

考試科目	微積分	AS11 所別	數學教學碩士在職專班	考試時間	3月17日 星期六	第3節
------	-----	------------	------------	------	--------------	-----

國立政治大學圖書館

- (20) 1. Find the tangent and normal to the curve $x^2 - xy + y^2 = 7$ at the point $(-1, 2)$.
- (10) 2. Find the following limits, if they exist.
 (a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \cot x$, (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$.
- (15) 3. Evaluate the following integrals:
 (a) $\int \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}} dx$, (b) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x dx$, (c) $\int \frac{-2x+4}{(x^2+1)(x+1)^2} dx$.
- (15) 4. Which of the following series converges and which diverges? Give reasons for your answers.
 (a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!n!}{(2n)!}$, (b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n+5}{3^n}$, (c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2}$.
- (20) 5. Find the absolute maximum and minimum values of
 $f(x,y) = z + 2x + 2y - x^2 - y^2$
 on the triangular plate in the first quadrant bounded by the lines $x=0$, $y=0$,
 $y=9-x$.
- (20) 6. Evaluate $\iint_R e^{x^2+y^2} dy dx$
 where R is the semicircular region bounded by the x -axis and the curve
 $y = \sqrt{1-x^2}$.

備 考 試 題 隨 卷 繳 交

命 題 委 員 : 078 (簽章) 2007 年 3 月 4 日

命題紙使用說明：1. 試題將用原件印製，敬請使用黑色墨水正楷書寫或打字（紅色不能製版請勿使用）。
 2. 書寫時請勿超出格外，以免印製不清。
 3. 試題由郵寄遞者請以掛號寄出，以免遺失而示慎重。

考試科目	線性代數	所別	數學碩士專班	考試時間	3月17日 星期六	第四節
------	------	----	--------	------	--------------	-----

國立政治大學圖書館

1. Consider the linear system

$$\begin{aligned} x + 2y + 3z &= 6 \\ 2x - 3y + 2z &= 14 \\ 3x + y - z &= -2. \end{aligned}$$

- (a) Write this system in the matrix form. (10%)
- (b) Find the inverse of the coefficient matrix and use it to solve for this system. (10%)

2. Given the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$,

- (a) find two different matrices in row echelon form that are row equivalent to A if possible. (10%)
- (b) find two different matrices in reduced row echelon form that are row equivalent to A if possible. (10%)

3. Let V be an n -dimensional vector space.

- (a) Show that if $S = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n\}$ is a linearly independent set of vectors in V , then S is a basis for V . (10%)
- (b) Show that if $S = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n\}$ spans V , then S is a basis for V . (10%)

4. Let \vec{u} and \vec{v} be any two vectors in an inner product space V .

- (a) Show that $|(u, v)| \leq \|u\| \cdot \|v\|$. (10%)
- (b) Show that $\|\vec{u} + \vec{v}\| \leq \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$. (10%)

[Turn to page 2.]

備 考 試 題 隨 卷 繳 交

命題委員： 079 (簽章) 96年 3月 9日

命題紙使用說明：1. 試題將用原件印製，敬請使用黑色墨水正楷書寫或打字（紅色不能製版請勿使用）。
2. 書寫時請勿超出格外，以免印製不清。
3. 試題由郵寄遞者請以掛號寄出，以免遺失而示慎重。

考試科目	線性代數	A811 所別	數學碩士專班	考試時間	3月17日 星期六	第四節
------	------	------------	--------	------	--------------	-----

[Continue from page 1.]

5. Let $L: V \rightarrow W$ be a linear transformation of a vector space V into a vector space W .

(a) Show that $L(\vec{0}_V) = \vec{0}_W$. (10%)

(b) Show that the kernel of L is a subspace of V . (10%)

國立政治大學圖書館



備考	試題隨卷繳交
命題委員：	080 (簽章) 96年3月9日

命題紙使用說明：1. 試題將用原件印製，敬請使用黑色墨水正楷書寫或打字（紅色不能製版請勿使用）。
 2. 書寫時請勿超出格外，以免印製不清。
 3. 試題由郵寄遞者請以掛號寄出，以免遺失而示慎重。