

S-P 表注意指標在數學科教學上 之應用研究

呂秋文

(作者為本校應用數學系專任副教授)

摘要

教師在實際教學過程中，經常要作「如何進行教學才好」的決策，使教學之進行能夠得到最適之控制。然則在此項決策之時，必須有足夠情報資料以作決策時之依據，方能作出最佳決策。是故，教師在實際進行教學時，宜設法獲取全班級及個別學生之學習達成水準或理解程度有關之情報，同時也須對教材組織構造與教學方式進行檢討改進，方可獲致教學之最佳效果。因此，教師為獲取前述各項情報，對其所教授學習內容作成就評量測驗為必行之手段。在教學進行中，平時練習題之習作與各型測驗資料，便成為教師掌握學生學習實態或作學習診斷時之寶貴資料。

本文將以臺北市私立奎山中學初中部二年級甲班作為教學實驗之對象，就現行教科書中「分解因式」單元進行教學前，實施兩次診斷測驗。每次測驗之後，利用 S-P 表，設計軟體程式，以個人電腦處理各項資料，並且作正答、誤答及無答之類型特性分析以及計算注意指標（學生注意指標與問題注意指標），由注意指標值之變化、觀察並比較學生學習推移之狀況，以作為教師教學之參考。

一、概 說

教師在教學指導過程中，為了瞭解並確認全班級及個別學生對其所教授之學習內容是否達成學習目標及達成水準，時常要實施成就評量測驗，以便能掌握學生的學習實態，檢討教學得失，增進教學效果。因此，在教學指導進行中，平時習題之習作演練及各型測驗之資料，便成為教師掌握學生學習實態及診斷之寶貴資料。唯對於這些資料之處理，究竟應以何種方法來處理才是合適，實為重要之課題。

觀之我國各級學校教師，對於測驗資料之處理，大多採用如下方式來處理：

(一) 紿定個別學生之分數，或計算全班級或全年級之平均分數。

(二) 繪製次數表或直方圖，以表示學生得分的分佈狀況。

(三) 依分數高低排定名次，並指出個別學生之得分數在全班級或全年級內所佔相對位置。

像這些處理方法，固然可以看出全班級之達成水準及其傾向，也能看出個別學生的總合學力（成績）。唯在作個別學生之學習達成度之診斷上，實有必要再進一步探討學生對於怎樣的問題能夠正確答對以及怎樣的問題不能夠正確的回答，並且分別與全班級學生之達成及未達成之學習內容及其傾向作比較判斷分析。所以，單憑個別學生的得分數一項資料，實不能做為學習診斷之唯一依據。譬如，在由十道問題（小題）的學習成就評量測驗中，假定甲、乙兩學生在十道問題中皆正確答對五道問題，因而兩人之得分數完全相同，可是我們不能因甲、乙兩生之得分數相同，即斷定他們兩人的數學能力完全相同。蓋在十道題目中，每一道題目所含之內容不同，難易度也不同，因而甲、乙兩生答對與答錯問題之反應模式的組合方式自亦不盡相同，其不同組合方式即有 252 種之多的不同反應模式。所以，若要對個別學生答題之反應模式有澈底之瞭解，實際上並不容易，那麼我們該如何處理才好呢？個人以為應該把握住學生對於學習內容之達成與未達成之反應模式。為了達到此項目的，教師必須設法找出經由相同教學指導方式，接受相同學習內容之全班級之平均難易度傾向，以作為參考比較判斷之依據。甲、乙兩生答對與答錯問題之反應模式，應參照全班級學生之達成狀況資料作比較判斷才行。

對於未達成目標之學習內容，若要實施個別指導時，單憑得分數一項資料，實在無多大

之助益。就以先前之例，甲生在十道題目之中，答錯五題之情形來講，教師實在無法決定究竟應對那些問題或與此問題相關之學習內容做個別指導。這是因為教師在決定個別指導之內容時，必須要知道甲生所答錯問題，是與那些教材內容有關，並且也要知道全班級其他學生對於此問題之答題情形等較詳細之情報資料。所以，教師在作學習診斷以及決定個別指導內容時，除了個別學生之得分數一項外，尚須把握住個別學生之答題反應模式。為了此項答題反應模式，能易於讀取起見，對於測驗資料必須加以適當之處理。

學習成就評量測驗資料之處理，以及參考資料處理結果作學習診斷等工作，都應由教師本身來處理。測驗資料之處理與資料之讀取，應為教師平日所必須做的工作項目，並無特別之處。

本文將介紹一種人人皆可容易使用，無須統計學之資料分析有關之專門知識，極易瞭解且實用性極高的處理分析法，稱之為學生一問題表（或稱 S—P 表，S 表 student，P 表 problem）。它是一種測驗資料的圖表解析法。當測驗資料表為 S—P 表後，即可一眼從表中看出全班級學生學習之達成水準及其傾向，教師之指導與學生學習間的聯結程度，以及個別學生的理解模式及其學習之穩定度狀況。

二、S—P 表之編製與其讀取法

(1) S—P 表之編製法：

設在某次學習成就評量測驗中，每一道試題都經過特別設計，以能測出學生的一種概念或技能為原則，則以 m 位學生對於 n 道試題的答題反應而言，如果完全答對一題時給予「1」分，如果未作答或錯答時給予「0」分，如此我們便可得一 $m \times n$ 階矩陣，如表一所示。在此矩陣中之各橫列，係表示每一位學生對於 n 道試題的正、誤答題的反應模式，而其各縱行則係表示每一道試題， m 位學生完全答對與否的反應模式。茲以參與測驗學生 15 人，測驗試題 10 題為例說明之如次：

表一所示者，橫列表示按試題號碼由左至右順序排列，縱行表示按學生座號由上而下順序排列所得之 15×10 階矩陣。像這種未經任何處理的原始得分表，稱之為 S—P 原表。將表一中 S—P 原表中之各列，按學生總分之高低（最高者排在最上面）順序由上而下排列之，即得表二的得分表。在按總分高低順序排列之時，如遇有學生總分相同，則按各生未答

		試題號碼									
S	P	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
學生座號		1	0	1	1	0	0	0	1	0	1
	1	2	0	1	1	1	1	1	0	0	1
	2	3	0	1	0	0	0	0	1	0	1
	3	4	1	1	1	1	0	1	1	0	1
	4	5	1	1	1	1	1	1	1	0	1
	5	6	1	1	0	1	1	0	0	0	1
	6	7	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	7	8	1	0	0	0	0	0	1	0	0
	8	9	0	1	1	1	1	1	1	1	0
	9	10	0	1	1	0	0	1	1	0	1
	10	11	1	1	0	0	1	0	1	0	0
	11	12	0	0	1	0	0	0	0	0	0
	12	13	0	1	1	1	0	1	0	1	0
	13	14	1	1	1	1	0	0	1	0	0
	14	15	1	0	1	1	0	0	1	0	0

表一 $S-P$ 原表

表二 將表一中 $S-P$ 原表按學生總分之高低由上而下排列所得之表

試題號碼(按答對學生數高低 由左而右排列)										S曲線 總分		
S	P	2	3	7	4	9	1	6	5	10	8	S曲線 總分
學生座號	7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
10	5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	9
9	5	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	8
4	5	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	7
10	2	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	6
(2)	2	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	6
由上學而生下分	14	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	5
1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	5
13	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	5
6	6	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	5
15	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	4
11	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	4
3	8	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	3
8	12	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	2
P曲線		0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
答對人數		12	11	10	9	8	8	7	6	5	4	

表四 $S-P$ 表

表三 將表二中之得分表按試題
之答對學生人數之高低由
左至右排列所得之表

S—P 表注意指標在數學科教學上之應用研究

對各試題（即對應於「0」之試題）之答對學生總人數之和的大小順序由上至下排列。譬如表一中座號 1, 6, 13, 及 14 四位學生皆答對五題，總分都是 5 分。就 1 號學生言，他未答對之試題有 1, 4, 5, 6 及 8 五題，此五道試題之答對人數分別為 8, 9, 6, 7 及 4 人，其總人數為 $8+9+6+7+4=34$ 。同法，就 6 號學生而言，他未答對之試題的答對總人數為 $11+7+10+4+8=40$ 。就 13 號學生言，則為 $8+6+10+8+5=37$ 。就 14 號學生言，為 $6+7+4+8+5=30$ 。故此四位學生的排列順序（最小者排在最上面，由上而下）依次為 14, 1, 13, 6 號。又譬如座號 2 及 10 號學生的總分都是 6 分，仿前述方法得知 2 號與 10 號兩學生未答對試題之答對學生總人數皆為 27，仍然相同，此時，2 及 10 兩生，誰排在上面皆可。

其次，再將表二中之得分表，按各試題之答對學生人數之大小（答對人數最多之試題排在最左端）順序由左而右排列之，即得表三的得分表。如果遇有答對人數相同之試題時，則以各試題學生未答對之學生的總分之和的小大順序（總分最小者排在最左端）由左至右排列。譬如，表一中，試題 1 與 9 兩道題，學生答對人數同為 8 人，此時，就試題 1 而言，對此題未答對之學生有 1, 2, 3, 9, 10, 12 及 13 等七位學生，其總分依次分別為 5, 6, 3, 8, 6, 1 及 5 分，因而得總分之和為 $5+6+3+8+6+1+5=34$ 。又就試題 9 而言，我們得總分之和為 $5+2+4+1+5+4=26$ 。因此試題 1 與 9 之排列順序，由左至右排列順序為 9, 1。

最後，在表三的得分表中按各學生所得總分（即「1」的個數），自左端起向右數出和其總分相同個數的試題個數，作一分界線，並連結各分界線即可得一階梯狀之曲線如表四中之實線所示者，稱之為 S 曲線。又按各個試題之答對學生人數（即「1」的個數）自最上面起向下數出和其答對學生人數相同個數的學生個數，作一分界線，並連結各分界線便可得一階梯狀之曲線如表四中之虛線所示者，稱之為 P 曲線。從表三的得分表中，作出 S 及 P 兩曲線，便得表四的 S—P 表。

(2) S—P 表之判讀法：

(→) S 曲線與 P 曲線所代表之意義

S 曲線就是表示學生得分的累加分佈曲線，如下圖 1 中之(a) S 曲線（表四中之 S—P 表）與(b)得分的次數分佈（直方圖）累積而得的累加得分分佈相一致。

同樣地，P 曲線表示試題答對學生人數的累加分佈。在判讀 S—P 表時，對於 S 及 P 兩曲線之形狀所代表意義的理解，極為重要。

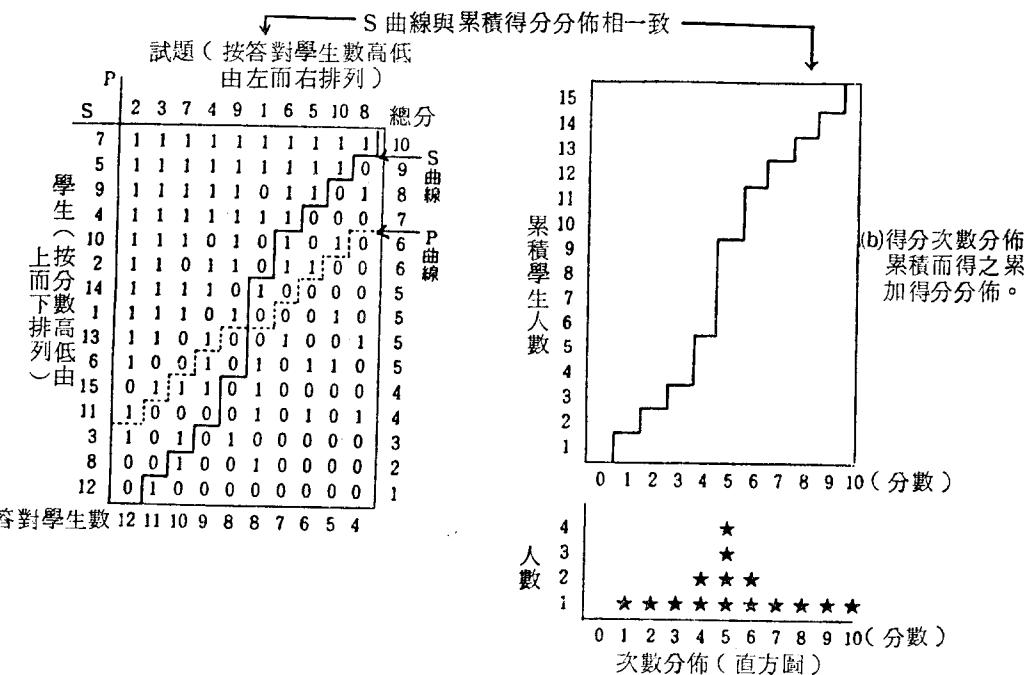


圖 1 S 曲線表示累加得分分佈

（二）S 曲線與 P 曲線之位置及形狀所代表之意義

在觀察 $S-P$ 表時，先將 S, P 兩曲線描繪成平滑之曲線，然後再從曲線之位置及形狀加以觀察。在 $S-P$ 表中， S 曲線之左側所有「1」與「0」的總個數（即 S 曲線左側部分之面積）或 P 曲線上側所有「1」與「0」的總個數（即 P 曲線上側部分之面積，理論上應等於 S 曲線左側部分面積「1」）對於整個 $S-P$ 表所佔之比例，就是表示該次測驗的平均答對率。因此， S 曲線之位置越靠近 $S-P$ 表之右方，或 P 曲線之位置越靠近 $S-P$ 表之下方時，表示平均答對率就越高。從 S 曲線之位置，可以看出學生的學習成就達成水準，而從 S 曲線之形狀，可以看出學生得分（達成度）的分佈情形。又從 P 曲線之位置，可以看出每道試題的答對學生人數（答對率），也就是說，對於每一個試題，可以看出班級學生達成與未達成目標之程度，而從 P 曲線之形狀，可以看出學生對於各個試題之達成度（分數）的分佈狀況。下圖 2 中所示者為數種典型的 S, P 曲線之模式：

S—P表注意指標在數學科教學上之應用研究

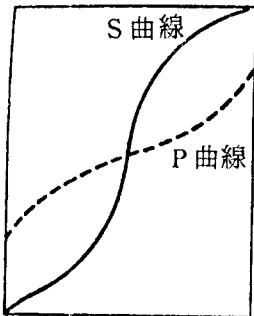


圖 2 (a)

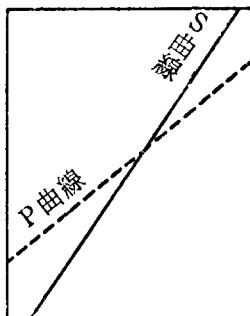


圖 2 (b)

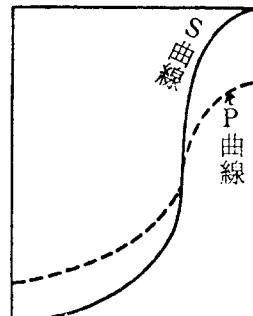


圖 2 (c)

從 S 曲線或 P 曲線之位置可以看岀平均答對率約為 50%。從 P 曲線之形狀，可以看出各試題之答對率約在 20% 至 80% 之間。 S 曲線呈 S 字型，可以看出得分率 50% 的學生佔相當多數，靠近滿分或零分的學生人數相當少。一般標準學力測驗或實力測驗都屬此種模型。

平均答對率約為 50%。因 P 曲線呈傾斜之直線型，表示從達成度高的試題到達成度低的試題呈均勻分佈。 S 曲線亦呈傾斜之直線型表示從得分高的學生到得分低的學生亦呈均勻分佈此種模式的成就測驗，對於區別個別學生的學習成就用以排定達成度之順序，極為方便。

從 S 曲線或 P 曲線之位置，可以看岀平均答對率約在 70% 到 75% 之間。從 P 曲線之形狀，可以看出少數試題的答對率有偏低之趨勢。從 S 曲線之形狀可以看岀大多數學生的達成度都集中在平均分數附近，一部分較差的學生的達成度有偏低之趨勢。

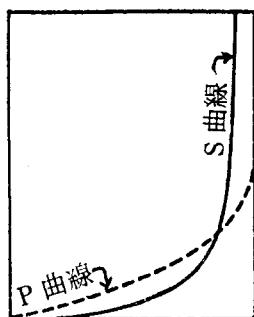


圖 2 (d)

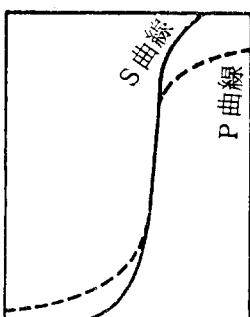


圖 2 (e)

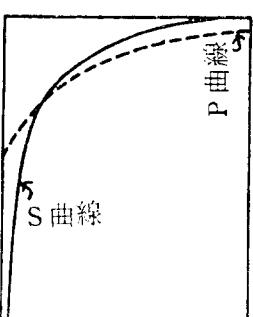


圖 2 (f)

從 S 曲線或 P 曲線之位置可以看岀平均答對率約為 80%，只有極少數學生的成績稍偏低。一般編序教學之成就測驗常呈此模型。

從 S 曲線或 P 曲線之位置可以看岀平均答對率約為 60%。 P 曲線之形狀較為特殊，答對率高與低的問題羣偏向兩極端，顯示命題並不太理想。

從 S 曲線或 P 曲線之位置，可以看岀平均答對率約僅 25% 左右。從 P 曲線之形狀，可以看出，每一個試題答對學生人數除極少數幾個試題外都顯得偏低。從 S 曲線之形狀可以看岀，除極少數學生外，成績都偏低。一般來說，預測驗之場合，常呈此種模式。

圖 2 典型 S 曲線與 P 曲線之模式

(2) S 曲線與 P 曲線之分離狀況及差異指標 D^* :

在一般情形下， $S-P$ 表中之 S 曲線與 P 曲線兩者並不相重合，而必須要有適當程度的分離。分離程度太大或太小都不相宜。 S, P 兩曲線分離程度的標準值，隨各個科目、各科目所含領域、測驗種類以及測驗形式而略有不同，可依據經驗加以調整。將 S, P 兩曲線之分離程度加以定量化所得之指標，稱之為差異指標。差異指標之定義([1])如下：

差異指標為實際得到之 $S-P$ 表（學生人數為 m ，問題數為 n ，平均答對率為 p ）中， S, P 兩曲線之分離（即兩曲線所圍成之部分）對於隨機 $S-P$ 表（學生人數為 m ，問題數為 n ，平均答對率為 p ）中， S, P 兩曲線之分離基準化所得之值。

若學生人數為 m ，問題數為 n ，平均答對率為 p 之實際得到之 $S-P$ 表中， S, P 兩曲線所包圍部分之面積（即 1 與 0 之總個數）以 $S(m, n, p)$ 表之，而學生人數為 m ，問題數為 n ，平均答對率為 p 之條件下所生成之隨機 $S-P$ 表，其中 S, P 兩曲線所包圍部分之面積的期待值，以記號 $E[S_r(m, n, p)]$ 表之時，則差異指標 D^* 可表為如下形式：

$$D^* = \frac{S(m, n, p)}{E[S_R(m, n, p)]}, \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

但在學生人數為 m ，問題數為 n ，平均答對率為 p 之條件下， S, P 兩曲線皆呈累積二項分佈之曲線，故 $E[S_R(m, n, p)]$ 可以此兩曲線所包圍部分之面積 $S_B(m, n, p)$ 來取代。如此，差異指標 D^* 即可由下式求得之：

由(1)或(2)式立可得知 $D^* \geq 0$ 。當實際得到之 $S - P$ 表為完全 $S - P$ 表時，則 $D^* = 0$ 。當實際得到之 $S - P$ 表為隨機 $S - P$ 表時， $D^* \neq 1$ 。此為 $S - P$ 表的兩極端之模式，其餘之情況下， D^* 值恒介於 0 與 1 之間，表示 S, P 兩曲線分離之程度。在大多數的實際例子裏，如果是在考察實力測驗或標準學力測驗等涉及多方面要素之總合學力時， D^* 值一般來說都是很高的，此時以 $D^* = 0.5$ 左右為標準。如果 $D^* > 0.6$ 時則應加以注意並檢討，其所代表之意義則為含有相當異質因素在內，在此種情況下，測驗試題即有修訂之必要。如果在以反覆練習或演習問題為主之測驗時，因問題羣和學生羣兩者皆具有相當的等值性，故其標準值約為

S—P 表注意指標在數學科教學上之應用研究

0.4，因此，如果 $D^* > 0.5$ 時即應予以注意並加檢討。

差異指標 D^* 就是表示 $S—P$ 表之非等質性之程度，因此 $1—D^*$ 即表示等質性之程度。

利用公式(2)可求得 D^* 之值。雖然可利用電子計算機來計算，可是仍需要很長計算時間方能完成。因此，在實用上一般都改用下述公式以求 D^* 之近似值([1], [2])：

$$D^* = \frac{S \text{曲線與} P \text{曲線所包圍部分「1」與「0」之總個數}}{4mn\bar{p}(1-\bar{p})D_B(M)}, \dots \quad (3)$$

其中 M 表高斯整數 $\lfloor \sqrt{mn} + 0.5 \rfloor$, $D_B(M)$ 則按表五以求其值茲以表四中之 $S—P$ 表為例，說明 D^* 之求法如下：

因 S, P 兩曲線所圍成區域內「1」與「0」個數的總和為 28。

$m = 15, n = 10, \sqrt{mn} = \sqrt{150} \approx 12.25 \circ M = \lfloor \sqrt{mn} + 0.5 \rfloor = \lfloor 12.25 + 0.5 \rfloor = 12 \circ$

於表五中，查 $M = 12$ 之列中 $D_B(M) = 0.285$ 。

平均答對率 $\bar{p} = \frac{80}{15 \times 10} = 0.533$ 。故 $D^* = \frac{4 \times 15 \times 10 \times 0.533 \times (1 - 0.533) \times 0.285}{28} \approx 0.658 \circ$

表 五

M	$D_B(M)$	M	$D_B(M)$	M	$D_B(M)$
11	0.278	23	0.337	35	0.367
12	0.285	24	0.341	36	0.369
13	0.291	25	0.344	37	0.370
14	0.296	26	0.347	38	0.372
15	0.302	27	0.350	39	0.373
16	0.307	28	0.353	40	0.375
17	0.312	29	0.355	41	0.377
18	0.317	30	0.358	42	0.378
19	0.321	31	0.360	43	0.380
20	0.326	32	0.362	44	0.381
21	0.330	33	0.364	45	0.382
22	0.334	34	0.366		

在學習成就評量測驗中，如果發現 S, P 兩曲線之分離程度太大（譬如 $D^* >$ 標準值）時，就必須加以檢討，探究造成此結果之具體原因。大致來說，造成 S, P 兩曲線分離程度

太大之可能原因，依佐藤隆博 ([1], [4], [5])，從事多年實際實驗結果，得知約有如下數端：

(1) 教學指導不夠徹底。

(2) 教學目標、教學內容及成就測驗內容並不一致，或命題內容未能與教學內容相應配合。

(3) 出題之順序及各試題之前後關係編排不適當，或者發問內容、表達方式及指引不適當。

(4) 教學時間與實施測驗時間相隔太久。

(5) 學生的學習並不十分穩固（反覆練習工作並不充分）。

(6) 中、上程度學生尚有許多學習不穩定者。

(7) 學生的學習動機低落。

(8) 學生的心理或生理發生急劇變化。

(9) 教師的評分工作未連貫、評分標準產生變化、評分要點不明確或評分錯誤。

在實際進行檢討工作時，如能就以上各項目逐一檢查當可發現真正之原因。

至於 S, P 兩曲線分離程度太小（即太接近）亦非正常。如果探究其原因，可能有如下數端：

(1) 學生的學習達成水準普遍低落，或者學習成就測驗內容過於艱難（如圖 2 (f) 之情形）。

(2) 學生學習達成度很明顯的分成高分與低分兩個組，其分數之分佈呈雙峯態之 U 字形（如圖 3 或圖 2 (e)）。

四個別學生的學習診斷與注意指標

在作個別學生的學習診斷時，除了觀察學生的分數外，尚須進一步加以探討，掌握個別學生答對與答錯問題之模式，並參照在接受同一教學指導方式及相同學習之下，班級學生們之成就達成水準作一比較觀察。關於這一點，只須觀察 $S - P$ 表，便可很容易看得出來。譬如，圖 4 中所示者，為由 $S - P$ 表中抽出 A, B 兩學生的答題模式。 A, B 兩生同得 15 分，但他們兩人的答題模式卻大異其趣。觀察 $S - P$ 表中之 P 曲線，極易看出學生 B 所答對之間題，亦為班級多數學生所答對者，班級多數學生皆不會答對的較難試題， B 生也一樣答錯，

S-P表注意指標在數學科教學上之應用研究

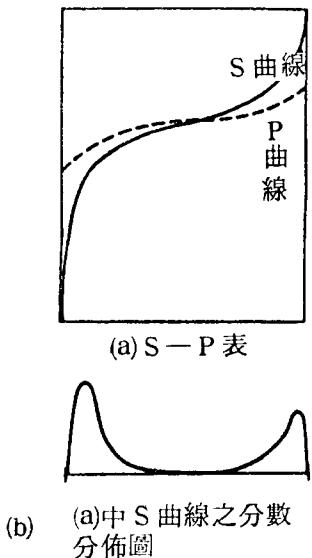


圖 3 學生分數之分佈呈雙峯態分佈之U字形時， S 、 P 兩曲線就會很接近。

試題 (20)

The figure shows a graph with a horizontal axis representing '分數' (Score) and a vertical axis representing probability or cumulative frequency. Two binary sequences are plotted as points:

- 學生 A**: 0 1 0 0 1 0 1 1 0
- 學生 B**: 1 1 1 1 1 0 0 0 0

A dashed curve, labeled "P 曲線" (P curve), starts at the bottom left and curves upwards towards the top right, representing the cumulative distribution of the scores.

圖 4 學生答對、答錯之答題模式可由參照 P 曲線（班級全體之達成度）看出來。（ B 生的模式並無特別問題，然 A 生則顯得較不穩定）。

這就表示學生 *B* 的學習極為穩定。但對學生 *A* 而言，班級多數學生所答錯之問題，他卻反而答對，而班級多數學生皆答對的較容易試題，他卻答錯了很多題，像這種情形就是表示 *A* 生的學習並不穩定。所以，教師宜針對 *A* 生所答錯之試題內容、答錯各問題之間是否有共通點存在來加以診斷，以便實施補救教學。從觀察 *S—P* 表，便可容易一眼看出，*A* 生的答題反應模式和班級學生全體的達成與未達成之平均趨勢之模式顯然極不相同。將學生的反應模式與班級全體學生的反應模式（即達成與未達成之傾向）相比較時相異程度加以量化之指標，稱為學生的注意指標。佐藤隆博 [1] 曾經提出注意指標之定義如下：

「某變量之反應模式，為以此變量之區分線（*P*曲線或*S*曲線）之境界處，沒有 1 與 0 交替出現之完全反應模式為基準，此變量之實際反應模式與完全反應模式之差異程度所顯示之值是也」。即

$$\text{注意指標} = \frac{\text{實際反應模式與完全反應模式之差異}}{\text{完全反應模式之最大差異}} \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

此處，所謂最大差異，就是指在給定此模式之平均值時最為自然之狀態（即最為不規則之狀態）之謂也。此種定義法係以 $S - P$ 表之邊際次數（即各個學生的合計得分（即綜合）或各個問題之答對學生人數）為基準變量所表示者。公式(1)又可書為下式：

$$\text{注意指標} = \frac{(\text{完全反應模式與基準變量之共變數}) - (\text{實際反應模式與基準變量之共變數})}{(\text{完全反應模式與基準變量之共變數}) - (\text{隨機反應模式與基準變量之共變數})} \quad (2)$$

又因某反應模式之注意指標，係實際反應模式與完全反應模式之差異對於最大之差異經基準化所得之值，此時之最大差異，就是以完全反應模式為基準，隨機反應模式與前者之差異。此種情形正好與差異係數 D^* 之情形相同。

然在(2)式中分母之第 2 項「隨機反應模式與基準變量之共變數」，每次在計算此值時多少都會有差異現象發生，故使用期待值較為妥當，而在此種情形下，其期待值為零。因此(2)式又可變形為下式：

$$\text{注意指標} = 1 - \frac{\text{實際反應模式與基準變量之共變數}}{\text{完全反應模式與基準變量之共變數}} \quad (3)$$

依此定義立可得知注意指標 ≥ 0 。當變量為完全反應模式時，注意指標 $= 0$ ，當變量為隨機反應模式時，注意指標 $\neq 1$ 。實際之反應模式的注意指標值通常都是介於 0 與 1 之間的值。注意指標值也有可能大於 1 之情形，此時對於邊際之基準變量而言，得分之模式為 1 與 0 反轉過來之場合，在 $S - P$ 表中很明顯的呈異常的反應模式。

茲以表六中 $S - P$ 表各元素為例，具體說明(3)式中求注意指標之計算式如下：

問題 j 之反應模式與基準變量（學生之總分）的共變數，記為 C_j ，則得

$$\begin{aligned} C_j &= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (y_{ij} - \frac{1}{m} y_{..j})(y_{i..} - \mu) \\ &= \frac{1}{m} (\sum_{i=1}^m y_{ij} \times y_{i..} - y_{..j} \times \mu), \end{aligned} \quad (4)$$

此處 $\mu = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m y_{i..}$ (學生之總分的平均值)。

於(4)式中，問題 j 為完全反應模式時與基準變量之共變數，記為 $C_{j(c)}$ ，則得

S-P表注意指標在數學科教學上之應用研究

表六 S-P表

問題(最左答對人數最多，依序排列)

	1	2	j	n	總分	
學生 (最上方總分最高，依序排列)	1	y_{11}	y_{12}	y_{ij}	y_{in}	$y_{1\cdot}$
	2	y_{21}						
	i	y_{i1}	y_{ij}	y_{in}	$y_{i\cdot}$	
	m	y_{m1}	y_{mj}	y_{mn}	$y_{m\cdot}$	
		\wedge		\wedge		\wedge		
		$y_{1\cdot}$	$y_{j\cdot}$	$y_{n\cdot}$		

$$C_{j(c)} = \frac{1}{m} \left(\sum_{i=1}^{y_{\cdot j}} 1 \times y_{i\cdot} - y_{\cdot j} \times \mu \right), \quad (5)$$

若問題 j 之注意指標，記為 $C.P_j$ 時，則有

$$C.P_j = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{y_{\cdot j}} y_{ij} \times y_{i\cdot} - y_{\cdot j} \times \mu}{\sum_{i=1}^{y_{\cdot j}} y_{i\cdot} - y_{\cdot j} \times \mu}, \quad (6)$$

在(6)式中，當 $y_{\cdot j} = m$ 時， $C.P_j = 0$ ；而當 $y_{\cdot j} = 0$ 時， $C.P_j = 1$ 。

對於學生而言，情形與問題完全相同。所以，學生 i 之注意指標，記為 $C.S_i$ 時，則有

$$C.S_i = 1 - \frac{\sum_{j=1}^n y_{ij} \times y_{\cdot j} - y_{i\cdot} \times \mu'}{\sum_{j=1}^n y_{\cdot j} - y_{i\cdot} \times \mu'}, \quad (7)$$

此處 $\mu' = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_{\cdot j}$ (問題的答對學生人數之平均值)。

在(7)式中，當 $y_{i\cdot} = n$ 時， $C.S_i = 0$ ；而當 $y_{i\cdot} = 0$ 時， $C.S_i = 1$ 。

前述(6)及(7)兩式又可分別變形爲如下之形式：

$$= \frac{(\text{問題 } j \text{ 對應於 } P \text{ 曲線上} - (\text{問題 } j \text{ 對應於 } P \text{ 曲線下} \\ \text{方之「0」的總分之和}) \text{ 方之「1」的總分之和})}{(\text{問題 } j \text{ 在 } P \text{ 曲線上} - (\text{問題 } j \text{ 之答} \\ \text{方各學生總分之和}) \times (\text{對學生人數})} \times (\text{平均得分}), \quad (9)$$

$$= \frac{(\text{學生 } i \text{ 對應於 } S \text{ 曲線左方之「}0\text{」的答對學生人數之和}) - (\text{學生 } i \text{ 對應於 } S \text{ 曲線右方之「}1\text{」之答對學生人數之和})}{(\text{學生 } i \text{ 在 } S \text{ 曲線左方各問題答對學生人數之和}) - (\text{學生 } i \text{ 之總分}) \times (\text{平均答對學生人數})} \quad \dots \dots \dots (11)$$

利用(9)及(11)兩式，可很容易用手算、算盤及電子計算機分別求出 $C_i P_i$ 及 $C_i S_i$ 。

茲以表七中之 $S-P$ 表為例說明注意指標之手續求法如下：

在表七中，學生 7, 5 及 4 三位學生之答題反應模式，稱為完全反應模式。凡學生之答題反應模式屬完全反應模式時，則其注意指標定為 0。依此規定，學生 7, 5 及 4 的注意指標 $C.S_7 = C.S_5 = C.S_4 = 0$ 。因試題的平均答對人數

$$\mu' = \frac{12+11+10+9+8+8+7+6+5+4}{10} = \frac{80}{10} = 8.$$

$$C.S_9 = \frac{8-4}{(12+11+10+9+8+8+7+6)-(8) \times (8)} = 0.571.$$

$$C.S_1 = \frac{9-5}{(12+11+10+9+8)-(5) \times (8)} = 0.4.$$

又學生的平均分數 μ

$$\mu = \frac{10+9+8+7+6+6+5+5+5+5+4+4+3+2+1}{15} = \frac{80}{15} = 5.3$$

$$\text{因此, } C.P_2 = \frac{4-3}{(10+9+8+7+6+6+5+5+5+5+4+4)-12 \times 5.3} = 0.09$$

$$C.P_7 = \frac{(6+5+5)-(4+3+2)}{(10++8+7+6+6+5+5+5+5)-10 \times 5.9} = 0.538$$

S—P表注意指標在數學科教學上之應用研究

表七 S—P表

試題

	2	3	7	4	9	1	6	5	10	8	S曲線 總分
學生	7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	9
9	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	8
4	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	7
10	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	6
2	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	6
14	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	5
1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	5
13	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	5
6	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	5
15	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	4
11	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	4
3	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	3
8	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	2
12	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1

P曲線

答對學生人數 12 11 10 9 8 8 7 6 5 4

關於注意指標之判定標準，從佐藤氏從事教育現場之多數實例之經驗檢討之結果，當 $0.75 > C.P_j \geq 0.5, 0.75 > C.S_i \geq 0.5$ 時就應予以注意，而在 $C.P_j \geq 0.75, C.S_i \geq 0.75$ 時宜特別注意，一般在實際教學時皆按此判定標準予以利用。此值係經驗上所推薦之標準。 0.5 之標準值適為隨機反應模式之注意指標值的一半。但在多因子的 S—P 表之場合（譬如標準學力測驗）裏，一般來說，其差異係數 D^* 之值往往都很大，故 $C.P_j$ 及 $C.S_i$ 之判定標準也較大。此時，其判定標準為 $C.P_j \geq 0.6, C.S_i \geq 0.6$ 時即應予注意檢討。

(b) S—P表中學生答題反應模式之觀察

在 S—P 表中，如果個別學生的答對及答錯的反應模式和班級學生的答題反應模式有差異，則差異之程度端視其與全部學生的反應傾向（即整個 S—P 表中，「1」與「0」的分佈狀況）相異及其程度而定。譬如，絕大部分學生的答對與答錯之反應模式相同，這就表示他們答題的反應傾向極為酷似，此時 S—P 表中之 S 曲線左方之「0」，或 P 曲線上方之「1」的個數分佈得很少，S, P 兩曲線之間的分離程度也很小。所以，在 S—P 表中，個別學生答題的反應模式與班級中其他學生們的反應模式相比較，如果兩者有所差異，目標至為明顯，很容易從表中看得出來。

不過，如果個別學生之答題反應模式雖然與班級中其他學生們的反應模式相同，然而由於 $S-P$ 表中學生們的答題反應模式極為紛歧，以至於在 $S-P$ 表中 S 曲線左方或 P 曲線上方之「1」的個數分佈很多，而 S 曲線右方或 P 曲線下方之「1」的個數分佈也很多，則 S 曲線與 P 曲線之間的分離程度很大 ($D^* > 0.6$) 可是此兩種反應模式相異之程度，看起來卻相對的顯得很小。是故，表示此兩種反應模式本質相異之程度的學生注意指標 (C, S)，在此種場合利用起來便極為有效。以上所述者為從 $S-P$ 表中抓住個別學生答對與答錯之反應模式的基本方法。改換一種說法來說，就是參照 $S-P$ 表中全體學生的答題反應傾向，去發現與此反應模式相異的個別學生與試題。當然與全班學生答題之反應模式相異的個別學生，並非一概都是不好的。不過，在一齊教學指導下，在很多場合裏都要包含各種各樣的問題點，在作學習診斷時有必要予以注意並加檢討。

（六）在 $S-P$ 表中， S 曲線左方與右方之「0」意義不同

在 $S-P$ 表中 S 曲線左方之「0」代表之答錯問題情形，按佐藤氏多年實際實驗結果，認為多半都是由於學生的反覆練習工作作得不夠充分、不細心造成錯誤、誤解題意以及純粹的理解不夠徹底所致，因此這些錯誤，很多在經過教學之後，立即可以改正過來。可是 S 曲線右方之「0」代表的答錯情形，則是屬於基本理解都不會之情形，完全隨手亂寫，自己不知任何道理。下圖 5 所示者，就是利用 $S-P$ 表以找出個別學生答錯內容之線索：

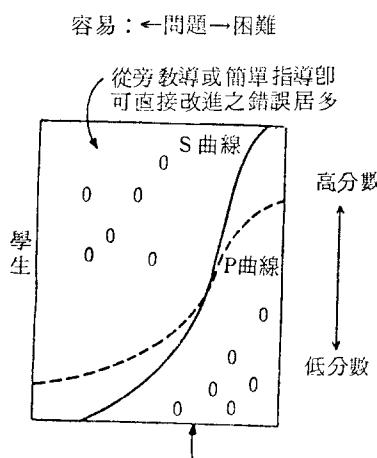


圖 5 $S-P$ 表中 S 曲線左方與右方之「0」意義有別

S—P 表注意指標在數學科教學上之應用研究

(乙)試題及其相關教學內容與教學方法之檢討

在觀察學習成就評量測驗之資料時，首應把握住「大多數學生答對之試題（及其相關之學習內容與學習目標）為何」以及「大多數學生答錯之試題為何」等課題。對於大多數學生答對之試題，固然對其內容之妥適性加以玩味；可是對於答錯該題之少數學生，也有必要作學習診斷工作。大凡對於大多數學生答錯之試題，在作個別學生之學習診斷之前，宜針對此試題及其相關之學習內容之教學予以檢討，以便決定是否對全班級進行補救教學或再行教學之工作。

從觀察 $S-P$ 表中之 P 曲線，便可很容易看出過於艱難的試題，同時也很容易獲得如下所述之線索：

對於答對學生人數相同之試題，如圖 6 中所示之試題 m 與 n ，其答對學生人數同為 30 人。對於試題 m 而言，其「1」與「0」排列順序極為妥適，然而對於試題 n 而言，上等學生卻有不少人意外的答錯，使得 $S-P$ 表中 P 曲線上方出現很多個「0」。像此種異常情形，實有必要加以檢討。以試題 n 這種「1」與「0」之排列模式與其他試題之「1」，「0」

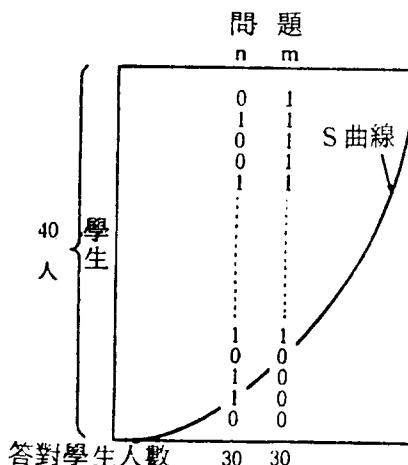


圖 6 問題及其相關內容之教學方法之檢討
(參看 S 曲線)

(試題 m 相當合適，而試題 n 則不太合適，)
(對於這種試題或教學方法都有必要檢討。)

排列模式相比較，當可發現試題 n 必含有異常成份在內，或因試題之說明與表現方式不夠明確，語意含糊不清，致造成學生答題之錯誤，或以此試題有關之內容教學不夠徹底，造成學生錯答。因此，對於試題 n 及其相關學習內容之教學實有檢討之必要。

(八) 學生學習推移面面觀

如果將單元或小單元教材之學習成就測驗資料，按指導教學之先後次序，分別編製成如下圖 7 所示之 $S-P$ 表，然後按圖 7 中所示之方法觀察 $S-P$ 表，便可看出各個學生的學習樣子、理解程度的變化以及學習推移之變化狀況。但是，由於教學指導過程是繼續不斷的進行，如按圖 7 方式仔細去追蹤各個學生的學習推移，掌握學生的學習實態作學習診斷，可謂工程浩大，很費時間。不過，如果稍加整理，則在日常實際教學時極為實用。

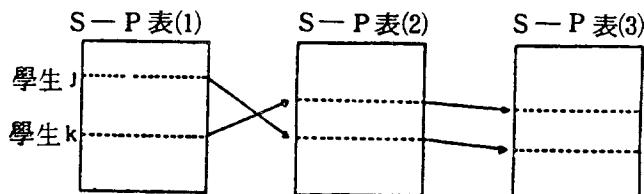
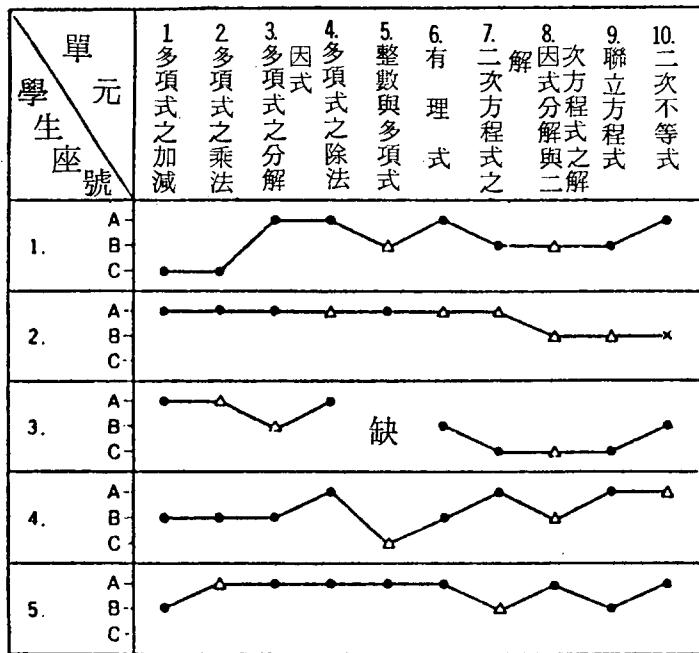


圖 7 觀察個別學生的學習推移

就各個 $S-P$ 表，以學習成就之達成度為基準，設定 A 代表充分達成基準， C 代表未能達成基準，學習不夠充分。 A 與 C 之基準可由教師自行判斷決定。 A 為 $S-P$ 表上方所對應之學生，而 C 則是 $S-P$ 表下方所對應之學生，介於基準 A 與 C 之間的學生，其基準為 B ，即 B 代表不完全，還須進一步努力。如此，將學習成就達成度之基準分為 A 、 B 及 C 三個等級，教師只要決定個別學生在各個 $S-P$ 表中之歸屬位置即可。下圖 8 所示者為各個學生對於各個單元教材之學習成就達成度基準的面面觀。觀看此圖 8 便可瞭解各個學生的學習推移之情形，在實際教學場合裏非常實用，可多予應用。



符號：[○]表示學生注意指標 C.S 小於 0.5。
[△]表示學生注意指標 C.S 在 0.5 以上，0.75 以下。
[×]表示學生注意指標 C.S 在 0.75 以上。
缺表示缺席。

A：達成目標之基準值。
B：不完全，還須進一步努力。
C：未能達成基準值，學習不充分。

圖 8 學習推移面面觀

三、注意指標在學習診斷與問題分析上之應用

本研究係以臺北市士林區私立奎山中學初中部二年級甲班學生28人，就現行國民中學數學課本內容「分解因式」單元，在進行教學前作預備度的學習診斷工作。本研究共實施兩次形成性評量測驗；第一次為平時測驗，然後以同樣形式實施第二次追蹤測驗。兩次測驗結果，則以個人電腦處理測驗資料，設計處理資料之軟體程式作成檔案，印製 S—P 表，並計算出個別學生及試題的注意指標值。然後，利用 S—P 表及注意指標值觀察各個學生的學習模式以及他們回答問題的穩定度。

私立奎山中學為臺北市郊區的一所小型學校，只有小學部和初中部，各年級班數皆很少。學生來源大半都是學區內學生抽籤抽中而來，採混合編班制，因此，同一班級中學生程度參差不齊，各種程度的學生都有。

(一)進行步驟：

在實施測驗之前，曾與擔任初中部二年級甲班數學科教師劉嘉雄先生作充分之溝通，瞭解本次研究之目的與方法，配合劉老師上課時間及進度，進行教學實驗。

第一次平時測驗考試時間45分鐘，測驗後嚴格評閱試卷。凡完全答對一題者給一分，答得不完全、答錯或沒有作答者給0分（各試題為任意配分之情形，可同樣處理〔1〕）。評閱試卷完畢後，將各生答對與答錯問題之資料記錄在事先設計好的學生一問題記錄表中，即得S—P原表。同時，將班級中學生們的答題錯誤型態加以分類，並以代號表之如下：

A：純屬不小心，計算錯誤者。

B：空白，未作答者。

C：用錯指數律 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ 者。

D：用錯指數律 $(a^m)^n = a^{mn}$ 者。

E：用錯指數律 $(ab)^n = a^n b^n$ 者。

F：用錯公式 $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$ 者。

G：用錯公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 者。

H：用錯公式 $(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$ 者。

J：用錯公式 $(a-b-c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca$ 者。

K：用錯公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ 者。

M：不理解信手亂寫者。

其次，依據第一次平時測驗有關S—P表（圖9）中所顯示各項資料，進行徹底瞭解，並針對學生答題之錯誤型態，向全班級學生講解及檢討。約隔一星期，進行第二次追蹤測驗。第二次追蹤測驗考試時間為30分鐘。第二次測驗試卷是與第一次測驗卷同一形式，同樣題數，只把各項數字稍加改變而已。第二次測驗資料之處理，與第一次同。

S—P 表注意指標在數學科教學上之應用研究

第一次平時測驗 (45分鐘)	第二次追蹤測驗 (30分鐘)
A 試計算下列各式： [1] $(x^3 - 2x^3 - 4)(x^3 - 3 - 5x)$ [2] $(x^3 + 3x + 1)(2x^3 - 4x - 3)$	E 試計算下列各式： [1] $(2x^2 + x^3 - 3)(4x + x^2 - 2)$ [2] $(x^3 + 2x + 1)(2x^2 + 4x - 3)$
B 試求下列各題之商式及餘式： [3] $(6y^4 - 10y^3 + y^2 + 6 + 7y) \div (2y + 3)$ [4] $(x^3 - x^2 + x - 1) \div (x + 2)$	F 試求下列各題之商式及餘式： [3] $(9y^4 + 15y^3 + 2 + 14y^2) \div (3y + 2)$ [4] $(x^3 + x^2 + 2x - 1) \div (x - 2)$
C 試化簡下列各式： [5] $(-\frac{1}{2}a^3 b)^3 \times (-4ab^3)^3$ [6] $(-\frac{8}{3}a^3 + 12ab - 4c) \times (-\frac{3}{4}ab^2 c)$ [7] $(-a^3 b) \times (\frac{2}{3}ab) \times (-6a^2 b^3)$	G 試化簡下列各式： [5] $(-ab^2)^2 \times (-\frac{1}{2}a^3 b^2)^2$ [6] $(-\frac{5}{4}a^2 + 10ab - 3c) \times (-\frac{2}{5}a^2 bc^2)$ [7] $(-ab^2) \times (\frac{2}{7}a^2 b) \times (-14a^3 b^2)$
D 試展開下列各式： [8] $(\frac{ab}{2} + \frac{cd}{3})(\frac{cd}{3} - \frac{ab}{2})$ [9] $(-xy - 3)(3xy - 1)$ [10] $(2x + 3y)(4x^2 - 6xy + 9y^2)$ [11] $(a - \frac{1}{a})(a^2 + \frac{1}{a^2} + 1)$ [12] $(xy + 8)(64 - 8xy + x^2 y^2)$ [13] $(2x - 3y - z)^2$ [14] $(x - 6)(x - 9)(x + 4)(x + 7)$ [15] $(x - y)(x + y)(x^2 + y^2)(x^4 + y^4)(x^8 + y^8)$ [16] $(a + b)^3(a^2 - ab + b^2)^3$	H 試展開下列各式： [8] $(\frac{xy}{3} - \frac{uv}{2})(\frac{uv}{2} + \frac{xy}{3})$ [9] $(-ab + 4)(3ab + 2)$ [10] $(3x - 2y)(9x^2 + 6xy + 4y^2)$ [11] $(c + \frac{1}{c})(c^2 + \frac{1}{c^2} - 1)$ [12] $(xy + 9)(81 - 9xy + x^2 y^2)$ [13] $(3a - 2b + c)^2$ [14] $(x - 4)(x - 7)(x + 8)(x + 11)$ [15] $(a - b)(a + b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4)(a^8 + b^8)(a^{16} + b^{16})$ [16] $(x - y)^3(x^2 + xy + y^2)^3$

兩次測驗學生回答問題之錯誤型態，顯示於 S—P 表中（表八及表九）。兩次測驗學生注意指標 (C, S) 及問題注意指標 (C, P) 值皆列於 S—P 表中。凡 $0.5 \leq C.S, C.P < 0.75$ 時之學生及問題，作記號「•」，表示應予注意之警號，而當 $0.75 \leq C.S, C.P$ 時之學生及問題，則作記號「..」，表示應予特別注意之警號。

	題號	答對題數														百分比	學生注意指標			
		10	4	3	12	7	15	6	11	2	9	8	5	1	13	14	16			
	23	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	16	100.0	0.00
	22	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	16	100.0	0.00
	26	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15	93.8	0.00
	18	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15	93.8	0.26
	4	1	○	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15	93.8	••1.55
S T U D E N T	17	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15	93.8	0.26
	6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15	93.8	0.00
	15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15	93.8	0.26
	27	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	14	87.5	0.00
	20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	○	1	1	1	1	1	1	14	87.5	0.35
	29	1	1	1	1	1	○	1	1	1	○	1	1	1	1	1	1	13	81.3	••1.00
	25	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	13	81.3	0.00
	19	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	13	81.3	0.19
	1	1	1	1	1	1	○	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	12	75.0	0.20
	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	○	1	1	1	1	1	1	11	68.8	0.24
	12	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	○	1	1	1	1	1	11	68.8	0.00
	5	1	1	1	1	○	1	○	1	1	○	1	1	1	1	1	1	9	56.3	• 0.52
	8	1	1	1	1	1	○	1	○	1	○	1	1	1	1	1	1	8	50.0	0.20
N U M B E R	21	1	1	1	1	○	1	○	1	1	○	1	1	1	1	1	1	8	50.0	0.31
	10	1	1	○	1	1	○	1	○	1	○	1	1	1	1	1	1	8	50.0	0.40
	14	1	○	1	1	1	1	1	1	○	1	○	1	1	1	1	1	7	43.8	0.12
	24	1	1	1	1	○	1	○	1	○	1	○	1	1	1	1	1	6	37.5	0.26
	2	1	1	1	○	1	1	1	1	○	1	○	1	1	1	1	1	6	37.5	0.23
	9	○	1	1	1	○	1	1	○	1	○	1	○	1	1	1	1	5	31.3	0.29
	7	1	1	1	○	1	1	○	1	○	○	1	○	1	1	1	1	5	31.3	0.47
	16	○	1	1	1	○	1	○	1	○	○	1	○	1	1	1	1	5	31.3	0.18
	11	○	1	○	1	○	○	1	○	○	1	○	○	1	○	○	4	25.0	0.49	
	28	1	○	1	○	○	1	1	○	○	○	○	○	○	○	○	4	25.0	0.29	
答 人 數	25	25	25	24	22	21	21	21	20	17	17	16	15	12	10	7	298	66.5		
百分比	89.3	89.3	78.6	75.0	71.4	60.7	53.6	35.7												
	89.3	85.7	75.0	75.0	60.7	57.1	42.9	25.0												
問題注意指標	0.05 0.69	0.21 0.08	0.20 0.46	0.28 0.18	0.25 0.22	0.14 0.06	0.34 0.10	0.30 0.06												

* 信賴性指標 = 1.3708

* 差異指標 = 2.2626

日期：76年2月17日

測驗時間：50分鐘

圖 9 S—P 表 (第一次平時測驗)
(13號學生缺席已經先行剔除)

S—P 表注意指標在數學科教學上之應用研究

	題號													答對題數	百分比	學生注意指標				
	12	11	10	3	4	9	7	2	6	15	5	8	16	1	13	14				
25	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	16	100.0	0.00	
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	16	100.0	0.00	
29	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15	93.8	0.00	
27	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15	93.8	0.00	
26	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15	93.8	0.00	
S T U D E N T	23	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15	93.8	••0.91	
	22	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15	93.8	••1.36	
	19	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15	93.8	0.00	
	18	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15	93.8	••1.02	
	17	1	○	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15	93.8	••1.36	
	12	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15	93.8	••1.02	
	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	○	1	14	87.5	0.18	
	6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	○	1	14	87.5	••0.90	
	15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	○	1	14	87.5	0.24	
	20	○	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	13	81.3	0.37	
	5	○	○	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	○	1	12	75.0	••0.82	
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	○	1	12	75.0	0.29	
	10	1	1	1	1	1	○	1	1	1	1	1	1	1	○	1	10	62.5	0.19	
	24	○	1	1	1	1	1	1	1	1	○	1	1	1	○	1	10	62.5	• 0.62	
	21	1	1	1	1	○	1	1	1	○	1	1	1	1	○	1	10	62.5	0.35	
	2	1	1	1	1	○	1	○	1	1	1	○	1	1	○	1	9	56.3	• 0.58	
	14	1	1	1	1	1	○	1	1	○	1	1	1	1	○	1	9	56.3	0.23	
	8	1	1	1	1	1	○	1	1	1	1	○	1	1	○	1	9	56.3	0.16	
	9	1	1	1	○	1	1	1	○	1	1	○	1	1	○	1	8	50.0	0.37	
	11	1	○	1	1	1	○	1	1	1	○	1	1	1	○	1	7	43.8	• 0.58	
	16	1	1	○	○	1	1	1	○	1	○	1	○	1	○	1	7	43.8	• 0.54	
	28	1	1	1	○	1	1	1	○	1	○	1	○	1	○	1	6	37.5	0.21	
	7	○	○	1	○	1	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	2	12.5	0.00	
答對人數	24	24	24	24	24	24	24	24	23	22	21	20	20	18	16	13	12	333	74.3	
百分比	85.7	85.7	85.7	85.7	85.7	85.7	85.7	85.7	78.6	71.4	64.3	46.4								
	85.7	85.7	85.7	85.7	85.7	85.7	85.7	85.7	82.1	75.0	71.4	57.1	42.9							
問題注意指標	0.59	0.04	0.51	0.04	0.03	0.29	0.14	0.00												
	0.55	0.74	0.39	0.31	0.45	0.08	0.37	0.39												

* 信賴性指標=1.6556

* 差異指標=2.9513

日期：76年2月24日

測驗時間：35分鐘

圖10 S—P 表（第二次追蹤測驗）
(13號學生缺席已經先行剔除)

表八 第一次平時測驗錯誤型態分類S—P表

+ S T U D E N T	題號															答對題數	百分比			
	10	4	3	12	7	15	6	11	2	9	8	5	1	13	14	16				
23																16	100.0			
22																16	100.0			
26																15	93.8			
18														A		15	93.8			
4		A														15	93.8			
17														A		15	93.8			
6															D	15	93.8			
15														A		15	93.8			
27														A	F	14	87.5			
20										A					H	14	87.5			
29						G			C				C			13	81.3			
25														J	A	F	13	81.3		
19													C	J		F	13	81.3		
1						K							A	A	F	12	75.0			
3									A	A		A	A		A	11	68.8			
12											A	A	A	A	F	11	68.8			
5					M		B		C			B	C	A		F	9	56.3		
8						M		H		M	A	A		A	A	M	8	56.0		
21					C		B			A	A	C	C		B	F	8	50.0		
N			A				A	H			M		A	J	A	A	8	50.0		
U	10			A				A	H			M		A	J	A	A	8	50.0	
M	14		A							C	A	A	D	C	J	A	F	7	43.0	
B	24					M	B	B	B		B	A	E		J	B	F	6	33.5	
E	R	2				A			M	A	A		K	A	A	J	A	F	6	33.5
9	A			D			M	H		D	A	D	A	J	A	F	5	31.3		
7			A	B		B		B	A	B	M	D		J	M	M	5	31.3		
16	A				C	M			A	M	A	D	A	E	M	F	5	31.3		
11	A		A		B	B	B		B	B		B	B	K	M	F	4	25.0		
28		A		B	B			B	B	B	G	E	A	B	B	F	4	25.0		
答人數	25	25	25	24	22	21	21	20	17	17	16	15	12	10	7	298	66.5			
百分比	89.3	89.3	78.6	75.0	71.4	60.7	53.6	35.7												
	89.3	85.7	75.0	75.0	60.7	57.1	42.9	25.0												

S-P 表注意指標在數學科教學上之應用研究

表九 第二次追蹤測驗錯誤型態分類 S-P 表

	題號														答對題數	百分比			
	12	11	10	3	4	9	7	2	6	15	5	8	16	1	13	14			
S T U D E N T	25															16	100.0		
	4															16	100.0		
	29														A	15	93.8		
	27														A	15	93.8		
	26														A	15	93.8		
	23										A					15	93.8		
	22				A											15	93.8		
	19														A	15	93.8		
	18									A						15	93.8		
	17		H													15	93.8		
	12								A							15	93.8		
	3											A		M		14	87.5		
	6						A						A			14	87.5		
	15												A	A		14	87.5		
	20	A												A	A	13	81.3		
	5	F	H									A		J		12	75.0		
	1							A				F		A	A	12	75.0		
	10					A				G			A	A	A	10	62.5		
	24	H							A		A	G		A	J		10	62.5	
	21				A			A			E			A	A	A	10	62.5	
N U M B E R	2				A		A				D	D	F	A	J		9	56.3	
	14					A			A			M	A	A	M	A	9	56.3	
	8					A				G		G	A	C	J	A	9	56.3	
	9			H			C		A		D	E		A	J	A	8	50.0	
	11		H			M	A			A	B	E		F		J	A	7	43.8
	16			M	M			B		M		E	M	A		J	B	7	43.8
	28			H			B	A	B	M		A	F	A	M	M	6	37.5	
	7	A	A	A			A	A	A	A	C	A	M	A	A	A	2	12.5	
答 人 數	24	24	24	24	24	24	24	23	22	21	20	20	18	16	13	12	333	74.3	
百分比	85.7	85.7	85.7	85.7	85.7	78.6	71.4	64.3	46.4										
	85.7	85.7	85.7	85.7	82.1	75.0	71.4	57.1	42.9										

兩次測驗各型錯誤型態統計表：

表十 兩次測驗各型錯誤型態比較表

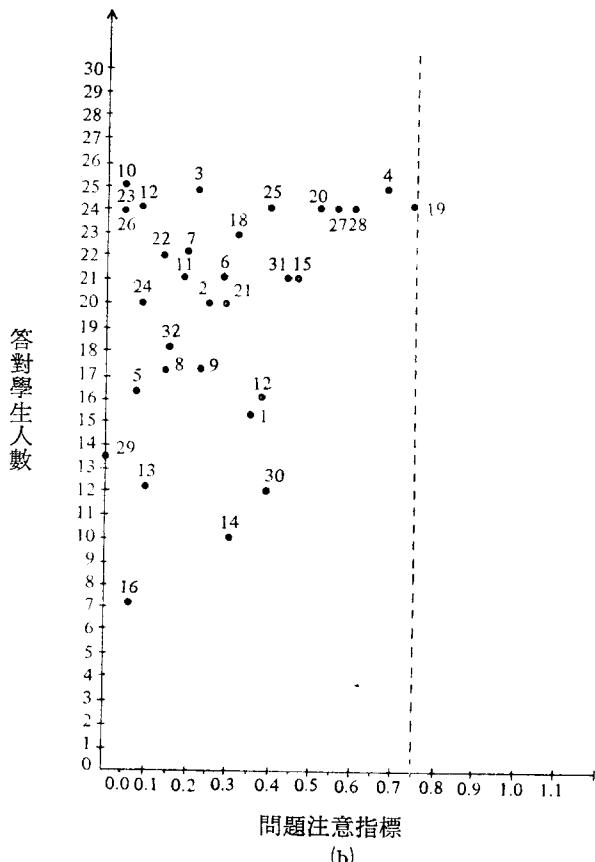
	A	B	C	D	E	F	G	H	J	K	M
第一次	55	27	11	7	3	15	2	4	8	3	15
第二次	66	5	3	3	4	5	4	6	7	0	12

(三) S—P 表注意指標之活用

茲將兩次測驗資料放在一起，便可得如下圖11所示注意指標與得分關係圖：

題號	答對人數	百分比	注意指標
第一 次 測 驗	1 15	53.6	0.34
	2 20	71.4	0.25
	3 25	89.3	0.21
	4 25	89.3	-0.69
	5 16	57.1	0.06
	6 21	75	0.28
	7 22	78.6	0.20
	8 17	60.7	0.14
	9 17	60.7	0.22
	10 25	89.3	0.05
	11 21	75	0.18
	12 24	85.7	0.08
	13 12	42.9	0.10
	14 10	35.7	0.30
	15 21	75	0.46
	16 7	25	0.06
第二 次 測 驗	17 16	57.1	0.37
	18 23	82.1	0.31
	19 24	85.7	-0.74
	20 24	85.7	-0.51
	21 20	71.4	0.29
	22 22	78.6	0.03
	23 24	85.7	0.04
	24 20	71.4	0.08
	25 24	85.7	0.39
	26 24	85.7	0.04
	27 24	85.7	-0.55
	28 24	85.7	-0.59
	29 13	46.4	0.00
	30 12	42.9	0.39
	31 21	75	0.45
	32 18	64.3	0.14

(a)



問題注意指標
(b)

圖11 兩次測驗中注意指標與得分關係圖

(17題就是第二次測驗的第1題，18題就是第二次
測驗的第2題，……「。」旁邊之數字係代表題號)

S—P 表注意指標在數學科教學上之應用研究

觀察圖11(a)，一眼便可看出第二次測驗，答對率普遍提升。又觀察圖11(b)，得知一、二兩次測驗中，共有4, 19, 20, 27 及28五道題目，其注意指標皆在0.5與0.75之間，應予注意檢討。又觀察第一次平時測驗及第二次追蹤測驗資料所成S—P表（圖9及圖10），很容易看出總平均答對率分別約為65%（實際為66.5%）及75%（實際為74.3%），顯見得第二次追蹤測驗結果比第一次測驗結果要好，這自是意料中事。此種結果，教師只須比較觀察兩次測驗S—P表（圖9及圖10）便可一目瞭然。唯在此二次測驗中所涉及教材，大都與指數律有關，而指數律對於國中學生而言，屬於較不易接受之困難教材之部分。更以第二次測驗時間較第一次測驗時間縮短了十五分鐘，致使許多學生因偷促作答造成計算錯誤〔請參見表八及表九〕，因而第二次測驗中學生注意指標值所顯示宜注意者（即 $0.5 < C.S \leq 0.75$ ）有四位同學（即2, 11, 16及24號同學），比第一次測驗（只有5號同學）多，又宜特別注意者（即 $0.75 < C.S$ ）有七位同學（即5, 6, 12, 17, 18, 22及23號）之多，比第一次測驗（只有4及29號兩位同學）多。同樣，第二次測驗中所顯示問題注意指標值宜注意者亦多於第一次，然此皆系由計算錯誤所造成。

(二) 學生注意指標與學生學習之穩定性

茲將全班級學生依得分之高低分成如下三個水準：

A（上等）：得分在14分～16分。

B（中等）：得分在8分～13分（ μ =得分平均值，範圍：學生數的40%為度）。

C（下等）：得分在7分以下（含7分）。

其次，將S—P表中學生答對題數（即學生得分）之行視為座標之縱軸，以學生注意指標視為座標之橫軸，則可得如下圖12所示之A, A', B, B', C及C'六個區域：

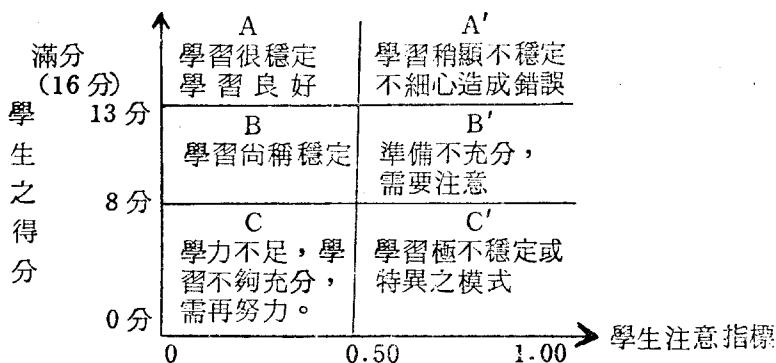


圖12 利用學生注意指標作個別診斷

說明：
 A區域：學生之得分在上等水準，注意指標值介於0與0.50之間，表示該生學習良好，穩定性高。

A' 區域：學生之得分在上等水準，注意指標值大於0.50，表示該生學習稍嫌不穩定，不細心造成錯誤。

B 區域：學生之得分在中等水準，注意指標值介於0與0.50之間，表示該生之學習尚稱穩定。

B' 區域：學生之得分在中等水準，注意指標值大於0.50，表示該生準備不夠充分，需要注意。

C 區域：學生之得分在下等水準，注意指標值介於0與0.50之間，表示該生學力不足，學習不夠充分，需要加油努力。

C' 區域：學生得分在下等水準，注意指標值大於0.50，表示該生之學習極不穩定，或者是特異之模式，宜特別注意。

利用以上評定標準，教師只須觀察各次測驗的S—P表，便可容易瞭解各個學生之學習穩定性之情形。譬如：

〔1號學生〕：該生第一次測驗得12分，注意指標為0.2，又第二次測驗得12分，注意指標為0.29，該生兩次測驗結果皆屬於A區，顯示該生學習情況良好，相當穩定。

S—P 表注意指標在數學科教學上之應用研究

〔5號學生〕：該生第一次測驗得9分，注意指標為0.52，又第二次測驗得12分，注意指標為0.82。該生兩次測驗結果皆屬於B'區，顯示該生準備不夠充分，需要注意。

〔28號學生〕：該生第一次測驗得4分，注意指標為0.29，又第二次測驗得6分，注意指標為0.21。該生兩次測驗皆屬於C區，顯示該生學力不足，學習不夠充分，需再努力才行。

(四)問題注意指標與試題之妥當性：

茲將全部試題依答對學生人數（即答對率）之多少分為兩個等級，即答對學生人數在17人以上為高等級，在17人以下（不含17）為低等級。其次，將S—P表中試題答對學生人數之列視為座標之縱軸，問題注意指標視為座標之橫軸，便可得如下圖13所示之A, A', B及B'四個區域：

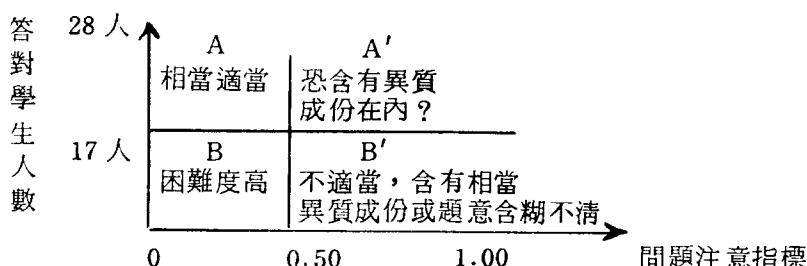


圖13 利用問題注意指標作試題診斷

說明：
A區域：問題答對學生人數在17人以上，答對率屬高等水準，問題注意指標值介於0與0.50之間，表示此試題堪稱相當適當。

A'區域：問題答對學生人數在高等水準，問題注意指標值大於0.50，表示此試題恐含有異質成份在內。

B區域：問題答對學生人數在17人以下，答對率屬低水準，注意指標值介於0與0.50之間，表示只有上等水準之學生才答得出來，學力不足之學生完全不會作答，表示此試題難度高。

B' 區域：問題答對學生人數很少，問題注意指標值大於 0.50，表示此試題極不適當，很可能會含有相當異質之成分在內，或有題意含糊不清之情形，必須加以檢討改進。

依據上述判斷標準，教師只須觀察各次測驗 $S - P$ 表，便可很容易看出各個試題之適當性。譬如：

〔第10題〕：該題在第一次及第二次測驗中皆屬同一類型，只有係數略有不同而已。從觀察 $S - P$ 表得知，該題在第一次及第二次測驗中，答對學生人數分別為 25 人及 24 人，注意指標則分別為 0.05 及 0.04，同屬於圖 13 中之 A 區，顯示該試題出得相當適當。事實上，該試題只在測試學生對於公式 $(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$ 是否知所活用，屬較單純的技能測驗。

〔第16題〕：該試題在第一次及第二次測驗中亦屬同一類型。從觀察 $S - P$ 表得知，該試題在第一次及第二次測驗中，答對學生人數分別為 7 人及 12 人，而注意指標分別為 0.06 及 0.08，屬於圖 13 中之 B 區。顯示該試題困難度較高。事實上，該試題一方面要測試學生對於指數律 $(a+b)^3(a^2-ab+b^2)^3 = [(a+b)(a^2-ab+b^2)]^3$ 是否能知所活用？另一方面還要測試學生是否能應用乘法公式 $(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$ 及 $(a^3+b^3)^3 = a^9+3a^6b^3+3a^3b^6+b^9$ 。一般說來，該試題對於國中二年級學生而言，應屬難度較高之試題。

(iv) 個別學生學習推移面面觀

茲引用(二)項中之代號，即 A (上等)、B (中等)、C (下等)，編製如下表十一所示之學習推移表：

表十一 兩次測驗中個別學生學習推移表

學生 座號	第 一 次 測	第 二 次 測	學生 座號	第 一 次 測	第 二 次 測	學生 座號	第 一 次 測	第 二 次 測
1	B	B	11	C	C	21	B	B
2	C	B	12	B	A	22	A	A
3	B	B	14	C	B	23	A	A
4	A	A	15	A	B	24	C	B
5	B	B	16	C	C	25	B	A
6	A	B	17	A	A	26	A	A
7	C	C	18	A	A	27	A	A
8	B	B	19	B	A	28	C	C
9	C	C	20	A	B	29	B	A
10	B	B						

從表十一中可以看出，兩次都是在上等水準之學生，譬如 4, 17, 18, 22, 23, 26 號學生，屬於學習穩定型。如果兩次都是在下等水準之學生，譬如 7, 9, 16, 28 號學生，屬於學習不足型。又如 2, 12, 19, 25, 29 號學生，則屬於學習上升型，而 6, 15, 20 號學生屬於學習下降型。

四、結語

(一)從本研究中得知，各型測驗資料所成 S—P 表之編製，可由任課教師親自用手編製而成，亦可利用使用日益普遍之（個人）電腦，直接輸入各生之得分資料，由電腦印製而成。前者編製雖較費時費事，然卻可因親自動手處理過資料，對於學生（全班級或個別）之學習狀況有較透徹之瞭解，而後者則因電腦可於短時間內處理很多資料，既迅速又確實。教師只須用眼睛觀看編製而成的 S—P 表，便可很容易看出，在課堂上實際教學過程中，全體學生對於各項學習內容及其相關教材之達成水準及其趨向，或個別學生達成學習目標之水準及其傾向的各項寶貴資料，以為補救教學或個別指導之重要依據。因此，教師若能對 S—P 表靈

活運用，對於其在實際教學中增進教學效果，助益頗大。

(2) 從本研究中得知，注意指標值可提供給教師，那些學生或問題宜注意，探討其原因，以便進行補救教學或再指導時能收對症下藥之功效。

(3) $S-P$ 表自1975年由日本佐藤隆博先生所首創以來，由日本兵庫縣下一所縣立學校首次實施 $S-P$ 表分析法；迄今在日本各級學校（小學、中學、高中及大學），甚至於企業界在職教育訓練機構，都已普遍實施採用此法，更於1978年由美國伊利諾大學教育心理系教授 Maurice M. Tatsuoka 及 Kikumi K. Tatsuoka 將此法引進到美國伊利諾州各級學校實施，在伊州教育委員會大力推動下，已日漸遍及於該州各級學校，都已在普遍實施使用，益可見 $S-P$ 表分析法在實際教學過程中所發揮之效果，受到了教育界之重視與肯定。

觀諸國內各級學校，尚無任何學校採用 $S-P$ 表分析法於實際教學場合之中。為了增進我國內各級學校之教學效率，實有引進 $S-P$ 表分析法在國內實施之價值。從本研究中得知，此項分析法似可適用於我國，唯尚須進一步研究。

最後，著者非常感謝奎山中學李校長及劉嘉雄老師之協助幫忙，使得本研究能順利完成。

參 考 文 獻

- [1] 佐藤隆博著 (1975)：「 $S-P$ 表之作成と解釋」，明治圖書。
- [2] 佐藤隆博著 (1980)：「授業設計と評價のデータ處理技法」，明治圖書。
- [3] Tatsuoka, M.M. (1979): Recent Psychometric Developments in Japan: Engineers Tackle Educational Measurement Problem, "Scientific Bulletin", *Department of the Navy Office of Naval Research Tokyo*, vol. 4 NO. 1, pp. 1-7.
- [4] 佐藤隆博著 (1982)：「 $S-P$ 表の活用，中學校編」，明治圖書。
- [5] 佐藤隆博著 (1982)：「 $S-P$ 表の活用，高等學校編」，明治圖書。
- [6] 池田央著 (1973)：「心理學研究法 8(テスト II)」，東大出版社。