摘要

本篇論文是先對 $\sum_{k=0}^{m}\binom{n}{k}\binom{n-k}{m-k}=\binom{n}{m}2^{m}$， $\begin{matrix}0\le m\le n\\ m,n\in Z\end{matrix}$ 這個組合等式分別給予代數證明及組合論證，接著對於組合論證中所考慮的問題，將情形推廣至更一般化，先將原本考慮每隊兩人的情況改為考慮每隊 r 人(推廣一)，再將每隊只能派出一人的情況改為每隊皆能派出 s 人(推廣二)，並導出在不同情況下的新的組合等式：

[推廣一]： $\sum_{k=0}^{m}\binom{n}{k}\binom{n-k}{m-k}(r-1)^{m-k}=\binom{n}{m}r^{m}$ $\qquad \begin{matrix}0\le m\le n\\ m,n\in Z\end{matrix}$

[推廣二]： $\sum_{k=0}^{m}\binom{n}{k}\binom{r-1}{s-1}^{k}\binom{n-k}{m-k}\binom{r-1}{s}^{m-k}=\binom{n}{m}\binom{r}{s}^{m}$ $\qquad \begin{matrix}0\le m\le n\\ 0<s\le r\\ m,n,s,r\in Z\end{matrix}$

最後再將推廣二中得到的組合等式，把 n,r 推廣至實數，進而得到：

$$\sum_{k=0}^{m}\binom{n}{k}\binom{r-1}{s-1}^{k}\binom{n-k}{m-k}\binom{r-1}{s}^{m-k}=\binom{n}{m}\binom{r}{s}^{m} \qquad \begin{matrix}m\ge 0,s>0\\ m,s\in Z\\ n,r\in R\end{matrix}$$