frac{TR_1^H - Tx}{2\alpha} \right)^2, \quad x \in (X_b, X_c] \\
 &= (TR_2^H - Tx) \times \frac{TR_2^H - Tx}{2\alpha} - \alpha \left(\frac{TR_2^H - Tx}{2\alpha} \right)^2, \quad x \in (X_c, X_d] \\
 &= R_a, \quad \text{其他}
 \end{aligned}$$

(3.23)



圖四 地租曲線

五、結論

本研究結合 Mills 的不連續發展模型以及 Liu 與 Grimaud 的密度模型，來探討都市擴散對都市結構之影響。由以上分析得知，當預知都市成長愈快（即 Q_2 愈大）時，愈多的空地將會在第一期保留下來，以作為第二期之工業區使用，因而使得兩期的都市範圍均將擴大；由於都市範圍的擴大，進而使得工業區邊緣地區的廠商、及住宅區邊緣的家計單位的運輸費用上升，造成都市範圍內設廠及居住成本提高，因而家計單位的薪資及 Q 產品價格的上升。都市範圍、兩期住宅居住成本、第一期的薪資及當地生產之消費財價格將隨著折現率的上升而減小，亦即折現率愈大表示未來的現值愈小，因而使得居住成本的減少，進而使得均衡的薪資水準及第一期 Q 的產品價格下跌；而第二期的樓地板租金及運費之成本、薪資及當地生產之消費財價格，將隨著折現率的上升而增加，此乃由於折現率愈大現值愈小所產生之結果。

此外，由圖二、圖三、及圖四得知，第二期的樓地板租金、密度、及地租水準均大於第一期的水準，尤其是工業區上漲的幅度遠大於住宅區之幅度，此與運輸費率結構有關，此結論與 Mills 相同，然而，由圖二得知，均衡樓地板租金曲線、地租曲線之現值並不連續，此點與 Mills 結論並不相同（註九），此乃由於 Mills 假設在第一期時 $X_a X_b$ 間及 $X_c X_d$ 間之地租為零，而本研究第一期時 $X_a X_b$ 間及 $X_c X_d$ 間樓地板租金為零，但 X_a 及 X_c 處之樓地板租金為由 $2\sqrt{\alpha R_a}$ 降為零，因此造成 X_a 及 X_c 處租金現值之不連續，但工業區內之工業用樓地板現值均高於住宅使用之現值。由圖三得知，第一期為空地，即 $X_a X_b$ 間之樓地板密度高於第一期開發之工業區密度，此點與過去之研究相同，即都市擴散所留下的空地，是因為在當期的使用是無效率的，然而，就長期而言，必將被更高密度的使用所替代 (Boyce, 1963、Ohls and Pines, 1975)。至於圖四上所顯示地租之不連續，是由於地租為樓地板租金扣除建築成本後之結果，由於建築成本為密度之函數，在樓地板租金及密度均不連續的情形下，地租曲線亦不連續；但同樣的，地租曲線的現值在工業區內之工業使用高於住宅使用，住宅區內之住宅使用高於工業使用之現值。

註 九：Mills 並無樓地板租金，但其地租曲線的現值為連續之曲線。

此外由圖二得知，在 X_a 點處，第一期開發為工業區之樓地板租金現值高於第二期開發之現值，雖然由圖四得知地租現值較低，但由於都市開發是由建設商所決定，因此 X_a 點將在第一期開發。 X_c 點處在第一期開發之樓地板租金及地租均高於第二期開發； X_c 點處亦將於第一期開發。

本研究乃探討完全預知下之都市發展，由於都市計畫是預估未來都市成長而訂定土地使用分區管制及分期分區發展計畫，而目前台灣地區分期分區發展計畫無法實施之主要因素之一為劃為後期開發地主之反對（Lai, 1996），本模型證實後期開發地區之密度需求及樓地板租金均比該地區第一期開發有利，因此可作為都市計畫在制定分期分區發展時之參考。

本研究未來可繼續發展的方向為，1. 將樓地板面積固定之假設放鬆，使其成為較一般化之模型；2. 都市發展不確定性非常高，如何將此種不確定性納入本模型中，將是未來研究之重點之一。

參考文獻

- Alonso, W. 1964. *Location and Land Use*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.
- Boyce, Ronald R. 1963. "Myth Versus Reality in Urban Planning." *Land Economics* 39 (Aug.):241-51.
- Capozza, Dennis R. & Helsley Robert W. 1989 "The Fundamentals of Land Price and Urban Growth" *Journal of Urban Economics* 26:295-306.
- _____. & Sick Gordon 1994. "The Risk Structure of Land Markets" *Journal of Urban Economics* 35:297-319.
- Clawson, Marion. 1962. "Urban Sprawl and Speculation in Suburban Land." *Land Economics* 38 (May): 99-111.
- Fujita, Masahisa 1976. "Spatial Patterns of Urban Growth: Optimum and Market" *Journal of Urban Economics* 3:209-241.
- _____. 1976. "Toward a Dynamic Theory of Urban Land Use", *Papers Regional Science Association*. 37:133-65.
- _____. 1982. "Spatial Patterns of Residential Development" *Journal of Urban Economics* 12:22-52.
- Grimaud A. 1989. "Agglomeration Economics and Building Height" *Journal of Urban Economics* 25:17-31
- Lai, T-Y, 1996, "Urban Development in Taiwan: System, Issues, and Strategies" *Proceedings of International Symposium on City Planning 1996*.

- Liu, H-L. 1987. *A General Equilibrium Land Use Model: Spatial Interactions and Variable Density*, Ph.D. Dissertation, University of Pennsylvania.
- _____. 1988. "Two-sector Nonmonocentric Urban Land Use Model with Variable density" *Environment and Planning A* 25: 477-488.
- Mills, David E. 1981. "Growth, Speculation and Sprawl in a Monocentric City." *Journal of Urban Economics* 10:210-26.
- Ohls, James C., and Pines, David. 1975. "Discontinuous Urban Development and Economic Efficiency." *Land Economics* Vol. 51(August) : 224-34.
- Ottensmann, John R. 1977. "Urban Sprawl, Land Values and the Density of Development" *Land Economics* Vol. 53 (November) : 389-400.
- Peiser, Richard B. 1984. "Does It Pay to Plan Suburban Growth?" *Journal of the American Planning Association* (Autumn) : 419-33.
- _____. 1989. "Density and Urban Sprawl" *Land Economics*. Vol. 65 (August) : 193-204.
- Real Estate Research Corporation (RERC). 1974. *The Costs of Sprawl: Environmental and Economic Costs of Alternative Residential Development Patterns at the Urban Fringe*. Washington, D.C.: U.S. Government Printing Office.
- Schmid, A. Allan. 1968. *Converting Land from Rural to Urban Uses*. Baltimore: The Johns Hopkins Press for Resources for Future, Inc.
- Tabuchi T. 1986. "Urban agglomeration Economics in a Linear City" *Regional Science and Urban Economics* 16:421-436.
- Wheaton, William C. 1982. "Urban Residential Growth under Perfect Foresight" *Journal of Urban Economics* 12:1-21.

附錄一

在第二期得住宅區與工業區的界線 X_c 處

$$TR_2^Q - \frac{t}{S_f} X_c = TR_2^H - TX_c \quad (A1)$$

任何一點 $x < X_c$ 處，由 (2.12) 式得知

$$TR_2^Q - \frac{t}{S_f} x > T(x_d - x_c) + 2\sqrt{\alpha R_a} + \frac{t}{S_f}(X_c - x) \quad (A2)$$

在連續發展的都市結構中，住宅區的兩期的租金現值與工業區兩期的現值，在 x_a 處必相等，因此

$$TR_1^Q - \frac{t}{S_f} X_a + \frac{TR_2^Q - t/S_f X_a}{1+r} = TR_1^H - TX_a + \frac{TR_2^H - TX_a}{1+r} \quad (A3)$$

同理

$$TR_1^Q - \frac{t}{S_f} X_a + \frac{TR_2^Q - t/S_f X_a}{1+r} = TX_c + 2\sqrt{\alpha R_a} - TX_a + \frac{Tx_d + 2\sqrt{\alpha R_a} - Tx_a}{1+r} \quad (A4)$$

由於 $x_a < X_c$ ，因此將 (A2) 代入 (A4) 得

$$\begin{aligned} TR_1^Q - \frac{t}{S_f} X_a + \frac{T(x_d - x_c) + 2\sqrt{\alpha R_a}}{1+r} + \frac{t/S_f (X_c - X_a)}{1+r} \\ < T(x_c - x_a) + 2\sqrt{\alpha R_a} + \frac{T(x_d - x_a) + 2\sqrt{\alpha R_a}}{1+r} \end{aligned} \quad (A5)$$

整理後可得

$$\frac{(TR_1^Q - t/S_f X_a - 2\sqrt{\alpha R_a})(1+r)}{X_c - X_a} + \frac{t}{S_f} < T(2+r) \quad (A6)$$

左邊第一式為非負數，所以當 $t/S_f < (2+r)T$ 時，連續發展的都市型態必然成立。