

考試科目	個體經濟學	系所別	經濟學系	考試時間	2月4日(四) 第二節
------	-------	-----	------	------	-------------

1. (25 分) 假設消費者的偏好滿足越多越好的假設， $U$ 為效用值； $X$ 和 $Y$ 為財貨的數量， $P_X$ 和 $P_Y$ 為市場價格， $I$ 為所得。同時

- 效用函數為  $U(X,Y)$ ，
- 間接效用函數為  $V(P_X,P_Y,I)$ ，
- 支出函數為  $E(P_X,P_Y,U)$ ，
- 需求函數為  $X(P_X,P_Y,I)$  和  $Y(P_X,P_Y,I)$ ，
- 受補償需求函數為  $X^C(P_X,P_Y,U)$  和  $Y^C(P_X,P_Y,U)$ 。

請解釋說明下列各小題的敘述為：真、偽或是不確定。

- (a) (5 分) 當  $P_X = 0$  時，消費者效用極大化的問題沒有最適解。
- (b) (5 分) 當消費者的偏好滿足越多越好的假設時， $X$ 和 $Y$ 財貨必定是正常財。
- (c) (5 分)  $X$ 和 $Y$ 財貨的受補償需求曲線的斜率一定是負數。
- (d) (5 分)  $V(tP_X,tP_Y,tI) = tV(P_X,P_Y,I)$ ， $t > 0$ 。
- (e) (5 分)  $\frac{\partial E(P_X,P_Y,U)}{\partial P_Y} \geq 0$ 。

2. (25 分) 假設完全競爭市場中的某一廠商其產量為  $Q$ ，產出的市場價格為  $P$ ； $K$ 和 $L$ 為要素投入的數量， $v$ 和 $w$ 為要素的市場價格。同時

- 生產函數為  $F(K,L)$ ，
- 成本函數為  $C(Q,v,w)$ ，
- 條件要素需求函數為  $K(Q,v,w)$  和  $L(Q,v,w)$ ，
- 要素需求函數為  $K(P,v,w)$  和  $L(P,v,w)$ ，
- 利潤函數為  $\pi(P,v,w)$ 。

請解釋說明下列各小題的敘述為：真、偽或是不確定。

- (a) (5 分) 當  $F(tK,tL) > tF(K,L)$ ， $t > 0$  時，其邊際成本一定是在遞減的階段。
- (b) (5 分) 當此廠商利潤極大化時，其邊際成本一定是在遞增的階段。
- (c) (5 分)  $C(tQ,tv,tw) = tC(Q,v,w)$ ， $t > 0$ 。
- (d) (5 分) 成本函數對要素價格的一階偏微分等於要素需求函數。
- (e) (5 分)  $\frac{\partial \pi(P,v,w)}{\partial P} \geq 0$ 。

備註	一、作答於試題上者，不予計分。 二、試題請隨卷繳交。
----	-------------------------------

考試科目	個體經濟學	系所別	經濟學系	考試時間	2月4日(四)第二節
------	-------	-----	------	------	------------

Please show all your work because (i) partial credit will sometimes be awarded and (ii) full credit will NOT be awarded for answers that appear without accompanying work. Please write your answers according to the order of the questions.

3. (Total 30 points) Bryan Beaver is about to build his dam and lodge. There are two rivers that he can choose from: Rainbow River and Rose River. At Rainbow River, there is a 50% chance of flash flood, but the view along the river is rather plain. Whereas, at Rose River, there is a magnificent view of the rose valley, but the probability of flash flood is 75%. His value of having his dam and lodge located at both rivers are given in the following table:

	Flash Flood	No Flood
Rainbow River	\$0	\$1000
Rose River	\$0	\$3600

- (a) (5 points) Suppose that Bryan's utility function is  $u(x) = \sqrt{x}$ . In this case, where should he build his dam and lodge? Please explain.

Now the River God is offering insurance to Bryan. Despite the location, the insurance that pays back \$1 costs \$0.8.

- (b) (10 points) Please use a graph with value on the horizontal axis and utility on the vertical axis to explain at which location Bryan would be willing to buy more insurance. What is the economic interpretation of your answer?
- (c) (15 points) When insurance is available, where will Bryan choose to build his home?  
[HINT: find the optimal insurance to buy for each location.]

4. (Total 20 points) Please compare perfect competition and monopolistic competition.

- (a) (2 points) What is their common characteristic?
- (b) (3 points) What is the main difference between them?
- (c) (10 points) Draw the long-run equilibrium of an individual firm in these two markets, with quantity on the x-axis and price on the y-axis. One graph for each type of market. Explain how they are different in the long-run equilibrium.
- (d) (5 points) How does the difference in the nature of these two types of markets drive the different long-run equilibria?

備註	一、作答於試題上者，不予計分。 二、試題請隨卷繳交。
----	-------------------------------

考試科目	總體經濟學	系所別	經濟系	考試時間	2 月 4 日(四) 第三節
------	-------	-----	-----	------	----------------

Part I (共一大題，50 分)

1. 依據 Solow 新古典成長模型，若一國的總生產函數為  $Y = K^\alpha L^{1-\alpha}$ ，且  $\alpha=0.5$ ，人口成長率為 1%，儲蓄率為 0.6，資本折舊率為 5%，試回答以下問題(注意解答須附上算數式，只給答案不予計分，總計 50%)：

- (1) 若該國的人均資本存量為 64，則該國的人均所得成長率為何？經濟成長率為何？(10%)
- (2) 該國的長期恆定均衡 (steady state) 的資本存量為何？其他情況不變下，預測明年的經濟成長率會上升或下降？為什麼？(10%)
- (3) 黃金法則 (golden rule) 的人均資本存量與儲蓄率各為何？如何解讀該國目前的儲蓄行為？(10%)
- (4) 若  $Y=AK^\alpha L^{1-\alpha}$ ，且  $\alpha=1$ ， $A$  為固定的技術因子，則長期經濟成長率為何？何種情況下可以解讀  $\alpha$  為等於或接近於 1？(10%)
- (5) 若  $Y=AK^\alpha L^{1-\alpha}$ ， $\alpha<1$ ， $A$  為技術因子且技術進步率為 0.02，則該國的長期經濟成長率為何？技術進步的內生可能來源為何，試舉兩例說明？(10%)

(Part II 見次頁)



備註	一、作答於試題上者，不予計分。 二、試題請隨卷繳交。
----	-------------------------------

考試科目	總體經濟學	系所別	經濟學系	考試時間	2月4日(四)第三節
------	-------	-----	------	------	------------

## Part II (共 2 大題, 50 分)

### 1 Production Economy: Capital (共 20 分)

現在考慮一個生產經濟下的 2 期動態均衡模型。本題中，變數皆為實質且所有人皆為全知全能 (Perfect Foresight)。首先，此模型存在一位代表性家戶。該家戶除關心自己的消費，同時也是生產者。家戶會將生產出來的商品分配於消費、公債購買和資本 (capital) 的累積跟繳交定額稅給政府。家戶利用資本進行生產，所以家戶面臨到的跨期最適化選擇問題為

$$\begin{aligned} \max_{\{C_{t+j}\}_{j=0}^1} U &= \sum_{j=0}^1 \beta^j U(C_{t+j}) \\ \text{s.t. } C_{t+j} + B_{t+j} + T_{t+j} + K_{t+1+j} &= (1 + r_{t+j})B_{t+j-1} + Y_{t+j}, \text{ (預算限制式), } j = 0, 1 \\ Y_{t+j} &= A_{t+j} \cdot K_{t+j}^\alpha, \text{ (生產函數), } j = 0, 1 \end{aligned}$$

其中  $\beta$  為主觀折現因子 (subjective discount factor)， $Y$  為家戶生產出來的商品數目， $C$  代表消費， $B$  為家戶購買之公債， $T$  為定額稅， $K$  為資本， $A$  為技術水準而  $r$  為實質利率。因此， $(1 + r_{t+j})B_{t+j-1}$  之意義為家戶購買公債所得到之本金加上利息收入。給定家戶起始的資本存量給定為  $K_t = \bar{K}$ 。另外，政府的限制式為

$$G_{t+j} + (1 + r_{t+j})B_{t+j-1}^g = B_{t+j}^g + T_{t+j}, \quad j = 0, 1$$

其中， $G$  為政府支出， $B^g$  為政府發行公債數量， $(1 + r_{t+j})B_{t+j-1}^g$  則是政府支付的公債利息與本金。給定家戶起始沒有持有公債，政府起始也沒有發行任何公債，所以  $B_{t-1} = B_{t-1}^g = 0$ ；此題中，給定效用函數為  $U(C) = \frac{C^{1-\sigma}}{1-\sigma}$ ,  $\sigma > 1$ ,  $0 < \alpha < 1$ ,  $0 < \beta < 1$ 。請依序回答問題。

1. (1 分) 請解釋家戶為何會選擇  $B_{t+1} = 0$
2. (1 分) 另外請解釋政府為何會選擇  $B_{t+1}^g = 0$
3. (4 分) 請推導出效用極大下，家戶  $t$  期的消費函數  $C_t$ ，公債需求  $B_t$  與資本需求  $K_{t+1}$
4. (2 分) 根據你所推導的消費函數  $C_t$ ，請推導自發性消費 (Autonomous Consumption) 與邊際消費傾向 (Marginal Propensity to Consumption)
5. (2 分) 請寫下此模型中  $t$  期時的商品市場均衡與可貸資金市場均衡
6. (3 分) 請推導模型中的 IS 線
7. (2 分) 請利用 IS 線配合商品供給計算  $t$  期時的均衡利率

備註	一、作答於試題上者，不予計分。 二、試題請隨卷繳交。
----	-------------------------------

考 試 科 目	總體經濟學	系 所 別	經濟學系	考 試 時 間	2 月 4 日 (四) 第三節
---------	-------	-------	------	---------	-----------------

8. (2 分) 解釋李嘉圖恆等定理 (Ricardian Equivalence Theorem) 在此模型是否成立?  
 9. (3 分) 請分析  $t + 1$  期政府支出  $G_{t+1}$  上升對於  $t$  期時的均衡利率  $r_t$  與產出  $Y_t$  的影響

## 2 Production Economy: Labor (共 30 分)

現在考慮一個生產經濟下的 2 期動態均衡模型。若未特別說明，變數為實質。另外，本模型中所有人皆為全知全能。

### 2.1 Household and Firms (10 分)

首先，該經濟體中存在一代表性家戶，該家戶關心消費與勞動供給，因此效用函數為

$$U(C_t, N_t^s) + \beta U(C_{t+1}, N_{t+1}^s)$$

其中  $\beta$  為主觀折現因子， $C$  代表消費， $N^s$  表示勞動供給量。此外， $t$  與  $t + 1$  用來表示時間： $t$  期表示今天， $t + 1$  期表示明天。家戶的收入來自於工資與廠商給家戶的股利，同時，家戶使用收入於消費與儲蓄。所以家戶的  $t$  期限制式為  $C_t + S_t = w_t N_t^s + D_t$ 。其中， $w$  表示單位工資， $D$  為股利， $S$  則為家戶儲蓄。同理，家戶  $t + 1$  期限制式為  $C_{t+1} = w_{t+1} N_{t+1}^s + (1 + r_t) S_t + D_{t+1}$ 。其中， $r$  為實質利率。因此， $(1 + r_t) S_t$  之意義為家戶儲蓄所得到之本金加上利息收入。

接著，該經濟體中存在一代表性廠商，該廠商關心的是終身利潤。在此，廠商終身利潤為

$$\Pi = D_t + \frac{D_{t+1}}{1 + r_t}$$

其中， $D_t$  為廠商  $t$  期利潤， $D_{t+1}$  為廠商  $t + 1$  期利潤。由於我們假設家戶完全持有廠商，所以廠商會把利潤  $D_t$  與  $D_{t+1}$  全部分配給家戶作為股利。廠商各期的利潤可以分別寫成  $D_t = Y_t - w_t N_t^d$  與  $D_{t+1} = Y_{t+1} - w_{t+1} N_{t+1}^d$ 。此處， $Y$  表示產出而  $N^d$  表示廠商僱用的勞動量，亦即勞動需求。所以，廠商的利潤來自於所售出的商品扣除僱用勞動者所需付出的工資成本。在這模型中，廠商僱用勞動者以生產商品，各期生產函數因此為  $Y_t = A_t F(N_t^d)$  與  $Y_{t+1} = A_{t+1} F(N_{t+1}^d)$ 。其中， $A$  為技術水準。此題目中，我們給定效用函數為

$$U(C, N^s) = u(C) - h(N^s) = \ln C - \frac{(N^s)^{1+\phi}}{1+\phi}$$

另外，我們假設  $F(N^d) = (N^d)^\alpha$ ,  $0 < \alpha < 1$ 。請依序回答問題。

1. (3 分) 請推導出效用極大下，該家戶的消費  $C_t$  與該家戶的勞動供給  $N_t^s$

備 註	一、作答於試題上者，不予計分。 二、試題請隨卷繳交。
-----	-------------------------------

考試科目	總體經濟學	系所別	經濟學系	考試時間	2月4日(四)第三節
------	-------	-----	------	------	------------

2. (1分) 另外, 請推導終身利潤利潤極大下, 廠商  $t$  期的勞動需求  $N_t^d$
3. (2分) 請寫下此模型中  $t$  期時的勞動市場均衡條件與可貸資本市場均衡條件
4. (2分) 請利用家戶  $t$  期的預算限制式, 配合廠商  $t$  期的利潤  $D_t$ , 同時利用  $t$  期時的勞動市場與可貸資本均衡條件, 推導出商品市場均衡條件為  $Y_t = C_t + G_t$ 。
5. (1分) 利用推導商品市場均衡的過程, 解釋何謂 Walras' Law。
6. (1分) 請用此模型為例, 解釋國內生產毛額的三面等價。

## 2.2 Policy Analysis (20 分)

此模型沒有政府, 所以不存在財政政策。現在給定貨幣政策是央行透過宣告市場名目利率  $R_t$  來影響經濟體, 現在央行宣告之名目利率為  $R_t = R^0$ 。請回答下列問題

### 1. Case 1: Flexible Wage (10 分)

- (a) (1分) 紿定  $R_t$  代表  $t$  期名目利率,  $P_t$  代表  $t$  期物價水準,  $P_{t+1}$  代表  $t+1$  期物價水準。我們知道費雪方程式 (Fisher Equation) 可以寫成  $1+r_t = \frac{P_t}{P_{t+1}}(1+R_t)$ 。請解釋 Fisher Equation 之直覺
- (b) (2分) 請推導出此生產經濟模型下的 IS 線
- (c) (2分) 請推導出此生產經濟模型下的總合需求線 (Aggregate Demand, AD)
- (d) (2分) 請推導出當工資不具僵固性下的總合供給線 (Aggregate Supply, AS)
- (e) (3分) 紉定不存在工資僵固性下, 此模型是否符合古典二分 (Classical Dichotomy)? 請解釋並說明原因。

### 2. Case 2: Rigid Wage (10 分). 紉定現在存在工資僵固性, 實質工資現在為 $\bar{w}_t = \bar{W}/P_t$ , 其中 $\bar{W}$ 為僵固名目工資。給定僵固導致 $\bar{w}_t$ 高於均衡工資。請回答下列問題

- (a) (2分) 請推導當工資存在僵固性時的總合需求線 AD, 並與不存在工資僵固時的 AD 做比較。請問是否存在差異?
- (b) (3分) 請推導當工資存在僵固性時的總合供給線 AS, 並與不存在工資僵固時的 AS 做比較。請問是否存在差異? [請注意, 當工資存在僵固性時, 勞動市場不是均衡]
- (c) (3分) 紉定存在工資僵固性下, 此模型是否符合古典二分? 請解釋並說明原因。
- (d) (2分) 在 2007 年衰退時, 台灣與美國都面臨到失業大幅度上升, 產出大幅下降, 以及物價下降的情境。若你現在想要使用這模型來分析 2007 年衰退時的情況, 你覺得是否需要引入工資僵固? 請解釋並說明原因。

備註	一、作答於試題上者，不予計分。 二、試題請隨卷繳交。
----	-------------------------------

考試科目	統計學	系所別	經濟學系	考試時間	2月4日(四)第四節
------	-----	-----	------	------	------------

## 注意事項：

- (1) 請依題號順序作答。
- (2) 不可使用計算機。
- (3) 答題若過程錯誤(或沒有過程)但答案正確, 將以「零分」計算。

1. (10%) Let  $X$  be a random variable with probability density function given by

$$f(x) = \begin{cases} ke^x, & x < 0, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

Find the moment generating function for  $X$ .

2. (Total 20%) Let  $Y_1$  and  $Y_2$  denote the jointly continuous random variables with joint density function  $f_{Y_1, Y_2}(y_1, y_2)$ , where  $-\infty < y_1, y_2 < \infty$ . Please show

- (1) (10%)  $\mathbb{E}[\mathbb{E}[Y_2|Y_1]] = ?$
- (2) (10%)  $\text{Var}(Y_2|Y_1 = y_1) = ?$

3. (Total 30%) Let  $Y$  denote the length of life (in hundreds of hours) of electronic components. These components frequently fail immediately upon insertion into a system. It has been observed that the probability of immediate failure is  $1/3$ . If a component does not fail immediately, the distribution for its length of life has the exponential density function

$$f(y) = \begin{cases} e^{-y}, & y > 0, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

- (1) (10%) Find the cumulative distribution function for  $Y$ .
- (2) (10%) Evaluate  $\mathbf{P}(Y > 10)$ .
- (3) (10%) Find the mean and variance of  $Y$ .

備註	一、作答於試題上者，不予計分。 二、試題請隨卷繳交。
----	-------------------------------

考試科目	統計學	系所別	經濟學系	考試時間	2月4日(四)第四節
------	-----	-----	------	------	------------

注意事項：

- (1) 請依題號順序作答。
- (2) 不可使用計算機。
- (3) 答題若過程錯誤(或沒有過程)但答案正確，將以「零分」計算。

4. (Total 40%) Consider a multiple linear regression model as

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta_k X_k + u,$$

where  $\beta_0$  is the intercept,  $\beta_j$  is the slope parameter associated with  $X_j$  ( $j = 1, 2, \dots, k$ ). Given  $n$  observations on  $Y, X_1, \dots, X_k, \{(y_i, x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}) : i = 1, 2, \dots, n\}$ . Let  $\hat{\beta}_j, j = 0, 1, \dots, k$ , be the ordinary least squares (OLS) estimates for the parameters of this model,  $\hat{u}_i$  denote the residual associated with the  $i$ -th observation, and  $t_j$  denote the  $t$ -ratio for  $\beta_j$   $j = 0, 1, \dots, k$ .

- (1) (10%) Find  $\sum_{i=1}^n \hat{u}_i$  and  $\sum_{i=1}^n \hat{u}_i x_{ik}$ .
- (2) (10%) Under the classical linear model assumptions, please show how to construct the  $F$  test statistic for the joint test  $H_0 : \beta_1 = \beta_2, \beta_3 = 0$ , and write down the decision rule given the significance level  $\alpha$ .
- (3) For  $i = 1, \dots, n$ , let  $y_i^* = (y_i - \bar{y})/\hat{\sigma}_y, x_{ij}^* = (x_{ij} - \bar{x}_j)/\hat{\sigma}_j, j = 1, 2, \dots, k$ , be the standardized version of the data, where  $\bar{y}$  and  $\hat{\sigma}_y$  are the sample mean and sample standard deviation for  $y$  over these  $n$  observations, and  $\bar{x}_j$  and  $\hat{\sigma}_j$  are the sample mean and sample standard deviation for  $x_j, j = 1, 2, \dots, k$ . Now we regress  $y^*$  on 1 and  $x_j, j = 1, 2, \dots, k$ , to yield the estimated model as

$$y_i^* = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 x_{i1}^* + \hat{b}_2 x_{i2}^* + \cdots + \hat{b}_k x_{ik}^* + \hat{v}_i, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

where  $\hat{b}_j, j = 0, 1, \dots, k$ , are the associated OLS estimates.

- a. (10%) Find the OLS estimates  $\hat{b}_j, j = 0, 1, \dots, k$  in terms of  $\hat{\beta}_j, j = 0, 1, \dots, k$ .
- b. (10%) Find the  $t$ -ratio for  $b_j$  in terms of  $t_j, j = 0, 1, \dots, k$ .

備註	一、作答於試題上者，不予計分。 二、試題請隨卷繳交。
----	-------------------------------