地方公共財之需求估計與可分離性及其他特殊函數結構假設之實證檢定

徐 偉 初

（作者爲本校財政研究所專任副教授）

摘 要

本文以實證資料，檢定於研究地方公共財之需求時常用的兩個假設：追求最大代表性效用及偏好之可分離性。前者使傳統的新古典學派需求理論，可以不加任何顯著修改，而直接應用於地方公共財的探討上；後者可大幅簡化實際估計的程序。不過，由本文所得結果來說，上述兩項假設都未獲證據支持。而有關任何特殊函數型態的簡化假設，亦無法獲實證資料之接納。對於常用這些特殊假設的研究者來說，本文所得結果具相當的破壞力。

本文得以完成，必須感謝美國南伊利諾大學(Southern Illinois University-Carbondale)經濟學系 D. Primont, S. Grosskopf 及 R. Rolf 三位教授在研究初期所提意見。作者於南伊大時同學 Dave Sivan 君於作者回國後，協助處理部份實證估計，亦在此道謝。同時感謝南伊大 Academic Computing 提供程式及電算機設備。學報審查人對文中若干名詞譯名所提建議，雖未能一一採納，亦一併致謝。當然，文中疏漏及錯誤，完全由作者負責。

一、導 論

對地方公共財需求的實證研究，近年來，無論在計量技巧或理論基礎上，都有相當的發展，與盛行於一九六〇年代的單一方程式「決定因素」的研究相比，最近的發展成果是相當令人鼓舞的（註一）。然而，計量技術的改進，却也爲有關研究帶來了另一種成本：不論在

需要方程式的設定（specification）或估計技術上都變得極爲繁雜，不如以前研究所採取的方法來的簡明。最近期的研究中，如 G. Perkins (1977) 設定了一個含十個需求函數系統的模型，爲同時估計整個需求系統，Perkins 以 Iterative Zellner Efficient Estimation 的方法以求得系統中各參數的一般化最小平方估計值(generalized least squares estimator)。再者，又如 R. Deacon (1978) 根據一鹿特丹消費模型（Rotterdam Model）（註二），設定一含六方程式的需求系統，以非直線型廻歸法求得各參數之估計值。毫無疑問，以 Perkins 或 Deacon 來跟以前的普通最小平方法求取單一需求函數的模型比較，前者無論在立論基礎及實證技巧上，都嚴謹得多。而有關地方公共財需求的實證研究，也愈見規模。不過，假使新近流行的這種研究趨勢爲相關研究帶上正確的途徑的話，在地方公共財需求的實證分析中，是否必須捨簡取繁，必以同時估計整個聯立方程系統方可求得可信的結果哩？

從個體理論的架構來看，估計地方公共財的需求，在若干特殊假設下（註三），無異於估計一包含N（種公共財貨及勞務）個變數的（N－1）個方程式。當然，新古典學派消費理論中的若干推論，可應用在實證需求分析上，使必須估計的參數數目減少。例如假設消費者追求最大效用，則所獲致之需求函數必具可積分性（integrability），估計時，研究者可因而得出對稱性限制（symmetric restriction），使交叉效果（cross effect）參數的數目減半（註四）。在地方公共財的需求分析中，最近的研究都已正式的或非正式的納入此強有力之效用最大化假設。本文的目的之一即在探討地方公共部門的消費行爲中，加入如此假設，是否妥當。

一般說來，以公共部門的消費行爲當研究對象時，往往有種種原因，例如不完全的偏好顯示，加總問題，以投票決定公共財消費水準等，使追求效用最大的假設無法立足。本文將以實證證據檢定此基本命題。

除了效用最大化之外，商品之間具有獨立性也是常用的假設。爲減少每次估計時所必須同時考慮的方程式及參數數目，假使能够把商品歸類，而且一類商品的需求並不受他類商品價格之影響的話，所有與某一類商品無關（不同類）的商品價格變數，皆可摒諸估計方程式之外。例如，假使要研究的地方公共財爲對衞生設備的需求，而研究人員深信衞生設備之需求並不受蘭花園（當然，在國外可能要以玫瑰園爲例了。）之相對價格變動所影響時，所有

有關蘭花園價格效果的參數，均無須估計。消費理論上所探討的偏好排序可分離性（separability in preference ordering）的認定，即爲財貨之間獨立性的一項特殊假設（註五）。

在估計某一財貨的需求時，假如消費者偏好具規則性（regularity）（註六），而且該財貨Xi可自其他財貨中分離（separable from other goods）時，則經由下列兩種不同估計方法的所得結果應爲一致：

1. 視Xi之需求函數爲整個需求系統之一項，估計整個系統；
2. 只單獨估計 Xi 之需求函數，且該函數只受 Xi 本身價格及「已作」分配之 Xi 之預算部份（budget share）所影響（註七）。

毫無疑問，研究者認爲 Xi 在消費者的偏好中具可分離性時，可大幅度的簡化實證估計的過程。估計整個需求系統的工作可以一單一函數的估計來取代，而且獲得相同結果。不過，這些簡化假設的設定，每每爲基於研究者之需要而作的特殊設定（ad hoc assumption），在立論基礎上不無缺失。本文的另一目的即爲以實證證據檢定地方政府決策者之假設偏好（hypothetical preferences）是否具可分離，以使估計工作大幅簡化。

因此，本文具兩項目的：一是以實證分析探討地方公共財的需求是否可視之爲一消費者追求最大效用的理性行爲；其次，亦希望以實證資料檢定地方公共財偏好具可分離性之假設。

簡要說來，本文以下所報告之實證結果，是以一彈性函數型態之效用函數（flexible functional form utility function）爲基礎，估計美國地方政府的財政支出資料，以檢定上述假設。由此可見，本文研究方法與 Perkins (1977) 及 Deacon (1978) 所探取的研究方向有明顯差異。這兩位財政學者均先行認定某一特別的效用函數，Perkins 爲 CES，Deacon 爲對數加總（addilog），再導出相對應的需求系統。在這種推論過程中，難免爲研究對象之偏好狀態加入若干隱涵限制（implicit restrictions），例如 Deacon 的對數加總效用函數即已使偏好具區段相加可分離性（block additive separability）。在欠缺充份的證據支持下，這種附加嚴苛假設的做法，並不可取。因之本文並不以任一特別函數型式強加諸消費偏好上，而採彈性函數型態，並且先撤除可分離性之限制，再以實證所得結果，檢

定追求最大效用及可分離性的假設。此應爲一較嚴謹的研究態度。

本文第二節爲估計模型的導引。有關效用最大化，可分離性及其他函數型態的假設及其意義，將於第三節中討論。實證結果及假設檢定爲第四節的內容。第五節爲本文最終部份，亦爲本文結語。

二、估計方程式的設定

估計地方公共財的需求函數時，追求最大效用或一些漸近於尋求最大滿足程度的理性消費行爲是常用的假設。例如 Bergstorm 及 Goodman (1973) ， Borcherding 及 Deacon (1972) 與其後繼之研究者均以效用最大化假設爲出發點 ，探討地方公共財的需求面。類似上述研究的立論架構爲一蒂堡（Tiebout）型的地方社區 （或一轄區），區內住民有相當高程度的同質性，亦卽每人的效用函數完全相同，或差異極小。據此，則地方政府決策者在決定有關公共財之最適水準時，只需在轄區預算限制下，求其代表性效用函數(representative utility function）的最大值。由此所導來的需求函數，卽達到最有效率的資源配置狀態（只從需求面來看），使轄區福利水準獲致最大。更詳細一點說來，在追求最大效用的假設下，地方政府決策者所面對的是如下問題：

$$\max \ u(X_1,X_2,\cdots\cdots,X_n)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{n} P_i X_i \leq M$$

u (X) 爲一代表性效用函數，$X=(X_1,X_2,\cdots\cdots,X_n)$，Xi代表第 i 項地方公共財貨勞務，其個別價格爲 P_i，故 i ＝ 1 ，…，n 。M 爲轄區內爲支付所有地方公共財之總預算。假設此受限最大化之問題有解，所求得之對 Xi 之需求函數當爲 P_i， i ＝ 1 ,…, n 及M之函數。本文主要目的爲檢定效用最大化及可分離性之假設，因此所提出之效用函數必須於事前不含類似之隱涵限制。 Christensen, Jorgenson 及 Lau (1975) 和 Berndt 及Christensen (1973) 在消費及生產理論之相關研究中，曾分別就目的函數（objective function） 的型式選定間題提出所謂彈性函數型式的應用。本文所採取的效用函數爲一超越對數式效用函數（trans-cendental logarithmic utility function, 簡稱 translog utility function 超對數式效用函

數），亦爲一彈性函數型式的例子。實際上，採取超對數函數的眞正意義並不在以此函數作爲代表公共財消費偏好的效用函數，只欲視超對數函數爲眞正效用函數的一種二次近似函數，即令

$$(1) -\ln u=\alpha_0+\sum_{i=1}^{n}\alpha_i \ln X_i+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\beta_{ij}\ln X_i \ln X_j \text{（註八）。}$$

由(1)及Wold 定理（註九），可導出X_i之間接（反）需求函數及預算分配函數（註十），

$$(2)\ \frac{P_i}{X_i}=\frac{u_i(X)}{\sum_{j=1}^{3}u_j(X)X_i,},\ i=1,\ 2,\ 3,$$

式中 u_i 爲 u 對 X_i 之偏導數。爲使(2)式符合超對數函數之型式，以 lnX 代替X，代入(2)式，則得

$$(2^1)\ \frac{P_iX_i}{M}=\frac{u_i(\ln X)}{\sum_{j=1}^{3}u_j(\ln X)},\ i=1,\ 2,\ 3,$$

由(1)式，可得 $u_i(\ln X)$, i =1, 2, 3, 代入 (2^1) 得

$$(3)\ \frac{P_iX_i}{M}=\frac{\alpha_i+\sum_{j=}^{3}\beta_{ij}\ln X_i}{\sum_{k=1}^{3}\alpha_k+\sum_{k=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\beta_{kj}\ln X_i},\ i=1,\ 2,\ 3\text{（註十）。}$$

(3)式爲一包括三個估計方程式的需求系統，式中的X_i分別爲地方轄區下所享有的治安，消防及其他公共勞務等三類功能之相當全職雇用人數。P_iX_i/M 爲支付各該類勞務的個別總支出（P_iX_i， i =1,2,3）與地方政府一般總支出之比例，而後者M於本文中假設爲一外生變數（exogenous variable）（註十一）。最後，爲簡化估計程序，據式(3)之對母數零階齊次（Homogeneous of degree zero in the parameters）特性，可令 $\sum_{k=1}^{n}\alpha_k=-1$，故使 $\alpha_1==(-1-\alpha_2-\alpha_3)$（註十二）。其次，令 $\beta_{Mj}=\sum_{k=1}^{3}\beta_{kj}$ 則式(3)可簡化爲

$$(3^1)\ \frac{P_iX_i}{M}=\frac{\alpha_i+\sum_{j=1}^{3}\beta_{ij}\ln X_i}{-1+\sum_{j=1}^{3}\beta_{Mj}\ln X_i}\ i=1,\ 2,\ 3\text{。}$$

三、檢定分析

以下的實證分析主要在檢定三項有關地方公共財需求的假設。這三項假設分別是

1. 地方政府決策者於選擇最佳公共財貨、勞務數量時，需求行爲符合追求最大效用的假設；
2. 上文所提到本研究中所分類的三種財貨：治安，消防及其他服務互爲不相關（具可分離性）之組合財（composite commodity）。
3. 決策者之效用函數具相加性（additivity）及同質性（homotheticity）（註十三）。

上述假設的檢定統計量來自分別在含有關限制或不含相關限制條件下，估計（3^1）式。假使兩種估計方式所得結果顯著差異的話，所得的實證資料便無法支持上述假設。

其次，由於超對數型效用函數本身也帶有若干內涵限制，爲免估計及檢定時出現不必要之特殊限定，故正如上文所述的，可視(1)式中之 u 爲決策者眞正的直接效用函數之二次近似函數。易言之，在均衡狀態下，其直接效用函數之對數之負值可以(1)式近似，而(1)式並非就等於眞正的直接效用函數本身。

第一項假設（效用最大化）的檢定相當於需求函數具可積分性（integrability）的檢定。可積分性之充分必要條件爲參數值之相等及對稱。

所謂相等性，即於式（3^1）中，相對於每一估計方程式（ $i=1,2,3$）中的 B_{MJ}, $j=1,2,3$ 應完全相等。

可積分性的必要條件爲二次微分導數矩陣（Hessian matrix）應爲一對稱矩陣。在本研究中，此對稱條件應爲

(4)　$\beta_{21}=\beta_{12}$

(5)　$\beta_{13}=\beta_{31}$

(6)　$\beta_{23}=\beta_{32}$

因此有關第一項假設，效用最大化的檢定，應爲上述共含六個等式（分別表示相等性及對稱性）的相等條件的檢定（註十四）。

第二項檢定是三組組合財是否各自獨立的問題。由於超對數函數爲一可微分函數，X_1與

X_2 具與 X_3 之弱共同可分離性（weak groupwise separability）之充分必要條件爲：

$$(7)\quad \frac{\partial}{\partial X_3}\left(\frac{\partial u(X)/\partial X_1}{\partial u(X)/\partial X_2}\right)=0\text{。}$$

假設(1)式可代表消費偏好的近似函數，則(7)式即要求

$$(8)\quad \alpha_1\beta_{23}=\alpha_2\beta_{13}$$

或如 Jorgenson 及 Lau (1975) 所推演而得之

$$(8^1)\quad \beta_{13}=\rho_3\alpha_1$$

$$\beta_{23}=\rho_3\alpha_2\text{，}$$

亦即 $\beta_{13}/\alpha_1=\beta_{23}/\alpha_2=\rho_3$，

其中 $\rho_3=\dfrac{\partial^2 F/\partial(-\ln u^1/\partial \ln X_3)}{\partial F/\partial(-\ln u^1)}$，　$F=F(\ln u^1(X_1,X_2),\ln X_3)=\ln u$，

u^1 爲定義於X_1，X_2之次效用函數（Sub-utility function）。

由(8)及（8^1）可得，若 $\rho_3=0$ 時，則(8)式中的相等條件自動滿足。

最後一項檢定分別爲效用函數是否具相加性及同質性。效用函數具相加性，則任何財貨之需求均不受本身以外財貨價格之影響，故此所有之交叉效果爲零，

$$(9)\quad \beta_{12}=\beta_{23}=\beta_{13}=0\text{（註十五），}$$

而同質性之必要條件爲

$$(10)\quad \beta_{M1}=\sigma\alpha_1$$

$$(11)\quad \beta_{M2}=\sigma\alpha_2$$

$$(12)\quad \beta_{M3}=\sigma\alpha_3=\sigma(-1-\alpha_1-\alpha_2)\text{（註十六）。}$$

在檢定最後一項假設時，必須首先了解，一同質函數之超對數函數同質函數本身並不一定爲一同質函數。這項條件（超對數函數同質函數亦爲同質）之所需限制爲 $\sigma=0$。

最後爲一彙總性檢定，假設本文所採取之超對數函數分別具相對性，對稱性及同質性，則(1)式簡化爲直線性對數函數（相當於—Cobb-Douglas 形效用函數），而得

$$(13)\quad \sigma=\theta=0\text{。}$$

四、實證資料及檢定結果

本文所用資料爲美國 383 個城市及村鎭地方政府財政支出水準。主要的變數有兩項。即

三類地方公共財（治安、消防，及其他服務）的支出水準及各類相當全職雇用人員的就業數目。資料來源有二：一爲 1972—1973 年度的市政府財政資料（City Government Finances 1972-1973）及1972年各級政府普查資料中的公職人員就業現狀摘要卷（1972 Census of Governments Compendium Volume on Public Employment）。由於(3)式爲各參數（α 及 β）之非直線性函數，且無法以任何直線性變數轉換(linearized variable transformation)的方式使估計方程成一直線性函數。最直截的辦法，當爲以最大概似估計法（maximum likelihood estimation）以估計(3)式之隨機設定式。在實際估計時，i =1,2,分別爲治安及消防服務。二行爲方程式（behavioral equation）一共包含14個參數有待估計，這些參數分別是 $\alpha_i, \beta_{ij}, \beta^i_{Mj}, i=1,2, j=1,2,3$。根據上節所說明的各種不同的假設下，由於所含限制的不同，共可得16個估計式。不過，由於部份估計式於估計過程中，概似函數出現不收斂（non-convergency）的現象，故於表一所列的實證結果中，其估計值均不予列出（註十七）。

表一第一欄所列是在無任何相等性或對稱性及其他附加限制下的參數估計值。第二，三欄爲先假設效用最大化的成立，對 X_1 及 X_2（治安及消防）可自 X_3（其他服務）中分離及隱涵分離二限制的估計結果。第四欄所列參數，爲含 X_1 及 X_3 共同可分離於 X_2 的限制時之最大概似估計值。

其次，在效用最大化之假設下，有關效用函數之函數型態可由加入各種不同限制於估計式中，予以檢定。表一第五欄爲含相加性時之估計值，第六欄是在受限於相等性及對稱性六等式條件下，再加同質性之限制。第七欄爲外顯相加性（explicit additivity）之限制最大概似估計值。外顯相加性再含齊次函數（homogeneous function）之估計結果列於第八欄。第九欄則爲上述（第八欄中所含兩限制）再加上直線型對數式函數之結果。餘下三欄，則分別爲相加性，同質性（或齊次性）二者之排列配合結果。

對以最大概似法估計的模型檢定，最常用的檢定統計量爲一以概似比率（likelihood ratio）爲基礎之函數，卽 2lnλ，其中

(14)　$\lambda = \max_{w} L / \max_{\Omega} L$ 。

式(14)中，$\max_{w} L$ 爲於有某些特殊限制條件下，所求得之概似函數之最大值，而分母 $\max_{\Omega} L$ 則

爲不含該特別限制時所得之最大概似函數值。 Theil (1971) 曾證明，在有關之特殊限制所構成之虛無假設下，$-2\ln\lambda$之極限分配爲一chi方分配， 而於求 $\max_{W} L$ 時所受添加限制之數目，即爲$-2\ln\lambda$之自由度。

於檢定效用最大化之假設時，由於加入相等性及對稱性二限制之概似函數發散，是以無法計算得 $\max_{W} L$ 之值，也無從以統計量檢定該六等式限制之假設是否可接納。不過，於欄一之參數值可見，在兩組組合財的不同估計式中，相等性所指之條件：$\beta_{M1}=\beta_{M2}=\beta_{M3}$， 實難以接納。例如，在 X_1 之估計式中， $\beta_{M1}=0.2403$，$\beta_{M2}=-0.1866$，$\beta_{M3}=-0.0134$，各估計值均顯著異於零（以其極限漸近 t 值檢定），且具相反符號。在對稱性限制上之要求爲$\beta_{ij}=\beta_{ji}$，在表一第一欄中，$\beta_{12}=0.0339$，而 $\beta_{21}=0.0256$，均爲統計上顯著異於零。 由此結果看來，實無法接納相等性及對稱性之假設，亦因此必須拒絕效用最大化的假設。

可分離性及各特殊函數型態的假設檢定統計量記於表二。表二中的檢定統計量爲$-2\ln\lambda$，λ 如⑭式所定義。由於在估計過程中無法求得含相等性及對稱性限制之結果（含效用最大化假設），是以在下列檢定中，所有有關可分離性及特殊函數型態之估計，皆先假設在已滿足追求最大效用的條件下進行。由表二所列最後一欄檢定統計量的數值看來，所有統計量皆超過其相對之 chi 方臨界值。例如就 X_1， X_2 兩組組合財貨可共同分離於 X_3 之檢定來說，$-2\ln\lambda=(-2)\times(1142.39-1476.71)=668.74$ ，而其相對之 chi 方臨界值爲 10.827（註十九），是以無法接受此虛無假設。有關隱涵可分離性的檢定結果所得定論也一樣。所以，就本文所得資料而言，估計三種不同的地方公共財的需求時，只估計單一需求函數的方法顯然忽視了財貨需求之間有顯著的互動（interaction）關係。比較妥當的方法，當爲同時估計含三聯立方程之需要系統。

另一項有趣的檢定是 X_1（治安）與 X_3（其他服務）的需求是否具共同可分離性。估計結論與上述所提到的可分離性檢定結論一樣，在統計上，無法接納消防需求對其他兩組組合財貨的需求無影響力之假設。再一次的，檢定結果顯示在估計地方公共財的需求時，着眼於整個需求系統才是較嚴謹的研究途徑。任何未經驗證的可分離性假設，都可能導致偏誤（biased）的估計式。

表二最後五項統計量爲效用函數是否有任何特別型態的檢定統計量。在求效用最大化的

表一：超對數直接效用函數(1)之參數估計值（括號內爲參數之標準誤差）

參數	（一） 不含任何限制	（二） 可分離性 （X_1, X_2與X_3）	（三） 隱涵可分離性	（四） 可分離性 （X_1, X_3與X_2）	（五） 相加性	（六） 同質性
$\alpha 1$	−.1805(.0176)	−.2147(.0014)	−.2309(.0038)	.0163(.0072)	−.0397(.0049)	−.1363(0042)
$\beta 11$	−.0374(.0083)	.0078(.0001)	.0005(.0010)	.0181(.0011)	.0062(.0005)	−.1390(.0057)
$\beta 12$	.0339(.0078)	.0112(.0001)	.1214(.0014)		−.0007	.1111(.0117)
$\beta 13$	.0113(.0060)			.0012(.0006)	.0081	.2338
$\beta M1$	.2403(.0699)				.0136	−.0415
$\beta M2$	−.1866(.0903)				.0677(.0067)	−.1462
$\beta M3$	−.0134(.0327)	.0814(.0012)	−.0249(.0007)	.0632(.0008)	.2056(.0009)	−.1170
$\alpha 2$	−.1787(.0066)	−.3063(.0013)	−.6446(.0037)	−.2585(.0047)	.0859(.0084)	−.4799
$\beta 21$	−.0256(.0011)				−.0007	−.1390
$\beta 22$	.0289(.0031)	.0159(.0002)		.1717(.0020)	.0243(.0016)	.0455(.0087)
$\beta 23$	.0136(.0023)				−.0175	−.0527
$\beta M1$	−.1422(.0037)				.0136	−.0415
$\beta M2$	.1789(.0173)				.0677	−.1462
$\beta M3$	.0606(.0150)	.0814(.0012)		.0632(.0008)	.2056	−.1170
σ				−.2429(.0039)		.3048(.0117)
θ					.1943(.0086)	
$\rho 2$						.3048(.0117)
$\rho 3$		−.0814(.0003)				

	（七） 外顯相加性 （非齊次）	（八） 齊次性 （非相加性）	（九） 直線型對數效用	（十） 相加性及同質性	（十一） 外顯相加及 同質性	（十二） 相加性及齊次性
$\alpha 1$	−.5063(.1054)	.0234(.0224)	.0429(.0121)	−.2021(.0156)	−.4628(.0875)	−.2666(.0170)
$\beta 11$	.3476(.0572)	.0226(.0022)	−.0337(.0022)	−.0263(.0023)	−.3623(.1001)	−.0351(.0026)
$\beta 12$		−.0349(.0029)		.0122		.0205
$\beta 13$		.0132		.0273		.0301
$\beta M1$	.3476(.0572)			.0121	−1.2503	
$\beta M2$	.0171(.0148)			.0147	−.1451	
$\beta M3$	.1489(.0115)			.0329	−1.3063	
$\alpha 2$	.0050(.0824)	.1995(.0342)	.1569(.0212)	−.2465(.0190)	−.0537(.1362)	−.2971(.0243)
$\beta 21$		−.0349(.0042)		.0122		.0205
$\beta 22$	.0171(.0148)	.0282(.0043)	−.0609(.0036)	−.0287(.0027)	−.5652(.1463)	−.0390(.0032)
$\beta 23$		.0067		.0333		.0335
$\theta M1$	.3476(.0572)			.0121	−1.2503	
$\beta M2$	.0171(.0148)			.0147	−.1451	
$\beta M3$	.1489(.0115)			.0329	−1.3063	
σ				−.0597(.0085)	2.7017(.6851)	
θ				.2451(.0048)		.0584(.0088)
$\rho 2$						
$\rho 3$						

表二、檢定統計量

	概似函數對數值	統計量
不含限制	−1142.39	
可分離性（x_1, x_2 與 x_3）	−1416.71	668.74
隱涵可分離性（x_1,x_2 與 x_3）	−1983.27	1681.76
可分離性（x_1, x_3 與 x_2）	−1370.16	455.54
弱相加性	−1296.36	307.94
同質性	−1208.65	132.52
外顯相加性	−2440.01	2595.24
齊次性	−1178.82	72.85
直線型對數效用	−1245.31	205.84

假設下，由各統計量之大小可知所有有關函數型態的虛無假設都必須予以拒絕。Denny 及 Fuss (1977) 曾證明，一具相等性，對稱性，外顯相加性（explicit additivity），及齊次性的超對數函數對等於（equivalent to)一直線型對數效用函數，亦即爲一Cobb-Douglas效用函數（註二十）。表二中最後一項統計量之數值爲205.84，虛無假設必須予以否定。是以若有關研究中，先以 Cobb-Douglas 效用函數爲出發點，而以追求最大效用的行爲假設而求得對地方公共財之需求函數，所得估計值不但不具不偏性，亦不具一致性 (consistency））,對其實證結果之信賴程度及預測能力應有相當保留（註二十）。

五、結　語

本文所列舉的檢定結果顯示出就本研究所得之實證證據而言，地方公共財之需求很可能並非追求某種代表效用函數最大值的結果。加之，在本文中所用的三組組合財貨中，任何組合的可分離性假設都無法得到實證資料的肯定。由此推論，在估計各種地方公共財貨的需求時，最嚴謹的方法乃爲視整個系統爲一聯立而互相關聯的方程式系統。當然上述並不表示必須全盤放棄效用最大化或其他簡化的估計假設，反之，藉更多的研究，於地方公共財需求的實證分析上，方能有更迅速的發展。

（七十年十月初稿定稿。七十一年三月修正稿定稿。）

本 文 註 解

註 1：有關地方公共財需求決定因素的研究，J. Fredlund (1974) 提供了一份相當詳盡的參考文獻目錄。R. Bahl (1968) 曾對相關研究作綜合批評及介紹。

註 2：鹿特丹模型的介紹及應用，可參閱H. Theil (1975)。

註 3：例如兩階式預算分配假設（Two Stage Budgeting Assumption），請參閱 Deacon (1978)。

註 4：J. Brown 及 A. Deaton (1972) 對消費行爲的理論有詳細的介紹 。 在實證之相關問題上，Theil (1975) 作了相當明白的分析。

註 5：可分離性及其他相關概念之研究及應用， Blackory, Primont 及 Russell (1978) 書中，有非常詳細的介紹。

註 6：指偏好可以一連續，單調及嚴格準內凹（continuous, monotonic and strictly quasi-concave）之效用函數表示。

註 7：此爲 Blackory, Primont 及 Russell (1978) 定理5.2 (P.188) 的一個簡單推論。

註 8：在實際估計時，整個地方公共財的矢量已假設可區分爲三種組合財（composite gocds）：警力治安，消防及其他地方服務。每一組合財的需求量是以相當全職雇用人數數目（full-time equivalent employment）爲其替代變數。

註 9： Wold 定理：設一直接效用函數U於 x 時爲一可微分函數，則 x 之反需求函數爲

$$G(x)=\frac{\nabla U(x)}{\nabla(x)X},$$

其中$\nabla U(x)$爲U於X時之一次微分導數向量（gradient vector）。

請參閱 Wold (1943) 。

註10：E. Slack (1980) 的模型，包括政府間補助金在內，其估計式與文中(3)及(3^1)式相似。

註11：在考慮(2)式及 (2^1) 式的設定時，可假設決策者對如何分配資源於公共，私人消費財貨中，有一二階段預算分配程序。此時，第一階段（公共，私人財貨之大分類）已完成，文中所討論的僅爲第二階段的配置。故M爲一定數。 Deacon (1978) 即曾於此假設下，分析地方公共財的需求問題。

註12：此限制對估計結果毫無顯著影響。見 Slack (1980) 及 Christensen, Jorgenson及Lau (1975)。

註13：最後一項檢定（可相加性及同質性）與Christensen, Jorgenson 及 Lau (1975) 所採取的相同。很明顯的是，可相加性較可分離性爲更嚴格（strong）的限制假設。

註14：據 Christensen, Jorgenson 及 Lau (1975) 的推算，假如系統中共含m個需求方程式，則相等性之假設需檢定共 $m(m-2)$ 個限制式。而對稱性假設則需檢定共 $\frac{1}{2}m(m-1)$ 個限制式。詳見 Christensen, Jorgenson 及 Lau (1975), P.371.

註15：在相等性及對稱性之限制下，效用函數具相加性之條件爲：

$$\beta_{12}=\theta\alpha_1\alpha_2$$
$$\beta_{13}=\theta\alpha_1(-1-\alpha_1-\alpha_2)$$
$$\beta_{23}=\theta\alpha_2(-1-\alpha-\alpha_2),$$

其中$\theta=-F''/(F')^2$, $F'=\partial\ln U/\partial\ln U^1$，而 $\ln U=F(\Sigma(\ln U^1(X_1)))$，$U^1$ 爲定義於個別Xi之次效用函數。若上述條件符合，而$\theta=0$，稱爲外顯可相加性。

註16：U爲一同質函數，則$\ln U=F(\ln H(X_1,X_2,X_3))$，H爲一直線性齊次函數，且 $\sigma=\frac{\partial^2F/(\partial\ln H)^2}{\partial F/\partial\ln H}$。

註17：發散的估計式包括(1)含相等性及對稱性；(2)X_1及 X_3共同具隱涵可分離性；(3)X_2，X_3具共同可分離性；(4)X_2，X_3具共同隱涵可分離性。由此可見，分離性實爲一非常嚴苛的限制條件。

註18：10.827 爲 Chi 方分配，自由度爲1顯著水準 0.001 之值 。在此檢定中，自由度爲所加限制($\alpha_1\beta_{23}=\alpha_2\beta_{13}$) 之數目，故爲 1 ，由於 668.74>10.8827，故虛無假設（具可分離性）無法予以接納。

註19：一超對函數對等於一Cobb—Douglas 效用函數之限制爲：

(1)弱相加性 $\ln U=F(\Sigma\ln U^i(X_i))$ ，是以

$$\beta_{12}=\theta\alpha_1\alpha_2$$

$$\beta_{13}=\theta\alpha_1(-1-\alpha_1-\alpha_2)$$

$$\beta_{23}=\theta\alpha_2(-1-\alpha_1-\alpha_2)$$

$$\theta=-F''/(F')^2,$$

$$F'=\frac{\partial\ln U}{\partial\ln U^i},\qquad F''=\frac{\partial^2\ln U}{\partial\ln U^i\partial\ln U^j}$$

(2)齊次性$\ln U=F(\ln H(x_1,x_2,x_3))$，H爲直線性齊次函數，故

$$\sigma=\frac{\alpha^2F/(\alpha\ln H)^2}{\partial F/\partial\ln H}=0$$

(3)外顯相加性（含弱相加性），且要求

$$\beta_{12}=\beta_{13}=\beta_{23}=\beta_{M1}=\beta_{M2}=\beta_{M3},\ 及$$

$$\theta=0\ 。$$

註20：CES型的效用函數也是過份牽强的假設。 Denny 及 Fuss (1977) 曾證明合於相等性，對稱性及弱可分離性之超對數函數可視爲一任意 CES 效用函數之二次近似函數。有關限制的假設，已在檢定中予以否定。

參 考 文 獻

Barten, A.P. "The Systems Consumer Demand Functions Approach: A Review," *Econometrica*, January 1977, 23-49.

Berndt, E.R. and Christensen, L.R. "The Translog Function and the Substitution of Equipment, Structures, and Labor in U.S. Manufacturing 1929-68," *Journal of Econometrics*, May 1973, 81-114.

Bergstrom, T. and Goodman, R. "Private Demand for Public Goods," *American Economic Review*, June 1973, 280-97.

Blackorby, C., Primont, D. and Russell, R. *Duality, Separability, and Functional Structure: Theory and Economic Applications*, New York, Elsevier North-Holland, 1978.

Borcherding, T.E. and Deaton, R.T. "The Demand for the Service of Non-Federal Governments," *American Eccnomic Review*, December 1972, 280-97.

Brown, J.A.C. and Deaton, A.S. "Models of Consumer Behavior: A Survey," *Economic*

Jouroal, December 1972, 1145-236.

Christensen, L.R., Jorgenson, D.W. and Lau, L.J. "Transcendental Logarithmic Utility Functions," *American Economic Review*, June 1975, 367-83.

Deaton, R.T. "A Demand Model for the Local Public Sector," *Review of Economics and Statistics*, May 1978, 184-92.

Denny, M.and Fuss, M. "The Use of Approximation Analysis to Test for Separ-ability and the Existence of Consistent Aggregates," *American Economic Review*, June 1977, 408-14.

Fredlund, J.E. *Determinants of State and Local Expenditures: An Annotated Bibliography*, Washington D.C., The Urban Institute, 1974.

Jorgenson, D.W. and Lau, L.J. "The Structure of Consumer Preferences," *Annals of Economic and Social Measurement*, April 1975, 49-102.

Linneman, P. "An Empirical Methodology for Analyzing the Properties of Public Goods," *Economic Inquiry*, October 1980, 600-16.

Pollack, R.A. "Conditional Demand Functions and the Implications of Separable Utility," *Southern Economic Journal*, April 1971, 423-33.

Perkins, G. "The Demand for Local Public Goods: Elasticity of Demand for Own Price, Cross Price and Income," *National Tax Journal*, December 1977, 411-22.

Simmons, P. and Weiserbs, D. "Translog Flexible Functional Forms and Associated Demand Systems," *American Economic Review*, December 1979, 892-901.

Slack, E. "Local Fiscal Response to Intergovernmental Transfers," *Review of Economics and Statistics*, November 1980, 364-70.

Stone, R.D. "Linear Expenditure Systems and Demand Analysis: An Application to the Patterns of British Demand," *Economic Journal*, September 1954,511-27.

Theil, H. *Principles of Econometrics*, New York, John Wiley and Sons, 1971.

……, *Theory and Measurement of Consumer Demand*, I, II, Amsterdam, North-Holland, 1975.

Wold, H.O. "A Synthesis of Pure Demand Analysis," I and II, *Skan dinavisk Akguarietid-skrist*, 1943,85-118,220-63.