附　　錄

附錄一 Malmquist 求解模式

構成 Malmquist 生產力指數四種距離函數 $D_i^t(x^t, y^t)$ 、 $D_i^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})$ 、 $D_i^t(x^{t+1}, y^{t+1})$ 、 $D_i^{t+1}(x^t, y^t)$ ，相當於 Farrell(1957)所計算技術效率的倒數，其可以利用線性規劃(linear programming)的方法予以求解，本章以下僅列出當期距離函數 $D_i^t(x^t, y^t)$ 以及跨期距離函數 $D_i^t(x^{t+1}, y^{t+1})$ 求解模式，至於其他二種距離函數的求算方式則依此類推，詳細的討論參考 Fried *et al.*(1993)。

$$[D_i^t(x^{j,t}, y^{j,t})]^{-1} = \min_{\theta\lambda} \theta \qquad \text{(式 5-5)}$$

$$\begin{aligned} \text{s.t} \quad & y_m^{j,t} - \sum_{j=1}^{J} \lambda_j y_m^{j,t} \le 0, \quad m = 1,\dots,M \\ & \sum_{j=1}^{J} \lambda_j x_n^{j,t} \le \theta x_n^{j,t},\ n = 1,\dots,N \\ & \lambda_j \ge 0, \quad j = 1,\dots,J \end{aligned}$$

$$[D_i^t(x^{j,t+1}, y^{j,t+1})]^{-1} = \min_{\theta\lambda} \theta \qquad \text{(式 5-6)}$$

$$\begin{aligned} \text{s.t} \quad & y_m^{j,t+1} - \sum_{j=1}^{J} \lambda_j y_m^{j,t} \le 0, \quad m = 1,\dots,M \\ & \sum_{j=1}^{J} \lambda_j x_n^{j,t} \le \theta x_n^{j,t+1},\ n = 1,\dots,N \\ & \lambda_j \ge 0, \quad j = 1,\dots,J \end{aligned}$$

附錄二 拔靴複製法信賴區間建立與修正誤差拔靴複製模型計算方法

拔靴複製法之下針對給定的時間，就以下 5 個步驟為其 μ_t 建立信賴區間。

1.計算樣本在該期間平均值 $\overline{z_{.t}} = N^{-1}\sum_{i}^{N} z_{it}$ 。

2.計算 $\tilde{z}_{it} = z_{it}\sqrt{N/(N-1)} + \tilde{z}_{.t}\left(1-\sqrt{N/(N-1)}\right)$ ，以避免在小樣本下發生型一誤（type I - error）

3.抽取後放回方式自資料集 $\left\{\tilde{z}_{it}\right\}_{i=1}^{N}$ 中抽取 N 次，每個觀察值被抽取的機率均等，以取得資料集 $\left\{z_{it}^{*}\right\}_{i=1}^{N}$ 。

4.計算 $\overline{z}_{.t}^{*} = N^{-1}\sum_{i=1}^{N} z_{it}^{*}$

5.重複第 3 與第 4 步驟 J 次以獲得資料集 $\left\{z_{.t}^{*}(j)\right\}_{j=1}^{J}$

修正誤差(Bias-corrected and accelerated,簡稱 BCa)拔靴複製模型為 Efron and Tibshirani(1993)所提出，μ_t 在上下界 $\left(\overline{z}_{.t}^{*(\alpha_1)}, \overline{z}_{.t}^{*(\alpha_2)}\right)$，提供 $(1-2\alpha)\times 100$ 百分位之信賴區間之計算方法如式(5-7)與式(5-8)。

$$\alpha_1 = \Phi\left(\Phi^{-1}(\hat{\rho}) + \frac{\Phi^{-1}(\hat{\rho}) + \Phi^{-1}(\alpha)}{1-\hat{a}\left[\Phi^{-1}(\hat{\rho}) + \Phi^{-1}(\alpha)\right]}\right) \quad \text{(式 5-7)}$$

$$\alpha_2 = \Phi\left(\Phi^{-1}(\hat{\rho}) + \frac{\Phi^{-1}(\hat{\rho}) + \Phi^{-1}(1-\alpha)}{1-\hat{a}\left[\Phi^{-1}(\hat{\rho}) + \Phi^{-1}(1-\alpha)\right]}\right) \quad \text{(式 5-8)}$$

式**與式**中 $\Phi(\cdot)$ 表示標準常態累積分配函數，而 $\Phi^{-1}(\cdot)$ 則是表示標準常態累積分配函數之逆函數（inverse function）。而 $\hat{\rho}$ 則是計算拔靴複製後之 $\left\{y_{.t}^{*}(j)\right\}_{j=1}^{J}$ 減除原始估計值 $\overline{y}_{.t}$ 之比例，計算方法如式(5-9)。

$$\hat{\rho} = \frac{\#\left\{\overline{z}_{.t}^{*}(j) < \overline{z}_{.t}\right\}}{J} \quad \text{(式 5-9)}$$

加速（acceleration）常數 $\hat{a}$ 是以折刀（jackknife）值方式表示，如式(10)。

$$\overline{z}_{(i)t} = (N-1)^{-1}\sum_{\substack{\ell=1 \\ \ell\neq 1}}^{N} z_{\ell t} \quad \text{(式 5-10)}$$

當

$$\hat{a} = \frac{\sum_{i=1}^{N}\left(\overline{z}_{(\cdot)t} - \overline{z}_{(i)t}\right)^{3}}{6\left[\sum_{i=1}^{N}\left(\overline{z}_{(\cdot)t} - \overline{z}_{(i)t}\right)^{2}\right]^{3/2}}$$