

考試科目	微積分	所別	應用數學 A811	考試時間	3月18日 星期六	第3節
國立政治大學圖書館						
<p>1. Find all extrema of <math>x^2 + y^2 + z^2</math> subject to the constraints <math>x - y = 1</math> and <math>y^2 - z^2 = 1</math>. (17%)</p> <p>2. Show that, for each <math>a \in \mathbb{R}</math>, the series <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n}{n^2 + a}</math> converges conditionally. (17%)</p> <p>3. Show that, for all <math>a &gt; 0</math>, we have <math>\int_a^1 \frac{dx}{1+x^2} = \int_1^a \frac{dx}{1+x^2}</math>. (17%)</p> <p>4. Let <math>f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}</math> be a twice differentiable function. Suppose that there are three distinct points <math>x_1, x_2, x_3 \in (a, b)</math> such that <math>f(x_1) = f(x_2) = f(x_3) = 0</math>. Show that there is a point <math>c \in (a, b)</math> such that <math>f''(c) = 0</math>. (17%)</p> <p>5. Use the <math>\varepsilon - \delta</math> definition to show that if <math>f(x)</math> is continuous at <math>x = 0</math>, then <math>\lim_{x \rightarrow 0} f(\sin x) = 0</math>. (17%)</p> <p>6. Show that the surface area of the unit sphere in <math>\mathbb{R}^3</math> is <math>4\pi</math>. (15%)</p>						
備考	試題隨卷繳交					
命題委員：	82 (簽章)					

命題紙使用說明：1. 試題將用原件印製，敬請使用黑色墨水正楷書寫或打字（紅色不能製版請勿使用）。  
 2. 書寫時請勿超出格外，以免印製不清。  
 3. 試題由郵寄遞者請以掛號寄出，以免遺失而示慎重。

考試科目	線性代數	所別	數學教學碩士在職專班 AP11	考試時間	3月18日 星期六 第四節
------	------	----	-----------------	------	---------------

1. Label the following statements as true or false. In each part,  $V$  and  $W$  are finite-dimensional vector spaces (over  $F$ ), and  $T$  is a function from  $V$  to  $W$ . (5 pts each)

(a) If  $T$  is linear, then  $T$  preserves sums and scalar products.

(b) If  $T(x+y) = T(x) + T(y)$ , then  $T$  is linear.

(c) If  $T$  is linear, then  $T(0_V) = 0_W$ .

(d) If  $T$  is linear, then  $\text{nullity}(T) + \text{rank}(T) = \dim(W)$ .

(e) If  $T, U: V \rightarrow W$  are both linear and agree on a basis for  $V$ , then  $T = U$ .

(f) Given  $x_1, x_2 \in V$  and  $y_1, y_2 \in W$ , there exists a linear transformation  $T: V \rightarrow W$  such that  $T(x_1) = y_1$  and  $T(x_2) = y_2$ .

2. Find the appropriate matrix inverse to solve the system.

$$\begin{cases} 2x_2 + 4x_3 = 2 \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 3 \\ 3x_1 + 3x_2 + x_3 = 1. \end{cases} \quad (16 \text{ pts})$$

3. To evaluate the determinant of the matrix

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & -3 \\ -2 & -3 & -5 & 2 \\ 4 & -4 & 4 & -6 \end{pmatrix} \quad (15 \text{ pts})$$

備 考 試 題 隨 卷 繳 交

命 題 委 員 : : : 83 (簽章)

題紙使用說明: 1. 試題將用原件印製, 敬請使用黑色墨水正楷書寫或打字 (紅色不能製版請勿使用)。  
2. 書寫時請勿超出格外, 以免印製不清。  
3. 試題由郵寄遞者請以掛號寄出, 以免遺失而示慎重。



考試科目	線性代數	所別	數學教學碩士 在職專班 AB11	考試時間	3月18日 星期六	第四節
------	------	----	---------------------	------	--------------	-----

4. (a) Show that the following matrix  $A$  is diagonalizable.

(b) Find a  $2 \times 2$  matrix  $Q$  such that  $Q^{-1}AQ$  is a diagonal matrix.

(c) Compute  $A^n$  for any positive integer  $n$ .

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

(8 pts each)

5. Please find the Jordan Canonical form of

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

(15 pts)

備 考 試 題 隨 卷 繳 交

命 題 委 員 :

84

(簽章)

命題紙使用說明：1. 試題將用原件印製，敬請使用黑色墨水正楷書寫或打字（紅色不能製版請勿使用）。  
2. 書寫時請勿超出格外，以免印製不清。  
3. 試題由郵寄遞者請以掛號寄出，以免遺失而示慎重。