國立政治大學應用數學系

碩士學位論文

建模指標衡量財富公義性
Constructed index to measure the wealth justice

指導教授：曾正男　博士

研究生：張晉維　撰

中 華 民 國 109 年 6 月

DOI:10.6814/NCCU202000929

國 立 政 治 大 學 應 用 數 學 系

論文口試委員會審定書

張晉維 撰之碩士學位論文

建模指標衡量財富公義性

Constructed index to measure the wealth justice

業經本委員會審議通過

論文考試委員會委員：

____________________(簽名)

____________________(簽名)

____________________(簽名)

指導教授：____________________(簽名)

系 主 任：____________________(簽名)

中華民國 109 年 6 月 19 日

DOI:10.6814/NCCU202000929

致謝

當口委老師打開門說恭喜的那一刻，我的心中有著難以言喻的喜悅，終於完成碩士生最後一哩路—論文口試報告，同時也代表碩士求學生涯即將要劃下句點，所以在此想娓娓道來我的感謝之情。

這本論文能夠付梓完成，首要感謝是我的指導教授—曾正男老師，在論文撰寫的過程中，帶領我去思考如何運用數學建模進行詮釋，以及如何進行資料分析，老師總是很有耐心的向我詳盡解釋並傾聽我的疑問、撥空與我當面討論。很感謝老師也不時地關心我論文的近況，陪我釐清問題，才能逐步地將論文完成。

再者要感謝 政大應數系—吳柏林老師 以及 交通大學統計學研究所—盧鴻興老師 兩位口試委員在論文口試時提供珍貴的建議與想法，日後若有實作類似議題的機會時，也能拿來好好運用與探究。

碩士班的一門必修課實變函數論是陪伴我最久的一門科目，雖然在這門課上一路跌跌撞撞，但謝謝陳天進老師嚴謹充實的上課筆記和愛學生的心切，使我撰寫數學證明的能力有深刻的體悟與長足的進步，而最終我才能以感人的分數及格過關。

最後謝謝家人一路上給我的支持與關心，讓我放心且自信地以自身的步調完成學業。感謝在政大應數系遇見的每一位同學、老師以及系辦的兩位助教，這段日子與你們的相處互動及彼此分享，是我最深刻的回憶。在系上的生活是我最快樂的時光，由衷認為來政大應數系一遊，確實不虛此行!

張晉維　謹誌于

國立政治大學應用數學系

2020 年 6 月

DOI:10.6814/NCCU202000929

中文摘要

從 1980 年開始，全球貧富差距漸趨顯著，所得位於頂端的富人其財富吸收快速，進而能大量投資，使得富人與一般百姓的財富差距越拉越大。除此之外，像物資通膨率的上漲速度快過於薪資的成長，若是收入不高的人民其可支配所得就下降了，導致難有多餘的錢可儲蓄或投資，因此想翻身成為富人是難上加難。

本研究使用財政部財政資訊中心 93 年至 102 年之 20~30 歲申報資料，利用 Python 對資料做出轉移矩陣後再使用我們定義的兩個指標 (I_{mask_v} 和 $I_{justice}$) 反映財富階級流動的情形，進而觀察台灣之社會公義性如何演變。

多數文獻探討財富階級流動時，對財富價值只用 5 等分到 25 等分切分程度進行分析。而此次研究將提供數據佐證，在探討財富階級流動這一類的社會科學問題下要切 70 等分至 160 等分才能完整解釋，切太少或過多等分都可能影響到對財富公義性的詮釋。另外透過 $I_{justice}$ 也觀察出台灣在民國 95~96 年以及民國 96~97 年，當時的社會是比較公平。

關鍵字：財富階級流動，轉移矩陣，社會公義

DOI:10.6814/NCCU202000929

Abstract

Since 1980, the gap between the haves and have-nots has become increasing significantly, the haves whose income at the top build wealth quickly and then can invest heavily, making more gaps with people. Additionally, the increase of the inflation rate is faster than the growth of wages that result in a decline in disposable income for people with low incomes, so they are difficult to have extra money to save or invest, therefore, it is more difficult to up to the rich.

Fiscal Information Agency, Ministry of Finance provides the data which is about 2004 to 2013 financial declaration of 20 to 30 year-old individual. Use python to sort out the data to make transition matrix and then with the two indicators (I_{mask_v} and $I_{justice}$) which is constructed in this research to response the mobility of wealth hierarchy and explore the evolution of the wealth justice.

Most of the literature discuss issue about the mobility of wealth hierarchy,only use 5 equal divisions to 25 equal divisions on the value of wealth and then to interpret the wealth justice. But in this research ,we will provide data support that want to fully explain on the social science problem of the mobility of wealth hierarchy, it is necessary to use 70 equal divisions to 160 equal divisions on the value of wealth. Too little or too many equal divisions may affect the interpretation of the wealth justice. In addition, we observed that from 2006 to 2007 and from 2007 to 2008, $I_{justice}$ points out that society was fair at the time.

Keywords: Mobility of wealth hierarchy, Transition matrix, Social justice

DOI:10.6814/NCCU202000929

目錄

DOI:10.6814/NCCU202000929

DOI:10.6814/NCCU202000929

表目錄

DOI:10.6814/NCCU202000929

DOI:10.6814/NCCU202000929

DOI:10.6814/NCCU202000929

圖目錄

DOI:10.6814/NCCU202000929

DOI:10.6814/NCCU202000929

第一章　緒論

第一節　研究背景

2018 年《世界不平等報告》指出大約從 1970 年開始至今，貧富差距的現象越來越明顯，並且提及世界各國排名前百分之十的富人所持有的收入佔該國人民總收入在歐洲為 37% 一直到中東地區的 61%。[1]

有一個資料庫名為 World Inequality Database(WID)，其創建目的在於用更好的計算方式來追蹤財富不平等或者所得不平等的演變過程。在這個資料庫中，有個很方便的功能在可以看每個國家所得排名位居前端的富人佔全國人民所得的比例，並且秀出走勢圖。倘若該比例的值越高，則代表所得逐漸朝向頂尖富人集中。

從 WID 選取美國跟台灣兩個國家，我們鎖定 1980~2010 年這段時期，觀察比例走勢圖的情形。在美國的部分，前 1% 富人所得佔美國國民所得從 11% 一路攀升到 20% [2]；在台灣的部分，前 1% 富人所得佔台灣國民所得從 6% 一路攀升到 11% [3]。結合二者，似乎有呼應到第一段提及貧富差距漸趨明顯的現象。但從另外一個角度來看這兩個國家倒是有一個共同點，在西元 2008~2009 年，比例走勢反而都下降了，探究原因，自從 2007 年 (民國 96 年) 開始次級房貸風暴造成金融混亂一直到 2008 年 (民國 97 年) 雷曼兄弟宣布破產引起金融海嘯，一連串金融危機事件波及到頂尖富人不動產的價值，因此導致跌幅現象產生。

看完上述美國與台灣的情形，依然有個疑問是為何頂尖富人占全國所得比例會有拉高趨勢? 其關鍵因素在於他們個人總所得裡賺取資本所得的比例非常高。台灣經濟學家朱敬一研究指出，所得排名在前 20% 的人之薪資部分佔總所得的 72.56%。然而，所得排名在前 0.01% 人，薪資部分只佔總所得 6.94%，但是資本所得就佔 92.27%。[4]

DOI:10.6814/NCCU202000929

第二節　研究動機

WID 使用前 1% 和前 10% 富人所得佔全國國民所得的比例來觀察財富不公義之趨勢。另外在探討收入分配是否公平的問題，吉尼係數 (Gini Coefficient) 是一個常用的指標去衡量。而本文也想嘗試定義測度 (measure) 或者稱作指標來反映財富階級流動是否公義，藉由指標探索過去幾年台灣在哪些時段是比較公義的，並同時觀察有沒有與當時社會背景相呼應。除此之外，因為我們定義出的指標會受到財富價值被切多少等第所影響，因此本研究藉此探討要對申報人的財富價值切多少等分，才能完整解釋階級流動的情形。

DOI:10.6814/NCCU202000929

第二章　資料描述

財政部財政資訊中心 (以下簡稱財資中心) 提供研究者可分析的檔案為 93 年至 102 年之 20~30 歲申報資料 (經過資料整理後共 96585 筆)。由於申報檔裡面擁有非常多的變數，因此本文只先擷取房屋價值、土地價值、股票價值來分析，並且把這三項變數做加總來代表一個人的財富價值。

因為財資中心的申報檔不提供攜出，所以我們在本章會先對上述三項變數做敘述統計，使得閱讀者對申報檔稍微有個感覺與了解，接著對財富價值也做敘述統計以利參考，到最後從敘述統計的結果來整理出研究者初步的發現。

表 2.0.1　93 年三項變數的敘述統計

93 年申報資料	房屋價值	土地價值	股票價值
平均數	66,954	1,008,209	574,916
標準差	234,451	4,019,362	4,166,040
Q1、Q2、Q3	0、0、0	0、0、658,703	0、78,060、350,000
最大值	13,379,700	222,790,214	570,415,257
最小值	0	0	0

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 2.0.2　94 年三項變數的敘述統計

94 年申報資料	房屋價值	土地價值	股票價值
平均數	75,679	1,152,742	644,339
標準差	260,918	4,581,540	5,582,108
Q1、Q2、Q3	0、0、2,700	0、0、781,356	0、93,174、400,000
最大值	19,983,400	291,123,292	1,036,148,720
最小值	0	0	0

表 2.0.3　95 年三項變數的敘述統計

95 年申報資料	房屋價值	土地價值	股票價值
平均數	82,480	1,244,230	754,789
標準差	282,944	4,953,258	6,670,874
Q1、Q2、Q3	0、0、16,400	0、0、868,683	0、94,875、409,371
最大值	17,753,400	299,757,365	1,083,427,455
最小值	0	0	0

表 2.0.4　96 年三項變數的敘述統計

96 年申報資料	房屋價值	土地價值	股票價值
平均數	93,051	1,311,093	1,066,568
標準差	367,158	5,173,098	11,597,541
Q1、Q2、Q3	0、0、36,166	0、0、928,385	0、100,000、500,000
最大值	57,822,400	307,685,831	2,099,789,356
最小值	0	0	0

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 2.0.5 97 年三項變數的敘述統計

97 年申報資料	房屋價值	土地價值	股票價值
平均數	101,757	1,418,370	984,880
標準差	337,980	6,009,515	8,467,588
Q1、Q2、Q3	0、0、49,600	0、0、1,020,008	0、100,000、500,000
最大值	17,616,900	647,918,526	1,631,706,625
最小值	0	0	0

表 2.0.6 98 年三項變數的敘述統計

98 年申報資料	房屋價值	土地價值	股票價值
平均數	114,703	1,534,637	1,110,926
標準差	373,976	6,776,209	11,262,857
Q1、Q2、Q3	0、0、66,400	0、0、1,120,722	0、100,000、516,777
最大值	19,096,000	749,619,770	1,895,675,818
最小值	0	0	0

表 2.0.7 99 年三項變數的敘述統計

99 年申報資料	房屋價值	土地價值	股票價值
平均數	131,381	1,850,647	1,346,255
標準差	449,184	9,945,894	12,181,106
Q1、Q2、Q3	0、0、85,700	0、0、1,320,267	0、100,000、605,752
最大值	35,236,100	1,066,238,969	1,613,014,347
最小值	0	0	0

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 2.0.8　100 年三項變數的敘述統計

100 年申報資料	房屋價值	土地價值	股票價值
平均數	144,449	2,109,892	1,446,533
標準差	468,065	12,161,811	12,677,524
Q1、Q2、Q3	0、0、106,600	0、0、1,528,055	0、108,600、686,558
最大值	30,782,200	1,859,002,779	1,338,303,927
最小值	0	0	0

表 2.0.9　101 年三項變數的敘述統計

101 年申報資料	房屋價值	土地價值	股票價值
平均數	162,743	2,384,008	1,413,781
標準差	507,120	15,872,637	9,993,053
Q1、Q2、Q3	0、0、133,300	0、0、1,752,062	0、113,020、700,000
最大值	29,951,800	3,021,944,339	914,249,154
最小值	0	0	0

表 2.0.10　102 年三項變數的敘述統計

102 年申報資料	房屋價值	土地價值	股票價值
平均數	183,870	2,915,915	1,629,447
標準差	633,196	20,155,675	14,234,588
Q1、Q2、Q3	0、0、154,000	0、60,948、2,134,032	0、129,666、775,119
最大值	50,439,800	3,465,977,636	1,685,069,328
最小值	0	0	0

DOI:10.6814/NCCU202000929

由表 2.0.1 到表 2.0.10 觀察出幾個現象:

(一) 三個資產價值的標準差隨著每一年有上升，表示貧富差距有可能漸漸拉大的現象。

(二) 從每一年的申報資料，雖然三個資產價值平均數有隨著每一年有上升，但是也發現標準差都大於平均數，或者是資產價值的最大值遠遠超過平均數，表示若只單看平均數的成長，還不足以反應整個社會經濟的成長。

(三) 從 93 年到 101 年的房屋價值以及土地價值之 Q1，Q2 為 0，以及最小值為 0，反映出多數 20~30 歲申報人是沒有這兩項資產。

(四) 從每一年的申報資料，更發現三項資產的 Q3 小於平均數。表示資產排名在越前端的人，擁有資產越多，與排名在 Q3 之前的申報人之資產價值落差極大，間接顯示出貧富差距是有可能的。

小結: 從民國 100 年開始影響 20~30 歲申報人所擁有的資產價值會以土地價值為主導，因為土地價值的平均數、標準差、Q3、最大值都大過於房屋及股票價值，表示頂尖富人其擁有土地價值遠大過於大多數的申報人。另外從最大值與最小值相差幅度大過於平均數成長的幅度，表示貧富差距拉大的現象是快過於經濟成長幅度。

接下來的表 2.0.11 到表 2.0.20，是把申報人的房屋價值、土地價值、股票價值這三項變數做加總來代表一個人的財富價值，然後對財富價值做敘述統計後再整理成表格。

表 2.0.11 93 年財富價值的敘述統計

	93 年申報人財富價值
平均數	1,650,081
標準差	5,862,875
Q1、Q2、Q3	114,906、460,749、1,400,000
最大值	573,050,216
最小值	0

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 2.0.12 94 年財富價值的敘述統計

	94 年申報人財富價值
平均數	1,872,761
標準差	7,348,503
Q1、Q2、Q3	137,667、500,000、1,586,778
最大值	1,038,598,293
最小值	0

表 2.0.13 95 年財富價值的敘述統計

	95 年申報人財富價值
平均數	2,081,500
標準差	8,530,573
Q1、Q2、Q3	148,330、513,667、1,739,995
最大值	1,083,427,455
最小值	0

表 2.0.14 96 年財富價值的敘述統計

	96 年申報人財富價值
平均數	2,470,713
標準差	12,926,333
Q1、Q2、Q3	178,593、600,000、1,998,157
最大值	2,102,008,655
最小值	0

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 2.0.15　97 年財富價值的敘述統計

	97 年申報人財富價值
平均數	2,505,008
標準差	10,768,602
Q1、Q2、Q3	180,000、637,030、2,097,425
最大值	1,631,706,625
最小值	0

表 2.0.16　98 年財富價值的敘述統計

	98 年申報人財富價值
平均數	2,760,267
標準差	13,626,177
Q1、Q2、Q3	191,964、692,239、2,262,568
最大值	1,895,675,818
最小值	0

表 2.0.17　99 年財富價值的敘述統計

	99 年申報人財富價值
平均數	3,328,285
標準差	16,511,326
Q1、Q2、Q3	200,000、800,000、2,654,321
最大值	1,614,984,496
最小值	0

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 2.0.18　100 年財富價值的敘述統計

	100 年申報人財富價值
平均數	3,700,875
標準差	18,682,209
Q1、Q2、Q3	216,200、900,000、2,980,046
最大值	1,976,710,601
最小值	0

表 2.0.19　101 年財富價值的敘述統計

	101 年申報人財富價值
平均數	3,960,533
標準差	20,417,547
Q1、Q2、Q3	230,000、994,123、3,210,155
最大值	3,141,857,447
最小值	0

表 2.0.20　102 年財富價值的敘述統計

	102 年申報人財富價值
平均數	4,729,233
標準差	26,769,148
Q1、Q2、Q3	251,962、1,101,697、3,739,018
最大值	3,566,939,521
最小值	0

DOI:10.6814/NCCU202000929

由表 2.0.11 到表 2.0.20 觀察出幾個現象:

(一) 申報人財富價值的標準差隨著每一年有上升，表示貧富差距有可能漸漸拉大的現象。

(二) 從每一年的申報資料，雖然財富價值的平均數有隨著每一年有上升，但也發現標準差都大於平均數; 或者是財富價值的最大值遠遠超過平均數，表示若只單看平均數的成長，還不足以反應整個社會經濟的成長。

(三) 從每一年的申報資料，更發現財富價值的 Q1~Q3 都小於平均數。表示財富排名在越前端的人是擁有大量的財富，與排名在 Q3 之前的申報人之財富價值相距甚遠，顯示出貧富差距是可能存在的。

小結: 從最大值與最小值相差幅度大過於平均數成長的幅度，表示貧富差距拉大的現象是快過於經濟成長幅度。另外從 Q2 以及平均數初步判斷，因為平均數大於 Q2(中位數)，代表 20~30 歲申報人的財富價值分配可能是呈現右偏，意即大多數的申報人是偏向貧窮的。

DOI:10.6814/NCCU202000929

第三章　研究方法

本研究因為要探討財富階級流動的議題，因此會對財富價值進行等第切分，看看申報人會從第幾等地轉到第幾等地，這個就會用到馬可夫過程進而做出轉移矩陣。然後我們期待一個好的社會應該是在貧窮階段的人不要再往貧窮階段，而在富有階段的人不再更為富有，進而達成貧富差距縮小，實現財富正義。而衡量一個社會的財富階級流動之公義性就得建模設計出指標，藉由指標來客觀反映公義性的好壞。

所以在本章中，首先第一節透過名詞介紹來瞭解何謂馬可夫過程以及轉移矩陣，接著第二節藉由馬可夫過程對資料處理而做出轉移矩陣後再搭配第三、四節我們定義的兩種指標 (一個是 I_{mask_v}，另一個是 $I_{justice}$) 來說明我們是如何建模來衡量社會公義性。

第一節　名詞介紹

一、 隨機過程

所謂隨機過程，意旨隨機變數所構成的集合，也就是 $\{X(t) \mid t \in T\}$，這裡的 T 是一個指標集合 (通常指時間)。若 T 集合是有限或是可數的話，則稱 $\{X(t) \mid t \in T\}$ 是一個離散型的隨機過程; 若 T 集合不是有限且不是可數的話，則稱 $\{X(t) \mid t \in T\}$ 是一個連續型的隨機過程。

二、 狀態空間

所謂狀態空間，意旨 $X(t)$ 所有可能出現的結果所構成的集合，我們稱為 S。若 S 集合是有限或是可數的話，則稱 S 是一個離散型的狀態空間; 若 S 集合不是有限且不是可數的話，則稱 S 是一個連續型的狀態空間。

三、 馬可夫過程

馬可夫過程是一個具有馬可夫性質的隨機過程。而為了要建構出轉移矩陣，我們限定這裡的隨機過程是離散型，且狀態空間也是離散型。

DOI:10.6814/NCCU202000929

所謂馬可夫性質，意即符合下面這個等式

$\Pr\{X(t)=i \mid X(t-1)=j\,, X(t-2),\cdots, X(1)\} = \Pr\{X(t)=i \mid X(t-1)=j\} \equiv p_{ij}$

p_{ij} 指從時間為 $t-1$ 的狀態 j 到時間為 t 的狀態 i 所發生的機率，稱為轉移機率。且 $X(t)$ 發生的機率僅與 $X(t-1)$ 有關，跟 $X(t-2),\cdots,X(1)$ 沒有關聯。

四、 轉移矩陣

有了轉移機率，我們就可建構矩陣 P 如下:

$$P=\begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{nn} \end{pmatrix}$$

此 P 矩陣若符合下述兩個條件，則稱 P 為轉移矩陣。

(1) $p_{ij} \geq 0,\ 1 \leq\ i,j\ \leq n$

(2) $\sum_{i=1}^{n} p_{ij} = 1,\ \ j=1,...,n$

DOI:10.6814/NCCU202000929

五、 機率向量

令向量 $\boldsymbol{q} = \begin{pmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_n \end{pmatrix}$，若符合 $q_i \geq 0,\ i = 1, ..., n$ 且 $\sum_{i=1}^{n} q_i = 1$，則稱 $\boldsymbol{q}$ 為機率向量。

六、 馬可夫鏈

令 $\boldsymbol{x_0}, \boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{x_2}, ...$ 是一序列的機率向量，且 P 是一個轉移矩陣，使得

$$\boldsymbol{x_{k+1}} = P\boldsymbol{x_k} \qquad k = 0, 1, 2, ...$$

則稱 $\{\boldsymbol{x_k}\}_{k\in\mathbb{N}}$ 是一個馬可夫鏈，而這裡的 $\boldsymbol{x_k}$ 通常稱作狀態向量。若 $\lim_{k\to\infty} \boldsymbol{x_k} = \boldsymbol{x}$ 的話，則我們稱 $\boldsymbol{x}$ 為穩定狀態向量。

DOI:10.6814/NCCU202000929

七、 關於轉移矩陣的定理

[定理 1] 若一個馬可夫鏈伴隨著轉移矩陣 P 收斂到一個穩定狀態向量 $\boldsymbol{x}$，則

(i) $\lambda = 1$ 是 P 的特徵值

(ii) $\lambda = 1$ 所對應的特徵向量為穩定狀態向量 $\boldsymbol{x}$

[定理 2] 若 P 是一個 $n \times n$ 的轉移矩陣具有 n 個特徵值 $\{\lambda_i\}_{i=1}^n$ 以及對應的特徵向量 $\{\boldsymbol{v_i}\}_{i=1}^n$ 是線性獨立於 $\mathbb{R}^n$ 空間，且 $\lambda_1 = 1$ 是 P 的 dominant eigenvalue ，也就是滿足 $|\lambda_1| > |\lambda_2| \geq |\lambda_3| \geq ... \geq |\lambda_n|$ 的話，則任意一個馬可夫鏈必收斂至穩定狀態向量 $c_1\boldsymbol{v_1}$，$c_1 \in \mathbb{R}$ 且收斂速率與 $|\lambda_2/\lambda_1|$ 有關。

$Proof\ of$ [定理 1] (i)

考慮 P 的轉置矩陣 P^T，令 $\boldsymbol{y} = [1, 1, ..., 1]^T$，則 $P^T\boldsymbol{y} = 1 \cdot \boldsymbol{y}$，所以 1 是 P^T 的特徵值，若且唯若 1 也是 P 的一個特徵值。

$Proof\ of$ [定理 1] (ii)

令第 k 次狀態向量為 $\boldsymbol{x_k} = [x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, ..., x_n^{(k)}]^T$，加上假設條件說馬可夫鏈會收斂到穩定狀態向量 $\boldsymbol{x}$，因此 $P\boldsymbol{x} = P(\lim_{k\to\infty}\boldsymbol{x_k}) = \lim_{k\to\infty}(P\boldsymbol{x_k}) = \lim_{k\to\infty}\boldsymbol{x_{k+1}} = \boldsymbol{x} = 1 \cdot \boldsymbol{x}$，所以 $\lambda = 1$ 所對應的特徵向量就是穩定狀態向量 $\boldsymbol{x}$。

$Proof\ of$ [定理 2]

令 $\boldsymbol{x_0}$ 是一個在 $\mathbb{R}^n$ 中的非零狀態向量，因為 $\{\boldsymbol{v_i}\}_{i=1}^n$ 是線性獨立，所以 $\boldsymbol{x_0} = c_1\boldsymbol{v_1} + c_2\boldsymbol{v_2} + \cdots + c_n\boldsymbol{v_n}$ 這個等式是可以成立的，接著把 P 乘以 $\boldsymbol{x_0}$，得到 $\boldsymbol{x_1} = P\boldsymbol{x_0} = c_1(P\boldsymbol{v_1}) + c_2(P\boldsymbol{v_2}) + \cdots + c_n(P\boldsymbol{v_n}) = c_1(\lambda_1\boldsymbol{v_1}) + c_2(\lambda_2\boldsymbol{v_2}) + \cdots + c_n(\lambda_n\boldsymbol{v_n})$，所以依此類推，$\boldsymbol{x_m}$ 就可表示成

$$\boldsymbol{x_m} = c_1(\lambda_1^m\boldsymbol{v_1}) + c_2(\lambda_2^m\boldsymbol{v_2}) + \cdots + c_n(\lambda_n^m\boldsymbol{v_n}) = \lambda_1^m[c_1\boldsymbol{v_1} + c_2(\frac{\lambda_2}{\lambda_1})^m\boldsymbol{v_2} + \cdots + c_n(\frac{\lambda_n}{\lambda_1})^m\boldsymbol{v_n}] \quad (\star)$$

對 $i = 2, ..., n$，因為 $|\lambda_i/\lambda_1| < 1$，所以當 m 趨近於無窮大，$|\lambda_i/\lambda_1|$ 就趨近於 0，因此從 $(\star)$ 得到以下極限式

$$\lim_{m\to\infty}\boldsymbol{x_m} = \lim_{m\to\infty}\frac{\boldsymbol{x_m}}{\lambda_1^m} = c_1\boldsymbol{v_1}$$

表示若 P 符合前提假設條件，則給定任意一個馬可夫鏈必收斂至穩定狀態向量。另外從 $(\star)$ 觀察，若 $|\lambda_2/\lambda_1|$ 這個比例越小，則收斂到穩定狀態向量的速度就會越快。

DOI:10.6814/NCCU202000929

第二節　從資料建構轉移矩陣

本節使用財富價值來做分析，並假設從 93∼102 年，申報人擁有的財富價值過程符合馬可夫過程，因此就可準備建構出轉移矩陣。首先把每一年申報人的財富價值都由小排到大，並分別切成 5 等分、10 等分、15 等分，一直到 200 等分後，再用轉移矩陣把申報人財富流動的現象給做出來。而做法以 93 至 94 年的 10 等分為例，先製作一個 10×10 的零矩陣 A，接下來把 93 年財富價值由小排到大，並且切分成 10 等分; 再把 94 年財富價值由小排到大，並且切分成 10 等分。本研究令等第愈小為愈貧窮，等第愈大為愈富有。當等分切完後，如果 93 年申報人財富價值是屬於第 j 等第 $(1\leq j\leq 10)$，到 94 年變為第 i 等第 $(1\leq i\leq 10)$ 的話，就在 A 矩陣 a_{ij} 的位置加一，當所有申報人的財富等第變化都在相對應 a_{ij} 加一之後，最終把 a_{ij} 除以第 j 行的總人數，如此過程所得出的矩陣即為我們要的轉移矩陣 P。

所以此次轉移矩陣的產出從 93 至 94 年的 5 等分一個、94 至 95 年的 5 等分一個，⋯，101 至 102 年的 5 等分一個、93 至 94 年的 10 等分一個、94 至 95 年的 10 等分一個，⋯，最後到 101 至 102 年的 200 等分一個，總共會有 360 個。

有了轉移矩陣，本研究將定義出兩種可能的指標來探討財富公義性的議題，分別為 I_{mask_v} 和 $I_{justice}$。接下來會先說明兩種指標定義的方式，再來會用三種模擬資料透過 I_{mask_v} 和 $I_{justice}$ 的計算，去檢視我們定義的指標是否合理。

第三節　I_{mask_v}

一、 I_{mask_v} 定義

在這一節本文利用轉移矩陣的主對角元素做分析，主對角元素值的意思即從 T 時刻到 T+1 時刻，有多少的機率是申報人的財富等第維持一樣。

若貧富差距的現象一直存在，則算是一種社會不公義，代表貧窮的人依然貧窮; 富有的人依然富有。據此，理論上轉移矩陣的主對角元素在左上角部分機率值為偏大 (亦即從 T 時刻到 T+1 時刻，貧窮人之財富等第幾乎就一直維持在貧窮階段); 在右下角部分機率值也偏大 (亦即從 T 時刻到 T+1 時刻，富人之財富等第幾乎就一直維持在富有階段)。

至於在主對角中間部分的機率值是否有參考價值呢? 後來想到 M 型社會也算是一種社會不公義。M 型社會意旨中產階級人數減少，進而往兩端移動，所以對應到我們

DOI:10.6814/NCCU202000929

的轉移矩陣，理論上主對角中間部分機率值為偏小 (亦即從 T 時刻到 T+1 時刻，中產階級的人之財富等第會往貧窮或富有移動，因此不容易停留在中產階段)。

融合上述若我們想從轉移矩陣抽取主對角線元素在「橫軸為財富等第，縱軸為轉移機率」上面畫出折線圖，因為不公義的社會所對應到轉移矩陣之主對角元素在左上部分偏大，到中間偏小，最後到右下部分又偏大，所以畫起來就像是個 V 的形狀。

接著要建構一個 V 來當作基準，用這個 V 跟轉移矩陣的主對角元素建模出 I_{mask_v} 來初步參考社會是否公義，因為本節只使用主對角部分，所以還無法充分反映整體社會財富階級流動的樣貌，僅能知道在貧窮與富有階段的人，是否還是繼續滯留; 在中產階段的人，是否有往兩端移動的趨勢。

建構的部分，因為切成 n 等分的 n 有奇偶數問題，所以會有兩種 V。

若 n 為奇數，令 $m = (n+1)/2$，定義

$$v_{ii} = \begin{cases} 1 & i = 1 \\ \dfrac{m-i}{m-1} & 1 < i < m \\ 0 & i = m \\ \dfrac{m-i}{m-n} & m < i < n \\ 1 & i = n \end{cases}$$

若 n 為偶數，令 $m = n/2$，定義

$$v_{ii} = \begin{cases} 1 & i = 1 \\ \dfrac{m-i}{m-1} & 1 < i < m \\ 0 & i = m \\ 0 & i = m+1 \\ \dfrac{m+1-i}{m+1-n} & m+1 < i < n \\ 1 & i = n \end{cases}$$

DOI:10.6814/NCCU202000929

最後建模指標的部分，用我們第二節做出來的轉移矩陣取主對角元素形成一個向量 $\boldsymbol{p} = (p_{11}，p_{22}，\cdots，p_{nn})$ 以及剛剛建構的 V 形成一個向量 $\boldsymbol{v} = (v_{11}，v_{22}，\cdots，v_{nn})$，接著把 $\boldsymbol{p}$ 跟 $\boldsymbol{v}$ 做單位化後再互相做內積，而算出來的內積值即為我們的 I_{mask_v}

因為向量已單位化後做內積，再加上 $p_{11}，\cdots，p_{nn}，v_{11}，\cdots，v_{nn}$ 都是正數，所以 I_{mask_v} 的範圍只會落在 $[0, 1]$。若 I_{mask_v} 越接近 1，代表把 $p_{11}，p_{22}，\cdots，p_{nn}$ 畫在「橫軸為財富等第，縱軸為轉移機率」的話，所形成的點圖或者連成折線圖就會跟 V 長的越像，因此表示社會可能越傾向不公義的趨勢; 若 I_{mask_v} 越接近 0，表示社會可能越傾向公義的趨勢。

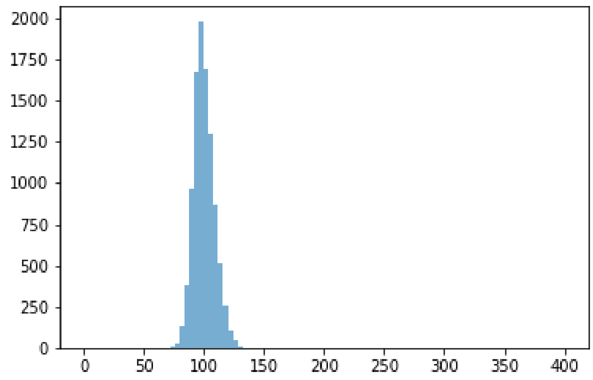
二、 I_{mask_v} 解釋模擬資料

在剛剛已建構出 I_{mask_v}，在實際套入 93~102 年申報資料之前，先用三種財富階級流動的模擬資料 (有 10000 個樣本) 去算出 I_{mask_v}，看看這三種模擬的 I_{mask_v} 分別會落在哪段區間，而到時候使用實際資料去算 I_{mask_v} 才會比較了解該時段的社會背景比較像哪一種階級流動之滯留情形。

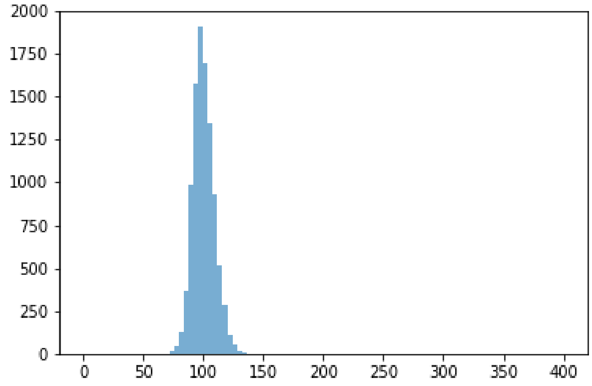
(一) 模擬一: 常態分配的財富階級流動之滯留情形

第一個要模擬社會是公義的情況: 令 T=0 時，從 $Normal(100, 10)$ 抽取 10000 個樣本，每一個樣本就當作申報人的財富價值。接下來的轉移過程設定若申報人的財富價值小於這 10000 筆之中位數的話，則讓他的財富價值增加; 若申報人的財富價值大於這 10000 筆之中位數的話，則讓他的財富價值減少，如此營造出一個財富公平的環境。當轉移完畢後，T=1 就會有一個分配了。接著重複上述的轉移過程一直做到 T=10 就停止。所以從 T=1 到 T=10 總共有九個間隔，意即會做出九個轉移矩陣，因而會算出九個 I_{mask_v}。以下用切 25 等份的情況來當作例子，我們先看從 T=1 到 T=10 的財富價值分配圖:

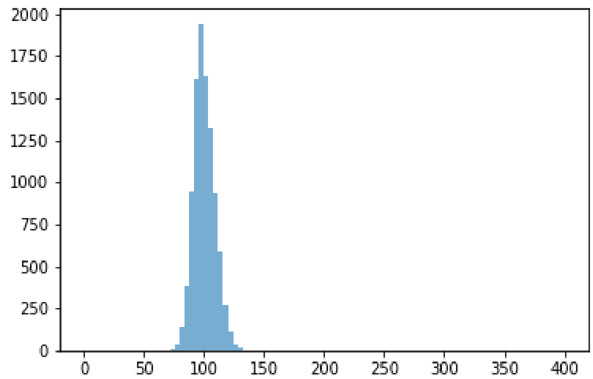
DOI:10.6814/NCCU202000929



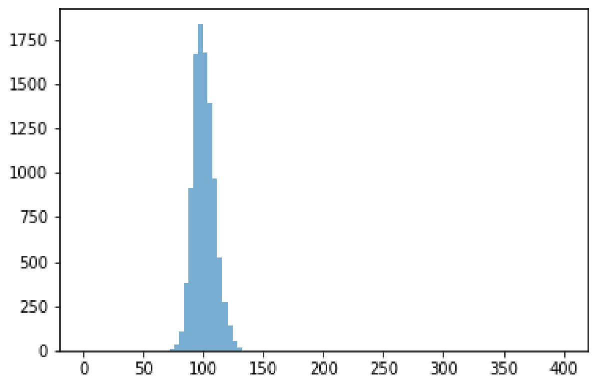
I_{mask_v} 模擬一 T=1 的財富價值分配圖



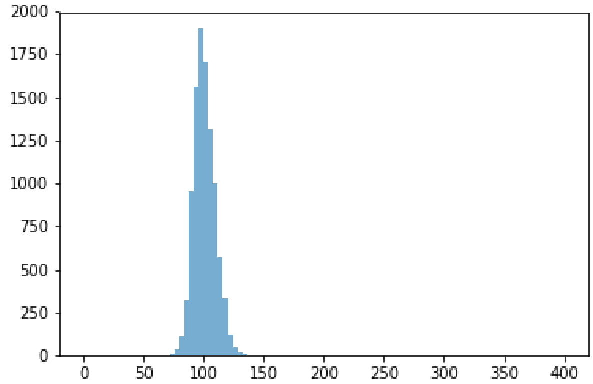
I_{mask_v} 模擬一 T=2 的財富價值分配圖



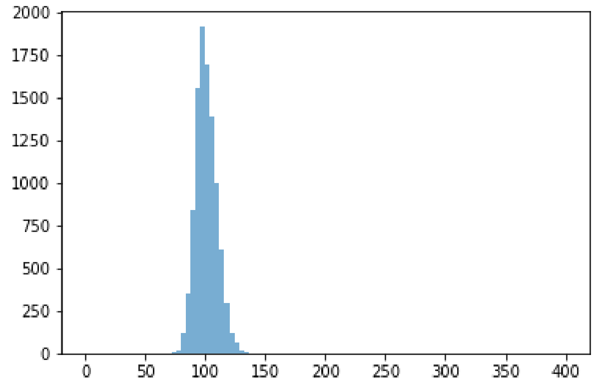
I_{mask_v} 模擬一 T=3 的財富價值分配圖



I_{mask_v} 模擬一 T=4 的財富價值分配圖



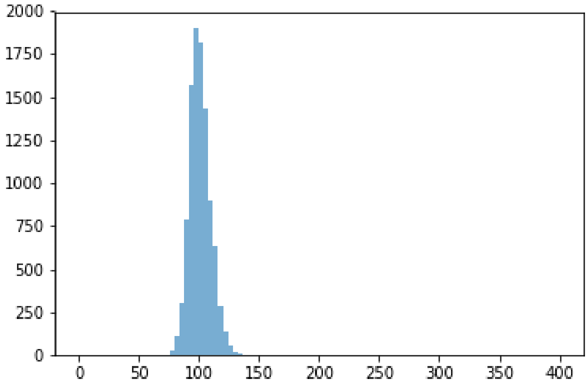
I_{mask_v} 模擬一 T=5 的財富價值分配圖



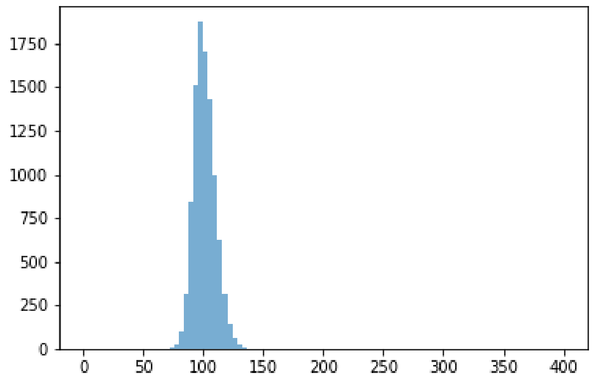
I_{mask_v} 模擬一 T=6 的財富價值分配圖

圖 3.3.1 I_{mask_v} 模擬一 從 T=1 到 T=6 的財富價值分配圖

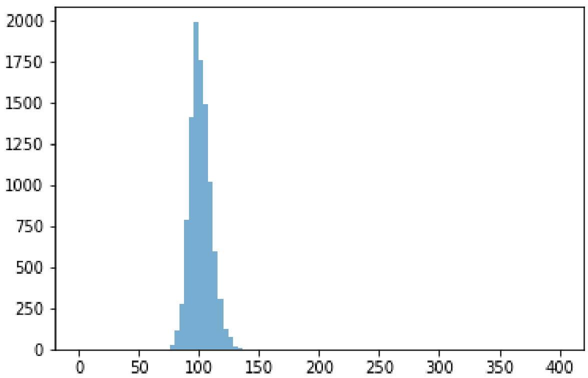
DOI:10.6814/NCCU202000929



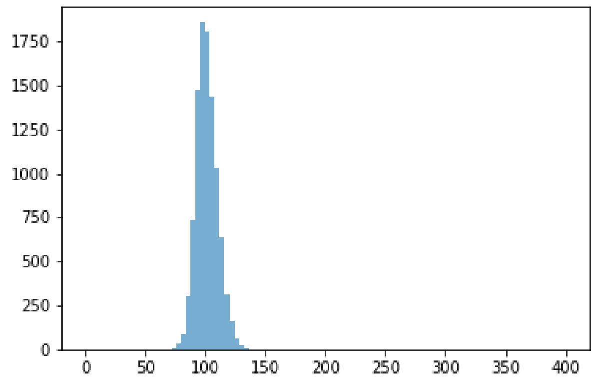
I_{mask_v} 模擬一 T=7 的財富價值分配圖



I_{mask_v} 模擬一 T=8 的財富價值分配圖



I_{mask_v} 模擬一 T=9 的財富價值分配圖



I_{mask_v} 模擬一 T=10 的財富價值分配圖

圖 3.3.2 I_{mask_v} 模擬一 從 T=7 到 T=10 的財富價值分配圖

DOI:10.6814/NCCU202000929

而對應到的 I_{mask_v} 折線圖如下。以第一個點座標 $(1.5, 0.6654947)$ 為例:1.5 是說明從 T=1 財富價值分配轉移到 T=2 財富價值分配的意思; 然後 0.6654947 意即從 T=1 到 T=2，算出來的 $I_{mask\_v} = 0.6654947$，其它點座標就以此類推。

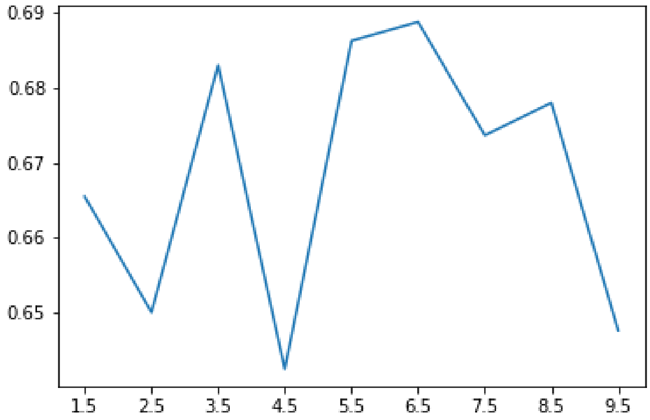


圖 3.3.3 I_{mask_v} 模擬一 從 T=1 到 T=10 切 25 等分的 I_{mask_v} 折線圖

從圖 3.3.3，觀察到把財富價值切成 25 等分，I_{mask_v} 的值介於 $[0.6425, 0.6887]$。至於其它等分 I_{mask_v} 的範圍是如何? 表 3.3.1 列出從 5 等分到 200 等分，模擬的結果。

表 3.3.1 I_{mask_v} 模擬一 從 5 等分到 200 等分 I_{mask_v} 的範圍

切幾等分	I_{mask_v} **範圍**
5 等分	[0.9350277441748192, 0.9546386240854042]
10 等分	[0.8305427287778718, 0.8611343594758571]
15 等分	[0.7512347031339057, 0.7845052053545538]
20 等分	[0.6855085323426532, 0.7477966316056703]
25 等分	[0.6425739813992576, 0.6887330316502916]
Continued on next page(繼續下一頁)	

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 3.3.1 – continued from previous page(延續前頁)

切幾等分	I_{mask_v} 範圍
30 等分	[0.5927038088945636, 0.6611841160949959]
35 等分	[0.5415109724276289, 0.6257919695329104]
40 等分	[0.5089272753523629, 0.6095198271704259]
45 等分	[0.48072304134623595, 0.6171308537277641]
50 等分	[0.44533180206865614, 0.5730143065618627]
55 等分	[0.42191108851698056, 0.5613967819865813]
60 等分	[0.42638828600610706, 0.5431212561400488]
65 等分	[0.3928851534345266, 0.5640245115132003]
70 等分	[0.3774359421417537, 0.5420290127877999]
75 等分	[0.3780474867888325, 0.5227021123918002]
80 等分	[0.3463954096985454, 0.4858423490362544]
85 等分	[0.34653368152240294, 0.5072519361291963]
90 等分	[0.3428565583454467, 0.5225445593619641]
95 等分	[0.3114295636650731, 0.46718035430593663]
100 等分	[0.32813037792897726, 0.4658830109220251]
105 等分	[0.2842626217631555, 0.42660816341167895]
110 等分	[0.30966617235010707, 0.45650606620663997]
Continued on next page(繼續下一頁)	

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 3.3.1 – continued from previous page(延續前頁)

切幾等分	I_{mask_v} 範圍
115 等分	[0.25663442762606303, 0.4435891489822341]
120 等分	[0.27193853414183256, 0.4105478007488419]
125 等分	[0.28715813293101855, 0.4253641460456068]
130 等分	[0.23870158272169023, 0.41773217051861483]
135 等分	[0.2214081517360414, 0.4074542594957731]
140 等分	[0.2686613351744146, 0.41357572926628405]
145 等分	[0.23239556653833504, 0.37965713467604373]
150 等分	[0.2238309561551703, 0.35771477761148673]
155 等分	[0.24641947555913096, 0.3362310839499292]
160 等分	[0.24533392124493664, 0.3569699765255156]
165 等分	[0.22716961108063502, 0.33279921945382795]
170 等分	[0.20816754453572722, 0.34802356469153095]
175 等分	[0.18998348769095033, 0.35586162862427234]
180 等分	[0.19578625687089332, 0.3328265469611464]
185 等分	[0.19149529306003374, 0.3367662792000233]
190 等分	[0.18041171467345615, 0.3576027456169847]
195 等分	[0.18245681220438079, 0.3172747365028596]

Continued on next page(繼續下一頁)

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 3.3.1 – continued from previous page(延續前頁)

切幾等分	I_{mask_v} 範圍
200 等分	[0.18442013676582053, 0.30239081496873615]

(二) 模擬二: 伽瑪分配的財富階級流動之滯留情形

第二個要模擬社會是不公義的情況: 令 T=0 時，從 $Gamma(0.1, 100)$ 抽取 10000 個樣本，分配如圖 3.3.4，意即先設定財富分配都集中偏向貧窮階段，而每一個樣本就當作申報人的財富價值。

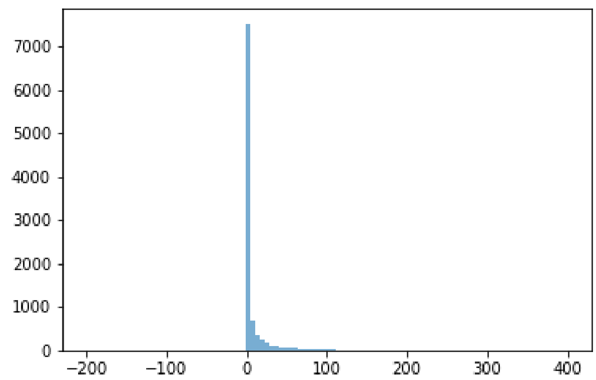
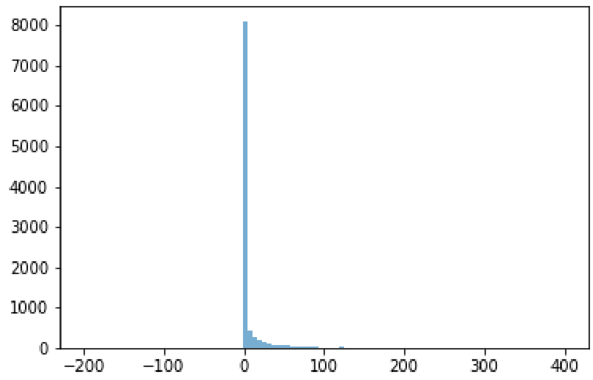


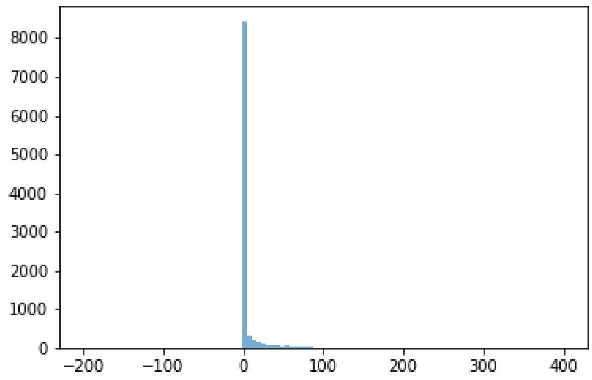
圖 3.3.4 I_{mask_v} 模擬二 T=0 的財富價值分配圖

接下來的轉移過程設定讓多數申報人的財富價值往貧窮階段移動，少數申報人的財富價值往富有階段移動，如此營造出一個社會財富為多數貧窮的的環境。當轉移完畢後，T=1 就會有一個分配了。接著重複上述的轉移過程一直做到 T=10 就停止。所以從 T=1 到 T=10 總共有九個間隔，意即會做出九個轉移矩陣，因而會算出九個 I_{mask_v}。以下用切 25 等份的情況來當作例子，我們先看從 T=1 到 T=10 的財富價值分配圖:

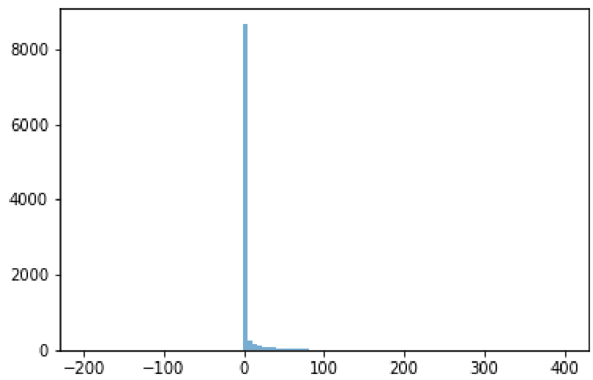
DOI:10.6814/NCCU202000929



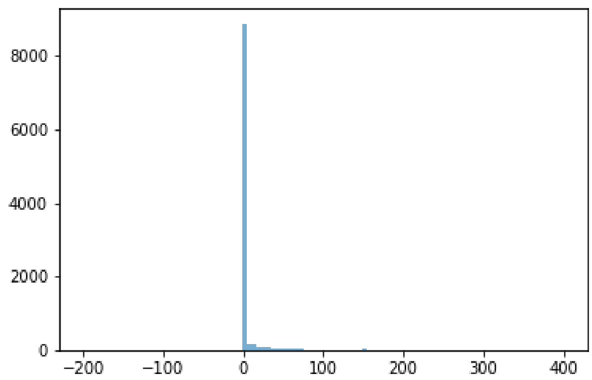
I_{mask_v} 模擬二 T=1 的財富價值分配圖



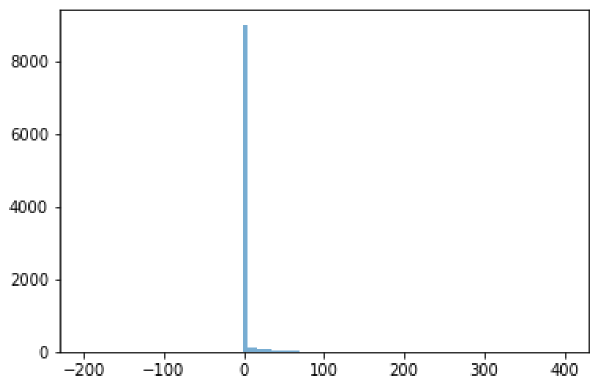
I_{mask_v} 模擬二 T=2 的財富價值分配圖



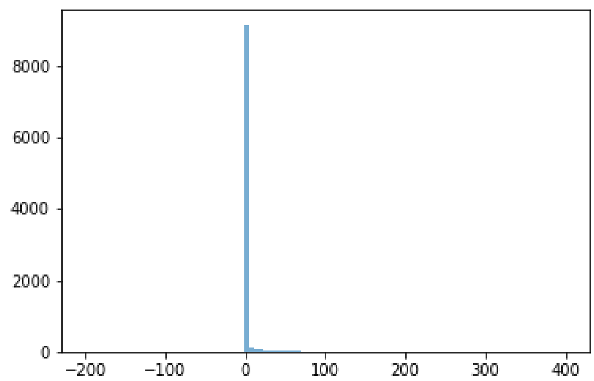
I_{mask_v} 模擬二 T=3 的財富價值分配圖



I_{mask_v} 模擬二 T=4 的財富價值分配圖



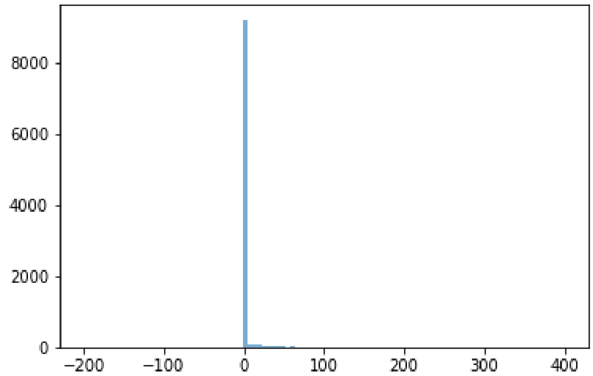
I_{mask_v} 模擬二 T=5 的財富價值分配圖



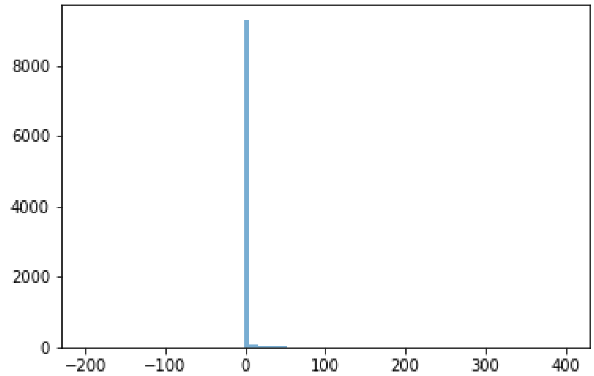
I_{mask_v} 模擬二 T=6 的財富價值分配圖

圖 3.3.5 I_{mask_v} 模擬二 從 T=1 到 T=6 的財富價值分配圖

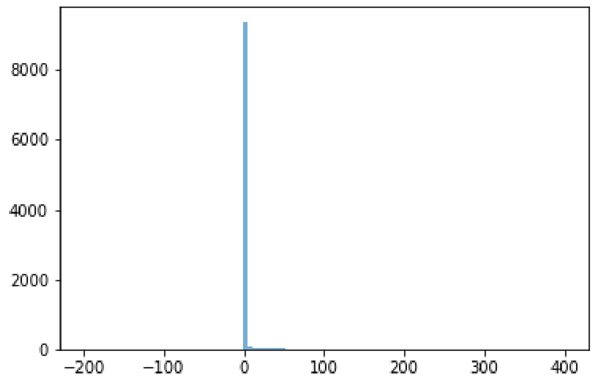
DOI:10.6814/NCCU202000929



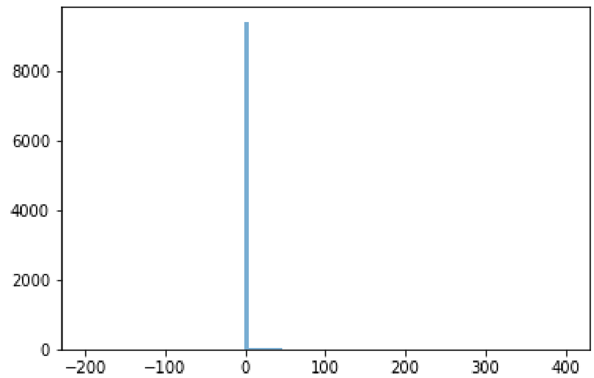
I_{mask_v} 模擬二 T=7 的財富價值分配圖



I_{mask_v} 模擬二 T=8 的財富價值分配圖



I_{mask_v} 模擬二 T=9 的財富價值分配圖



I_{mask_v} 模擬二 T=10 的財富價值分配圖

圖 3.3.6 I_{mask_v} 模擬二 從 T=7 到 T=10 的財富價值分配圖

DOI:10.6814/NCCU202000929

而對應到的 I_{mask_v} 折線圖如下。以第一個點座標 $(1.5, 0.68699812)$ 為例:1.5 是說明從 T=1 財富價值分配轉移到 T=2 財富價值分配的意思; 然後 0.68699812 意即從 T=1 到 T=2，算出來的 $I_{mask\_v} = 0.68699812$，其它點座標就以此類推。

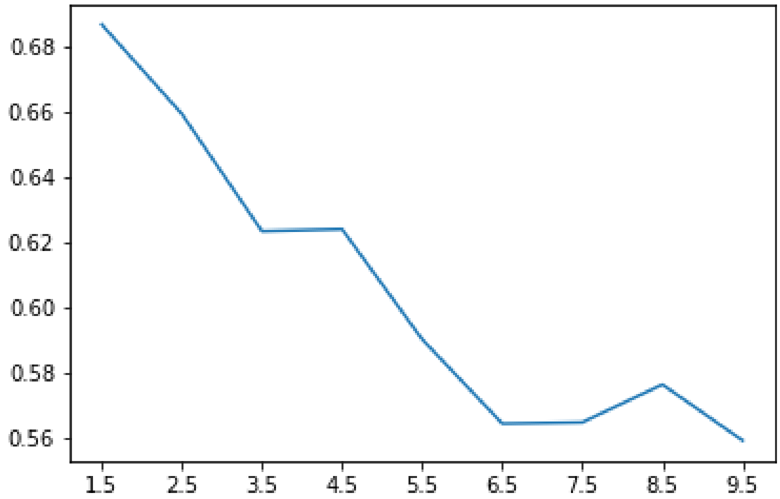


圖 3.3.7 I_{mask_v} 模擬二 從 T=1 到 T=10 切 25 等分的 I_{mask_v} 折線圖

從圖 3.3.7，觀察到把財富價值切成 25 等分，I_{mask_v} 的值介於 $[0.5594, 0.6869]$。至於其它等分 I_{mask_v} 的範圍是如何? 表 3.3.2 列出從 5 等分到 200 等分，模擬的結果。

表 3.3.2 I_{mask_v} 模擬二 從 5 等分到 200 等分 I_{mask_v} 的範圍

切幾等分	I_{mask_v} **範圍**
5 等分	[0.8583227607733077, 0.8967747818329417]
10 等分	[0.7199354704823931, 0.7838078898962735]
15 等分	[0.6149374116412749, 0.7340783611731762]
20 等分	[0.5798461180469414, 0.7162120880671102]
25 等分	[0.5594859334430843, 0.6869981226994675]
	Continued on next page(繼續下一頁)

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 3.3.2 – continued from previous page(延續前頁)

切幾等分	I_{mask_v} 範圍
30 等分	[0.5234819782801431, 0.6747565210558987]
35 等分	[0.4850947812233007, 0.6609284393868139]
40 等分	[0.49535084180640415, 0.6580936650855704]
45 等分	[0.47719581827956287, 0.6494802105203968]
50 等分	[0.4688186375706888, 0.6452527771667336]
55 等分	[0.4623381851682469, 0.6371359185099792]
60 等分	[0.46261159739907803, 0.6314329827452945]
65 等分	[0.4520144083000445, 0.6247529501995464]
70 等分	[0.4463205868296308, 0.6231528592720792]
75 等分	[0.4468699905866703, 0.6186980955334823]
80 等分	[0.4472553613147404, 0.6183160277041119]
85 等分	[0.435763654038335, 0.6049175473277125]
90 等分	[0.4366499744679602, 0.604639746639975]
95 等分	[0.43984282261427593, 0.5997714412253916]
100 等分	[0.44048596183541117, 0.5959597785398097]
105 等分	[0.4306744708267614, 0.5879000482797361]
110 等分	[0.4365148802737024, 0.5966732981462505]

Continued on next page(繼續下一頁)

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 3.3.2 – continued from previous page(延續前頁)

切幾等分	I_{mask_v} 範圍
115 等分	[0.4312755456795884, 0.5856410842798602]
120 等分	[0.4226665446859053, 0.5798964446413939]
125 等分	[0.4277574376706804, 0.5838775595735235]
130 等分	[0.4284089842691142, 0.5771277206626919]
135 等分	[0.42050059667773504, 0.5805475728515207]
140 等分	[0.4239145135148354, 0.5735102451344475]
145 等分	[0.4230254432055604, 0.5691613276053833]
150 等分	[0.4218725215806279, 0.5733071470912403]
155 等分	[0.4113696193945577, 0.567168565441932]
160 等分	[0.4211664886437275, 0.5698726121864814]
165 等分	[0.4170775559604931, 0.5637372532289006]
170 等分	[0.41745507850462216, 0.5598062685527756]
175 等分	[0.41412766688459735, 0.5590392826543404]
180 等分	[0.4193280968222235, 0.5591823808679851]
185 等分	[0.412754446953222, 0.554031962053664]
190 等分	[0.4159284357021279, 0.5512692164787371]
195 等分	[0.41396329784662966, 0.5533631056350573]

Continued on next page(繼續下一頁)

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 3.3.2 – continued from previous page(延續前頁)

切幾等分	I_{mask_v} **範圍**
200 等分	[0.4178094749517503, 0.546369422946421]

(三) 模擬三: 雙峰分配的財富階級流動之滯留情形

第三個要模擬社會也是不公義的情況: 令 T=0 時，從 $Normal(50, 10)$ 抽取 8000 個樣本，以及從 $Normal(130, 10)$ 抽取 2000 個樣本，分配如圖 3.3.8，意即先設定財富分配像 M 型社會一樣，而每一個樣本就當作申報人的財富價值。

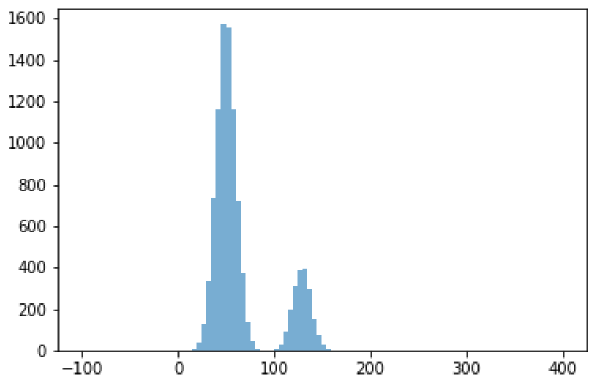
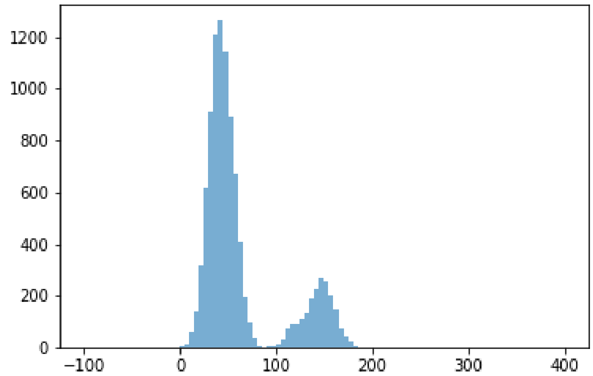


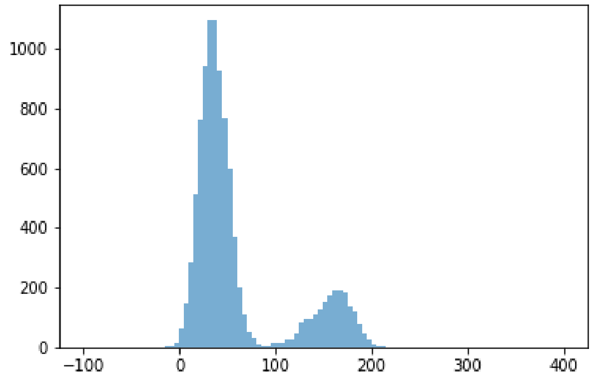
圖 3.3.8 I_{mask_v} 模擬三 T=0 的財富價值分配圖

接下來的轉移過程設定讓在 $Normal(50, 10)$ 的申報人之財富價值就盡量一直在 $Normal(50, 10)$ 裡面打轉; 在 $Normal(130, 10)$ 的申報人之財富價值就盡量一直在 $Normal(130, 10)$ 裡面打轉。接著，關於 $Normal(50, 10)$ 申報人之財富價值的增減，由擲硬幣決定，令擲正面機率遠大於擲反面的機率，若擲到正面，則財富價值減少幅度多一點; 若擲到反面，則財富價值增加幅度少一點。而關於 $Normal(130, 10)$ 申報人之財富價值的增減，也是由擲硬幣決定，但情況剛好相反，令擲正面機率遠小於擲反面的機率，若擲到正面，則財富價值減少幅度少一點; 若擲到反面，則財富價值增加幅度多一點，如此營造出一個貧者越貧，富者越富且中產階級消逝的環境。當轉移完畢後，T=1 就會有一個分配了。接著重複上述的轉移過程一直做到 T=10 就停止。所以從 T=1 到 T=10 總共有九個間隔，意即會做出九個轉移矩陣，因而會算出九個 I_{mask_v}。以下用切 25 等份的情況來當作例子，我們先看從 T=1 到 T=10 的財富價值分配圖:

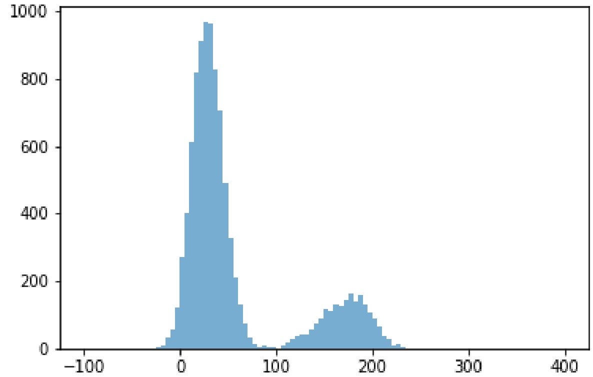
DOI:10.6814/NCCU202000929



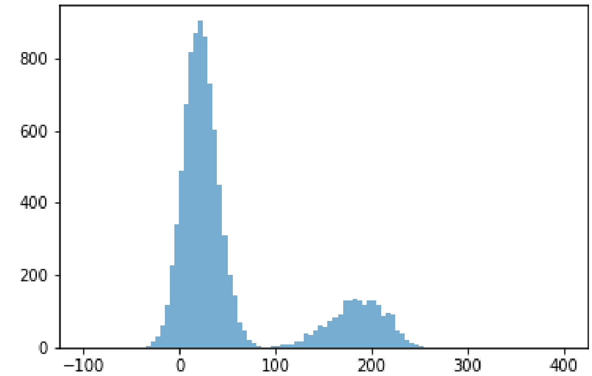
I_{mask_v} 模擬三 T=1 的財富價值分配圖



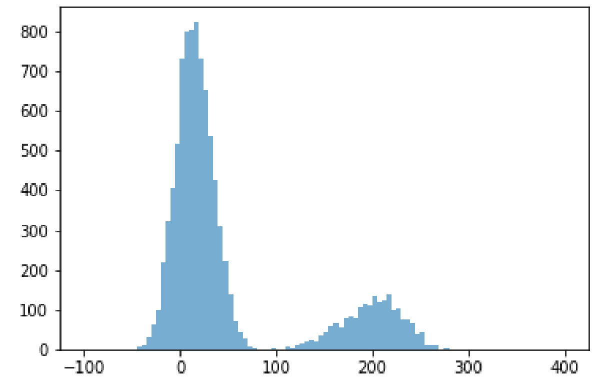
I_{mask_v} 模擬三 T=2 的財富價值分配圖



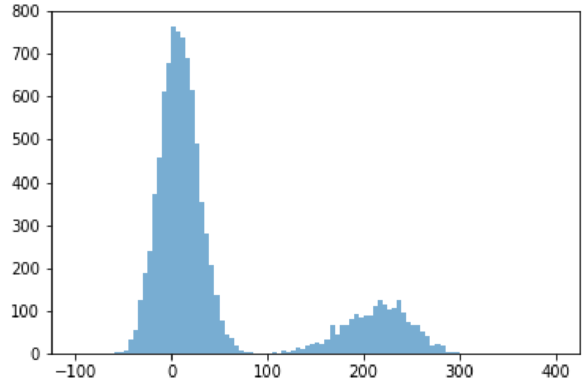
I_{mask_v} 模擬三 T=3 的財富價值分配圖



I_{mask_v} 模擬三 T=4 的財富價值分配圖



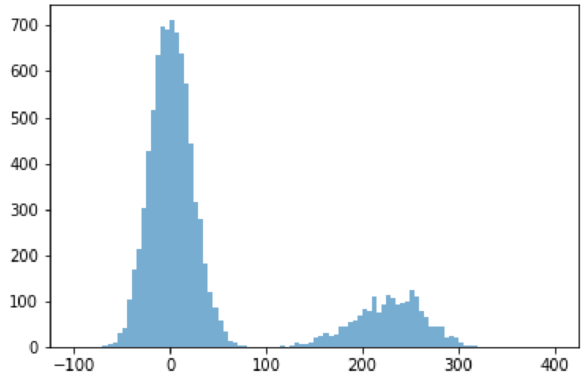
I_{mask_v} 模擬三 T=5 的財富價值分配圖



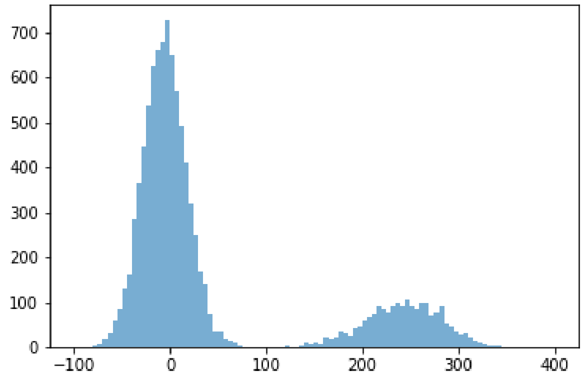
I_{mask_v} 模擬三 T=6 的財富價值分配圖

圖 3.3.9 I_{mask_v} 模擬三 從 T=1 到 T=6 的財富價值分配圖

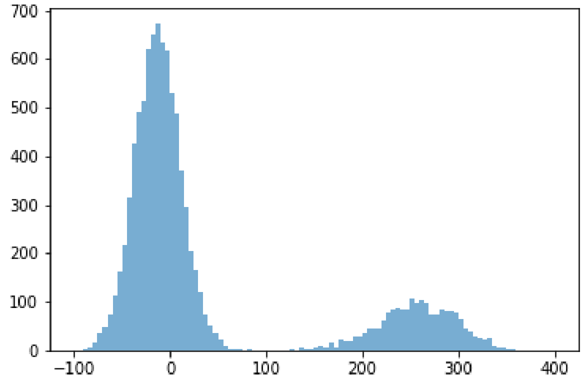
DOI:10.6814/NCCU202000929



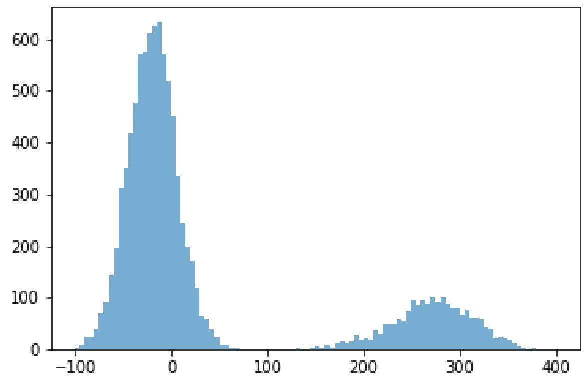
I_{mask_v} 模擬三 T=7 的財富價值分配圖



I_{mask_v} 模擬三 T=8 的財富價值分配圖



I_{mask_v} 模擬三 T=9 的財富價值分配圖



I_{mask_v} 模擬三 T=10 的財富價值分配圖

圖 3.3.10 I_{mask_v} 模擬三 從 T=7 到 T=10 的財富價值分配圖

DOI:10.6814/NCCU202000929

而對應到的 I_{mask_v} 折線圖如下。以第一個點座標 $(1.5, 0.92476477)$ 為例:1.5 是說明從 T=1 財富價值分配轉移到 T=2 財富價值分配的意思; 然後 0.92476477 意即從 T=1 到 T=2，算出來的 $I_{mask\_v} = 0.92476477$，其它點座標就以此類推。

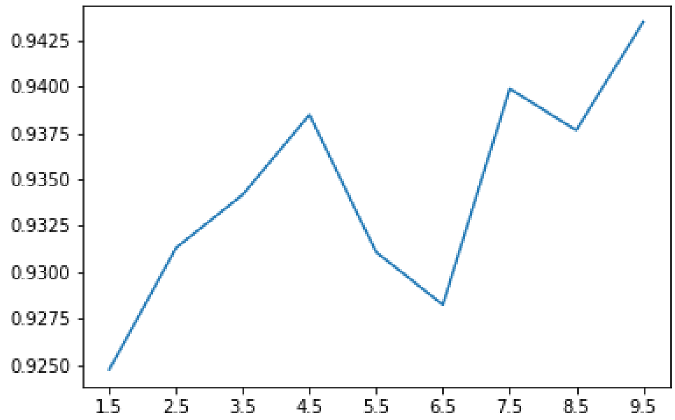


圖 3.3.11 I_{mask_v} 模擬三 從 T=1 到 T=10 切 25 等分的 I_{mask_v} 折線圖

從圖 3.3.11，觀察到把財富價值切成 25 等分，I_{mask_v} 的值介於 $[0.9247, 0.9434]$。至於其它等分 I_{mask_v} 的範圍是如何? 表 3.3.3 列出從 5 等分到 200 等分，模擬的結果。

表 3.3.3 I_{mask_v} 模擬三 從 5 等分到 200 等分 I_{mask_v} 的範圍

切幾等分	I_{mask_v} **範圍**
5 等分	[0.9049032809307245, 0.9328063815942101]
10 等分	[0.9164391825266059, 0.9388813849348835]
15 等分	[0.9465998383935156, 0.9527568028931429]
20 等分	[0.9284006749430226, 0.9432993900599811]
25 等分	[0.9247647696792453, 0.9434930999734187]
30 等分	[0.9053893355933332, 0.930910317276255]

Continued on next page(繼續下一頁)

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 3.3.3 – continued from previous page(延續前頁)

切幾等分	I_{mask_v} 範圍
35 等分	[0.8891987841636174, 0.9264496690791117]
40 等分	[0.880768769364653, 0.9119118842036412]
45 等分	[0.8816277551471025, 0.9118676497670746]
50 等分	[0.8628746057518165, 0.8994350729589359]
55 等分	[0.8432221522313305, 0.8915522752283559]
60 等分	[0.8505222952891132, 0.879991985180486]
65 等分	[0.8307228858287495, 0.8756060367599157]
70 等分	[0.8270832048296386, 0.8622936498732049]
75 等分	[0.8149292110116138, 0.8680952639380436]
80 等分	[0.7958488302746201, 0.852202686326449]
85 等分	[0.7962098163233915, 0.8569149055703308]
90 等分	[0.7922974278689853, 0.8419585587074985]
95 等分	[0.7618444636355604, 0.824999256602107]
100 等分	[0.7545442101358836, 0.8358393975555751]
105 等分	[0.7652372526200689, 0.8353294893445777]
110 等分	[0.7356458638857917, 0.8158217216752285]
115 等分	[0.7362245379056507, 0.8054266449553253]

Continued on next page(繼續下一頁)

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 3.3.3 – continued from previous page(延續前頁)

切幾等分	I_{mask_v} 範圍
120 等分	[0.7262225912018504, 0.8015927860855739]
125 等分	[0.704156013526298, 0.8057417236309082]
130 等分	[0.7020027804130321, 0.7995617210496926]
135 等分	[0.7101491370723781, 0.789411245337325]
140 等分	[0.6722504686269666, 0.7946990445070575]
145 等分	[0.6691337621789943, 0.7701911527334139]
150 等分	[0.6727171781762735, 0.76910671943505]
155 等分	[0.6702715351802595, 0.7623782139820842]
160 等分	[0.6828846521560732, 0.751781656520369]
165 等分	[0.6585204282636926, 0.7517670683580397]
170 等分	[0.6567930817171621, 0.7586733200957992]
175 等分	[0.6638880040360546, 0.7385281083960099]
180 等分	[0.6507171146581022, 0.7369109078607318]
185 等分	[0.6387141284112202, 0.7343163167106086]
190 等分	[0.6500946871901789, 0.734008948545112]
195 等分	[0.6679985747289816, 0.7121407523039944]
200 等分	[0.6391474356561755, 0.7215659404958955]

DOI:10.6814/NCCU202000929

(四) 總結

經由上述三種模擬轉移情形，直覺認為模擬一是公義的社會。而模擬二和模擬三都是不公義社會，但進一步觀察，模擬二是整體財富流動偏向貧窮，所以階級滯留的現象可能有但不至於太嚴重，且模擬二的財富分配也不會太兩極; 模擬三的情形則是富有的人幾乎維持富有，貧窮的人幾乎維持貧窮，財富階級難以移轉，因此感覺模擬三的財富流動情形比模擬二還要來的糟糕。據此，我們認為模擬三的 I_{mask_v} 應該為最大，模擬二的 I_{mask_v} 居中，模擬一的 I_{mask_v} 為最小。

根據表 3.3.1∼ 表 3.3.3，看出模擬一的 I_{mask_v} 隨著等分切越多，指標值是越來越接近 0; 模擬三的 I_{mask_v} 值幾乎在 $[0.7, 0.9]$; 模擬二的 I_{mask_v} 隨著等分切越多，指標值雖然也是有越來越低，但指標值的下限大概在 0.5 附近，大致上介於模擬一跟模擬三之間。故本節建模出的 I_{mask_v} 是有意義的。

第四節 $I_{justice}$

一、 $I_{justice}$ 定義

上一節 I_{mask_v} 的建構，只用了主對角元素來分析。因此在本節我們更進一步採用上下次對角線元素建構出 $I_{justice}$。

一樣以轉移矩陣為基礎，本文所謂財富公義的社會，即對於貧窮階級的人來說，目標是能翻轉到富有的階段，所以在靠近左上角的主對角元素之機率值要越小越好，以及從貧窮到富有的機率值要大於貧窮到更貧窮的機率值；對於中產階級的人來說，在靠近中間的主對角元素之機率值維持一個定值即可，不要太小；對於富有階級的人來說，因為建立在財富公平的想法，所以在靠近右下角的主對角元素之機率值要越小越好，但從富有到更富有的機率值要小於富有到貧窮的機率值。

所以對應數學符號，令 i 為財富等第，理論上若 $i < \bar{i}$，則 $p_{i+1,i} > p_{i-1,i}$ 且 $p_{i,i}$ 盡量小; 若 $i = \bar{i}$，則 $p_{i,i}$ 為靠近 1 的定數; 若 $i > \bar{i}$，則 $p_{i+1,i} < p_{i-1,i}$ 且 $p_{i,i}$ 也是盡量小。在財富公義的社會下，把 p_{11}，p_{22}，$\cdots$，p_{nn} 連成折線圖，就會像倒 V 的形狀或者像常態分佈。據此，建模出社會公義指標如下:

$$I_{justice} = \sum_i \frac{(\bar{i} - i)(p_{i+1,i} - p_{i-1,i})}{(g(i) - p_{i,i})^2}$$

，而指標公式裡的 $g(i)$ 為 $Normal(\bar{i}, 1)$ 的機率密度函數。

DOI:10.6814/NCCU202000929

回頭看社會公義的條件: 當 $i < \bar{i}$ 時，則 $p_{i+1,i} > p_{i-1,i}$，故而 $(\bar{i}-i)(p_{i+1,i}-p_{i-1,i}) > 0$; 當 $i > \bar{i}$ 時，則 $p_{i+1,i} < p_{i-1,i}$，故而 $(\bar{i}-i)(p_{i+1,i}-p_{i-1,i}) > 0$，因此 $I_{justice}$ 在分子的部分為正數。當 p_{11}，p_{22}，$\cdots$，p_{nn} 連成折線圖長得像常態分佈時，$(g(i)-p_{i,i})^2$ 會很小且為正數，因此擺在分母會讓 $I_{justice}$ 變大。所以在本節設計 $I_{justice}$ 的構想是當社會越公義時，想辦法讓 $I_{justice}$ 的值為正數且越來越大; 當社會越不公義時，想辦法讓 $I_{justice}$ 的值為負數且越來越小。$I_{justice}$ 為負數，代表在分子的部分為負，表示大多數在貧窮階段的人會往越貧窮的階段，大多數在富有階段的人會往越富有的階段，此情形的確是財富不公義。

二、 $I_{justice}$ 解釋模擬資料

在剛剛已建構出 $I_{justice}$，在實際套入 93~102 年申報資料之前，先用三種財富轉移情形的模擬資料 (有 10000 個樣本) 去算出 $I_{justice}$，看看這三種模擬的階級流動，$I_{justice}$ 分別會落在哪段區間，而到時候使用實際資料去算 $I_{justice}$ 才會比較了解該時段的社會背景比較像哪一種階級流動。

(一) 模擬一: 常態分配的財富階級流動

第一個要模擬社會是公義的情況: 令 T=0 時，從 $Normal(100, 10)$ 抽取 10000 個樣本，每一個樣本就當作申報人的財富價值。接下來的轉移過程設定若申報人的財富價值小於這 10000 筆之中位數的話，則讓他的財富價值增加; 若申報人的財富價值大於這 10000 筆之中位數的話，則讓他的財富價值減少，如此營造出一個財富公平的環境。當轉移完畢後，T=1 就會有一個分配了。接著重複上述的轉移過程一直做到 T=10 就停止。所以從 T=1 到 T=10 總共有九個間隔，意即會做出九個轉移矩陣，因而會算出九個 $I_{justice}$。以下用切 25 等份的情況來當作例子，從 T=1 到 T=10 的財富價值分配圖就沿用 I_{mask_v} 模擬一的圖 3.3.1 跟圖 3.3.2。

DOI:10.6814/NCCU202000929

而對應到的 $I_{justice}$ 折線圖如下。以第一個點座標 $(1.5, 7.70416952)$ 為例:1.5 是說明從 T=1 財富價值分配轉移到 T=2 財富價值分配的意思; 然後 7.70416952 意即從 T=1 到 T=2，算出來的 $I_{justice} = 7.70416952$，其它點座標就以此類推。

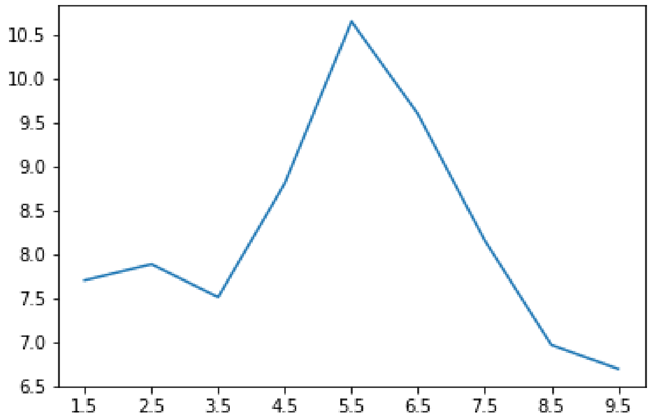


圖 3.4.12 $I_{justice}$ 模擬一 從 T=1 到 T=10 切 25 等分的 $I_{justice}$ 折線圖

從圖 3.4.12，觀察到把財富價值切成 25 等分，$I_{justice}$ 的值介於 $[6.6913, 10.6597]$。至於其它等分 $I_{justice}$ 的範圍是如何? 表 3.4.4 列出從 5 等分到 200 等分，模擬的結果。

表 3.4.4 $I_{justice}$ 模擬一 從 5 等分到 200 等分 $I_{justice}$ 的範圍

切幾等分	$I_{justice}$ **範圍**
5 等分	[2.758748123825343, 3.0927096096656275]
10 等分	[3.7715085901463694, 4.877190131027459]
15 等分	[4.675488433770565, 6.6986926347874185]
20 等分	[6.800459408982967, 9.056337126003113]
25 等分	[6.691356965142999, 10.659703097390166]
30 等分	[8.01269889048218, 10.550726171817713]

Continued on next page(繼續下一頁)

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 3.4.4 – continued from previous page(延續前頁)

切幾等分	$I_{justice}$ 範圍
35 等分	[8.111705110207092, 13.055269974719481]
40 等分	[10.686375946440895, 15.187415713104214]
45 等分	[8.542524749437712, 16.566251108997065]
50 等分	[10.05655113365998, 18.891509688805787]
55 等分	[14.235791354628136, 19.770551800373838]
60 等分	[13.185511967429086, 23.358160479453822]
65 等分	[11.69830220690755, 26.70392202103357]
70 等分	[8.481566326638001, 24.182668842662917]
75 等分	[13.71928567716005, 26.815443782093954]
80 等分	[12.843430942289611, 33.013738476419604]
85 等分	[16.13515033803463, 30.06855800437528]
90 等分	[9.712002827140928, 35.58352542434864]
95 等分	[19.105799353097208, 40.147558765291805]
100 等分	[6.242970078490857, 35.597560843564914]
105 等分	[15.871427932673116, 43.545462224245306]
110 等分	[12.846696708066169, 42.742055954773875]
115 等分	[9.668598022064538, 47.648102556156765]
Continued on next page(繼續下一頁)	

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 3.4.4 – continued from previous page(延續前頁)

切幾等分	$I_{justice}$ 範圍
120 等分	[12.61843689160772, 48.92242322358028]
125 等分	[11.679905676280624, 68.82791725683288]
130 等分	[7.803920898245222, 82.13990865862277]
135 等分	[23.626788600271535, 76.40194771072996]
140 等分	[5.853657052667224, 80.0206557060473]
145 等分	[-11.413688981078321, 124.819043363601]
150 等分	[-4.286307803058028, 120.45093737423234]
155 等分	[12.133882096244463, 108.23981317962676]
160 等分	[-0.3053344165536156, 103.49559009475202]
165 等分	[8.173079020116086, 128.38416606170435]
170 等分	[2.925834241735368, 131.94011289059623]
175 等分	[10.991265185791436, 141.34274735717614]
180 等分	[16.365861094757058, 147.87614209452997]
185 等分	[19.012789680934898, 151.52261731936198]
190 等分	[-5.331373610067452, 131.16535984680652]
195 等分	[-1.5548264508304621, 171.2563108237779]
200 等分	[-14.4019220875045, 131.76614012328912]

DOI:10.6814/NCCU202000929

(二) 模擬二: 伽瑪分配的財富階級流動

第二個要模擬社會是不公義的情況: 令 T=0 時，從 $Gamma(0.1, 100)$ 抽取 10000 個樣本，分配圖沿用圖 3.3.4，意即先設定財富分配都集中偏向貧窮階段，而每一個樣本就當作申報人的財富價值。

接下來的轉移過程設定讓多數申報人的財富價值往貧窮階段移動，少數申報人的財富價值往富有階段移動，如此營造出一個社會財富為多數貧窮的的環境。當轉移完畢後，T=1 就會有一個分配了。接著重複上述的轉移過程一直做到 T=10 就停止。所以從 T=1 到 T=10 總共有九個間隔，意即會做出九個轉移矩陣，因而會算出九個 $I_{justice}$。以下用切 25 等份的情況來當作例子，從 T=1 到 T=10 的財富價值分配圖就沿用 I_{mask_v} 模擬二的圖 3.3.5 跟圖 3.3.6。

而對應到的 $I_{justice}$ 折線圖如下。以第一個點座標 $(1.5, -0.31797125)$ 為例:1.5 是說明從 T=1 財富價值分配轉移到 T=2 財富價值分配的意思; 然後 -0.31797125 意即從 T=1 到 T=2，算出來的 $I_{justice} = -0.31797125$，其它點座標就以此類推。

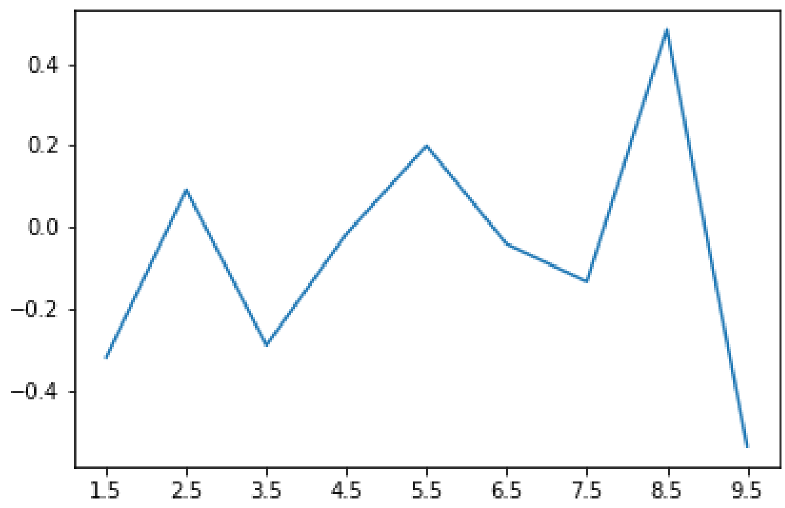


圖 3.4.13 $I_{justice}$ 模擬二 從 T=1 到 T=10 切 25 等分的 $I_{justice}$ 折線圖

從圖 3.4.13，觀察到把財富價值切成 25 等分，$I_{justice}$ 的值介於 $[-0.5341, 0.4830]$。至於其它等分 $I_{justice}$ 的範圍是如何? 表 3.4.5 列出從 5 等分到 200 等分，模擬的結果。

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 3.4.5 $I_{justice}$ 模擬二 從 5 等分到 200 等分 $I_{justice}$ 的範圍

切幾等分	$I_{justice}$ 範圍
5 等分	[-0.46468274144772037, -0.20620280604418717]
10 等分	[-0.23900738753265183, 0.059610695919843866]
15 等分	[-0.3365199514103711, 0.22582688545593319]
20 等分	[-0.3485235154972502, 0.2142125143338069]
25 等分	[-0.534131845694928, 0.48302795444982866]
30 等分	[-0.580674632985064, 0.5192464581533054]
35 等分	[-0.6817559751740708, 0.6760099345463032]
40 等分	[-1.1939262155733386, 0.5063941383734349]
45 等分	[-1.8338443968676923, 0.6902577923116563]
50 等分	[-2.0625740336921554, 0.6762247457984615]
55 等分	[-2.603599484305186, 0.4094893731205276]
60 等分	[-2.7981202962326615, 0.5722630307585576]
65 等分	[-3.5443537667866782, 0.5911296081737794]
70 等分	[-4.035604220490681, 0.46434023371913774]
75 等分	[-5.237548252955874, 0.6072036179170173]
80 等分	[-5.2696977939476675, 0.7293754905832404]
85 等分	[-6.296482894604288, 1.0222490986148263]
Continued on next page(繼續下一頁)	

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 3.4.5 – continued from previous page(延續前頁)

切幾等分	$I_{justice}$ 範圍
90 等分	[-5.663109249206046, 0.9339879930532863]
95 等分	[-6.234350592672382, 1.1425158683263847]
100 等分	[-8.279095791555857, -0.2551543246059561]
105 等分	[-7.835167868875376, -0.03218755462450866]
110 等分	[-9.03423310412139, 0.6781203924032361]
115 等分	[-8.589153822033033, -0.15346071538497436]
120 等分	[-10.252284626380163, 1.3838424046182904]
125 等分	[-10.377808941229558, -0.07491371027971572]
130 等分	[-9.925428535707102, 0.02441198346166292]
135 等分	[-12.338519485664298, -0.10732397913287121]
140 等分	[-11.073838670222438, -0.12304478290826269]
145 等分	[-14.146447576978362, 0.8491860518687383]
150 等分	[-13.680664861730444, 0.06594049237450725]
155 等分	[-13.790733082359782, -0.24278439590871798]
160 等分	[-15.640527031838472, -2.2928518249868715]
165 等分	[-16.532514868406004, -1.0034088188558785]
170 等分	[-17.352556164938918, -1.1251089728461197]

Continued on next page(繼續下一頁)

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 3.4.5 – continued from previous page(延續前頁)

切幾等分	$I_{justice}$ 範圍
175 等分	[-16.907004020358492, -2.7745475435160407]
180 等分	[-17.49289321439205, -0.7849691975865949]
185 等分	[-17.531116186786946, -1.9038133905242958]
190 等分	[-24.222214322702538, -2.5715181954469877]
195 等分	[-18.389606911031144, -1.2904864089526333]
200 等分	[-21.319827294818058, -3.8502210287843335]

(三) 模擬三: 雙峰分配的財富階級流動

第三個要模擬社會也是不公義的情況: 令 T=0 時，從 $Normal(50,10)$ 抽取 8000 個樣本，以及從 $Normal(130,10)$ 抽取 2000 個樣本，分配圖沿用圖 3.3.8，意即先設定財富分配像 M 型社會一樣，而每一個樣本就當作申報人的財富價值。

接下來的轉移過程設定讓在 $Normal(50,10)$ 的申報人之財富價值就盡量一直在 $Normal(50,10)$ 裡面打轉; 在 $Normal(130,10)$ 的申報人之財富價值就盡量一直在 $Normal(130,10)$ 裡面打轉。接著，關於 $Normal(50,10)$ 申報人之財富價值的增減，由擲硬幣決定，令擲正面機率遠大於擲反面的機率，若擲到正面，則財富價值減少幅度多一點; 若擲到反面，則財富價值增加幅度少一點。而關於 $Normal(130,10)$ 申報人之財富價值的增減，也是由擲硬幣決定，但情況剛好相反，令擲正面機率遠小於擲反面的機率，若擲到正面，則財富價值減少幅度少一點; 若擲到反面，則財富價值增加幅度多一點，如此營造出一個貧者越貧，富者越富且中產階級消逝的環境。當轉移完畢後，T=1 就會有一個分配了。接著重複上述的轉移過程一直做到 T=10 就停止。所以從 T=1 到 T=10 總共有九個間隔，意即會做出九個轉移矩陣，因而會算出九個 $I_{justice}$。以下用切 25 等份的情況來當作例子，從 T=1 到 T=10 的財富價值分配圖就沿用 I_{mask_v} 模擬三的圖 3.3.9 到圖 3.3.10。

DOI:10.6814/NCCU202000929

而對應到的 $I_{justice}$ 折線圖如下。以第一個點座標 $(1.5, -2.89855809)$ 為例:1.5 是說明從 T=1 財富價值分配轉移到 T=2 財富價值分配的意思; 然後 -2.89855809 意即從 T=1 到 T=2，算出來的 $I_{justice} = -2.89855809$，其它點座標就以此類推。

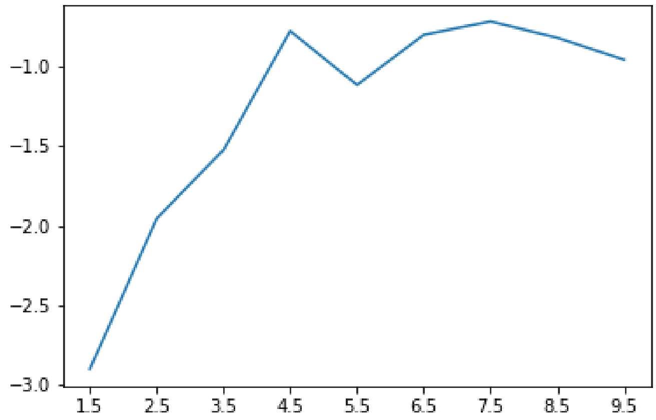


圖 3.4.14 $I_{justice}$ 模擬三 從 T=1 到 T=10 切 25 等分的 $I_{justice}$ 折線圖

從圖 3.4.14，觀察到把財富價值切成 25 等分，$I_{justice}$ 的值介於 $[-2.8985, -0.7177]$。至於其它等分 $I_{justice}$ 的範圍是如何? 表 3.4.6 列出從 5 等分到 200 等分，模擬的結果。

表 3.4.6 $I_{justice}$ 模擬三 從 5 等分到 200 等分 $I_{justice}$ 的範圍

切幾等分	$I_{justice}$ **範圍**
5 等分	[-0.07948608320588121, -0.020828025187045025]
10 等分	[-0.2112394591930707, -0.09441050249033395]
15 等分	[-0.486804563773548, -0.23688598141006373]
20 等分	[-1.3765219498182755, -0.44049247205033354]
25 等分	[-2.898558091889275, -0.7177338840581783]
30 等分	[-4.265269254916042, -1.052734179376258]
Continued on next page(繼續下一頁)	

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 3.4.6 – continued from previous page(延續前頁)

切幾等分	$I_{justice}$ **範圍**
35 等分	[-7.126792966308319, -1.8591648531881688]
40 等分	[-8.744952065911727, -3.5372273681506807]
45 等分	[-11.147783714078049, -5.781348738175983]
50 等分	[-12.629530254461622, -7.7676065715375335]
55 等分	[-16.03725547521152, -8.496933097172299]
60 等分	[-18.57925967935928, -11.75197981450218]
65 等分	[-19.228749077769013, -11.907466776604034]
70 等分	[-23.43183918494564, -14.393651940790438]
75 等分	[-24.855489644532287, -15.687660089337689]
80 等分	[-32.52147763744266, -20.585970626034026]
85 等分	[-33.75745988627911, -23.87723126980458]
90 等分	[-35.83691011478778, -24.976723997095092]
95 等分	[-41.14947234834629, -27.869653729168892]
100 等分	[-45.39019860311685, -28.26921105355636]
105 等分	[-43.26574828403977, -31.270168994452266]
110 等分	[-44.20366264657651, -30.277151265891888]
115 等分	[-48.03011667053008, -27.051199689817366]

Continued on next page(繼續下一頁)

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 3.4.6 – continued from previous page(延續前頁)

切幾等分	$I_{justice}$ 範圍
120 等分	[-46.65140662259385, -27.18824823726794]
125 等分	[-53.11721127499029, -27.812699568300978]
130 等分	[-52.65285373254888, -32.1710046228532]
135 等分	[-54.74842237208768, -33.32237426354832]
140 等分	[-61.482762086048076, -40.49895346865308]
145 等分	[-65.3506661797218, -27.555279277847212]
150 等分	[-69.40288491992938, -29.453639585566226]
155 等分	[-66.68250488992192, -42.048166414261104]
160 等分	[-67.66654703709409, -29.01506410763463]
165 等分	[-67.25796296833853, -32.63860053756334]
170 等分	[-73.00764478101696, -41.26969942724863]
175 等分	[-75.1637264919885, -53.162361415762376]
180 等分	[-80.60776900983296, -36.774134473663786]
185 等分	[-89.1690181258253, -28.331882242504037]
190 等分	[-94.0363626346281, -26.58366777018576]
195 等分	[-86.36493171116908, -19.600240344140765]
200 等分	[-87.08953359096971, -17.537556089797896]

DOI:10.6814/NCCU202000929

(四) 總結

經由上述三種模擬轉移情形，直覺認為模擬一是公義的社會，貧窮階級有機會上升，而富有階級在模擬一會往下流動，達成財富公平的社會。而模擬二和模擬三都是不公義社會，但進一步觀察，模擬二是整體財富流動偏向貧窮，所以沒有集中趨勢達成財富公平; 模擬三的情形則是富有的人不但維持富有，而且又有機會朝向更富有的階級，而貧窮的人不但維持貧窮，而且又有機會朝向更貧窮的階級，因此感覺模擬三的財富流動情形比模擬二還要來的糟糕。據此，我們認為模擬三的 $I_{justice}$ 應該為最小，模擬二的 $I_{justice}$ 居中，模擬一的 $I_{justice}$ 為最大。

根據表 3.4.4~ 表 3.4.6，看出模擬一的 $I_{justice}$ 隨著等分切越多，指標範圍的右端點從 5 等分的 3.09 一直到 195 等分的 171.25，正數越來越大; 模擬三的 $I_{justice}$ 隨著等分切越多，指標範圍的左端點從 5 等分的-0.079 一直到 190 等分的-94.03，負數越來越小; 模擬二的 $I_{justice}$ 隨著等分切越多，指標範圍大都落在 $[-21, 1]$，指標值介於模擬一跟模擬三之間。故本節建模出的 $I_{justice}$ 是有意義的。

DOI:10.6814/NCCU202000929

第四章　研究結果

第一節　I_{mask_v} 之實際資料結果

第三章第二節提及研究者在財資中心使用 93 年至 102 年之 20~30 歲申報資料整理計算出 360 個轉移矩陣。在本節要使用這些轉移矩陣相對應算出 360 個 I_{mask_v} 並畫成折線圖，而圖的標題即為透過九個 I_{mask_v} 所算出的迴歸斜率值。其中觀察出 40 等分以後的折線圖，從 96 年開始財富流動為滯留的情形是越來越明顯的，另外在 95 年至 96 年這個時段，I_{mask_v} 的值是最低的。所以從 I_{mask_v} 折線圖初步猜測在 95 年至 96 年，台灣社會也許是公義的，而從 96 年以後，社會可能漸漸趨向不公義。

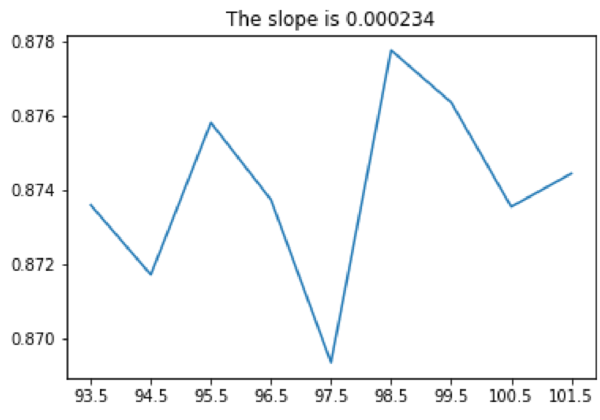
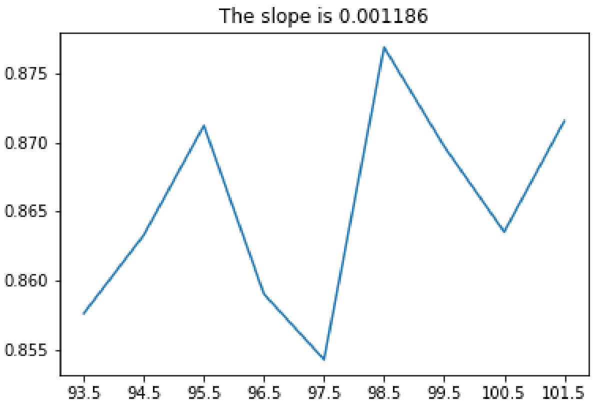
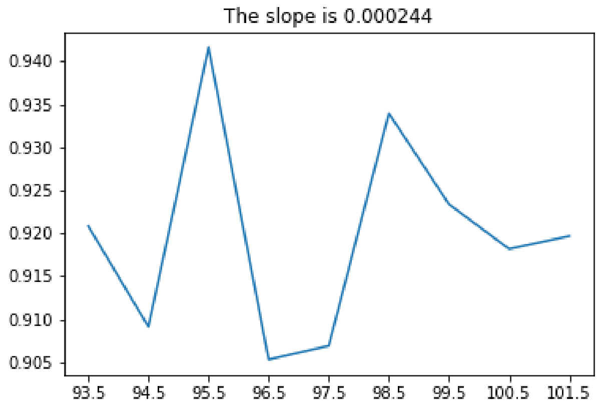


圖 4.1.1　5 等分 I_{mask_v} 折線圖

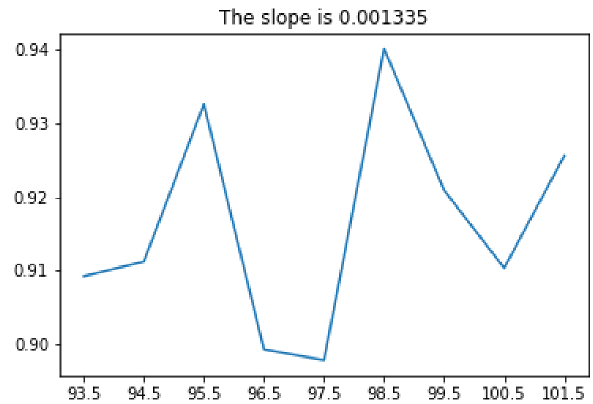
DOI:10.6814/NCCU202000929



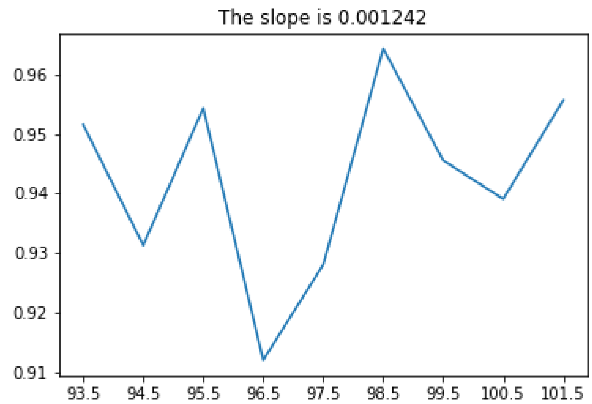
10 等分 I_{mask_v} 折線圖



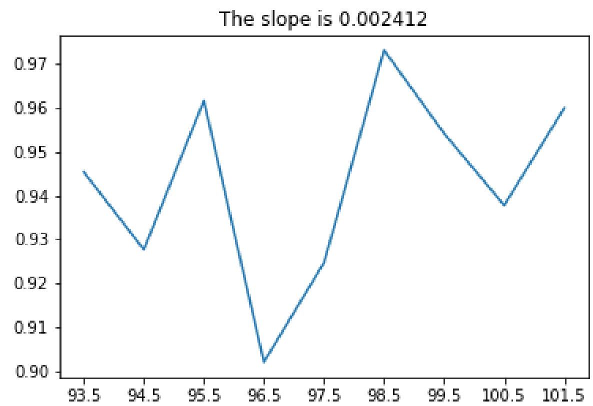
15 等分 I_{mask_v} 折線圖



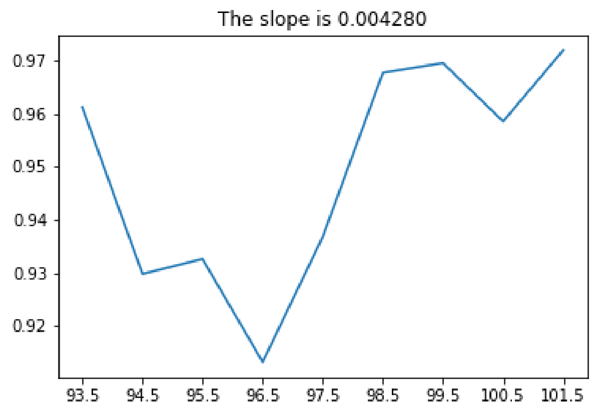
20 等分 I_{mask_v} 折線圖



25 等分 I_{mask_v} 折線圖



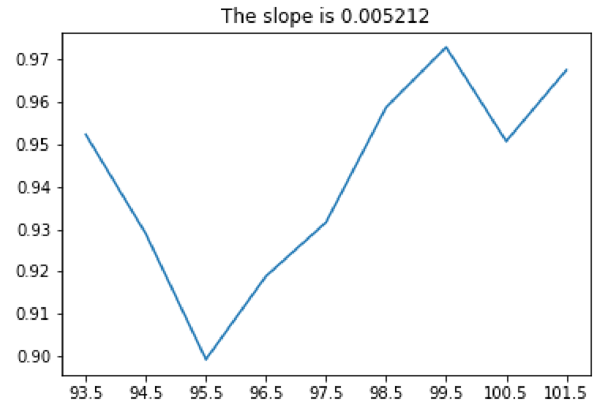
30 等分 I_{mask_v} 折線圖



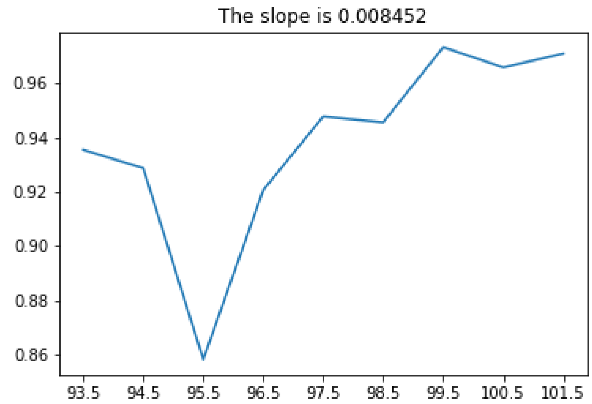
35 等分 I_{mask_v} 折線圖

圖 4.1.2 10 等分到 35 等分 I_{mask_v} 折線圖

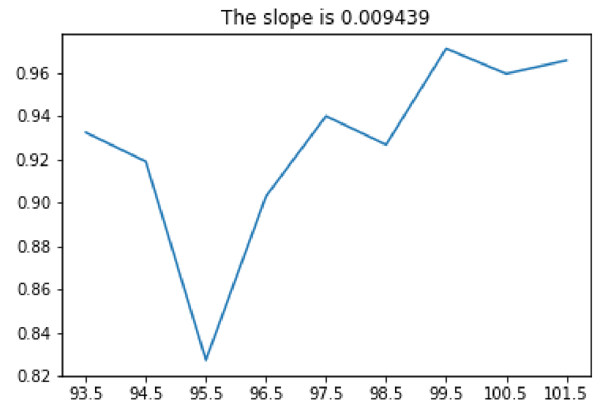
DOI:10.6814/NCCU202000929



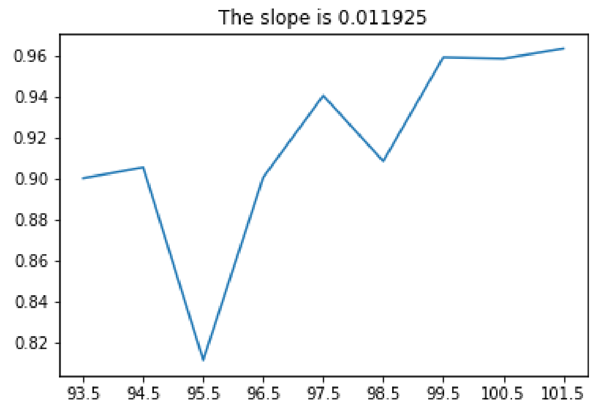
40 等分 I_{mask_v} 折線圖



45 等分 I_{mask_v} 折線圖

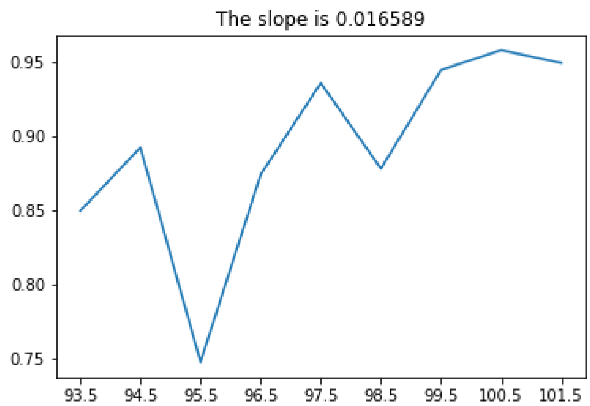


50 等分 I_{mask_v} 折線圖



55 等分 I_{mask_v} 折線圖

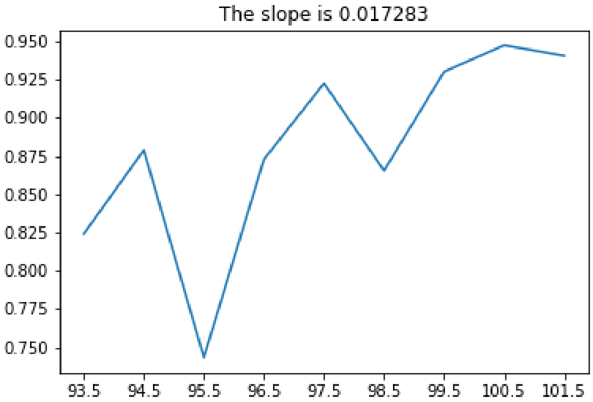
60 等分 I_{mask_v} 折線圖



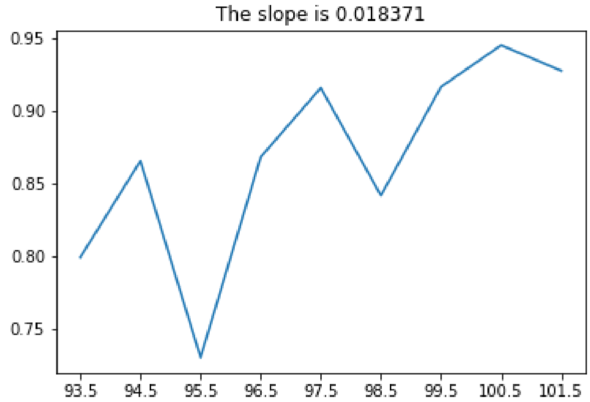
65 等分 I_{mask_v} 折線圖

圖 4.1.3 40 等分到 65 等分 I_{mask_v} 折線圖

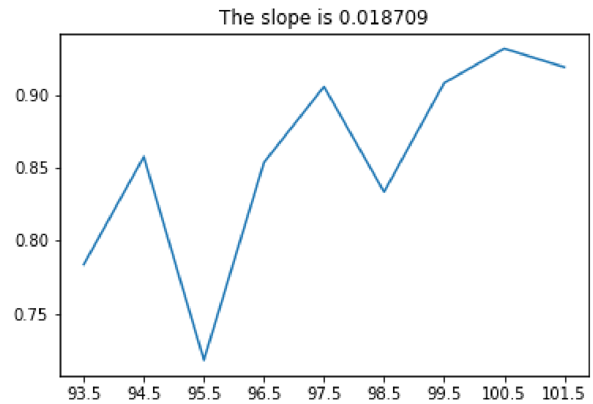
DOI:10.6814/NCCU202000929



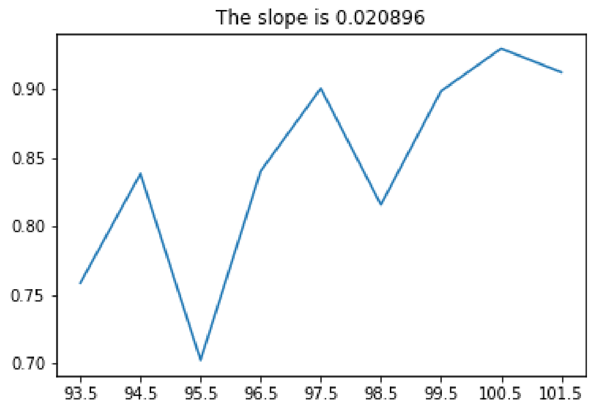
70 等分 I_{mask_v} 折線圖



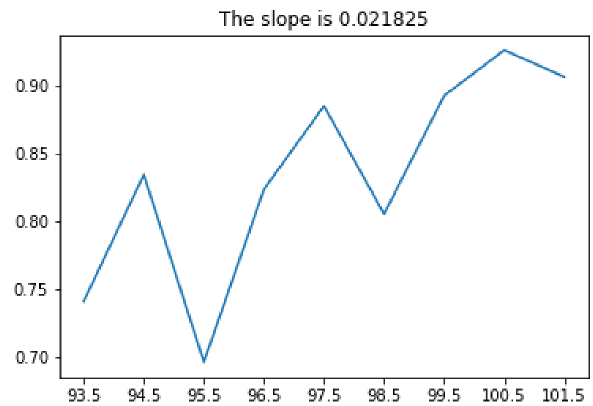
75 等分 I_{mask_v} 折線圖



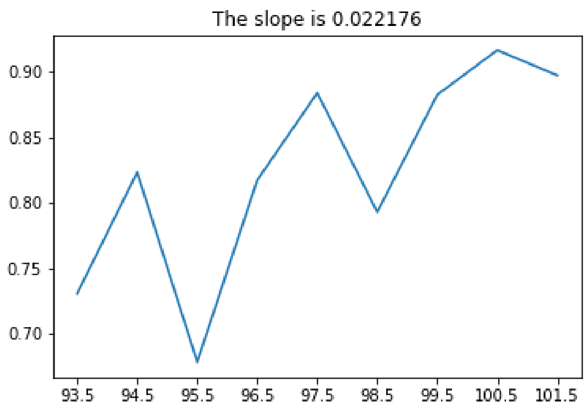
80 等分 I_{mask_v} 折線圖



85 等分 I_{mask_v} 折線圖



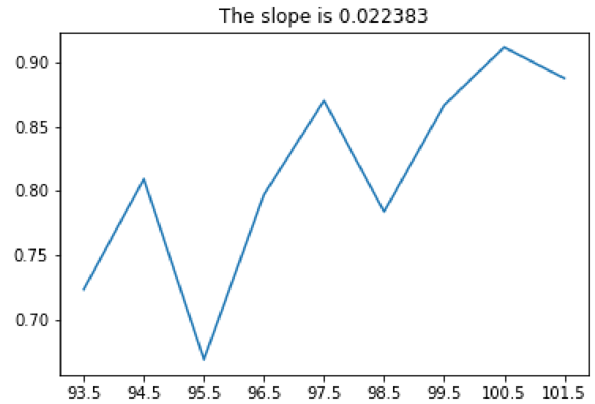
90 等分 I_{mask_v} 折線圖



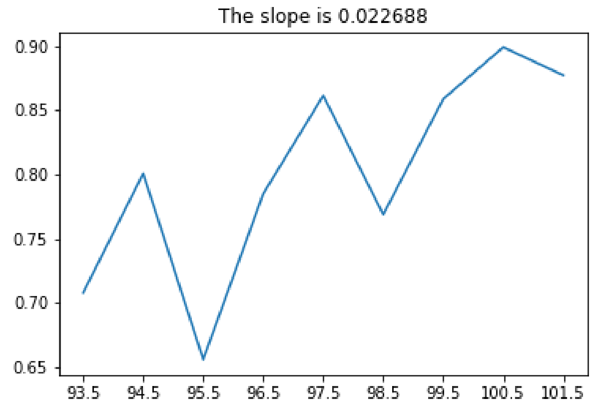
95 等分 I_{mask_v} 折線圖

圖 4.1.4 70 等分到 95 等分 I_{mask_v} 折線圖

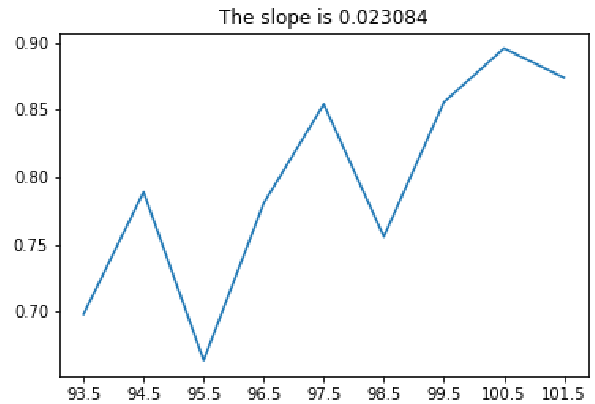
DOI:10.6814/NCCU202000929



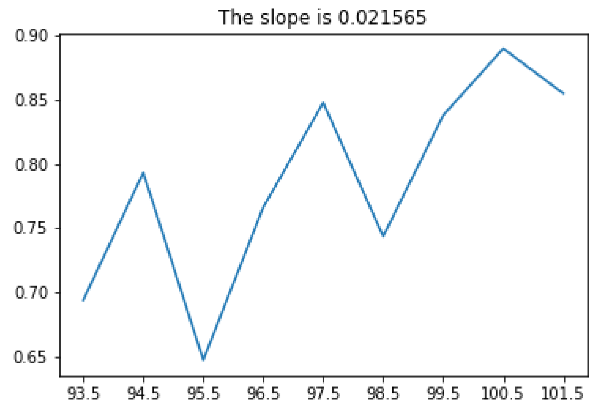
100 等分 I_{mask_v} 折線圖



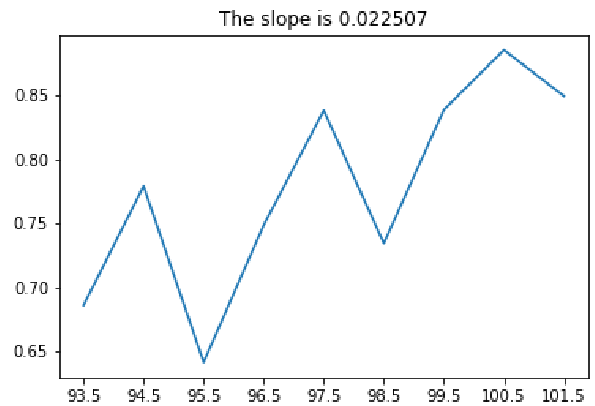
105 等分 I_{mask_v} 折線圖



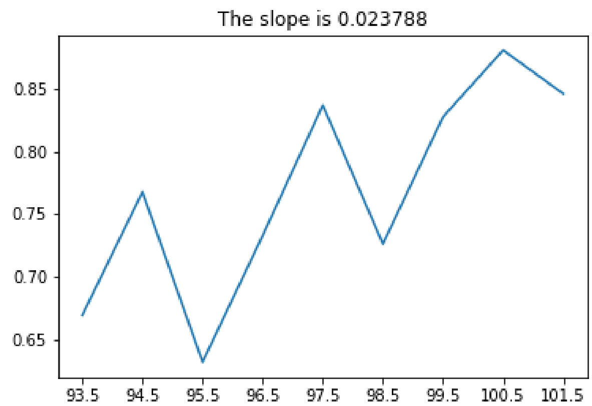
110 等分 I_{mask_v} 折線圖



115 等分 I_{mask_v} 折線圖



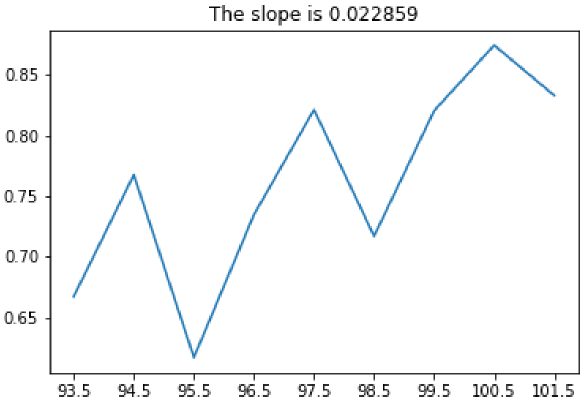
120 等分 I_{mask_v} 折線圖



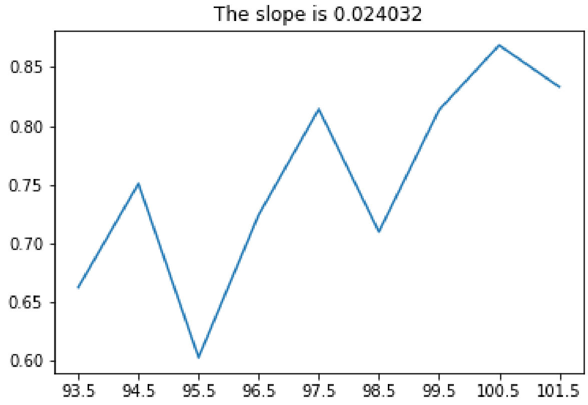
125 等分 I_{mask_v} 折線圖

圖 4.1.5 100 等分到 125 等分 I_{mask_v} 折線圖

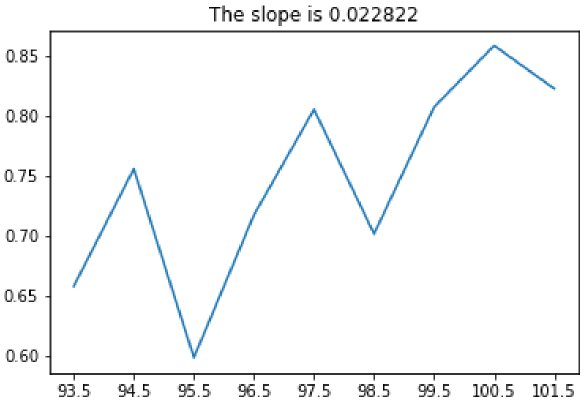
DOI:10.6814/NCCU202000929



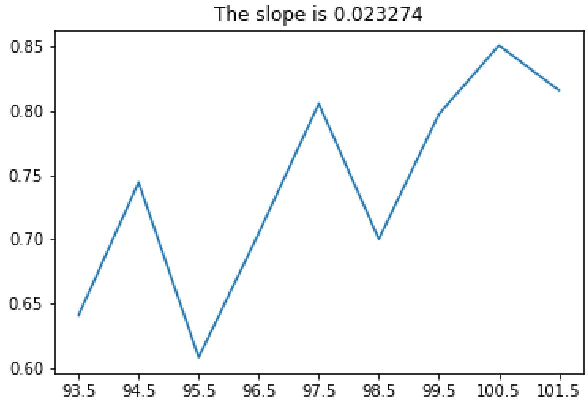
130 等分 I_{mask_v} 折線圖



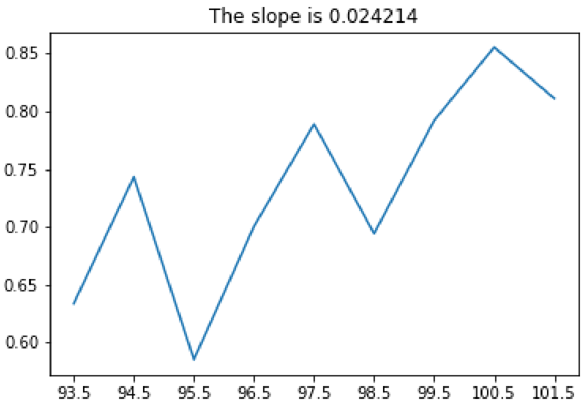
135 等分 I_{mask_v} 折線圖



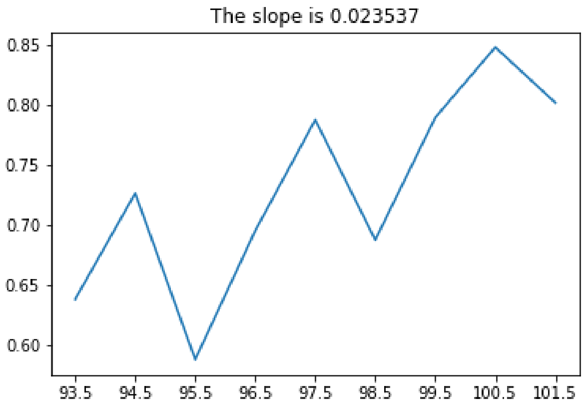
140 等分 I_{mask_v} 折線圖



145 等分 I_{mask_v} 折線圖



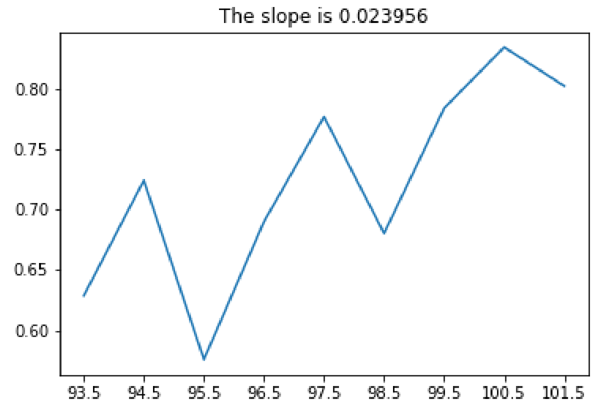
150 等分 I_{mask_v} 折線圖



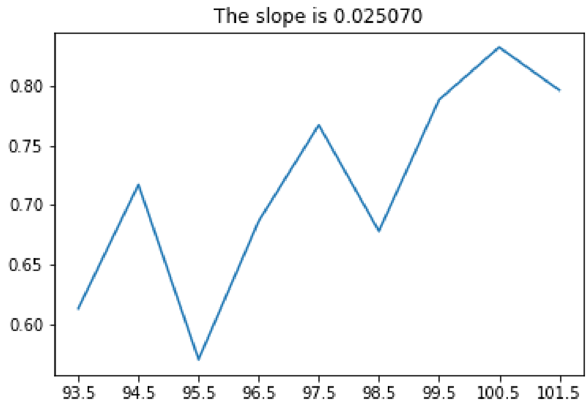
155 等分 I_{mask_v} 折線圖

圖 4.1.6　130 等分到 155 等分 I_{mask_v} 折線圖

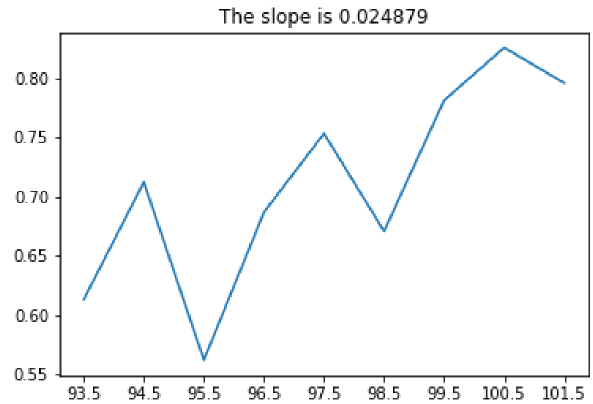
DOI:10.6814/NCCU202000929



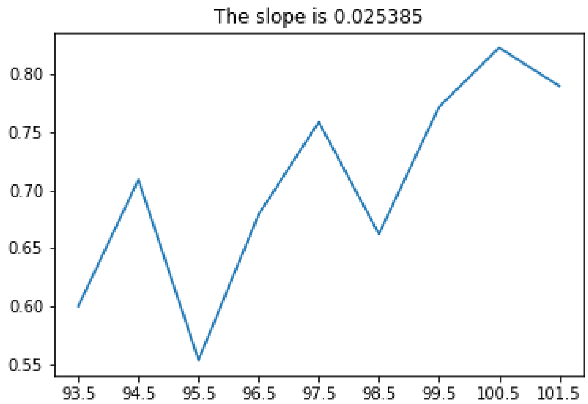
160 等分 I_{mask_v} 折線圖



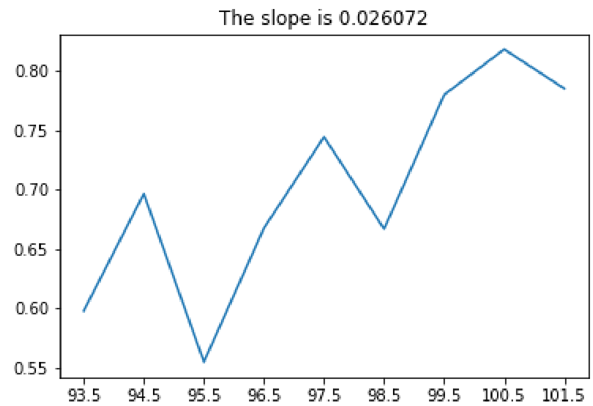
165 等分 I_{mask_v} 折線圖



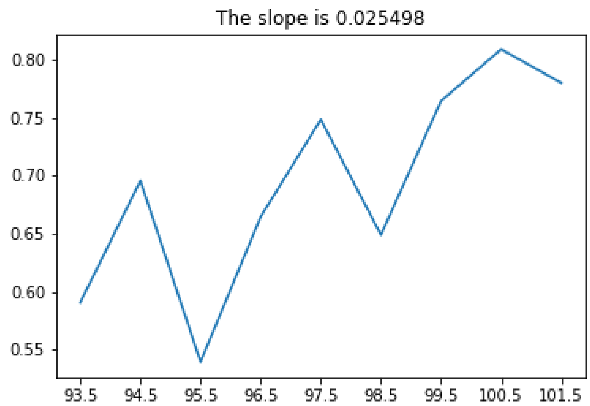
170 等分 I_{mask_v} 折線圖



175 等分 I_{mask_v} 折線圖



180 等分 I_{mask_v} 折線圖



185 等分 I_{mask_v} 折線圖

圖 4.1.7 160 等分到 185 等分 I_{mask_v} 折線圖

DOI:10.6814/NCCU202000929

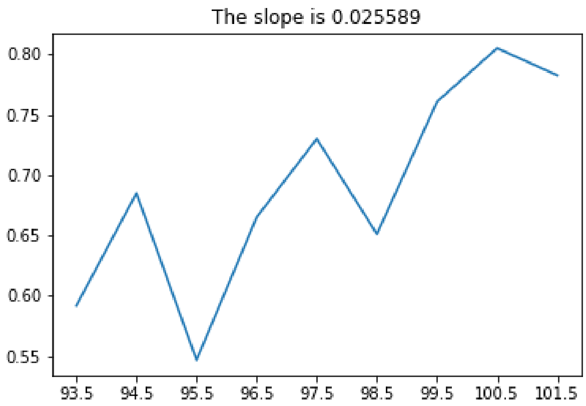


圖 4.1.8 190 等分 I_{mask_v} 折線圖

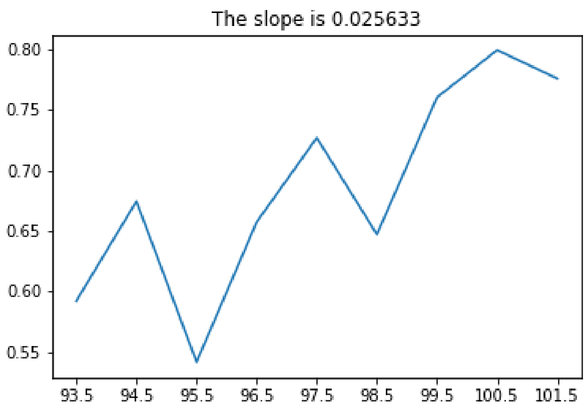


圖 4.1.9 195 等分 I_{mask_v} 折線圖

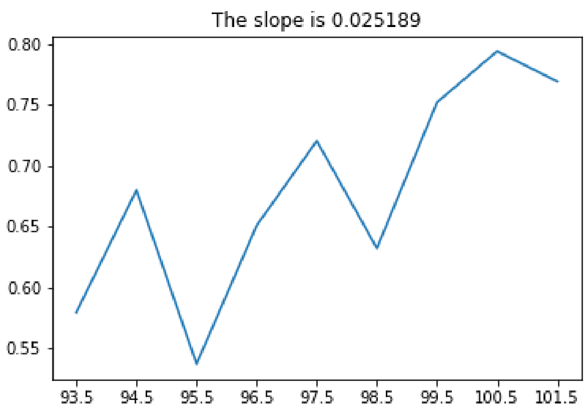


圖 4.1.10 200 等分 I_{mask_v} 折線圖

DOI:10.6814/NCCU202000929

小結: 下圖是等分與斜率值的關係圖，觀察出不管切幾等分，斜率值均為正數，代表隨著每一年的經過，I_{mask_v} 的值是趨向越大，亦即在貧窮與富有階級滯留情形是越來越嚴重的且中產階段的人也有往兩端移動的趨勢，顯示出社會可能逐漸趨向不公義。

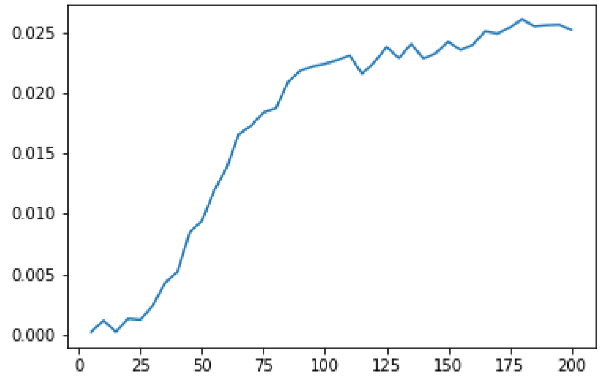


圖 4.1.11 I_{mask_v} 等分斜率關係圖

第二節 $I_{justice}$ 之實際資料結果

第三章第二節提及研究者在財資中心使用 93 年至 102 年之 20~30 歲申報資料整理計算出 360 個轉移矩陣。在本節要使用這些轉移矩陣相對應算出 360 個 $I_{justice}$ 並畫成折線圖，而圖的標題是透過九個 $I_{justice}$ 所算出的迴歸斜率值。其中觀察出 85 等分以後的折線圖，在 95 年至 96 年以及 96 年至 97 年兩個時段，$I_{justice}$ 是較大的，亦即在這兩個時段，台灣社會是公義的。

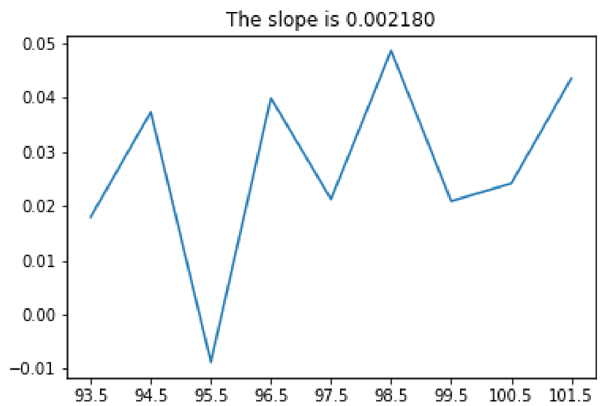
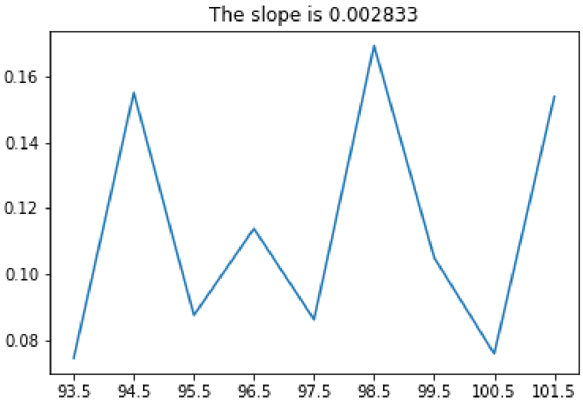
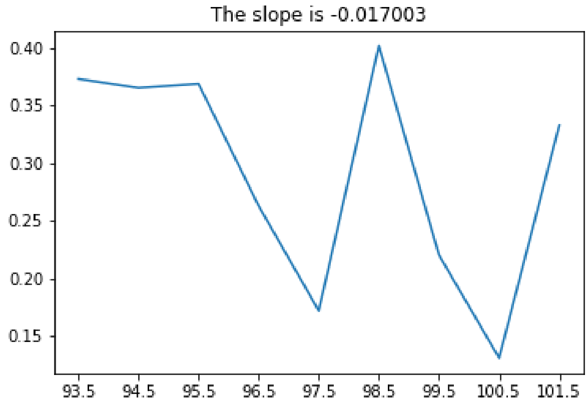


圖 4.2.12 5 等分 $I_{justice}$ 折線圖

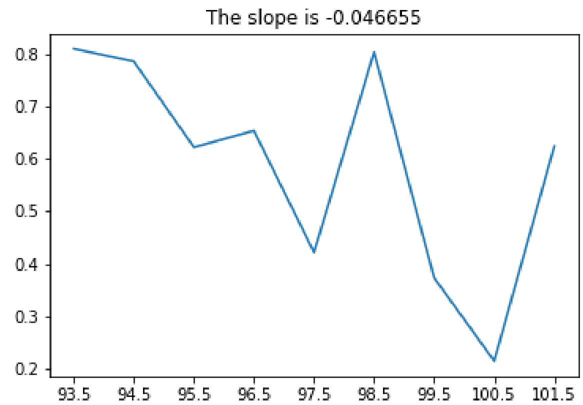
DOI:10.6814/NCCU202000929



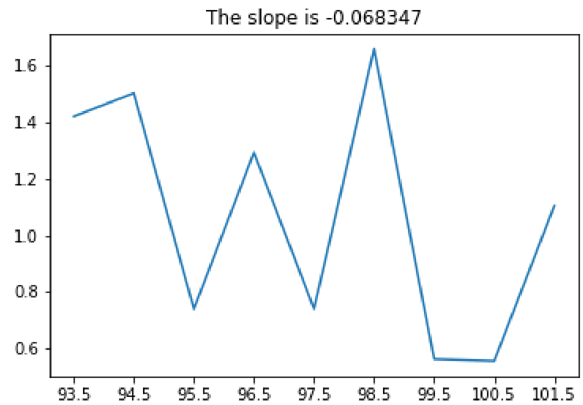
10 等分 $I_{justice}$ 折線圖



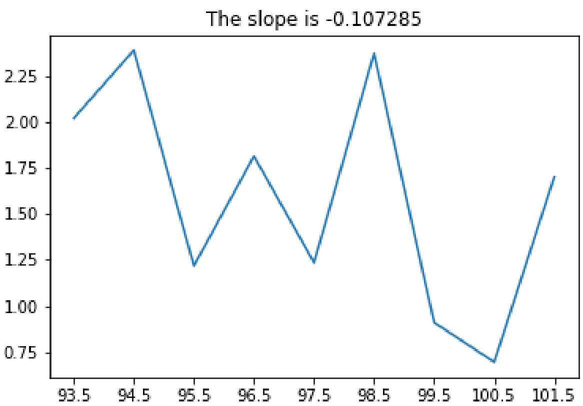
15 等分 $I_{justice}$ 折線圖



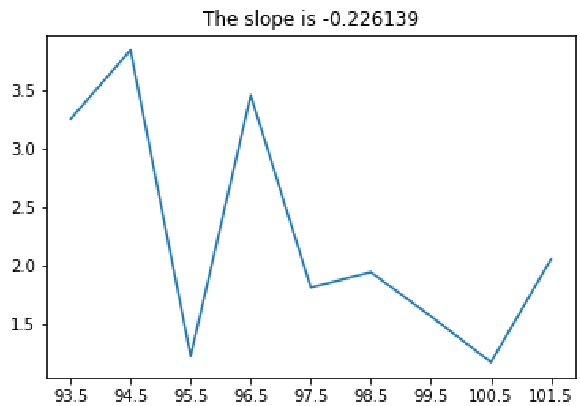
20 等分 $I_{justice}$ 折線圖



25 等分 $I_{justice}$ 折線圖



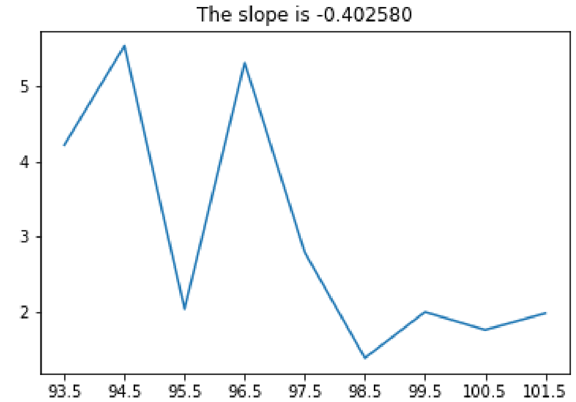
30 等分 $I_{justice}$ 折線圖



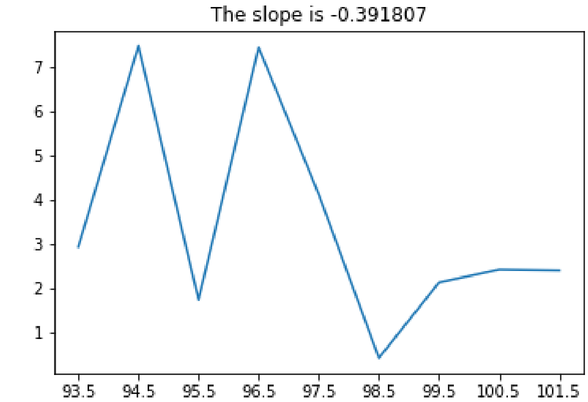
35 等分 $I_{justice}$ 折線圖

圖 4.2.13 10 等分到 35 等分 $I_{justice}$ 折線圖

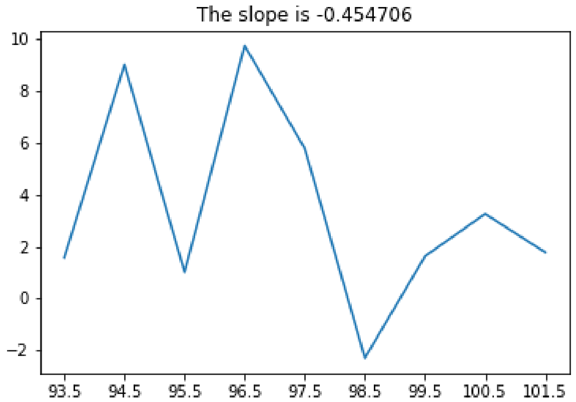
DOI:10.6814/NCCU202000929



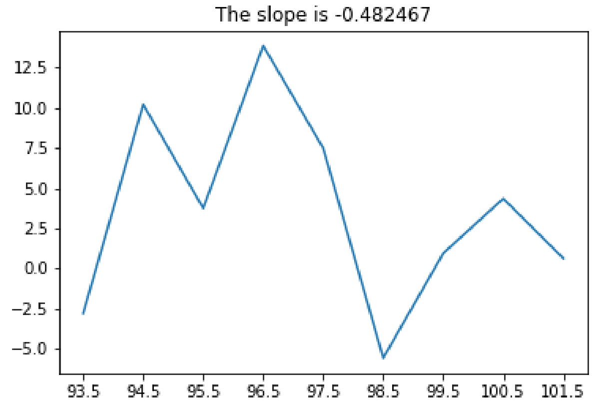
40 等分 $I_{justice}$ 折線圖



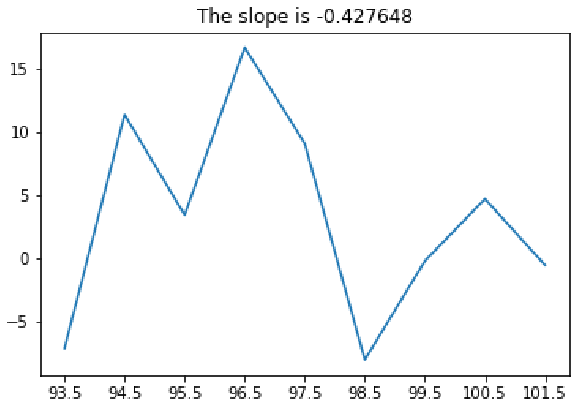
45 等分 $I_{justice}$ 折線圖



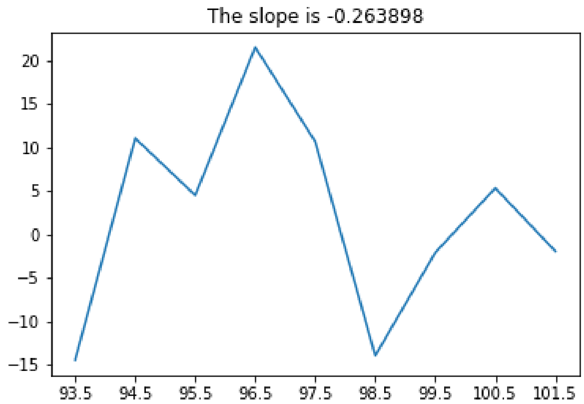
50 等分 $I_{justice}$ 折線圖



55 等分 $I_{justice}$ 折線圖



60 等分 $I_{justice}$ 折線圖



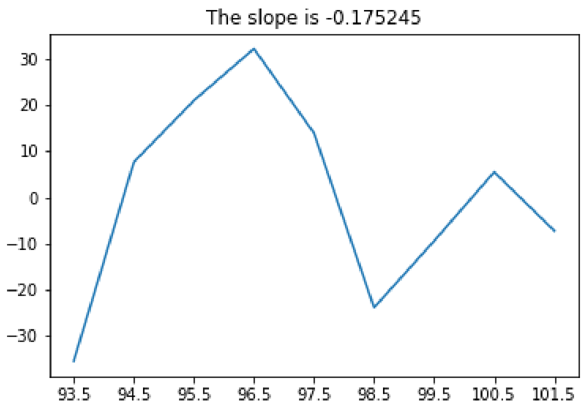
65 等分 $I_{justice}$ 折線圖

圖 4.2.14 40 等分到 65 等分 $I_{justice}$ 折線圖

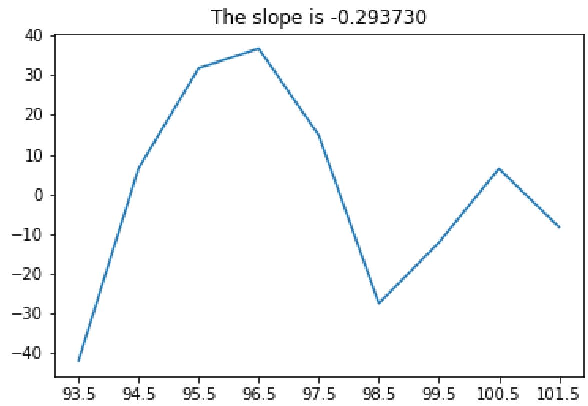
DOI:10.6814/NCCU202000929

70 等分 $I_{justice}$ 折線圖

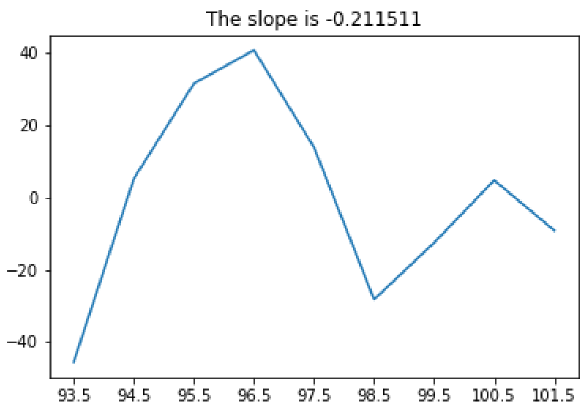
75 等分 $I_{justice}$ 折線圖



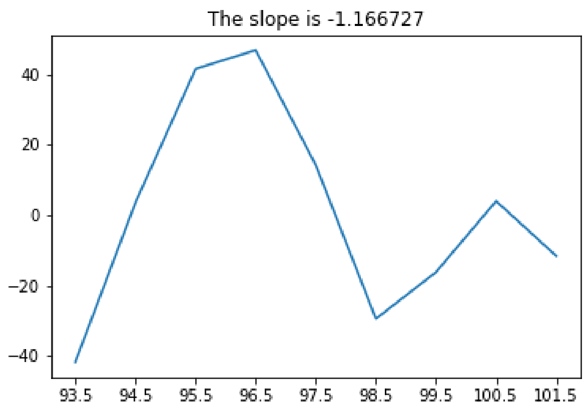
80 等分 $I_{justice}$ 折線圖



85 等分 $I_{justice}$ 折線圖



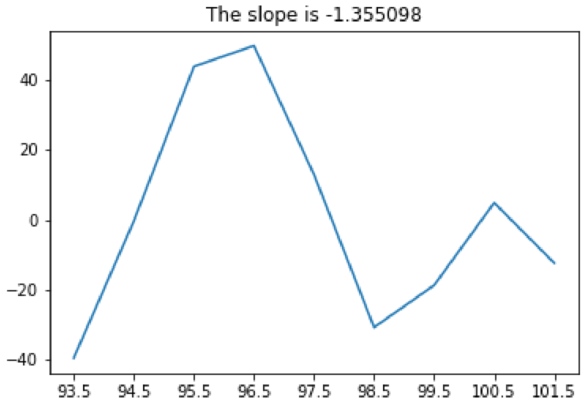
90 等分 $I_{justice}$ 折線圖



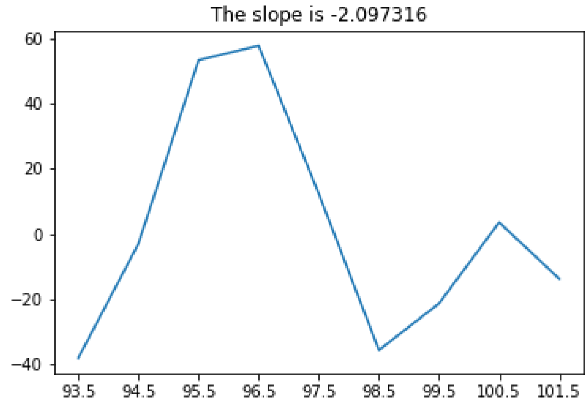
95 等分 $I_{justice}$ 折線圖

圖 4.2.15 70 等分到 95 等分 $I_{justice}$ 折線圖

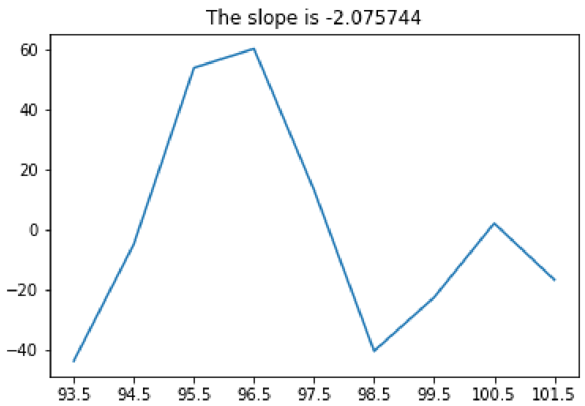
DOI:10.6814/NCCU202000929



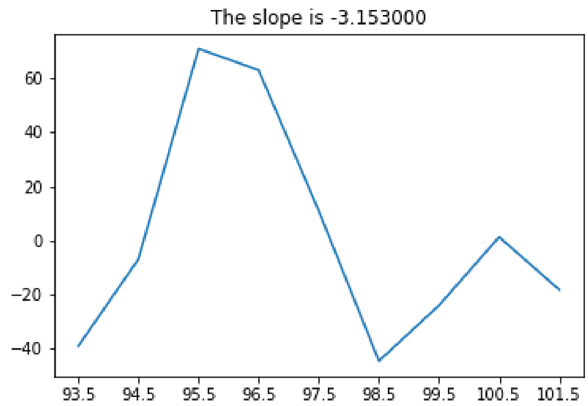
100 等分 $I_{justice}$ 折線圖



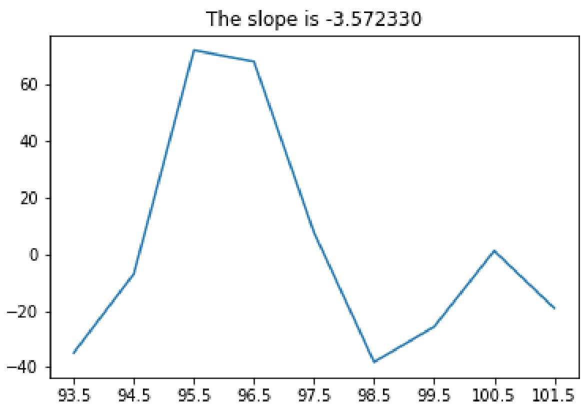
105 等分 $I_{justice}$ 折線圖



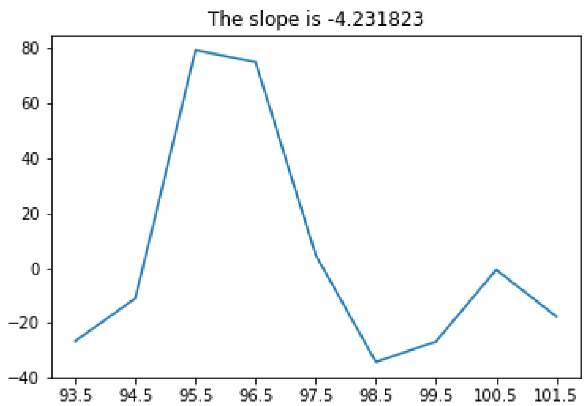
110 等分 $I_{justice}$ 折線圖



115 等分 $I_{justice}$ 折線圖



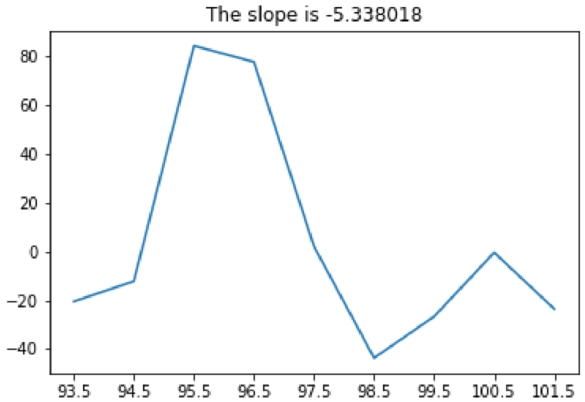
120 等分 $I_{justice}$ 折線圖



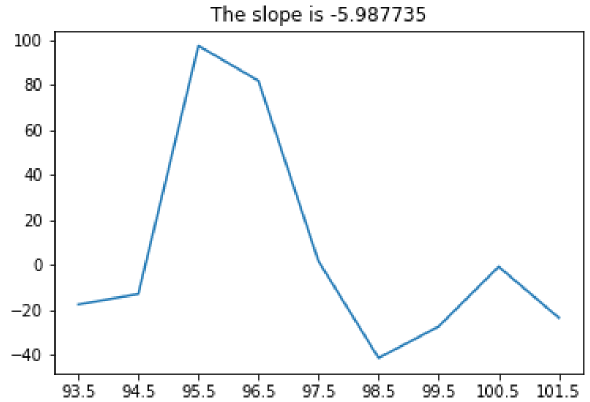
125 等分 $I_{justice}$ 折線圖

圖 4.2.16 100 等分到 125 等分 $I_{justice}$ 折線圖

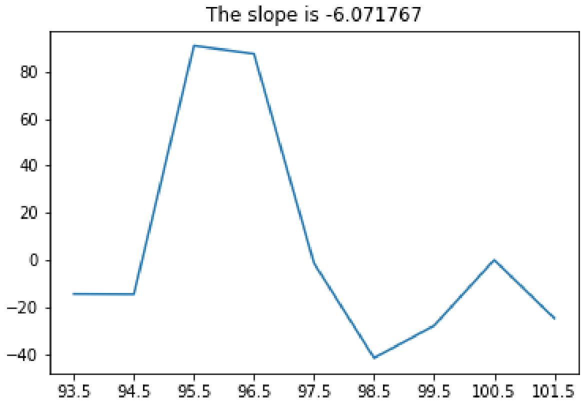
DOI:10.6814/NCCU202000929



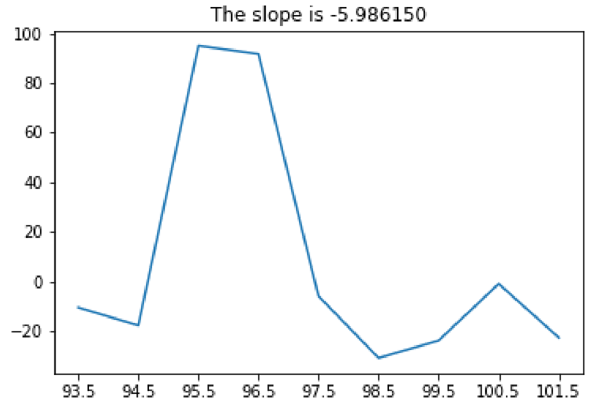
130 等分 $I_{justice}$ 折線圖



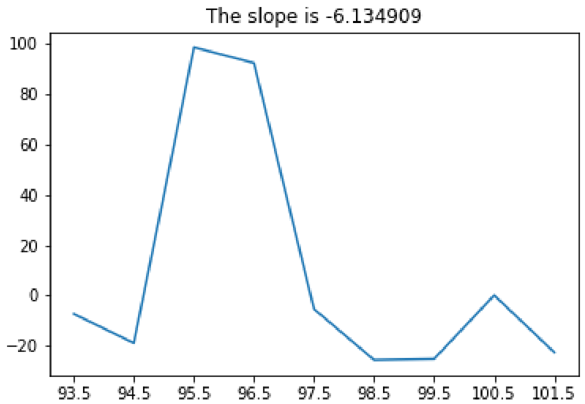
135 等分 $I_{justice}$ 折線圖



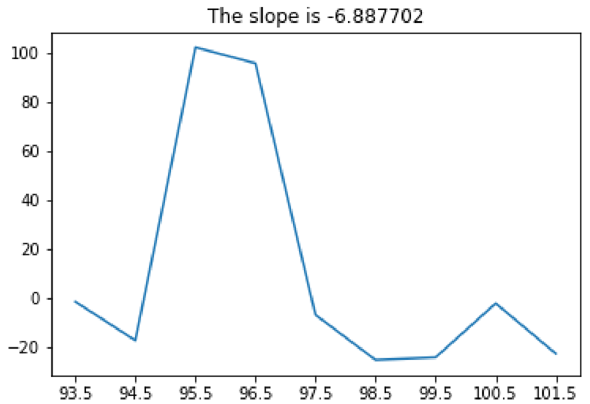
140 等分 $I_{justice}$ 折線圖



145 等分 $I_{justice}$ 折線圖



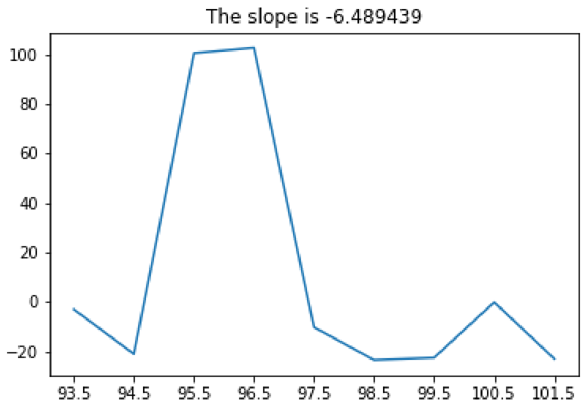
150 等分 $I_{justice}$ 折線圖



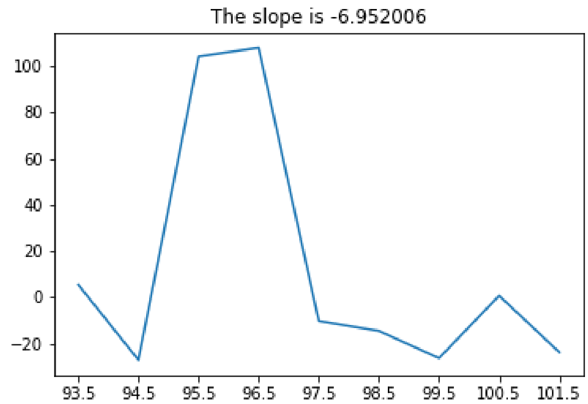
155 等分 $I_{justice}$ 折線圖

圖 4.2.17 130 等分到 155 等分 $I_{justice}$ 折線圖

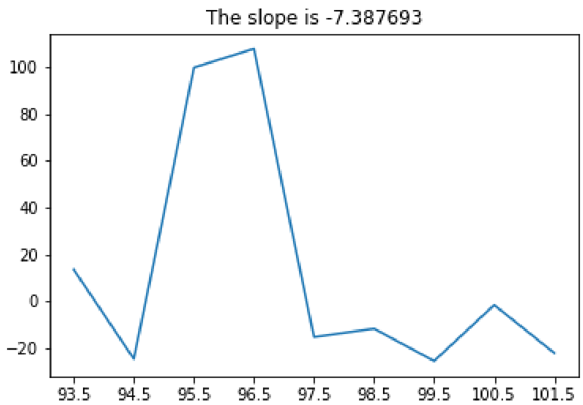
DOI:10.6814/NCCU202000929



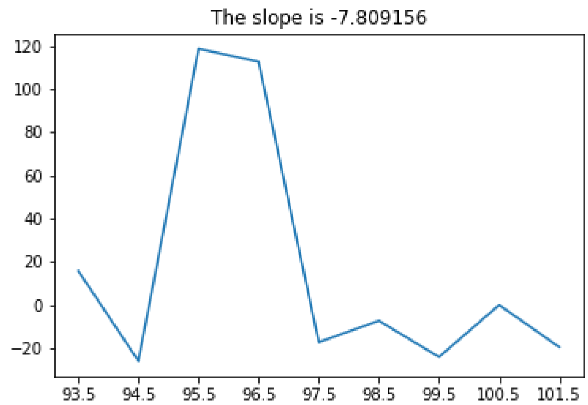
160 等分 $I_{justice}$ 折線圖



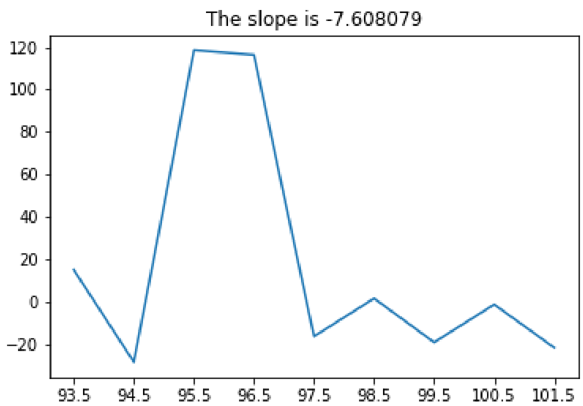
165 等分 $I_{justice}$ 折線圖



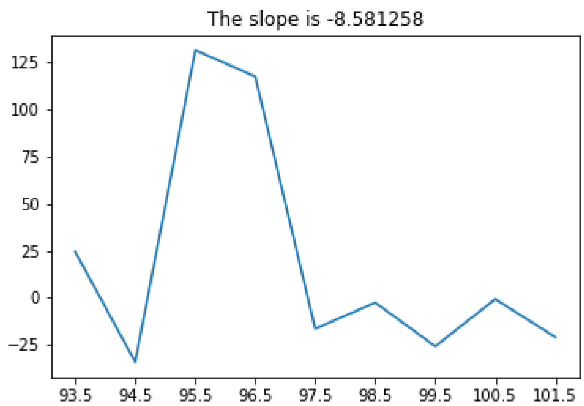
170 等分 $I_{justice}$ 折線圖



175 等分 $I_{justice}$ 折線圖



180 等分 $I_{justice}$ 折線圖



185 等分 $I_{justice}$ 折線圖

圖 4.2.18　160 等分到 185 等分 $I_{justice}$ 折線圖

DOI:10.6814/NCCU202000929

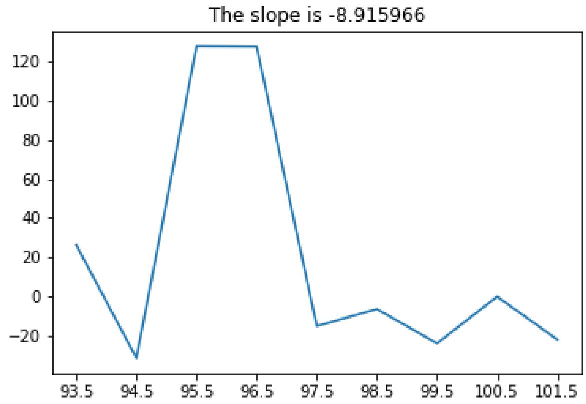


圖 4.2.19 190 等分 $I_{justice}$ 折線圖

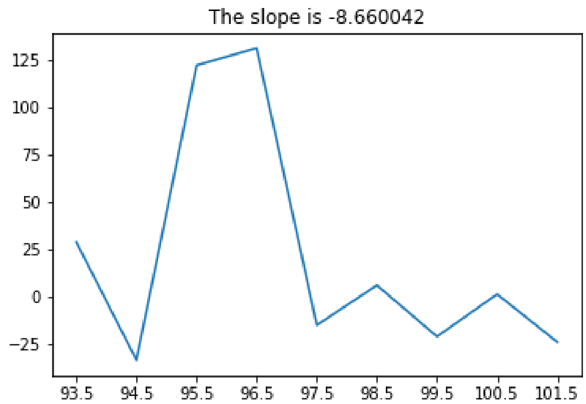


圖 4.2.20 195 等分 $I_{justice}$ 折線圖

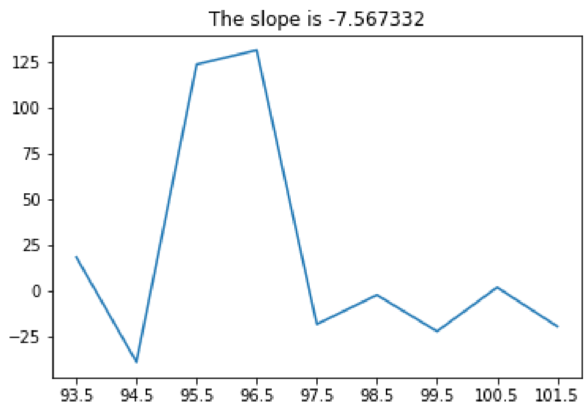
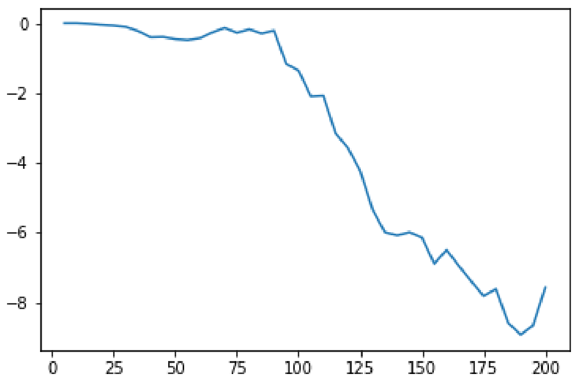


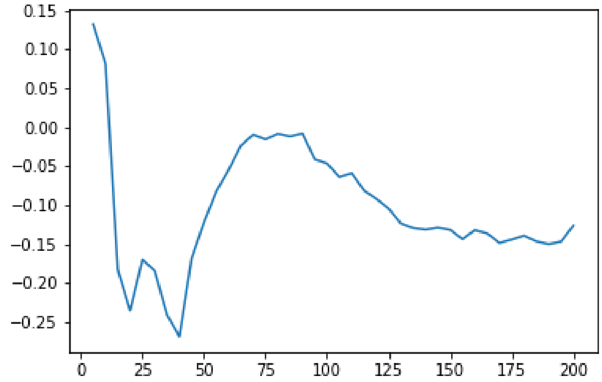
圖 4.2.21 200 等分 $I_{justice}$ 折線圖

DOI:10.6814/NCCU202000929

小結: 下面二圖是等分與斜率值的關係圖，左圖之斜率值是根據圖 4.2.12～ 圖 4.2.21 的標題所描繪出來。而右圖之斜率值是把圖 4.2.12～ 圖 4.2.21 的九個 $I_{justice}$ 做標準化後，所算出的斜率值。都觀察出從切 15 等分之後，斜率值均為負數，代表隨著每一年的經過，$I_{justice}$ 的值是趨向越小的，顯示出財富階級流動是越來越不公義的。



未標準化的 $I_{justice}$ 之等分斜率關係圖



標準化的 $I_{justice}$ 之等分斜率關係圖

圖 4.2.22 $I_{justice}$ 等分斜率關係圖

第三節 財富價值分配以及財富等第

前兩節已透過兩個指標瞭解台灣財富公義性的趨勢。不過本研究想更進一步分析兩件事情:(壹) 雖然第二章我們有給 93 年到 102 年財富價值的敘述統計，但是其 distribtion 大概是 follow 什麼分配呢?(貳) 究竟要對財富價值切多少等分所算出來的 $I_{justice}$ 才比較合理顯示出台灣公義性的狀況? 以下就上述兩個問題進行探索。

(一) 財富價值分配

在財資中心先對 93 年至 102 年的財富價值畫出長條圖後，初步觀察到分布形狀極度右偏，因此本研究會先考量採用伽瑪 (Gamma) 分配和指數 (Exponential) 分配與實際資料做比較。另外，初步長條圖看似右偏，但有無可能財富分配其實是公平的呢，因此又採用常態 (Normal) 分配和均勻 (Uniform) 分配納入考量，所以我們最終就使用這四種分配來判斷財富價值分布最像哪一個? 在回答這個問題之前，本文在下一頁先提供四種分配的機率密度函數、期望值以及變異數的資訊，接著就對判斷方法進行說明，其中會用到兩個概念，一個是如何對參數做估計，另一個是機率密度函數連乘的應用。

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 4.3.1 Gamma 分配的機率密度函數、期望值以及變異數

$X \sim Gamma(\alpha, \beta)$	
機率密度函數	$f(x;\alpha,\beta) = \dfrac{x^{\alpha-1}exp(-x/\beta)}{\Gamma(\alpha)\beta^{\alpha}}$ ，$x > 0$ where $\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} s^{\alpha-1}e^{-s}ds$
期望值	$\alpha\beta$
變異數	$\alpha\beta^2$

表 4.3.2 Exponential 分配的機率密度函數、期望值以及變異數

$X \sim Exponential(\lambda)$	
機率密度函數	$f(x;\lambda) = \lambda e^{-\lambda x}$ ，$x \geq 0$
期望值	$\dfrac{1}{\lambda}$
變異數	$\dfrac{1}{\lambda^2}$

表 4.3.3 Normal 分配的機率密度函數、期望值以及變異數

$X \sim Normal(\mu, \sigma)$	
機率密度函數	$f(x;\mu,\sigma) = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}exp(-(x-\mu)^2/2\sigma^2)$ ，$-\infty < x < \infty$
期望值	μ
變異數	σ

表 4.3.4 Uniform 分配的機率密度函數、期望值以及變異數

$X \sim Uniform(a, b)$	
機率密度函數	$f(x;a,b) = \dfrac{1}{b-a}$ ，$a \leq x \leq b$
期望值	$\dfrac{a+b}{2}$
變異數	$\dfrac{(b-a)^2}{12}$

DOI:10.6814/NCCU202000929

若有一組資料 $x_1, x_2, ..., x_n$ 來自於上一頁的其中一個分配，那要如何對參數做估計呢? 以下針對這四種分配進行說明。

(I) 估計 Gamma 分配的參數 α, β

令 $\bar{x}$ 是資料 $x_1, x_2, ..., x_n$ 的平均，s^2 是資料 $x_1, x_2, ..., x_n$ 的變異數。因為 Gamma 分配的平均數是 $\alpha\beta$，變異數是 $\alpha\beta^2$，所以我們設定 $\alpha\beta = \bar{x}$ 且 $\alpha\beta^2 = s^2$，於是根據這兩個等式，對 α, β 進行估計，得到

$$\alpha = \frac{\bar{x}^2}{s^2} \quad , \quad \beta = \frac{s^2}{\bar{x}}$$

(II) 估計 Exponential 分配的參數 λ

令 $\bar{x}$ 是資料 $x_1, x_2, ..., x_n$ 的平均。因為 Exponential 分配的平均數是 $\frac{1}{\lambda}$，所以我們設定 $\frac{1}{\lambda} = \bar{x}$，對 λ 進行估計，得到

$$\lambda = \frac{1}{\bar{x}}$$

(III) 估計 Normal 分配的參數 μ, σ

令 $\bar{x}$ 是資料 $x_1, x_2, ..., x_n$ 的平均，s^2 是資料 $x_1, x_2, ..., x_n$ 的變異數。因為 Normal 分配的平均數是 μ，標準差是 σ，所以直接對 μ, σ 進行估計，即

$$\mu = \bar{x} \quad , \quad \sigma = s$$

(IV) 估計 Uniform 分配的參數 a, b

令 L 是資料 $x_1, x_2, ..., x_n$ 的最小值，R 是資料 $x_1, x_2, ..., x_n$ 的最大值。因為 Uniform 分配的參數是左端點 a，右端點 b，所以直接對 a, b 進行估計，即

$$a = L \quad , \quad b = R$$

DOI:10.6814/NCCU202000929

有了參數估計，最後要問一個問題，究竟我們手上的樣本最有可能來自於上述四種的哪一個分配呢? 回應這個問題之前我們先提判斷的概念，接著再藉由符號定義來完整說明該如何判斷。

假設我們有兩個分配稱做 Q 分配和 R 分配，令 $f(x;\theta)$ 是 Q 分配的機率密度函數，$g(x;\theta)$ 是 R 分配的機率密度函數。現在我有一組樣本 $x_1, x_2, ..., x_n$，透過樣本對 Q 分配的 $f(x;\theta)$ 之參數 θ 進行估計，稱作 $\hat{\theta}_Q$，這個 $\hat{\theta}_Q$ 估計量的意義為 $x_1, x_2, ..., x_n$ 最有可能從 $f(x;\hat{\theta}_Q)$ 抽取出來; 透過樣本對 R 分配的 $g(x;\theta)$ 之參數 θ 進行估計，稱作 $\hat{\theta}_R$，這個 $\hat{\theta}_R$ 估計量的意義為 $x_1, x_2, ..., x_n$ 最有可能從 $g(x;\hat{\theta}_R)$ 抽取出來。接下來要更進一步去想 $x_1, x_2, ..., x_n$ 比較像從 Q 分配抽取出來還是從 R 分配抽取出來呢? 此時要藉由 $f(x;\hat{\theta}_Q)$ 以及 $g(x;\hat{\theta}_R)$ 來做判斷，因為 $f(x_i;\hat{\theta}_Q)$ 與 x_i 從 $f(x;\hat{\theta}_Q)$ 抽取的機率 $\Pr\{X = x_i\}$ 有正比的關係，$g(x_i;\hat{\theta}_R)$ 與 x_i 從 $g(x;\hat{\theta}_R)$ 抽取的機率 $\Pr\{X = x_i\}$ 也有正比的關係，因此我們把 $x_1, x_2, ..., x_n$ 分別代入 $f(x;\hat{\theta}_Q)$ 以及 $g(x;\hat{\theta}_R)$ 後，再做連乘的動作，也就是令 $C_Q = \prod_{i=1}^{n} f(x_i;\hat{\theta}_Q)$ 以及 $C_R = \prod_{i=1}^{n} g(x_i;\hat{\theta}_R)$。把密度函數做連乘可以大致想成機率的相乘，如果相乘出來的值越高，代表有很大的機率是從該分配抽取出來，以我們的例子也就是看 C_Q 跟 C_R 哪一個值較高，假設 C_R 最高，代表 $x_1, x_2, ..., x_n$ 是最有可能 follow R 分配。

因此令 $x_1, x_2, ..., x_n$ 是一組樣本，$\hat{\theta}$ 是對某分配參數進行估計所算出的估計量，$f(x;\theta)$ 是分配的機率密度函數，其中 θ 是未知參數。現在要看 $x_1, x_2, ..., x_n$ 最有可能 follow 上一頁提及四個分配的哪一個，我們定義 $S(\hat{\theta}) = \sum_{i=1}^{n} f(x_i;\hat{\theta})$，在此我們 $S(\hat{\theta})$ 的公式用相加而不用相乘是因為實際申報資料有 96585 個樣本，把這些樣本分別代入四種機率密度函數後再乘 96585 次，因為電腦有精度問題且乘出來的值是非常的小，所以由 python 算出來的結果都是 0，這樣就無法判斷樣本可能是 follow 哪個分配，因此我們就採用相加的方式去判斷。最後看哪一個 $S(\hat{\theta})$ 最高，就認定資料最可能來自最高 $S(\hat{\theta})$ 所對應的分配。

在前一頁已經知道如何對四種分配的參數做估計，以及在本頁知道要如何判斷資料是最有可能 follow 什麼分配，所以本文準備用申報資料要套用前述方法，看看從 93～102 年，每一年申報人的財富價值最像哪種分配，然後於下一頁將給出表格說明結果。但因為表格中有一些數學符號，所以在此要先說明符號的定義，令 $\bar{x}_{(j)}$ 是民國 j 年財富價值的平均數，$s_{(j)}$ 是民國 j 年財富價值的標準差，$L_{(j)}$ 是民國 j 年財富價值的最小值，$R_{(j)}$ 是民國 j 年財富價值的最大值。

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 4.3.5　93 年至 96 年財富價值的四種 $S(\hat{\theta})$ 結果

	$j=93$	$j=94$	$j=95$	$j=96$
Gamma 分配的 $S(\hat{\alpha}_{(j)},\hat{\beta}_{(j)})=\sum_{i=1}^{96585} f(x_i;\frac{\bar{x}^2_{(j)}}{s^2_{(j)}},\frac{s^2_{(j)}}{\bar{x}_{(j)}})$	0.057528	0.048978	0.046807	0.044674
Exponential 分配的 $S(\hat{\lambda}_{(j)})=\sum_{i=1}^{96585} f(x_i;\frac{1}{\bar{x}_{(j)}})$	0.038242	0.033784	0.030580	0.026002
Normal 分配的 $S(\hat{\mu}_{(j)},\hat{\sigma}_{(j)})=\sum_{i=1}^{96585} f(x_i;\bar{x}_{(j)},s_{(j)})$	0.006177	0.004965	0.004290	0.002873
Uniform 分配的 $S(\hat{a}_{(j)},\hat{b}_{(j)})=\sum_{i=1}^{96585} f(x_i;L_{(j)},R_{(j)})$	0.000160	0.000092	0.000089	0.000045

表 4.3.6　97 年至 99 年財富價值的四種 $S(\hat{\theta})$ 結果

	$j=97$	$j=98$	$j=99$
Gamma 分配的 $S(\hat{\alpha}_{(j)},\hat{\beta}_{(j)})=\sum_{i=1}^{96585} f(x_i;\frac{\bar{x}^2_{(j)}}{s^2_{(j)}},\frac{s^2_{(j)}}{\bar{x}_{(j)}})$	0.103731	0.099311	0.119743
Exponential 分配的 $S(\hat{\lambda}_{(j)})=\sum_{i=1}^{96585} f(x_i;\frac{1}{\bar{x}_{(j)}})$	0.025402	0.023211	0.019423
Normal 分配的 $S(\hat{\mu}_{(j)},\hat{\sigma}_{(j)})=\sum_{i=1}^{96585} f(x_i;\bar{x}_{(j)},s_{(j)})$	0.003409	0.002717	0.002243
Uniform 分配的 $S(\hat{a}_{(j)},\hat{b}_{(j)})=\sum_{i=1}^{96585} f(x_i;L_{(j)},R_{(j)})$	0.000059	0.000050	0.000059

表 4.3.7　100 年至 102 年財富價值的四種 $S(\hat{\theta})$ 結果

	$j=100$	$j=101$	$j=102$
Gamma 分配的 $S(\hat{\alpha}_{(j)},\hat{\beta}_{(j)})=\sum_{i=1}^{96585} f(x_i;\frac{\bar{x}^2_{(j)}}{s^2_{(j)}},\frac{s^2_{(j)}}{\bar{x}_{(j)}})$	0.093064	0.106748	0.115384
Exponential 分配的 $S(\hat{\lambda}_{(j)})=\sum_{i=1}^{96585} f(x_i;\frac{1}{\bar{x}_{(j)}})$	0.017457	0.016276	0.013740
Normal 分配的 $S(\hat{\mu}_{(j)},\hat{\sigma}_{(j)})=\sum_{i=1}^{96585} f(x_i;\bar{x}_{(j)},s_{(j)})$	0.001984	0.001816	0.001392
Uniform 分配的 $S(\hat{a}_{(j)},\hat{b}_{(j)})=\sum_{i=1}^{96585} f(x_i;L_{(j)},R_{(j)})$	0.000048	0.000030	0.000027

DOI:10.6814/NCCU202000929

由表 4.3.5~ 表 4.3.7，發現 93~102 年財富價值分配都像 Gamma 分配。但只知道像 Gamma 分配好像不太夠，本研究還想更進一步地知道每一年 $Gamma(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$ 的兩個參數估計量是什麼，進而了解分配的形狀。因此下表將說明每一年財富價值大致 follow Gamma 分配的什麼參數。

表 4.3.8 93 年至 102 年財富價值來自哪個 Gamma 分配

年份	來自於哪個 Gamma 分配	年份	來自於哪個 Gamma 分配
93 年	$\Gamma(0.0792, 20831064)$	98 年	$\Gamma(0.0410, 67265509)$
94 年	$\Gamma(0.0649, 28834400)$	99 年	$\Gamma(0.0406, 81910366)$
95 年	$\Gamma(0.0595, 34960324)$	100 年	$\Gamma(0.0392, 94307775)$
96 年	$\Gamma(0.0365, 67627576)$	101 年	$\Gamma(0.0376, 105256499)$
97 年	$\Gamma(0.0541, 46291897)$	102 年	$\Gamma(0.0312, 151521364)$

當 Gamma 分配的 α 參數極小，β 參數極大時，其機率密度函數會長什麼樣子呢? 我們以 93 年 $\Gamma(0.0792, 20831064)$ 為例，如下圖。隱含顯示出台灣大部分申報人的財富價值偏向貧窮的感覺，只有少數申報人財富價值是非常富裕的。

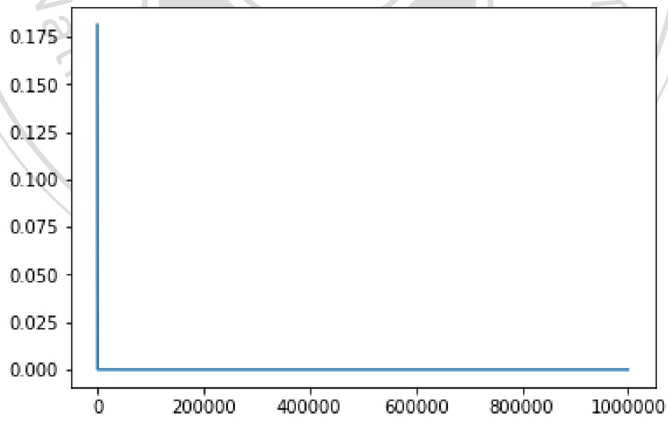


圖 4.3.23 $\Gamma(0.0792, 20831064)$ 機率密度函數

另外有觀察到從 96 年到 97 年，Gamma 分配由 $\Gamma(0.0365, 67627576)$ 變到 $\Gamma(0.0541, 46291897)$，像這種 α 參數變大，β 參數變小，意即整體財富價值分配有稍微向右移的現象產生，表示這段時期的社會是有比較公義的。

DOI:10.6814/NCCU202000929

截至目前為止，已經回答本節的第一個問題: 從 93 年到 102 年，每年的財富價值之 distribtion 大概是 follow Gamma 分配。而接下來本文將要回答本節的第二個問題: 究竟要對財富價值切多少等分所算出來的 $I_{justice}$ 才會較合理解釋財富公義性的狀況? 我們於下文進行說明。

(二) 財富等第

在第二節我們已經透過 $I_{justice}$ 衡量出社會公義性的趨勢，但本研究還想對 $I_{justice}$ 做延伸應用，因為 $I_{justice}$ 所算出的值會受到財富價值被切多少等第所影響，因此我們想了解到底要對財富價值切幾等第才會較合理詮釋財富階級流動是否公義。而判斷要切幾等分的方法於如下先大致說明流程後，然後會再詳細說明判斷方式。

首先我們會透過 $I_{justice}$ 並搭配模擬的資料，去看 93∼94 年、94∼95 年、...、101∼102 年這九段時期，財富階級的轉移過程會像第三章第四節提及那三種模擬過程的哪一種 (有常態分配的財富階級流動、伽瑪分配的財富階級流動、雙峰分配的財富階級流動)? 本文把這個問題的結果稱為 A 結論。接著先對財富價值切 5 等分，由 $I_{justice}$ 並搭配模擬的資料來告訴我們 93∼94 年、94∼95 年、...、101∼102 年這九段時期之財富階級流動像哪一種分配的階級流動，本文把這個問題的結果稱為 B 結論，然後把 A 結論跟 B 結論做比較，觀察有幾個結論對照下來是一致的。再來對財富價值切 10 等分，由 $I_{justice}$ 並搭配模擬的資料來告訴我們 93∼94 年、94∼95 年、...、101∼102 年這九段時期之財富階級流動像哪一種分配的階級流動，本文把這個問題的結果稱為 C 結論，然後把 A 結論跟 C 結論做比較，觀察有幾個結論對照下來是一致的。就這樣一直做到第 200 等分，到最後我們就去觀察究竟切多少等分，其資料所判定的結論會與 A 結論幾乎相同，代表說切該等分才是較理想的。

接著要詳細說明要如何判斷切幾等分才是理想的，其說明如下: 我們首要目標就是要把 A 結論給做出來，至於要怎麼做呢，本文將拆解步驟進行解說。

第一步，我們利用第三章常態分配的財富階級流動做一次模擬，切 k 等分的時候 $(k = 5, 10, 15, ..., 200)$ 都會各算出九個 $I_{justice}$，令為

$$N^{(k)}_{(1.5)}, N^{(k)}_{(2.5)}, N^{(k)}_{(3.5)}, N^{(k)}_{(4.5)}, N^{(k)}_{(5.5)}, N^{(k)}_{(6.5)}, N^{(k)}_{(7.5)}, N^{(k)}_{(8.5)}, N^{(k)}_{(9.5)}$$

; 利用第三章伽瑪分配的財富階級流動做一次模擬，切 k 等分的時候 $(k = 5, 10, 15, ..., 200)$ 都會各算出九個 $I_{justice}$，令為

$$G^{(k)}_{(1.5)}, G^{(k)}_{(2.5)}, G^{(k)}_{(3.5)}, G^{(k)}_{(4.5)}, G^{(k)}_{(5.5)}, G^{(k)}_{(6.5)}, G^{(k)}_{(7.5)}, G^{(k)}_{(8.5)}, G^{(k)}_{(9.5)}$$

DOI:10.6814/NCCU202000929

；利用第三章雙峰分配的財富階級流動做一次模擬，切 k 等分的時候 ($k = 5, 10, 15, ..., 200$) 都會各算出九個 $I_{justice}$，令為

$$B^{(k)}_{(1.5)}, B^{(k)}_{(2.5)}, B^{(k)}_{(3.5)}, B^{(k)}_{(4.5)}, B^{(k)}_{(5.5)}, B^{(k)}_{(6.5)}, B^{(k)}_{(7.5)}, B^{(k)}_{(8.5)}, B^{(k)}_{(9.5)}$$

第二步，在第二節提及使用財資中心 93~102 年的財富價值切 k 等分 ($k = 5, 10, 15, ..., 200$) 也都會各算出九個 $I_{justice}$，令為

$$D^{(k)}_{(93.5)}, D^{(k)}_{(94.5)}, D^{(k)}_{(95.5)}, D^{(k)}_{(96.5)}, D^{(k)}_{(97.5)}, D^{(k)}_{(98.5)}, D^{(k)}_{(99.5)}, D^{(k)}_{(100.5)}, D^{(k)}_{(101.5)}$$

第三步，令

$$\boldsymbol{N_{(t)}} = (N^{(5)}_{(t)}, N^{(10)}_{(t)}, ..., N^{(200)}_{(t)}) \ , \ t = 1.5, 2.5, ..., 9.5$$

$$\boldsymbol{G_{(t)}} = (G^{(5)}_{(t)}, G^{(10)}_{(t)}, ..., G^{(200)}_{(t)}) \ , \ t = 1.5, 2.5, ..., 9.5$$

$$\boldsymbol{B_{(t)}} = (B^{(5)}_{(t)}, B^{(10)}_{(t)}, ..., B^{(200)}_{(t)}) \ , \ t = 1.5, 2.5, ..., 9.5$$

$$\boldsymbol{D_{(t)}} = (D^{(5)}_{(t)}, D^{(10)}_{(t)}, ..., D^{(200)}_{(t)}) \ , \ t = 93.5, 94.5, ..., 101.5$$

第四步，令

$$ND_{(j)} = \sum_{i=1}^{40} \frac{N^{(5i)}_{(j-92)}}{\|\boldsymbol{N_{(j-92)}}\|} \cdot \frac{D^{(5i)}_{(j)}}{\|\boldsymbol{D_{(j)}}\|}$$

$$GD_{(j)} = \sum_{i=1}^{40} \frac{G^{(5i)}_{(j-92)}}{\|\boldsymbol{G_{(j-92)}}\|} \cdot \frac{D^{(5i)}_{(j)}}{\|\boldsymbol{D_{(j)}}\|}$$

$$BD_{(j)} = \sum_{i=1}^{40} \frac{B^{(5i)}_{(j-92)}}{\|\boldsymbol{B_{(j-92)}}\|} \cdot \frac{D^{(5i)}_{(j)}}{\|\boldsymbol{D_{(j)}}\|}$$

本文定義這三個公式的想法在於對 $j = 93.5, 94.5, ..., 101.5$，把 $\boldsymbol{D_{(j)}}$ 裡面的指標值與這三個向量 $\boldsymbol{N_{(j-92)}}$、$\boldsymbol{G_{(j-92)}}$、$\boldsymbol{B_{(j-92)}}$ 裡面的指標值去做比較，看哪一組是最相似的，亦即觀察 $ND_{(j)}, GD_{(j)}, BD_{(j)}$ 哪一個內積值最靠近 1，則我們認定民國 $j - 0.5 \sim j + 0.5$ 年財富階級流動過程就像相對應分配的階級流動。而下一頁將給出表格觀察九個時段之財富階級流動會像哪一種，亦即要回答出 A 結論是什麼。

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 4.3.9　九個時段去比較像哪種分配的財富階級流動

	$j=93.5$	$j=94.5$	$j=95.5$	$j=96.5$	$j=97.5$	$j=98.5$	$j=99.5$	$j=100.5$	$j=101.5$
$ND_{(j)}$	−0.445	−0.806	0.884	0.881	−0.403	−0.913	−0.863	0.477	−0.954
$GD_{(j)}$	0.216	0.874	−0.960	−0.960	0.626	0.471	0.820	0.156	0.751
$BD_{(j)}$	0.511	0.728	−0.972	−0.995	0.153	0.765	0.964	−0.250	0.974

由表 4.3.9，觀察到 95∼96、96∼97 以及 100∼101 年較像常態分配的財富階級流動。94∼95 以及 97∼98 年，較像伽瑪分配的財富階級流動。93∼94、98∼99、99∼100、101∼102 年較像雙峰分配的財富階級流動。

接著我們目標要把切 5 等分的 B 結論，切 10 等分的 C 結論等等給全部做出來後，再去跟 A 結論做比較，觀察切幾等分較為合理。至於像 B 結論或 C 結論等等要怎麼做呢，本文將拆解步驟進行解說。

第一步，我們利用第三章常態分配的財富階級流動做十次模擬，每一次模擬切 k 等分的時候 $(k=5,10,15,...,200)$ 都會各算出九個 $I_{justice}$，令第 m 次模擬算出的 $I_{justice}$ 為

$$N^{(k,m)}_{(1.5)},N^{(k,m)}_{(2.5)},N^{(k,m)}_{(3.5)},N^{(k,m)}_{(4.5)},N^{(k,m)}_{(5.5)},N^{(k,m)}_{(6.5)},N^{(k,m)}_{(7.5)},N^{(k,m)}_{(8.5)},N^{(k,m)}_{(9.5)}$$

; 利用第三章伽瑪分配的財富階級流動做十次模擬，每一次模擬切 k 等分的時候 $(k=5,10,15,...,200)$ 都會各算出九個 $I_{justice}$，令第 m 次模擬算出的 $I_{justice}$ 為

$$G^{(k,m)}_{(1.5)},G^{(k,m)}_{(2.5)},G^{(k,m)}_{(3.5)},G^{(k,m)}_{(4.5)},G^{(k,m)}_{(5.5)},G^{(k,m)}_{(6.5)},G^{(k,m)}_{(7.5)},G^{(k,m)}_{(8.5)},G^{(k,m)}_{(9.5)}$$

; 利用第三章雙峰分配的財富階級流動做十次模擬，每一次模擬切 k 等分的時候 $(k=5,10,15,...,200)$ 都會各算出九個 $I_{justice}$，令第 m 次模擬算出的 $I_{justice}$ 為

$$B^{(k,m)}_{(1.5)},B^{(k,m)}_{(2.5)},B^{(k,m)}_{(3.5)},B^{(k,m)}_{(4.5)},B^{(k,m)}_{(5.5)},B^{(k,m)}_{(6.5)},B^{(k,m)}_{(7.5)},B^{(k,m)}_{(8.5)},B^{(k,m)}_{(9.5)}$$

DOI:10.6814/NCCU202000929

第二步，對 $t = 1.5, 2.5, ..., 9.5$，令

$$N_{(t)}^{(k,1)}, N_{(t)}^{(k,2)}, N_{(t)}^{(k,3)}, N_{(t)}^{(k,4)}, N_{(t)}^{(k,5)}, N_{(t)}^{(k,6)}, N_{(t)}^{(k,7)}, N_{(t)}^{(k,8)}, N_{(t)}^{(k,9)}, N_{(t)}^{(k,10)}$$

這十個值的平均為 $an_{(t)}^{(k)}$ 以及標準差為 $sn_{(t)}^{(k)}$

令

$$G_{(t)}^{(k,1)}, G_{(t)}^{(k,2)}, G_{(t)}^{(k,3)}, G_{(t)}^{(k,4)}, G_{(t)}^{(k,5)}, G_{(t)}^{(k,6)}, G_{(t)}^{(k,7)}, G_{(t)}^{(k,8)}, G_{(t)}^{(k,9)}, G_{(t)}^{(k,10)}$$

這十個值的平均為 $ag_{(t)}^{(k)}$ 以及標準差為 $sg_{(t)}^{(k)}$

令

$$B_{(t)}^{(k,1)}, B_{(t)}^{(k,2)}, B_{(t)}^{(k,3)}, B_{(t)}^{(k,4)}, B_{(t)}^{(k,5)}, B_{(t)}^{(k,6)}, B_{(t)}^{(k,7)}, B_{(t)}^{(k,8)}, B_{(t)}^{(k,9)}, B_{(t)}^{(k,10)}$$

這十個值的平均為 $ab_{(t)}^{(k)}$ 以及標準差為 $sb_{(t)}^{(k)}$

第三步，在第二節提及使用財資中心 93∼102 年的財富價值切 k 等分 ($k = 5, 10, 15, ..., 200$) 也都會各算出九個社會公義指標，令為

$$D_{(93.5)}^{(k)}, D_{(94.5)}^{(k)}, D_{(95.5)}^{(k)}, D_{(96.5)}^{(k)}, D_{(97.5)}^{(k)}, D_{(98.5)}^{(k)}, D_{(99.5)}^{(k)}, D_{(100.5)}^{(k)}, D_{(101.5)}^{(k)}$$

第四步，建構三個常態分配，分別為 $Normal(an_{(t)}^{(k)}, sn_{(t)}^{(k)})$、$Normal(ag_{(t)}^{(k)}, sg_{(t)}^{(k)})$、$Normal(ab_{(t)}^{(k)}, sb_{(t)}^{(k)})$，分別對應的機率密度函數令為 $f_n(x), f_g(x), f_b(x)$，接著把 $D_{(t+92)}^{(k)}$ 分別代入三個機率密度函數後，看哪一個值最高，表示 $D_{(t+92)}^{(k)}$ 有很大的機率從該分配抽取出來，因此就認定民國 $91.5 + t \sim 92.5 + t$ 年財富轉移過程就像是相對應分配的財富階級流動。我們於下一頁給出表格說明當切 k 等分時，由資料判定那九個時段的 B 結論以及 C 結論等等是什麼，而打勾代表把實際資料的 $I_{justice}$ 代入密度函數後，其值是最高的。

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 4.3.10　切 5 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(5)}_{(t+92)})$									
$f_g(D^{(5)}_{(t+92)})$	✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓
$f_b(D^{(5)}_{(t+92)})$			✓						

表 4.3.11　切 10 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(10)}_{(t+92)})$									
$f_g(D^{(10)}_{(t+92)})$						✓	✓		✓
$f_b(D^{(10)}_{(t+92)})$	✓	✓	✓	✓	✓			✓	

表 4.3.12　切 15 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(15)}_{(t+92)})$									
$f_g(D^{(15)}_{(t+92)})$	✓	✓	✓			✓	✓		✓
$f_b(D^{(15)}_{(t+92)})$				✓	✓			✓	

表 4.3.13　切 20 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(20)}_{(t+92)})$									
$f_g(D^{(20)}_{(t+92)})$	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓
$f_b(D^{(20)}_{(t+92)})$								✓	

表 4.3.14　切 25 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(25)}_{(t+92)})$									
$f_g(D^{(25)}_{(t+92)})$	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
$f_b(D^{(25)}_{(t+92)})$									

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 4.3.15　切 30 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(30)}_{(t+92)})$									
$f_g(D^{(30)}_{(t+92)})$	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
$f_b(D^{(30)}_{(t+92)})$									

表 4.3.16　切 35 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(35)}_{(t+92)})$	✓								
$f_g(D^{(35)}_{(t+92)})$			✓		✓	✓	✓	✓	✓
$f_b(D^{(35)}_{(t+92)})$		✓		✓					

表 4.3.17　切 40 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(40)}_{(t+92)})$	✓	✓		✓					
$f_g(D^{(40)}_{(t+92)})$					✓		✓	✓	✓
$f_b(D^{(40)}_{(t+92)})$			✓			✓			

表 4.3.18　切 45 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(45)}_{(t+92)})$		✓		✓					
$f_g(D^{(45)}_{(t+92)})$					✓	✓	✓	✓	✓
$f_b(D^{(45)}_{(t+92)})$	✓		✓						

表 4.3.19　切 50 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(50)}_{(t+92)})$		✓		✓	✓			✓	
$f_g(D^{(50)}_{(t+92)})$	✓		✓				✓		✓
$f_b(D^{(50)}_{(t+92)})$						✓			

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 4.3.20 切 55 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(55)}_{(t+92)})$		✓		✓	✓			✓	
$f_g(D^{(55)}_{(t+92)})$							✓		✓
$f_b(D^{(55)}_{(t+92)})$	✓		✓			✓			

表 4.3.21 切 60 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(60)}_{(t+92)})$		✓		✓	✓				
$f_g(D^{(60)}_{(t+92)})$							✓		✓
$f_b(D^{(60)}_{(t+92)})$	✓		✓			✓		✓	

表 4.3.22 切 65 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(65)}_{(t+92)})$		✓		✓	✓			✓	
$f_g(D^{(65)}_{(t+92)})$									
$f_b(D^{(65)}_{(t+92)})$	✓		✓			✓	✓		✓

表 4.3.23 切 70 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(70)}_{(t+92)})$		✓	✓	✓	✓			✓	
$f_g(D^{(70)}_{(t+92)})$									
$f_b(D^{(70)}_{(t+92)})$	✓					✓	✓		✓

表 4.3.24 切 75 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(75)}_{(t+92)})$		✓	✓	✓	✓				
$f_g(D^{(75)}_{(t+92)})$									
$f_b(D^{(75)}_{(t+92)})$	✓					✓	✓	✓	✓

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 4.3.25 切 80 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(80)}_{(t+92)})$		✓	✓	✓	✓			✓	
$f_g(D^{(80)}_{(t+92)})$									
$f_b(D^{(80)}_{(t+92)})$	✓					✓	✓		✓

表 4.3.26 切 85 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(85)}_{(t+92)})$		✓	✓	✓	✓			✓	
$f_g(D^{(85)}_{(t+92)})$									
$f_b(D^{(85)}_{(t+92)})$	✓					✓	✓		✓

表 4.3.27 切 90 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(90)}_{(t+92)})$			✓	✓	✓				
$f_g(D^{(90)}_{(t+92)})$		✓						✓	
$f_b(D^{(90)}_{(t+92)})$	✓					✓	✓		✓

表 4.3.28 切 95 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(95)}_{(t+92)})$			✓	✓	✓			✓	
$f_g(D^{(95)}_{(t+92)})$		✓							
$f_b(D^{(95)}_{(t+92)})$	✓					✓	✓		✓

表 4.3.29 切 100 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(100)}_{(t+92)})$			✓	✓	✓				
$f_g(D^{(100)}_{(t+92)})$		✓						✓	
$f_b(D^{(100)}_{(t+92)})$	✓					✓	✓		✓

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 4.3.30 切 105 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(105)}_{(t+92)})$			✓	✓	✓				
$f_g(D^{(105)}_{(t+92)})$		✓						✓	
$f_b(D^{(105)}_{(t+92)})$	✓					✓	✓		✓

表 4.3.31 切 110 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(110)}_{(t+92)})$			✓	✓	✓				
$f_g(D^{(110)}_{(t+92)})$		✓						✓	
$f_b(D^{(110)}_{(t+92)})$	✓					✓	✓		✓

表 4.3.32 切 115 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(115)}_{(t+92)})$			✓	✓	✓				
$f_g(D^{(115)}_{(t+92)})$								✓	
$f_b(D^{(115)}_{(t+92)})$	✓	✓				✓	✓		✓

表 4.3.33 切 120 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(120)}_{(t+92)})$			✓	✓	✓				
$f_g(D^{(120)}_{(t+92)})$		✓						✓	
$f_b(D^{(120)}_{(t+92)})$	✓					✓	✓		✓

表 4.3.34 切 125 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(125)}_{(t+92)})$			✓	✓	✓				
$f_g(D^{(125)}_{(t+92)})$								✓	
$f_b(D^{(125)}_{(t+92)})$	✓	✓				✓	✓		✓

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 4.3.35 切 130 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(130)}_{(t+92)})$			✓	✓					
$f_g(D^{(130)}_{(t+92)})$					✓			✓	
$f_b(D^{(130)}_{(t+92)})$	✓	✓				✓	✓		✓

表 4.3.36 切 135 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(135)}_{(t+92)})$			✓	✓					
$f_g(D^{(135)}_{(t+92)})$					✓			✓	
$f_b(D^{(135)}_{(t+92)})$	✓	✓				✓	✓		✓

表 4.3.37 切 140 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(140)}_{(t+92)})$			✓	✓					
$f_g(D^{(140)}_{(t+92)})$					✓			✓	
$f_b(D^{(140)}_{(t+92)})$	✓	✓				✓	✓		✓

表 4.3.38 切 145 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(145)}_{(t+92)})$			✓	✓					
$f_g(D^{(145)}_{(t+92)})$	✓				✓			✓	
$f_b(D^{(145)}_{(t+92)})$		✓				✓	✓		✓

表 4.3.39 切 150 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(150)}_{(t+92)})$			✓	✓					
$f_g(D^{(150)}_{(t+92)})$	✓				✓			✓	
$f_b(D^{(150)}_{(t+92)})$		✓				✓	✓		✓

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 4.3.40 切 155 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(155)}_{(t+92)})$			✓	✓					
$f_g(D^{(155)}_{(t+92)})$	✓				✓			✓	
$f_b(D^{(155)}_{(t+92)})$		✓				✓	✓		✓

表 4.3.41 切 160 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(160)}_{(t+92)})$			✓	✓					
$f_g(D^{(160)}_{(t+92)})$	✓				✓			✓	
$f_b(D^{(160)}_{(t+92)})$		✓				✓	✓		✓

表 4.3.42 切 165 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(165)}_{(t+92)})$			✓	✓		✓			
$f_g(D^{(165)}_{(t+92)})$	✓				✓			✓	
$f_b(D^{(165)}_{(t+92)})$		✓					✓		✓

表 4.3.43 切 170 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(170)}_{(t+92)})$	✓	✓	✓	✓					
$f_g(D^{(170)}_{(t+92)})$						✓		✓	
$f_b(D^{(170)}_{(t+92)})$					✓		✓		✓

表 4.3.44 切 175 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(175)}_{(t+92)})$	✓		✓	✓					✓
$f_g(D^{(175)}_{(t+92)})$						✓		✓	
$f_b(D^{(175)}_{(t+92)})$		✓			✓		✓		

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 4.3.45　切 180 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(180)}_{(t+92)})$	✓		✓	✓					
$f_g(D^{(180)}_{(t+92)})$						✓		✓	
$f_b(D^{(180)}_{(t+92)})$		✓			✓		✓		✓

表 4.3.46　切 185 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(185)}_{(t+92)})$	✓		✓	✓					
$f_g(D^{(185)}_{(t+92)})$					✓	✓		✓	
$f_b(D^{(185)}_{(t+92)})$		✓					✓		✓

表 4.3.47　切 190 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(190)}_{(t+92)})$	✓		✓	✓	✓		✓		✓
$f_g(D^{(190)}_{(t+92)})$						✓		✓	
$f_b(D^{(190)}_{(t+92)})$		✓							

表 4.3.48　切 195 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(195)}_{(t+92)})$	✓		✓	✓			✓		✓
$f_g(D^{(195)}_{(t+92)})$					✓	✓		✓	
$f_b(D^{(195)}_{(t+92)})$		✓							

表 4.3.49　切 200 等分判斷九個時段像哪種分配的財富階級流動

	$t=1.5$	$t=2.5$	$t=3.5$	$t=4.5$	$t=5.5$	$t=6.5$	$t=7.5$	$t=8.5$	$t=9.5$
$f_n(D^{(200)}_{(t+92)})$	✓		✓	✓			✓		
$f_g(D^{(200)}_{(t+92)})$					✓	✓		✓	
$f_b(D^{(200)}_{(t+92)})$		✓							✓

DOI:10.6814/NCCU202000929

第五步，以表 4.3.49 為例，切 200 等分的情況資料判定 93~94 像常態分配的財富階級流動，94~95 像雙峰分配的財富階級流動，...。本研究準備從表 4.3.10 到表 4.3.49 結論與表 4.3.9 的結論去做比較，看看要對財富價值切幾等分，這兩種結論會幾乎一致。以下給出表格進行觀察，令 N 表示資料判定該時段像常態分配的財富階級流動，G 表示資料判定該時段像伽瑪分配的財富階級流動，B 表示資料判定該時段像雙峰分配的財富階級流動。而我們發現切 70 等分到 160 等分，結論一致性較為明顯，這同時表示要把財富價值切 70 等第到 160 等第，才能對財富公義性有個合理的詮釋。

表 4.3.50 切 5 等分到 80 等分之結論一致性關係表

	93年至94年	94年至95年	95年至96年	96年至97年	97年至98年	98年至99年	99年至100年	100年至101年	101年至102年	結論一致個數
TableD.9 結論	B	G	N	N	G	B	B	N	B	
TableD.10 結論 (切 5 等分)	G	G	B	G	G	G	G	G	G	2
TableD.11 結論 (切 10 等分)	B	B	B	B	B	G	G	B	G	1
TableD.12 結論 (切 15 等分)	G	G	G	B	B	G	G	B	G	1
TableD.13 結論 (切 20 等分)	G	G	G	G	G	G	G	B	G	2
TableD.14 結論 (切 25 等分)	G	G	G	G	G	G	G	G	G	2
TableD.15 結論 (切 30 等分)	G	G	G	G	G	G	G	G	G	2
TableD.16 結論 (切 35 等分)	N	B	G	B	G	G	G	G	G	1
TableD.17 結論 (切 40 等分)	N	N	B	N	G	B	G	G	G	3
TableD.18 結論 (切 45 等分)	B	N	B	N	G	G	G	G	G	3
TableD.19 結論 (切 50 等分)	G	N	G	N	N	B	G	N	G	3
TableD.20 結論 (切 55 等分)	B	N	B	N	N	B	G	N	G	4
TableD.21 結論 (切 60 等分)	B	N	B	N	N	B	G	B	G	3
TableD.22 結論 (切 65 等分)	B	N	B	N	N	B	B	N	B	6
TableD.23 結論 (切 70 等分)	B	N	N	N	N	B	B	N	B	7
TableD.24 結論 (切 75 等分)	B	N	N	N	N	B	B	B	B	6
TableD.25 結論 (切 80 等分)	B	N	N	N	N	B	B	N	B	7

DOI:10.6814/NCCU202000929

表 4.3.51 切 85 等分到 200 等分之結論一致性關係表

	93年至94年	94年至95年	95年至96年	96年至97年	97年至98年	98年至99年	99年至100年	100年至101年	101年至102年	結論一致個數
TableD.9 結論	B	G	N	N	G	B	B	N	B	
TableD.26 結論 (切 85 等分)	B	N	N	N	N	B	B	N	B	7
TableD.27 結論 (切 90 等分)	B	G	N	N	N	B	B	G	B	7
TableD.28 結論 (切 95 等分)	B	G	N	N	N	B	B	N	B	8
TableD.29 結論 (切 100 等分)	B	G	N	N	N	B	B	G	B	7
TableD.30 結論 (切 105 等分)	B	G	N	N	N	B	B	G	B	7
TableD.31 結論 (切 110 等分)	B	G	N	N	N	B	B	G	B	7
TableD.32 結論 (切 115 等分)	B	B	N	N	N	B	B	G	B	6
TableD.33 結論 (切 120 等分)	B	G	N	N	N	B	B	G	B	7
TableD.34 結論 (切 125 等分)	B	B	N	N	N	B	B	G	B	6
TableD.35 結論 (切 130 等分)	B	B	N	N	G	B	B	G	B	7
TableD.36 結論 (切 135 等分)	B	B	N	N	G	B	B	G	B	7
TableD.37 結論 (切 140 等分)	B	B	N	N	G	B	B	G	B	7
TableD.38 結論 (切 145 等分)	G	B	N	N	G	B	B	G	B	6
TableD.39 結論 (切 150 等分)	G	B	N	N	G	B	B	G	B	6
TableD.40 結論 (切 155 等分)	G	B	N	N	G	B	B	G	B	6
TableD.41 結論 (切 160 等分)	G	B	N	N	G	B	B	G	B	6
TableD.42 結論 (切 165 等分)	G	B	N	N	G	N	B	G	B	5
TableD.43 結論 (切 170 等分)	N	N	N	N	B	G	B	G	B	4
TableD.44 結論 (切 175 等分)	N	B	N	N	B	G	B	G	N	3
TableD.45 結論 (切 180 等分)	N	B	N	N	B	G	B	G	B	4
TableD.46 結論 (切 185 等分)	N	B	N	N	G	G	B	G	B	5
TableD.47 結論 (切 190 等分)	N	B	N	N	N	G	N	G	N	2
TableD.48 結論 (切 195 等分)	N	B	N	N	G	G	N	G	N	3
TableD.49 結論 (切 200 等分)	N	B	N	N	G	G	N	G	B	4

DOI:10.6814/NCCU202000929

第五章　結論

1. 由第四章第一節，發現隨著等分切越細，I_{mask_v} 從 96 年開始有漸漸地上升，表示台灣社會財富階級流動有可能逐漸趨向不公義。另外，由實際資料所算出的 I_{mask_v} 大多介於 $[0.7, 0.97]$，表示大部分時段之財富階級滯留情形較像雙峰分配的財富階級流動之滯留情形，亦即貧者維持貧窮，富者維持富有，中產階級有往兩端移動的趨勢，顯示財富階級流動在多年以來也許沒有很公義。

2. 由第四章第二節，發現在第 85 等分之後，民國 95~96 年以及民國 96~97 年的 $I_{justice}$ 都較大。探究原因，於民國 96 年到 97 年，雖然台灣發生金融海嘯，但社會反而是公義的，有可能因為富有階級的人，投資標的有受到很大影響，所以財富階級就往下流動，導致社會反而變公平了，似乎與第一章研究背景提及的相關現象有相呼應。

3. 由第四章第三節的財富價值分配，發現民國 93~102 年其分配都是極度右偏的 Gamma 分配，表示台灣大部分 20~30 歲申報人在這 10 年來幾乎偏向貧窮，少部分的人握有大量財富，所以就算從第二章發現每一年的財富價值之平均數雖有穩定成長，但這不代表整體社會經濟也跟著成長。

4. 由第四章第三節的財富等第，發現財富等第要切 70 等分到 160 等分，$I_{justice}$ 才能較合理反映台灣社會財富階級流動是否公義，因此不宜切太少等分或太多等分就進行詮釋。而一般在做轉移矩陣的文獻，可能只對財富價值切 5 等分到 25 等分就進行分析，這樣是否導致對當時社會財富階級流動情形可能造成誤判呢，這點是值得留意深思的部分。

DOI:10.6814/NCCU202000929

附錄 A　模擬一到模擬三的 python code

列表 A.1　模擬常態分配的財富階級流動

```
In[1]:
%pylab inline

In[2]:
import numpy as np
import pandas as pd
from scipy import stats
from sklearn.feature_selection import chi2
import numpy.linalg as lg
import matplotlib.pyplot as plt
from sklearn.linear_model import LinearRegression
import pickle
import scipy.stats

In[3]:
#模擬10000個樣本
num_peo=10000
table=np.mat(np.zeros((num_peo,12)))
```


DOI:10.6814/NCCU202000929

```
In[4]:
#設定人名id
k=1
for i in range(num_peo):
    table[i,0]=k
    k+=1

In[5]:
#模擬常態分配的財富階級流動
money=[]
for i in range(num_peo):
    a=np.random.normal(loc=100.0,scale=10.0)
    money.append(a)

money=sorted(money)

for i in range(num_peo):
    table[i,1]=money[i]

col=2
for well_iter in range(10):
    medi=np.median(money)
    for i in range(num_peo):
        if money[i]<medi:
            money[i]=money[i]+stats.chi2.rvs(20)
        if money[i]>=medi:
            money[i]=money[i]-stats.chi2.rvs(10)
    for i in range(num_peo):
        table[i,col]=money[i]
    col+=1
```


DOI:10.6814/NCCU202000929

```
In[6]:#把財富價值分配圖存檔
for c in range(2,12):
   xis=[]
   for i in range(num_peo):
      xis.append(table[i,c])
   plt.hist(xis,range = (0,400),bins=100,alpha=0.6)
   plt.savefig('C:\\Users\\user\\Desktop\\normal pic\\%d'%c)
   plt.show()

In[7]:
data93_102=pd.DataFrame(table)
data93_102.columns=['idn','chi_initial_wellsum','chi_93_wellsum',
               'chi_94_wellsum','chi_95_wellsum','chi_96_wellsum',
               'chi_97_wellsum','chi_98_wellsum','chi_99_wellsum',
               'chi_100_wellsum','chi_101_wellsum','chi_102_wellsum']

In[8]:
ccount=0
matrix_5to200=list()
for size in range(5,205,5):
   well93=[];well94=[];well95=[];well96=[];well97=[];well98=[]
   well99=[];well100=[];well101=[];well102=[]
   wellidx=[well93,well94,well95,well96,well97,
          well98,well99,well100,well101,well102]
   for yr in range(93,103):#財富價值由小排到大
      two_var=data93_102[['idn','chi_'+str(yr)+'_wellsum']]
      test=pd.concat([two_var,pd.DataFrame(columns=['label_'+str(yr)])]
                 ,sort=True)
      test=np.mat(test)
      for i in range(num_peo):
         wellidx[yr-93].append((test[i,0],test[i,1],test[i,2]))
      ID_left=[]
      ID_right=[]
```


DOI:10.6814/NCCU202000929

```
    for i in range(size):
        ID_left.append(int(num_peo/size*i))
        ID_right.append(int(num_peo/size*(i+1)-1))
    wellidx[yr-93]=sorted(wellidx[yr-93])
    wellidx[yr-93]=np.mat(wellidx[yr-93])
    p,q=0,1
    for i in range(size):
        for j in range(ID_left[p],ID_right[p]+1):
            wellidx[yr-93][j,2]=q
        q+=1
        p+=1
    wellidx[yr-93]=pd.DataFrame(wellidx[yr-93])
    wellidx[yr-93].columns=['chi_'+str(yr)+'_wellsum'
                           ,'idn'
                           ,'label_'+str(yr)]

well_merge=pd.merge(wellidx[0],wellidx[1],
                    left_on='idn',right_on='idn')
for i in range(2,10):
    well_merge=pd.merge(well_merge,wellidx[i]
                        ,left_on='idn',right_on='idn')

we_need_data93_102=well_merge[['idn','label_93','label_94','label_95',
                               'label_96','label_97','label_98',
                               'label_99','label_100','label_101',
                               'label_102']]
we_need_data93_102=np.mat(we_need_data93_102)

matrix1=np.mat(np.zeros([size,size]))
matrix2=matrix1.copy()
matrix3=matrix1.copy()
matrix4=matrix1.copy()
matrix5=matrix1.copy()
```


DOI:10.6814/NCCU202000929

```
matrix6=matrix1.copy()
matrix7=matrix1.copy()
matrix8=matrix1.copy()
matrix9=matrix1.copy()
matrixidx=[matrix1,matrix2,matrix3,matrix4,matrix5,
           matrix6,matrix7,matrix8,matrix9]

#做轉移矩陣
left=1
right=2
bb=0
for i in range(9):
   before_label=[]
   after_label=[]
   for cc in range(1,size+1):
      before_label.append(cc)
      after_label.append(cc)
   for ee in range(we_need_data93_102.shape[0]):
      for m in range(len(before_label)):
         if we_need_data93_102[ee,left]==before_label[m]:
            for n in range(len(after_label)):
               if we_need_data93_102[ee,right]==after_label[n]:
                  matrixidx[bb][n,m]+=1

   left+=1
   right+=1
   m=[0]*size
   for j in range(size):
      for i in range(size):
         m[j]=m[j]+matrixidx[bb][i,j]
   for j in range(size):
      for i in range(size):
         matrixidx[bb][i,j]=matrixidx[bb][i,j]/m[j]
```


DOI:10.6814/NCCU202000929

```
        matrix_5to200.append(matrixidx[bb])
        ccount+=1
        print(ccount)
        bb+=1
```

In[9]:

```
m=matrix_5to200
```

In[10]:

```
def mask_v(n):
    if n%2==0:
        m = int(n/2)
        v = np.linspace(0,1,m)
        v = list(v)
        u = v.copy()
        u.reverse()
        u.extend(v[0:])
        return np.mat(u).T

    if n%2==1:
        m = int((n-1)/2)
        v = np.linspace(0,1,m+1)
        v = list(v)
        u = v.copy()
        u.reverse()
        u.extend(v[1:])
        return np.mat(u).T
```

In[11]:

```
#算出 I mask_v
#畫出 I mask_v 折線圖
x =np.array(range(9))
xx=np.array(['1.5','2.5','3.5','4.5','5.5','6.5','7.5','8.5','9.5'])
```


DOI:10.6814/NCCU202000929

```
for n in range(5,205,5):
   v = mask_v(n)
   y1 = list()
   for i in range(int(n/5-1)*9,int(n/5)*9):
      y1.append(float
              (m[i].diagonal()*v/(lg.norm(v)*lg.norm(m[i].diagonal()))))
      y=np.array(y1)
   lm = LinearRegression()
   lm.fit(np.reshape(x,(len(x),1)),np.reshape(y,(len(y),1)))
   plt.title('The slope is %f'%lm.coef_[0][0])
   fig = plt.plot(xx,y)
   plt.savefig('C:\\Users\\user\\Desktop\\normal_mask\\%d'%n)
   plt.close()

In[12]:
#把40張圖片做成gif檔
from PIL import Image, ImageSequence

seq = []
for i in range(5,205,5):
   im = Image.open(r'C:\\Users\\user\\Desktop\\simu5to200\\%d.png'%i)
   seq.append(im.copy())
seq[0].save(r'40_slope.gif', save_all = True, append_images =
   seq[1:])

In[13]:
#把轉移矩陣存成pickle檔
pickle.dump(m,open("normal_matrix.pkl","wb" ))

In[14]:
#開啟轉移矩陣pickle檔
cross=open('normal_matrix.pkl','rb')
m=pickle.load(cross)
```


DOI:10.6814/NCCU202000929

In[15]:

```
#算出 I_justice
measure=[]
for n in range(5,205,5):
    bar=(n-1)/2
    for idx in range(int(n/5-1)*9,int(n/5)*9):
        g=scipy.stats.norm(bar, np.sqrt(1))
        numerator_first =(bar-(n-n))*(0-m[idx][n-n+1,n-n])
        numerator_middle = 0
        numerator_final =(bar-(n-1))*(0-m[idx][n-2,n-1])
        denominator  = 0
        for i in range(1,n-1):
            numerator_middle += +(bar-i)*(m[idx][i+1,i]-m[idx][i-1,i])

        numerator=numerator_first+numerator_middle+numerator_final

        for i in range(n):
            denominator+=(g.pdf(i)-m[idx][i,i])**2

        di=numerator/denominator

        measure.append(di)
```

In[16]:

```
mat_mea=np.mat(np.zeros((40,9)))
```


DOI:10.6814/NCCU202000929

```
In[17]:
k=0
for i in range(40):
    for j in range(9):
        mat_mea[i,j]=measure[k]
        k+=1

In[18]:#畫出 I_justice 折線圖
x=['1.5','2.5','3.5','4.5','5.5','6.5','7.5','8.5','9.5']
for n in range(40):
    print(mat_mea.tolist()[n])
    plt.plot(x,mat_mea.tolist()[n])
    plt.savefig('C:\\Users\\user\\Desktop\\normal_so\\%d'%n)
    plt.close()
```


DOI:10.6814/NCCU202000929

模擬二跟模擬一的 code 僅差在 In[5] 階級流動的過程，因此就秀出模擬二的 In[5] 即可。

列表 A.2 模擬伽瑪分配的財富階級流動

```
In[5]:#模擬伽瑪分配的財富階級流動
money=[]
for i in range(num_peo):
    a=100*stats.gamma.rvs(a=2,scale=0.5)
    money.append(a)
money=sorted(money)
for i in range(num_peo):
    table[i,1]=money[i]
coin=stats.binom.rvs(1,0.2,size=num_peo)
col=2
for well_iter in range(10):
    for i in range(num_peo):
        if money[i]<=100:
            money[i]=money[i]-stats.chi2.rvs(10)
            if money[i]<0:
                money[i]=0
                money[i]=money[i]+stats.chi2.rvs(2)
        if 100<money[i]<300:
            if coin[i]==0:
                money[i]=money[i]-stats.chi2.rvs(10)
            if coin[i]==1:
                money[i]=money[i]+stats.chi2.rvs(3)
        if 300<money[i]:
            if coin[i]==0:
                money[i]=money[i]-stats.chi2.rvs(3)
            if coin[i]==1:
                money[i]=money[i]+stats.chi2.rvs(10)
    for i in range(num_peo):
        table[i,col]=money[i]
    col+=1
```


DOI:10.6814/NCCU202000929

模擬三跟模擬一的 code 僅差在 In[5] 階級流動的過程，因此就秀出模擬三的 In[5] 即可。

列表 A.3　模擬雙峰分配的財富階級流動

```
In[5]:
#模擬雙峰分配的財富階級流動
money=[]
money=concatenate((normal(50,10,8000),normal(130,10,2000)))
money=sorted(money)

for i in range(num_peo):
    table[i,1]=money[i]

col=2
for well_iter in range(10):
    for i in range(num_peo):
        if money[i]<=90:
            coin=stats.binom.rvs(1,0.2)
            if coin==0:
                money[i]=money[i]-stats.chi2.rvs(10)
            if coin==1:
                money[i]=money[i]+stats.chi2.rvs(5)
        if money[i]>90:
            coin=stats.binom.rvs(1,0.8)
            if coin==0:
                money[i]=money[i]-stats.chi2.rvs(10)
            if coin==1:
                money[i]=money[i]+stats.chi2.rvs(20)
    for i in range(num_peo):
        table[i,col]=money[i]
    col+=1
```


DOI:10.6814/NCCU202000929

參考文獻

[1] WORLD INEQUALITY REPORT 2018. https://wir2018.wid.world/.

[2] World Inequality Database(USA). https://wid.world/country/usa/.

[3] World Inequality Database(Taiwan). https://wid.world/country/taiwan/.

[4] 陳耀宗.「拿薪水的人不夠有錢」朱敬一談貧富差距：0.01% 頂級富豪靠股利、土地買賣致富. https://www.storm.mg/article/169324.

DOI:10.6814/NCCU202000929