

國立政治大學經濟學系研究所

碩士學位論文

以 Bianconi-Barabasi 網路模型模擬風險準備金
對 P2P 借貸體系的系統性影響

A simulation on the impacts of the collateral system on the
Peer-to-Peer platform by using the
Bianconi-Barabasi model

指導教授：陳樹衡 博士

研究生：李昱緯 撰

中華民國 106 年 7 月

謝辭

在政治大學經濟研究所碩士班兩年的日子一下就過去了，儘管有諸多不捨，可是最終還是要踏出去面對未知且充滿挑戰的未來。

我原本是數學本科出身的，當初我想要就讀經濟系的動機，除了是要學習與經濟相關的議題，更重要的是要培養經濟敏感度。而在這兩年的時光，我不僅學會許多經濟學知識，更重要的是我更加的勇於與他人表達自己內心的想法，雖然這兩年的時光對於我的人生旅途中有如白駒過隙，可是對我的意義卻是非凡的。

我首先要感謝我的父母親，若沒有他們的支持，我可能無法順利的完成學業，尤其是我的母親，不但不停地支持我完成學業，讓我無後顧之憂，每當我在低谷時，她也不時地安慰我，雖然我已成年，可是他仍然把我當她的心頭肉般照顧。即便是為了報答父母的恩情，我也不能故步自封，必須時時刻刻鞭策自己。

此外我要感謝所有指導我的教授們，因為他們不倦的教導我才能學到更多新知，何靜嫻教授的介紹與教導讓我知道社會網路模型分析法，而陳樹衡教授人工智慧經濟學，也使我知道人工智慧在經濟學上的應用。此外林靖教授教導我很多商業實務的知識，這使得理論模型得以設計得更為實際。于國瑛教授則提出很多理論與模擬模型的修正意見，因此理論模型與模擬之間可以相互連結，增加研究的可信度。

我同時要感謝我的同學與學長姐，每當我有課業問題要解惑時，他們總是不厭其煩地講解。此外每當我感到寂寞時，只要與他們談心，我便能忘了孤寂感，因為他們，我不再感到我是孤零零的。

最後我要感謝上天不僅給了我機遇，也給了我挑戰，雖然我的人生並非一帆風順，可是“不經一番寒徹骨，焉得梅花撲鼻香”，在往後的將來我會繼續努力在人生的道路上衝刺的。

摘要

因為 Peer-to-Peer(以下簡稱 P2P)貸款是借貸雙方經由平台媒合直接交易，所以相對於傳統借貸，不僅省去了交易所需的時間，更降低了交易成本，這對於中小型企業與個人尤其受益良多。

雖然 P2P 是金融領域的一大創新，彌補了傳統金融的不足，可是 P2P 也存在著風險。再加上一方面借貸雙方與平台皆未對此有足夠的認知，另一方面法規與監管措施也還尚未完善，因此造成投資者們不僅沒有享受到 P2P 借貸的便利之處，反而遭受到損失，甚至產生了社會問題。

雖然投資都會有風險，可是為了避免風險擴散成為系統性風險，能夠及早找出問題之所在並且防範於未然就是一個重要的問題，只是要如何及時找出風險之所在且又能夠盡量避免監管成本的大量增加，是每個平台決勝的關鍵所在。

在本文中會先以借貸雙方的預期收益函數為基礎建立理論模型，分析借貸雙方的交易情形與策略，並且找出存在的風險。接著引入準備金制度，比較在有風險準備金制度下風險的改善。經由分析結果得知若引入風險準備金制度後，不僅貸款利率下降，而且貸方的進入門檻也相對較低。也因此有風險準備金制度下交易更容易達成。

本研究中還引入了新的研究方法—社會網路分析法，本文將用 Bianconi-Barabasi 網路模型來比較在不同情形下平台的交易型態。藉著這項工具平台經營者與監管者可以輕易地找出問題所在，此外可以預測出未來系統的穩定性。根據模擬結果發現引入風險準備金後，社會網路的整體不均程度較低。這表示在風險準備金制度下的 p2p 交易更接近「普惠金融」的目標。

關鍵字：P2P 借貸、風險準備金、Bianconi-Barabasi 網路模型

Abstract

In Peer-to-Peer (P2P) lending, both lenders and borrowers deal directly via Internet matchmaking. Hence, compared to the traditional financial institutes, P2P lending reduces not only the time required for transaction, but also the costs of transaction. This is particularly beneficial for small and medium companies and individual borrowers.

However, P2P lending also has some risks. This is because the platform, the lenders and the borrowers do not fully understand what to expect from the involved parties. Meanwhile, governmental legislation and regulatory measures are not perfect. As a result, the investors may not enjoy the convenience of P2P lending, but instead suffering from losses, which is a source of social problems.

In order to mitigate the risks, it is important to identify potential problems early and to take preventive measures before the problems create systemic risk. How to find out where the problem is in a timely manner so that the problem can be taken care of before the involvement of governmental regulations is of crucial importance to the success of a P2P lending platform.

In this thesis, we developed a P2P lending theoretical model based on the expected return of lenders and borrowers. We then analyzed lenders' and borrowers' behaviors to identify the risks. After that, we introduced collateral to the model and compared the credit risks. The results show that under collateral, lenders are more willing to loan the money with lower interest rates while borrowers are more likely to payback the loans, hence leads to more successful transactions.

This thesis also introduces a new methodology, using the Bianconi-Barabasi network model to simulate the P2P lending. We compare the results from the simulations under different situations and found that P2P lending network with collateral has a more balanced degree distribution. In other words, the transactions are not dominated by a few big players but spread among many lenders and borrowers. This indicates P2P with collateral benefit more customers in satisfying their financial and investment goals

Keywords: P2P lending, risk reservation fund, Bianconi-Barabasi model

目錄

第一章 緒論.....	1
1.1 研究緣起.....	1
1.2 本文貢獻.....	3
1.3 本文架構.....	3
第二章 背景及文獻回顧.....	5
2.1 P2P 借貸簡介.....	5
2.2 P2P 借貸的發展.....	7
2.2.1 英國.....	7
2.2.2 美國.....	9
2.2.3 中國.....	11
2.2.4 風險準備金.....	13
2.2.5 P2P 借貸展望.....	15
2.3 社會網路分析.....	15
2.3.1 介紹與應用.....	15
2.3.2 Barabási-Albert 模型.....	17
2.3.3 Bianconi-Barabasi 模型.....	19
2.3.3 相關研究文獻.....	20
第三章 理論模型.....	22
3.1 財務設定.....	22
3.2 引入風險準備金制度.....	23
3.3 不完全信息和有限理性分析.....	24
3.3.1 貸方的行為分析.....	24
3.3.2 貸方跨期預期利潤分析與借方因應探討.....	27
3.3.3 貸方的初期預期履約機率分析.....	30
3.4 理論分析與結論.....	30
第四章 以 Bianconi-Barabasi 網路模型模擬.....	32
4.1 社會網路模型.....	32

4.2 模擬結果與比較	34
4.2.1 比較有無風險準備金制度	34
4.2.2 比較 Logistic 函數的 beta.....	38
4.2.3 比較槓桿率	40
4.2.4 比較流動比率	42
4.2.5 比較流動資產保留率	44
4.2.6 比較無風險借款利率	46
4.2.7 比較無風險存款利率	48
4.3 模擬分析與結論	50
第五章 結論.....	51
5.1 結論	51
5.2 可改進之處與展望	52
參考文獻.....	54
附錄 A.....	58
附錄 B.....	59



表目錄

表 2-1：年度新增和累計平台數與問題平台數.....	12
表 3-1：個人 i 在 t 期時的資產負債表.....	22
表 3-2：貸方 i 在按時履約前的資產負債表.....	25
表 3-3：貸方 i 在按時履約後的資產負債表.....	25
表 4-1：模擬用資產負債表.....	33
表 4-2：模擬參數.....	34
表 4-3：無風險準備金下的度分布.....	35
表 4-4：無風險準備金下度分布的敘述統計量.....	35
表 4-5：有風險準備金下的度分布.....	36
表 4-6：有風險準備金下度分布的敘述統計量.....	36
表 4-7：對照組 1 的參數.....	38
表 4-8：對照組 1 的度分布.....	39
表 4-9：對照組 1 的度分布的敘述統計量.....	39
表 4-10：對照組 2 的參數.....	40
表 4-11：對照組 2 的度分布.....	41
表 4-12：對照組 2 的度分布的敘述統計量.....	41
表 4-13：對照組 3 的參數.....	42
表 4-14：對照組 3 的度分布.....	43
表 4-15：對照組 3 的度分布的敘述統計量.....	43
表 4-16：對照組 4 的參數.....	44
表 4-17：對照組 4 的度分布.....	45
表 4-18：對照組 4 的度分布的敘述統計量.....	45
表 4-19：對照組 5 的參數.....	46
表 4-20：對照組 5 的度分布.....	47
表 4-21：對照組 5 的度分布的敘述統計量.....	47
表 4-22：對照組 6 的參數.....	48
表 4-23：對照組 6 的度分布.....	49



圖目錄

圖 1-1：金融科技各領域示意圖	1
圖 1-2：GOOGLE 搜尋「p2p lending」的熱門度變化與區域搜尋偏好	2
圖 2-1：全球 P2P 借貸主要平台	5
圖 2-2：Lending club 的報酬率	10
圖 2.3 各年運營 P2P 平台數量	11
圖 2-4：P2P 平台交易利率、溫州民間借貸利率與商業銀行基準貸款利率	12
圖 2-5：中國民生銀行網路交易資金存管系統圖示	14
圖 2-6：Mu Sigma (印度電子商務服平台)用社會網路方法最優化市場網路	16
圖 2-7：義大利股票市場的社會網路	17
圖 2-8：Barabási–Albert 模型	18
圖 2-9：Barabási–Albert 模型的度分布	18
圖 4-1：無風險準備金下的交易網路圖	34
圖 4-2：無風險準備金下的對數化度分布函數圖	35
圖 4-3：有風險準備金下的交易網路圖	36
圖 4-4：有風險準備金下的對數化度分布函數圖	37
圖 4-5：對照組 1 的交易網路圖	38
圖 4-6：對照組 1 的對數化度分布函數圖	39
圖 4-7：對照組 2 的交易網路圖	40
圖 4-8：對照組 2 的對數化度分布函數圖	41
圖 4-9：對照組 3 的交易網路圖	42
圖 4-10：對照組 3 的對數化度分布函數圖	43
圖 4-11：對照組 4 的交易網路圖	44
圖 4-12：對照組 4 的對數化度分布函數圖	45
圖 4-13：對照組 5 的交易網路圖	46
圖 4-14：對照組 5 的對數化度分布函數圖	47
圖 4-15：對照組 6 的交易網路圖	48
圖 4-16：對照組 6 的對數化度分布函數圖	49

一、緒論

1.1 研究緣起

「金融科技」是目前在金融界相當引人注目的名詞(見圖 1-1)，顧名思義就是運用科技來改變金融市場的運作。一方面，因為行動裝置開始普及至大眾，使得資訊的取得與應用都更加便利，這使得客製化服務成為可能。另一方面，因為進入門檻比起傳統金融相對較低，因此一些非金融業者，例如阿里巴巴、騰訊¹，可以進入金融市場並且挑戰現有的金融機構。

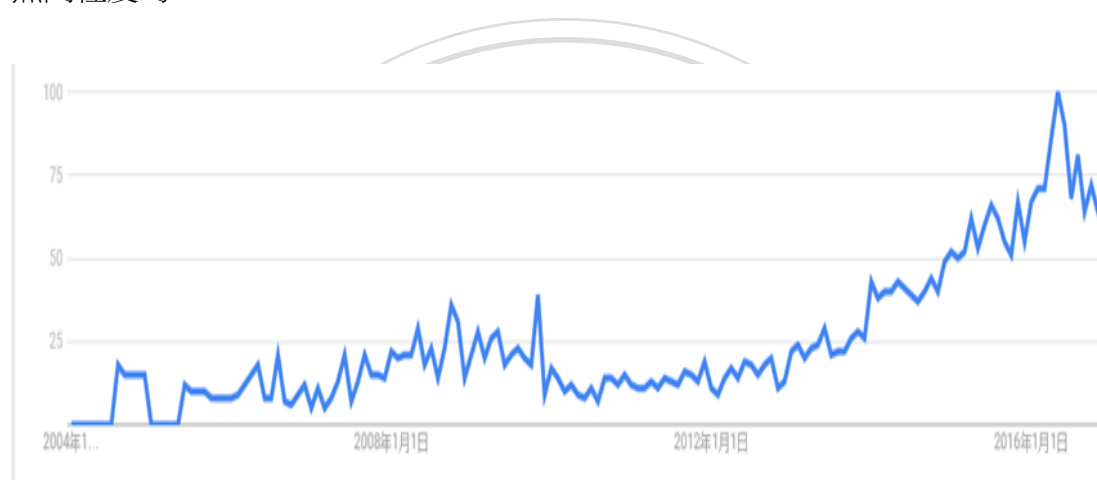
圖 1-1：金融科技各領域示意圖



¹ 阿里巴巴藉由旗下的螞蟻金服進入金融市場，而騰訊亦利用其龐大的社交數據跨足金融領域。

在這個浪潮中，P2P 借貸極大地挑戰了傳統金融的體制，因為這種借貸模式具有「去中介化」的特性，即讓金融中介只負責交易媒合的工作，這使得現金流動更加快速，也使借貸更加便利，使得「普惠金融」成為可能。自 2004 年起，P2P 借貸開始受到關注，並於 2012 年開始逐漸上升，但到了 2016 年，因為有一些 P2P 借貸平台接連出現問題，加上監管法規開始趨嚴，所以 P2P 借貸的熱度略為下降（見圖 1-2）。

圖 1-2：GOOGLE 搜尋「P2P lending」的熱門度變化，其中橫軸表示時間，縱軸代表與特定區域和時間內最高點的相對搜尋熱門度。其中最高的字詞熱門程度為 100 分，50 分表示字詞熱門程度只有一半，0 分則表示字詞熱門程度不到最高熱門程度的 1%。



P2P 借貸的基本精神是平台為信息中介，即只負責做借貸雙方的媒合與分析交易的風險，收入僅有媒合交易的服務費。可是因為借方與貸方對平台的信息了解不夠多，加上由於政府機關對 P2P 借貸的了解不夠透徹，許多法規與監管對 P2P 還沒有明確的規範，例如 P2P 借貸是否屬於融資或可轉債，或者若出現問題應當由哪一部門負責...等，這導致有許多交易糾紛，甚至產生許多社會問題。

近年來中國大陸監管單位不斷收緊對 P2P 借貸的監管，2014 年初銀監會方面明確指出，「平台自身不能提供擔保」、「在途資金和投資者資金都要由銀行或第三方支付機構進行託管」[\[40\]](#)，另外年底出台的網貸意見稿規定「網絡借貸信息中介不得向出借人提供擔保或者承諾保本保息」[\[59\]](#)。

現在中國大陸平台去擔保的要求已正式成文，已經有不少平台為了配合監管的要求，不再提供本息保障。但隨著網貸業者接連出現問題，且投資者安全意識不斷增加投資更加謹慎，看平台是否有風險準備金，成為衡量平台是否可靠的重要標誌。本文將會研究風險準備金對 P2P 借貸平台的影響。

1.2 本文貢獻

因為 P2P 借貸還具有許多法規的缺陷，例如當借貸雙方產生權益糾紛時，平台與監管單位是否要介入，或者若產生違約風險時，平台與監管單位的事後補償問題，加上關於徵信體制健全與信息自由流通的問題，使得發展 P2P 借貸具有許多風險，例如平台風險、信用風險、網路系統安全風險、法規風險等等，本研究將專注於研究借貸關係的信用風險。

本研究探究風險準備金對 P2P 借貸平台的影響，總結起來有以下兩個貢獻：

- ✓ 在本文中會先以預期收益函數為基礎，分析借貸雙方的交易情形與策略，並且找出存在的風險，接著引入準備金制度，比較在有風險準備金制度下風險的改善。經由分析結果得知若引入風險準備金制度後，不僅貸款利率下降，而且貸方的進入門檻也相對較低。也因此有風險準備金制度下交易更容易達成。
- ✓ 本研究引入了新的研究方法—社會網路分析法，本文將用 Bianconi-Barabasi 網路模型來比較在不同情形下平台的交易型態。藉著這項工具平台經營者與監管者可以輕易地找出問題所在，此外運用一些機率模型模擬，他們可以預測出未來系統的穩定性。根據模擬結果發現引入風險準備金後，社會網路的整體不均程度較低。這表示在風險準備金制度下的 p2p 交易更接近「普惠金融」的目標。

1.3 本文架構

本文架構如下：

- 第 2 章主要介紹 P2P 借貸的原理、發展過程與遇到的挑戰，比較英國美國與中國發展情形，並且闡述風險準備金制度。在後半則探討社會網路分析，此外還會介紹無尺度網路模型與其中的 Barabási-Albert 模型與 Bianconi-Barabasi 模型，以及相關研究文獻。
- 第 3 章探討借貸雙方的交易模式與決策，以及為了避免風險，平台建立的準備金制度對借貸交易造成的影響，並且分析其對 P2P 系統性風險的改善程度。而後主要探討在不對稱資訊的情形下，借貸雙方與平台管理者的策略模式，並且比較平台在有無準備金體制下的決策差別，除此之外還探討借貸雙方交易成功的可能範圍。

- 第 4 章採用社會網路模型來模擬借貸的交易情形與平台可能發生的系統性風險，如此便可使平台管理者更加容易知道問題所在並且加以預防，此外也可以看出在不同的利率，流動比率與槓桿率的情況下平台的穩定程度。
- 第 5 章主要是總結前幾章的研究結果並在第二節裡提到不足之處與需要改進的地方。



二、背景及文獻回顧

在本章中，在 2.1 節會簡單介紹 P2P 借貸的原理，在 2.2 節會介紹 P2P 發展過程與遇到的挑戰，並且比較英國、美國與中國發展的異與同，此外還會闡述風險準備金制度，並且在 2.3 節闡釋社會網路分析的方法。在 2.4 節會討論使用社會網路來分析 P2P 借貸相關文獻。

2.1 P2P 借貸簡介

因為過去信用體系缺乏對小資本對象的風險評價方式，傳統金融的主要服務對象為法人或大企業。再加上自 2008 年金融海嘯以後銀行法規與金融控管趨嚴，這使得小資本的個人或中小企業更難從傳統金融獲得資金，因此一些新型的金融模式，如 P2P 借貸就趁勢而起。

P2P 借貸起源於英國，最早的平台為英國的 Zopa[37]。目前 P2P 已經在一些國家，例如英國、美國、中國大陸風行起來，其中目前規模最大的為美國的 Lending Club[15]與中國的宜信[43]。而目前因為 P2P 借貸在已開發國家已趨近飽和，加上中國大陸的小額資金需求，發展速度最快的地區在中國大陸(見圖 2-1)。

圖 2-1：全球 P2P 借貸主要平台



至於台灣，在民國 105 年 3 月，第一個 P2P 平台「鄉民貸」[52]誕生了。鄉民貸是債權移轉型態，宣稱具有中心脫媒、借款利率比銀行低，且收益比銀行高。目前台灣的 P2P 借貸平台除了鄉民貸外，還有 LnB 信用市集[19]與 doughpack 逗派[5]，其中逗派是主攻學生貸款。

P2P 借貸平台是將借款市場與貸款市場組合在一起。P2P 借貸利用網路來為借貸雙方的媒合，並且依據大數據分析交易的風險。相對於銀行借貸，不僅交易成本更低，而且交易更容易。尤其重要的是 P2P 借貸使得一些在傳統金融機構借不到錢的人，例如小企業或是個人，都有辦法借到錢，極大的促進了金融市場的流動性。

P2P 借貸最初主要以滿足借款人信用卡透支還款和個人債務重組融資需求為目的，目前已經拓展到個人貸款(購買汽車等交通工具、房屋改善等)、中小企業貸款(擴張資本、補充營運資本、購買資產等)、專業貸款(票據融資、房地產抵押貸款等)等諸多領域。

P2P 網絡借貸的興起有著一定的歷史環境因素，網際網路發展突破了信息流面臨的地理、專業能力和物質成本等方面的制約，以較低成本解決信息的分散和不對稱問題，使得個人與個人之間的借貸突破了熟人、地域的條件限制；消費者傾向於直接交易則使得「去中介」受到廣泛歡迎。

P2P 借貸之所以可以持續發展，原因是他提供了個人或中小企業新的資金融資管道 解決了許多人的金融需求。對借方來說 P2P 借貸使借方可以把資金非常小額的分散借給許多貸方，例如有十萬元，可以分成 100 份借給 100 個人，這樣即使其中有為數不多的違約 其他資金依然可以獲得較高的投資報酬率，這使得借方承受的信用風險減少不小。除此之外，法律體系的完善和徵信體系的完善也是不可忽視的條件。在法律方面，主要是對 P2P 借貸性質的認定、高利貸法的限制等。

機構投資者與個人投資者的最大不同是，二者對潛在借款人的評估方式不同。個人投資者可能會通過瀏覽潛在借款人的「貸款列表」，憑直覺和個人喜好做出放不放款的決定，會有一定的情緒化投資；機構投資者則具備技術和金融資源優勢，更專業，可以更有效地甄別借款人信用質量。結果是，「質量」較高的借款人從機構投資者手中獲得貸款，個人投資者只能從「質量」較低的借款人中選擇放款對象[46]。

2.2 P2P 借貸的發展

2.2.1 英國

英國是最早出現 P2P 借貸的國家，全球首家 P2P 網絡借貸平台 Zopa 首創了個人與個人之間「點對點」、「去中介」的線上信用貸款交易模式。目前除了 Zopa、RateSetter、Funding Circle 等平台外，還有兩個重要的組織：

- P2P 金融協會(簡稱 P2PFA)：英國 P2P 網絡借貸發展的行業自律組織，其網站提供關於行業自律準則，成員單位的業務發展數據等詳細信息，P2PFA 基於貸款投向不同將網絡借貸分為個人貸款和商業貸款兩類。
- 英國劍橋大學替代金融中心：其與英國國家科技藝術基金會交流會 (NESTA)已連續兩年聯合發布英國替代金融發展行業報告(The UK Alternative Finance Industry Report 2014,2015)，其中就包含了 P2P 網絡消費信貸、P2P 網絡商業貸款以及 P2P 票據融資三種形式的 P2P 網絡借貸產品。

英國的 P2P 借貸規模不斷擴張且增速較快。2015 年英國通過 P2P 網絡借貸平台為小企業和消費者提供的貸款超過 24 億英鎊，其中商業貸款 14.9 億英鎊，同比增長 99%；個人消費貸款 9.09 億英鎊，同比增長 66%。加上 3 億英鎊的 P2P 票據融資規模，2015 年英國 P2P 網絡借貸總額 27 億英鎊，占全部替代金融總額的 86%。而 P2PFA 的最新統計顯示，到 2016 年二季度末，英國通過 P2P 網絡借貸發放的個人和商業貸款達 58 億英鎊，放款人(投資者)總數達到 15 萬人，比 2014 年末新增 5 萬人；借款人總數則達到 33.2 萬人，比 2014 年末新增 20 萬人。

英國的 P2P 借貸平台數量有限且市場相對集中。英國劍橋大學替代金融中心合作的平台就有 86 家(包括部分眾籌平台)。而 P2PFA 的成員包括 Zopa 共 8 家，這 8 家平台占了英國 P2P 網絡借貸市場的主要份額，特別是 Zopa、FundingCircle 和 RateSetter 三家平台占比較高。截至 2016 年二季度末，三家平台的累計交易規模、貸款餘額、投資者人數以及借款人人數合計占英國全國比重分別達到 71.2%、83.2%、93.5%和 97.5%。

從主要服務對象來看，Zopa 與 RateSetter 主要服務個人消費貸款為主，Funding Circle 以滿足中小企業資金需求為定位，MarketInvoice 專注於在線企業票據融

資，Wellesley & Co 則專注於住宅地產投資。

因為 P2P 網絡借貸平台在英國受正規金融監管，並接受行業自律組織約束，平台運營較為規範。英國的 P2P 網絡借貸平台通常至少會向註冊會員公布平台上所有的貸款交易記錄，幫助投資者更好地了解這一金融交易形式。平台的收益率、違約率則是信息披露必備的要素。藉由這些監管措施，平台維持了較低的貸款違約率。

例如 Zopa 平台 2014 年和 2015 年實際壞帳率為 1.46%和 1.15%，對應的投資者年化收益率約 6%；Funding Circle 平台 2014 年和 2015 年實際壞帳率為 2.9%和 1.2%，對應的投資者年化收益率則為 7.6%和 7.8%；RateSetter 平台 2014 年和 2015 年實際壞帳率為 2.95%和 1.74%，對應的投資者年化收益率則為 4.5%和 4.8%。整體來看英國 P2P 網絡借貸平台的貸款違約率呈現逐年下降態勢。

英國政府對 P2P 網絡借貸的監管主要由金融服務局(後轉到金融行為監管局)負責，由其制定監管政策、目標指引、設計指標並開展監督；P2PFA 作為行業自律組織承擔實質性監管任務。監管重點是保護消費者權益，防止消費者損失和欺詐事件的發生。

2012 年 6 月，P2PFA 出台了操作指引，要求成員單位必須遵守基本原則。2014 年 6 月，P2PFA 還出台了違約率計算標準，對不良貸款、資本損失或違約進行了界定，並明確了違約狀況的月底報告制度，協會會員按照這些標準計算自己平台貸款的違約率並對公眾公開。

相對於大陸法系國家，英國等普通法系國家的 P2P 網絡借貸的貸款規模更大、利率更低，償還期限也相對要長。但因為在徵信體系方面，英國具有相當完善的個人信用評分制度，這一方面可以用來判斷借款人的違約風險水平，另一方面通過社會徵信體系對借款人形成一定制約，因此英國 P2P 網絡借貸平台的貸款違約率並不比大陸法系國家高。

因為 P2P 的投資報酬率比銀行投資來的高，加上低違約率，使得不只個人投資者願意投資，許多金融機構也紛紛加入。劍橋大學替代金融研究中心的統計顯示，2015 年英國的 P2P 網絡借貸中，機構投資者占消費貸款的 32%，占商業貸款的 26%^[41]。

2.2.2 美國

相對於英國，美國的起步較晚。美國 P2P 借貸市場的興起，跟金融海嘯後歐美監管機構加強對銀行監管很有關係。由於銀行的監管要求提高，銀行在批出貸款時變得較為審慎，尤其是無抵押品貸款的審批程序極為嚴格。即使能批出貸款，利率亦會訂得很高，包括美國房屋貸款再融資、中小企業貸款、汽車貸款及個人貸款等貸款均受影響。

在金融海嘯後初期，傳統銀行基本對個人貸款是減少放貸，因此互聯網借貸平台就可盡力攻佔市場，不過這幾年美國聯儲局不斷推行量化寬鬆，美國傳統銀行的信貸環境已經回復正常，個人貸款利率亦明顯回落。

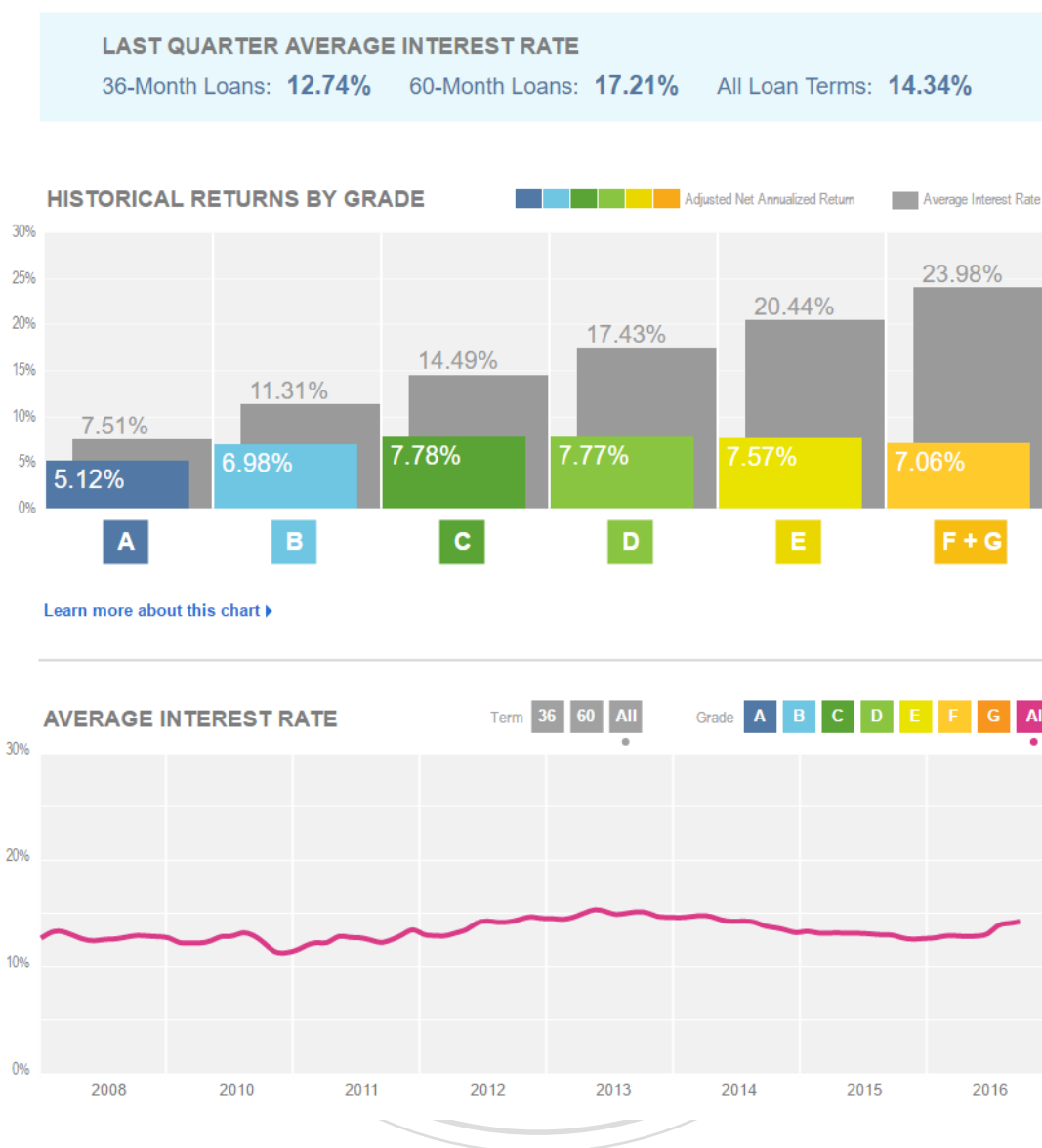
近年美國經濟開始復甦，就業市場改善，新屋銷售數字持續增長，信貸風險開始下降；另一方面，美國聯儲局基準利率長期保持接近零水平，存款利率太低，定息金融商品報酬率太低，投資者有誘因尋找回報更高的收息方法：例如透過 P2P 平台「自行放貸」。

現時美國規模最大的 P2P 借貸公司 Lending Club，最初是以 Facebook app 的形式營運，在金融海嘯時，成為第一間向美國證券管理會(SEC)註冊的 P2P 借貸公司，令公司承造的貸款可以證券化，成為擔保債務憑證(Collateralized Debt Obligation, CDO)的一種。

Lending Club 的營運模式，是透過將眾多個人投資者的資金，配對到合資格的借款人身上，投資者可以得到較銀行存款及債券為高的利息，借款人息率降低，令雙方皆有利，Lending Club 則收取借款人的貸款發起費(originations fee)作為主要收入。Lending club 最大的特色就是，它利用美國現有的信用體系—FICO 作為評斷信用的標準，因此可以確保低違約率。

根據 Lending Club 自己的統計，現時公司承造貸款的平均年利率高達 13.12%，不少 Lending Club 貸款的投資者票面回報率約在 10%左右(見圖 2-2)。有 70.45%的 Lending Club 借貸者是用於將現有貸款再融資或用來支付信用卡帳項，但另一方面，只有少於 14%的 Lending Club 借貸者，會向 Lending Club 提交第二次申請。

圖 2-2：Lending club 的 P2P 利率(上圖為在不同信評等級下的利率，而下圖為平均利率)



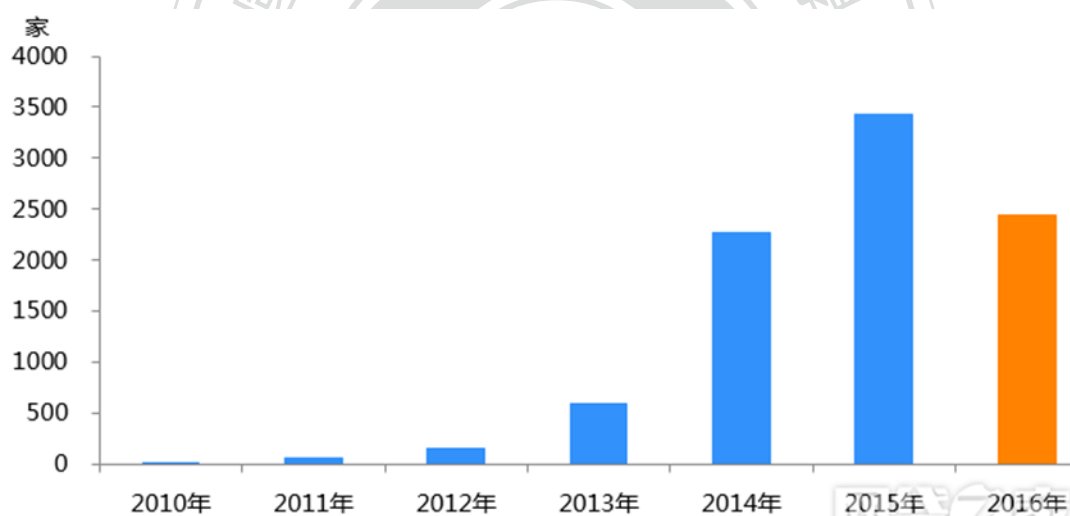
若要找到願意付更高利率的借貸者，Lending Club 需要接受信貸評分更低的申請，這有兩個風險，第一是信貸違約率持續上升，由 2010 年時的 5.9% 升至最近已達 11%，已經開始對投資者的回報率構成壓力。第二點是 Lending Club 向美國證券管理會註冊後，一直受到較嚴謹的監管，公司現時只會接受信貸分數最佳的 10% 申請，未來就算要放寬標準，亦可能面對監管機構的阻力[51]。

2.2.3 中國

社會徵信系統不完善、不開放是中國 P2P 網絡借貸發展的核心障礙。由於社會徵信體系不健全，P2P 借貸的信用評估缺乏基礎支撐，貸款難以根據風險準確定價，風險管理的效率也大打折扣。P2P 借貸平台無法與官方徵信系統對接，意味著借款人的信用違約成本也較低。此外社會徵信體系不完善還表現在投資者普遍缺乏信用風險意識，特別是放款人的剛性兌付要求強烈，這也是迫使平台採取多種徵信手段的原因。

中國 P2P 網絡借貸以模仿國外模式起步，但後續發展中加入了諸多中國特色因素(如平台自融，資金池，平台擔保等)。加上為了推動金融改革，中國對網路金融做一定程度上的監管寬容，在 P2P 網絡借貸行業爆發式擴張的同時，也出現了平台跑路、非法集資等系列問題，行業發展開始趨緩(見圖 2-3)。

圖 2-3 各年運營 P2P 平台數量



资料来源：网贷之家、盈灿咨询

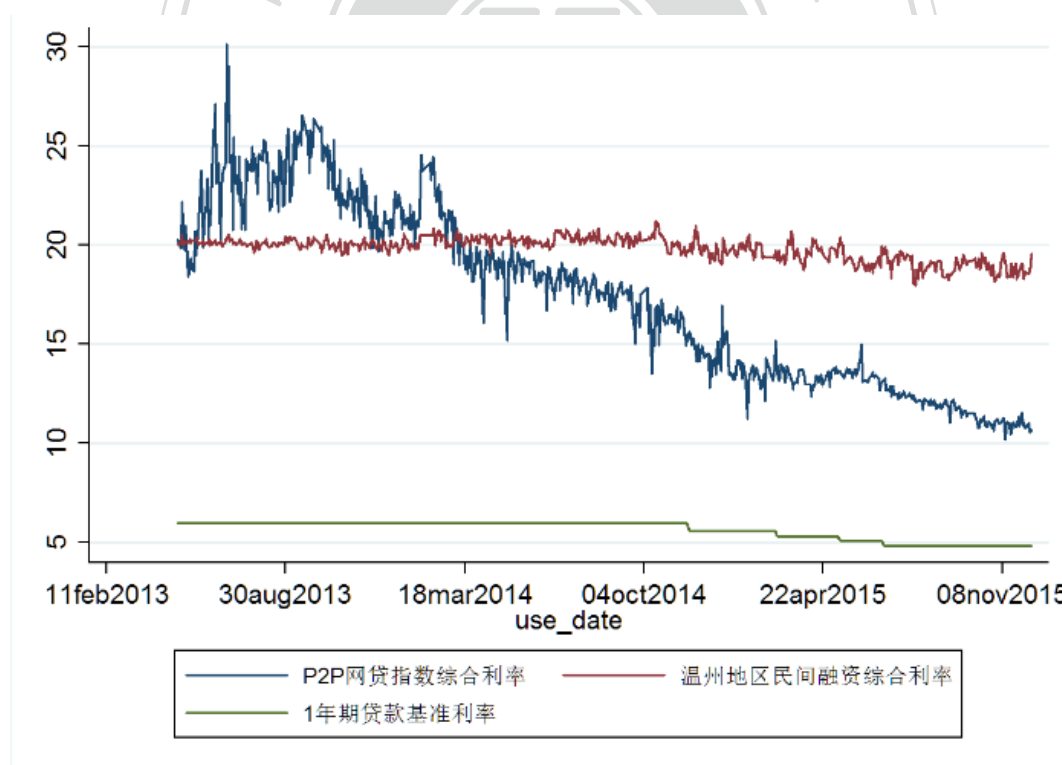
從 2016 年下半年開始，平台普遍分散度大幅提升。2016 年 8 月 24 日的「網路借貸資訊仲介機構業務活動管理暫行辦法」出臺後，加快了平台資產端小額分散化的趨勢。其次，由於 2016 年全行業出現收益率降低、平均期限升高的現象，帶動了存續期間(Duration)的上升。此外，由於要求資金交由銀行直接存管和禁止資金池的規範，都使得在 2016 年平台普遍流動性小幅下降。

表 2-1：年度新增和累計平台數與問題平台數(資料來源：網貸之家)

年	平台總數	平台總數 增加比	問題平台數	問題平台數 增加比	問題平台占比 (%)
2009	5		0		0
2010	17	2.4	0		0
2011	47	1.765	0		0
2012	134	1.851	0		0
2013	597	3.455	69		11.56
2014	2168	2.631	305	3.420	14.07
2015	3439	0.586	1073	2.518	31.20

表 2-1 顯示出從 2009 至 2015 年平台總數顯著增多，可是同時問題平台數也迅速增加，更嚴重的是自 2013 年起，問題平台占比很明顯變大。

圖 2-4：P2P 平台交易利率、溫州民間借貸利率與商業銀行基準貸款利率(%)



数据来源：Wind 数据库。

從圖 2-4 可知 P2P 的綜合利率自 2013 年起逐年下降，至 2014 年 5 月之後已經比民間融資綜合利率低了。這意味著 P2P 在一開始的高收益特性漸漸地減弱[47]。

2.2.4 風險準備金

為了分散風險以保護投資者，並且促進借貸雙方媒合的成功度，有些平台會採取準備金提取制度。當貸款者發生違約時平台將以準備金提取本金歸還給借款方。也就是說，平台吸收了一部分的風險，以確保不會發生系統性風險，並且增加借款者貸款的意願，當然如何決定提取率是平台管理者的重要課題。

首先，平台要單獨設立一個資金帳戶，專門存放風險準備金，這理論上提高了P2P平台的運營成本，也能從一定程度展示平台的實力，而實力較強的平台往往更能經得住行業洗牌。其次，一旦平台出現逾期項目或者壞帳，就能啟用風險準備金，用於對投資的本金和收益進行墊付，有利於保障投資人的利益。

第一家引用風險準備金為英國 P2P 借貸平台的主要平台之一 RateSetter(稱為 Provision Fund)，基金組成來自每筆借款，而且皆有追蹤紀錄並充分揭露，因此保證資金透明且是違約率降低[31]。

英國另一家平台 Zopa 把放款人的投資金額劃分到不同的項目，同時將其從借款人處收取的一部分費用存入安全基金，當借款人出現貸款逾期達到 4 個月後，由安全基金為放款人代償本金和利息。

而在中國由於徵信體制還尚未完善，加上訊息並非自由流通，因此有非常多的平台引入此制度。一般意義上的風險準備金由平台集中存入平台帳戶，主要作用是墊付逾期借款，雖然風險準備金適用有限賠付原則，並不能百分之百保本保息，但理論上仍可減少一些風險。

在禁止「直接或變相向出借人提供擔保或者承諾保本保息」的條例下，作為資訊仲介的平台，本身無法保障投資人的資金絕對安全，所以通過股東增加實繳、增加風險準備金等形式，對於部分標的，給予一定程度上的風險補償。目前，前百大中工商資訊可查實繳資本超過 1 億元的平台數占比近三成，風險準備金超過 1 億元的占比達到一成。

因資金進入平台帳戶，可能被認定為資金池業務的疑慮。此外墊付逾期借款，可能被認定為變相提供擔保，另外墊付後平台相當於受讓了債權。而且風險準備金餘額不足時，平台也可能以自有資金補足，這樣會使平台脫離資訊仲介屬性而具備信用仲介功能，這些問題不僅徹底改變了 P2P 信用中介(credit neutral)的性質，而且造成風險增加。在「暫行辦法」公布後，這些問題甚至有觸法的疑慮。

解決方法是由第三方設立保證金帳戶，例子為人人貸。自 2015 年 12 月 31 日起，母公司友信開設由民生銀行股份有限公司進行資金存管的專款專用保證金帳戶，以替代原人人貸開設由民生銀行股份有限公司進行資金存管的專款專用風險準備金帳戶(見圖 2-5)。人人貸以合作機構的名義獨立開設保證金帳戶的做法，相對是一種更加可行的選項，類似於協力廠商機構提供擔保，與平台自身進行了有效隔離。

圖 2-5：中國民生銀行網路交易資金存管系統圖示



截至 2017 年 1 月 20 日，共有 89 家平台已與銀行簽訂直接存管協議。這些平台的平均註冊資本達到 7405 萬元。其中註冊資本在 1 億元以上的平台最多，共有 37 家，占已簽訂未上線平臺總數的 42%；其次是註冊資本在 5000 萬至 1 億元的平台數，占已簽訂未上線平台總數的 31%，共有 28 家；註冊資本在 1000 萬元至 5000 萬元有 24 家。可以看出銀行對平台的註冊資本和背景有一定的要求，而註冊資本在 5000 萬元以上和有國資、上市或風投背景的平台更受銀行青睞。

目前已有民生銀行、江西銀行、徽商銀行、恒豐銀行和華興銀行等 32 家銀行佈局 P2P 網貸平台資金直接存管業務，共有 188 家正常運營平台宣佈與銀行簽訂直接存管協議，約占 P2P 網貸行業正常運營平台總數量的 8%。其中真正與銀行完成直接存管系統對接平台占正常運營平台總數的 4%[49]。

2.2.5 P2P 借貸展望

P2P 借貸本質上是借貸業務的網際網路應用。網際網路不僅是貸款活動賴以開展的技術平台，更是資源平台。對於 P2P 網絡借貸的觀察和判斷，不能停留在現有法律法規框架視角內。建議給予其在創新方面更寬鬆的空間，防止監管過嚴對創新的抑制。

監管部門要充分認識 P2P 網絡借貸在在運營和內部風險管理等方面的特殊性，避免因信息不對稱而出台不適宜的監管措施。監管重點應是發揮 P2P 網絡借貸的效率優勢，防範系統性風險以及保護消費者權益。當然，在維護 P2P 網絡借貸創新精神和普惠特性的同時，對其發展過程中出現的各種金融違法犯罪行為更要及時加以整治。

在 P2P 網絡借貸回歸到小額、分散的基本模式情況下，可以以行業自律為主對其進行規範，藉助市場競爭力量實現平台機構的自我淘汰。行業自律與監管之間存在微妙的替代關係，如果行業自律充分發揮作用，監管的態度和強度都會趨於緩和，從而減少對行業發展的強制干預。當前行業自律的重點是要設立行業標準，在經營資格、業務運轉、信息披露、資金管理等方面制定明確規則，建立市場認可的機構信譽機制，接受公眾監督，並應有相應的處分機制。

另一方面，雖然準備金制度保護了借款者，使借方不致遭遇重大損失，可是卻也讓借方敢於借錢給具有高風險的貸方，這在某種程度下更加劇了平台的系統性風險，因此平台為了促使借方能夠謹慎地選取貸款者，其保證金賠款一般都只賠本金，利息損失由借方承擔。

平台則應建立完善客戶信用評價機制，採取有效手段對借款人進行識別認證和信用評價，防範借款人交易欺詐、融資詐騙。有必要建立合格投資者制度，確保參與平台的放款人具有一定的金融知識、風險識別能力和承受能力。在徵信不健全的情況下，推動行業內部實現信息共享和交換機制，推動與外部徵信系統的對接。

2.3 社會網路分析

2.3.1 介紹與應用

社會網路(Social network)，是由許多節點構成的一種社會結構，節點通常是指

個人或組織與關係連接的對象，社會網路代表各種社會關係，經由這些社會關係，把從偶然相識的泛泛之交到緊密結合的家庭關係的各種人們或組織串連起來。社會網路由一個或多個特定類型的相互依存，如價值觀、理想、觀念、金融交流、友誼、血緣關係、不喜歡、衝突或貿易。

社會網路分析是用來檢視節點、連結之間的社會關係。節點是網路裡的個人參與者，連結則是參與者之間的關係。社會網路分析在現代社會學、人類學、社會語言學、地理、社會心理學、通訊研究、資訊學、歷史學、社會網路分析與探勘、組織研究、經濟學，以及生物學領域已經成為一個關鍵技術[22]。

在實際應用上，穆罕默德·尤努斯(Muhammad Yunus)教授發展了「小額貸款」和「小額金融」的理論和實踐，創建了孟加拉鄉村銀行(Grameen Bank)，給貧窮而無法獲得傳統銀行貸款的創業者貸款，因此在 2006 年獲得諾貝爾經濟學獎。

尤努斯教授在發展小額貸款的過程中碰到要如何判斷信用好壞並消除信用不對稱的問題，尤努斯教授提出讓其尋找另外四位一樣窮的村民組成一組，如果有一人出現問題 其他四人也要一起負責。

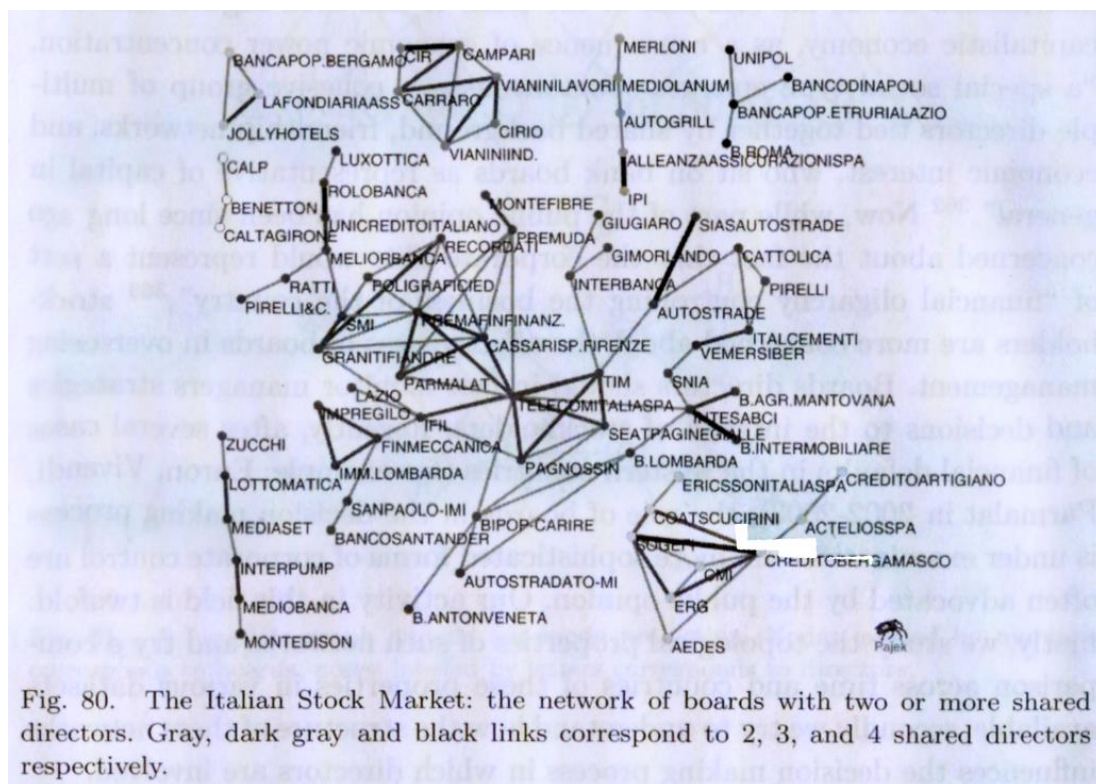
如果這個社會網路能夠形成，那就代表這群人起碼具有一定的信用度，否則其他人不會為貸款者承擔責任。另外藉由觀察貸款者的社會網路，也可以大致判斷他們的信用程度，如果其他人的信用較好，那貸款者本人理論上信用不會太差，因此可以用比較低的成本來判斷其信用程度[46]。

以下為社會網路分析在商業實務上的應用：

圖 2-6：Mu Sigma (印度電子商務服平台)用社會網路方法最優化市場網路[26]。



圖 2-7：義大利股票市場的社會網路，其中灰、灰黑與黑連結分別表示有 2、3 與 4 位股東董事[12]。



2.4.2 Barabási–Albert 模型

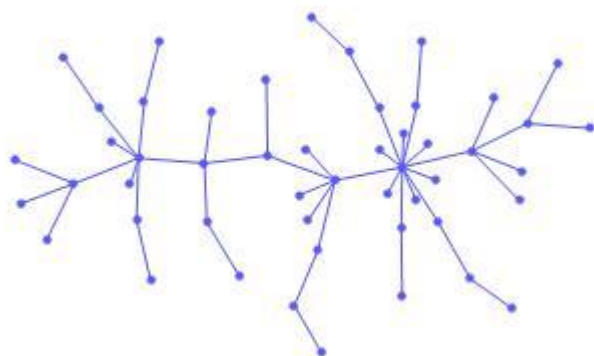
在之前用社會網路模型分析金融市場的文獻中，絕大部分都是討論隨機網路模型，因此其網路特性是每個節點的連結數大致上是差不多的。可是後來研究發現金融網路其實具有強烈的中心性，且相當接近無尺度網路[17]，而這種網路是無法用隨機網路模型來解釋的。因此後來的文獻大部分都用無尺度網路來討論集中度高的社會網路，其中 Barabási–Albert(以下簡稱 BA)模型是常用的模型(見圖 2-8)。

定義如下：

初始階段為兩節點與一條連接兩者的連結，之後每次會生成 m 個節點，同時還會生成 m 條新節點與舊節點的連結，一般會假設 $m=1$ 。設 π_i 為新節點與節點 i 連結的機率， k_i 為節點 i 與其他節點的連結數(即為度數)，其機率函數如(1)，

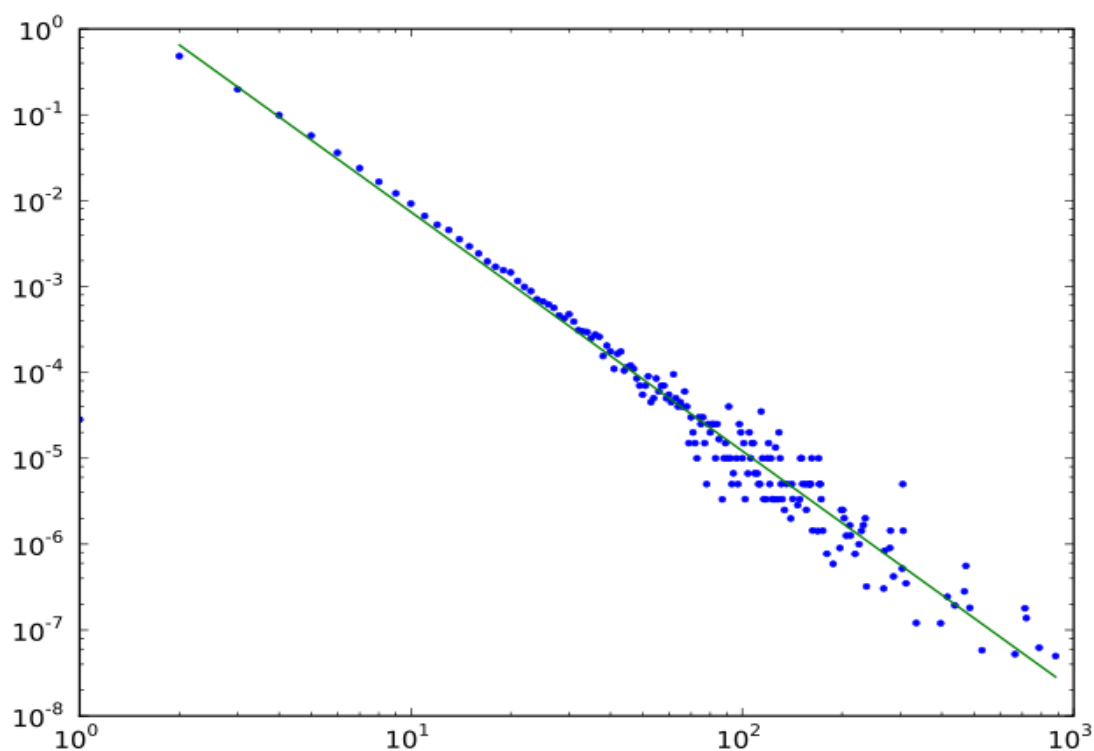
$$\pi_i = \frac{k_i}{\sum_j k_j} \quad (1)$$

圖 2-8：Barabási–Albert 模型



在這個架構下，每個節點與新節點的連接機率與自身的度數成正比，因此可知最後的網路型態會是多者愈多，少者愈少，是一個不均程度很強的網路。另外依據理論，BA 模型的度分布近似-3 次方的冪函數(見圖 2-9)，而一般的社會網路(例如金融網路或社交網路)的度分布則近似於-2~-3 次方的冪函數，因此 BA 模型常用來近似分析社會網路模型[1]。

圖 2-9：Barabási–Albert 模型的度分布(橫軸為度數，縱軸為所占的比率，對數座標)



2.4.3 Bianconi-Barabasi 模型

雖然 BA 模型解決了中心性的問題，可是在金融市場當交易要成立，我們不僅要參考對方的度數(也就是流動性)，也要考慮其他因素，例如對方的信用狀況、財務狀況...等等，為此在本研究中引入更一般性的模型—Bianconi-Barabasi(以下簡稱 BB)模型。

這個網路模型最初是用來解決「後來居上」的問題，當時 Albert-László Barabási 教授相當好奇為何 GOOGLE 搜尋身為一個後來者，卻能夠在之後領先原來的搜尋引擎並且成為領導者，若以之前的無尺度模型(特別是 BA 模型)，是無法解釋「後來居上」的問題。因此 Barabási 教授與他的學生 Ginestra Bianconi 教授在 1999 年提出配適度模型，Bianconi 和 Barabási 的研究表明，配適度(fitness)就是造成「後來居上」的關鍵。

與 BA 模型最大不同點的是 BB 模型新加了配適度的設定，隨著配適度愈大，節點獲得新連結的機率也愈高，也就是說若配適度夠大，即使節點的度數較小，也有機會吸引新連結，也因此使「後來居上」成為可能。

BB 模型的生成方式與 BA 模型類似，設 η_i 為節點 i 的配適度，則每個節點鏈接新節點的機率函數如(2)，

$$\pi_i = \frac{\eta_i k_i}{\sum_j \eta_j k_j} \quad (2)$$

若配適度皆相同，則 BB 模型會退化成 BA 模型。因此 BB 模型其實是 BA 模型的一般化。

若令 $\rho(\eta)$ 為配適度分配，則度分配如(3)，

$$P(k) \sim \int \frac{C}{\eta} \left(\frac{m}{k}\right)^{1+\frac{C}{\eta}} d\eta \quad (3)$$

其中 $C = \int \rho(\eta) \frac{\eta}{1-\frac{\eta}{C}} d\eta$ [3]。

因此我們可以發現配適度分配會影響度分配，這表示配適度分配的改變會影響社會網路的型態。在金融網路的應用上，配適度可以代表信評，因此相對於其他模型，BB 模型更適合探討金融市場[4][9][10]。

2.4 相關研究文獻

近幾年已經有一些文獻採用社會網路模型來研究金融體系，目前為止這些研究的主要對象是隔夜拆款借貸與信用違約交換，此外研究範圍主要是偏向總體面而非個體面。本研究與之前研究主題的不同點為本文較偏向個體面。

Rama Cont, Amal Moussa, Edson Bastos e Santos(2012)以 2007 年和 2008 年巴西歷史金融資料，分析資產負債表規模和金融機構連接網絡結構對系統性風險與傳播性的影響。結論說明網絡結構異質性和交易對方風險集中度可給予解釋金融機構對系統性風險的影響[30]。

Matthew O. Jackson, Brian Rogers, Yves Zenou(2015) 討論社會網路結構對經濟行為的影響。他們分別以個體面與總體面來討論社會網路的特性，並以理論和實證研究來探討這些特性在學習，決策及行為上扮演的角色。除此之外他們還討論網絡內生性在評估交互和行為模式造成的挑戰[23]。

G. De Masi, G. Iori, and G. Caldarelli (2006)使用社會網絡理論來分析金融市場及探討社區群體的形成。網路系統是由不同的銀行每天交換貸款和流動性債務組成。藉由網絡增長的模式，可以確定根據不同業務戰略，銀行組織成為不同社區群體。該模型基於 Pareto 定律、沒有使用增長或無尺度模型。這個模型可以用來評估不同政策對流動性市場的影響[10]。

G. A. Mendes and L. R. da Silva (2009)專門研究 BB 模型，對本研究有很大的啟發。他們以冪函數作為節點的配適度分配，並且以度分配來研究網絡[9]。

Simone Lenzua, Gabriele Tedeschi (2012) 分析銀行互相借貸的結構對系統風險的抵抗性。他們首先建立了一個銀行社會網路，在網路內連接的銀行可以相互借貸。根據銀行的營業利潤改變，利潤越多的銀行可以貸款給越多的其他銀行。在這個設定下，他們設置兩種流動資金震蕩 (liquidity shocks)：正面(positive) 及負面(negative)。遇到負面震蕩，銀行可向有借貸關係的其他銀行借款。如果湊款不足，銀行破產。研究結果發現隨機網路比無尺度網路抵抗性强。在隨機網路的結構下，銀行間存在許多可能的借款路徑。在無尺度網路的結構下，許多銀行只有很少的借款路徑。一旦遭遇流動資金震蕩將容易破產[34]。

而 Matteo Smerlak, Brady Stoll, Agam Gupta, James S. Magdanz (2015)也分析銀行互相借貸的結構對系統風險的抵抗性。不同於上篇文獻的是震蕩(single shock)是一家銀行失去外部投資。這篇文章探討在不同財務參數(利率,流動比率與槓桿率)

及不同的網路結構下，一次震蕩(single shock) 會有多少其他銀行受到影響。研究結果發現在無尺度網路的結構，受到影響的銀行數目也是無尺度分布：即使預期受到影響的銀行數目不高，但這些受到影響的銀行可以破壞網路的很大部分。此外此文以社會網路模型來模擬並比較系統的穩定程度，而在本研究中試圖延伸此作法並用賦予模型的經濟意義[24]。

本文的理論模型主要是參考 Simone Lenzua, Gabriele Tedeschi 裡面的模型設定，而模擬方法主要是參考 Matteo Smerlak, Brady Stoll, Agam Gupta, James S. Magdanz，在本文中將會對理論模型與模擬方法做些修改與補充。



三、理論模型

本章參考 Simone Lenzua, Gabriele Tedeschi (2012)[34]的研究，在 3.1 節以預期收益函數為基礎，分析借貸雙方的交易情形與策略，並且找出存在的風險。接著在 3.2 節引入準備金制度，比較在有風險準備金制度下風險的改善。在 3.3 節分別就借貸雙方探討在不對稱訊息下貸方的行為與借方因應。

3.1 財務設定

假設除了 P2P 平台與風險中立的金融機構外沒有其他金融機構。假設每個人的資產負債表為表 3-1

表 3-1：個人 i 在 t 期時的資產負債表[34]。

資產		負債與權益	
其他資產	a_i^t	其他負債	s_i^t
P2P 借款	$l_i^t = \sum_j l_{ijt}$	P2P 貸款	$b_i^t = \sum_j l_{jit}$
非流動性資產	l_i^t	權益	e_i^t

其中 l_{ij} 為 i 給 j 的貸款。

因為滿足會計恆等式，故在任意時間下 $a_i + l_i + l_i = s_i + b_i + e_i$ ，如果 $e_i > 0$ 為財務正常狀態， $e_i \leq 0$ 則為破產狀態。

接著探討雙方的未來預期報酬。假設未來是否違約對借貸雙方皆是未知事件，因此以期望報酬描述。任意時間下假設借方 i 借錢給貸方 j 後損失無風險利潤的機會成本，爾後在下一期時有 p_j 的機率收到貸方的還款本金加利息。而貸方 j 收到貸款後得到無風險利潤。

假設借款期限為一期，貸方還款時需付本金與利息費用且無法部分繳清。因此借方的期望報酬為(4)，而貸方為(5) [34]，

$$E(\Pi_L) = -(1 + R_s)l_{ij} + p_j(1 + r)l_{ij} \quad (4)$$

$$E(\Pi_B) = (1 + R_s)l_{ij} - p_j(1 + r)l_{ij} \quad (5)$$

其中 r 為 P2P 的利率，無利率上限²，

R_s 為無風險存款利率(即為借方的機會邊際成本)。

因為借方不知道貸方確切的履約機率，所以只能依靠信評紀錄或大數據大略估出貸款者的預期履約機率³ $E(p_j) = \hat{p}_j$ ，並以此訂出 P2P 利率，假設 P2P 利率是由借方決定的。

無論借貸雙方，其預期收益(或損失)最起碼要等於無風險投資，因此借方的無套利條件為(6)，貸方的為(7) [34]，

$$E(\Pi_L) = -(1 + R_s)l_{ij} + p_j(1 + \bar{r})l_{ij} = Rl_{ij} \quad (6)$$

$$E(\Pi_B) = (1 + R_s)l_{ij} - p_j(1 + \bar{r})l_{ij} = -Rl_{ij} \quad (7)$$

其中 R 為無風險投資報酬率，即無風險利差($R = R_L - R_s$ ，其中 R_L 為無風險借款利率)。

可以解出 P2P 利率為 $\bar{r} = \frac{R_L + 1}{\hat{p}_j} - 1$ (8)。

3.2 引入風險準備金制度

因為風險準備金是用來防範違約風險且為非營利的獨立資金，

- α_j 為準備金提取率⁴，提取金額為 $\alpha_j l_{ij}$ 。
- 貸款者必須要把一部分本金提取存入準備金，因此貸方可自由使用的金額只有 $(1 - \alpha_j)l_{ij}$ 。
- 風險準備金帳戶為中立第三方控管，其預期報酬為

$$E(\Pi_P) = \alpha_j l_{ij}(1 + R_s) - (1 - p_j)l_{ij} \quad (9)$$

² 實際上，法律會規範利率上限防止高利貸，例如台灣借貸年利率不可超過 20%，而中國大陸規定利率不能超過無風險利率的 4 倍。

³ 在實務上，一般是信評機構根據信評模型得出信用評級，而非準確的履約機率。

⁴ 實務上平台會根據貸方的信用評級決定提取率，而且提取率最多只會在 1%-2% 之間。

- 風險準備金理論上是無獲利的，所以其預期報酬為零。
- 借款者在貸款者違約情形下可以獲得平台本金的賠償。

因此風險準備金帳戶的預期報酬為(10)，借方的預期報酬為(11)，而貸方的預期報酬為(12)。

$$E(\Pi_p) = \bar{\alpha}_j l_{ij} (1 + R_s) - (1 - p_j) l_{ij} = 0 \quad (10)$$

$$E(\Pi_{Lp}) = -(1 + R_s) l_{ij} + p_j (1 + r) l_{ij} + (1 - p_j) l_{ij} \quad (11)$$

$$E(\Pi_{Bp}) = (1 - \alpha_j) (1 + R_s) l_{ij} - p_j (1 + r) l_{ij} \quad (12)$$

在無套利條件下，借方的預期報酬為(13)，而貸方的為(14)。

$$E(\Pi_{LP}) = -(1 + R_s) l_{ij} + p_j (1 + \bar{r}) l_{ij} + (1 - p_j) l_{ij} = R l_{ij} \quad (13)$$

$$E(\Pi_{BP}) = (1 - \bar{\alpha}_j) (1 + R_s) l_{ij} - p_j (1 + \bar{r}) l_{ij} = -R l_{ij} \quad (14)$$

因此藉由式(10)、式(13)、式(14)，可以解出在無套利條件下的

$$\text{P2P 利率 } \bar{r} = \frac{R_L}{\hat{p}} \quad (15),$$

$$\text{提取比率 } \bar{\alpha} = \frac{1 - \hat{p}}{1 + R_s} \quad (16)。$$

對比式(8)與式(15)可以發現 P2P 利率下降了，這是因為在有準備金的保障下，借方受到的違約損失相對降低了(可對比式(4)與式(11))，因此借方負擔的風險相對較小，也因此利率可以降低一些。

3.3 不完全信息和有限理性分析

3.3.1 貸方的行為分析

在無套利均衡條件下，貸方的履約機率應等於預期的履約機率，可是事實上無套利均衡條件要在完全對稱訊息下才會成立，否則會有預估履約機率的誤差。另外根據賽局理論，在有限的貸款次數下，貸方會有違約的誘因。此外若是個人而非

公司，借方更難以得知貸方的詳細財務情形，若貸方財務有問題，則違約機率會比預估的更高。因此只能藉由交易體制來降低不對稱訊息下的風險，例如降低貸款量，或者提高風險準備金提取率，以增加貸方違約的機會成本，促使貸方按時履約。

雖然風險準備金制度保障了借款者，可是相對地對貸方是不利的，如果提取率太高，貸方會拒絕交易。此外如果貸方的財務狀況不足以使貸方如期還債，那貸方就必定違約。假設貸方按時履約前後的財務狀況分別為表 3-2、表 3-3，只有貸方與徵信機構可以知道貸方的財務資訊。

表 3-2：貸方 j 在按時履約前的資產負債表

資產		負債與權益	
其他資產	$a_j^t + (1 - \alpha_j^t)(1 + R_s)l_{ijt}$	其他負債	s_j^t
P2P 借款	l_j^t	P2P 貸款	$b_j^t + (1 - \alpha_j^t)(1 + R_s)l_{ijt}$
非流動性資產	l_j^t	權益	e_j^t

表 3-3：貸方 j 在按時履約後的資產負債表

資產		負債與權益	
其他資產	$a_j^t + (1 - \alpha_j^t)(1 + R_s)l_{ijt} - (1 + r)l_{ijt}$	其他負債	s_j^t
P2P 借款	l_j^t	P2P 貸款	b_j^t
非流動性資產	l_j^t	權益	$e_j^t + (1 - \alpha_j^t)(1 + R_s)l_{ijt} - (1 + r)l_{ijt}$

如果履約後的流動資產比 ρa_i^t 低時，則貸方將會拒絕交易或者之後違約，其中 ρ 為流動資產保留率。

因此在無準備金的情形下(i.e. $\alpha_j^t = 0$)，交易成功且貸方按時履約的充分條件(即在履約後的流動資產比 ρa_i^t 高)為(17)，而在有準備金的情形下為(18)。

$$a_j^t + (1 + R_s)l_{ijt} - (1 + r)l_{ijt} > \rho a_i^t \quad (17)$$

$$a_j^t + (1 - \alpha_j^t)(1 + R_s)l_{ijt} - (1 + r)l_{ijt} > \rho a_i^t \quad (18)$$

另外在無準備金的情形下，貸方在按時履約的必要條件(即在履約後貸方沒破產)為(19)，而在有準備金的情形下為(20)。

$$e_j^t + (1 + R_s)l_{ijt} - (1 + r)l_{ijt} > 0 \quad (19)$$

$$e_j^t + (1 - \alpha_j^t)(1 + R_s)l_{ijt} - (1 + r)l_{ijt} > 0 \quad (20)$$

在無準備金的情形下，代入式(8)，貸方願意交易且按時履約的充分條件為(20)，而在有準備金的情形下，代入式(15)、式(16)，貸方願意交易且按時履約的充分條件為(21)。

$$\hat{p}_{jt} > \frac{(1+R_L)l_{ijt}}{(1-\rho)\alpha_j^t + (1+R_s)l_{ijt}} \quad (21)$$

$$\hat{p}_{jt} > \frac{l_{ijt} - (1-\rho)\alpha_j^t - R_s l_{ijt} + \sqrt{[l_{ijt} - (1-\rho)\alpha_j^t - R_s l_{ijt}]^2 + 4R_L l_{ijt}^2}}{2l_{ijt}} \quad (22)$$

在無準備金的情形下，代入式(8)，貸方願意交易且按時履約的必要條件為(23)，而在有準備金的情形下，代入式(15)、式(16)，貸方願意交易且按時履約的必要條件為(25)。

$$\hat{p}_{jt} > \frac{(1+R_L)l_{ijt}}{e_j^t + (1+R_s)l_{ijt}} \quad (23)$$

$$\hat{p}_{jt} > \frac{l_{ijt} - e_j^t - R_s l_{ijt} + \sqrt{[l_{ijt} - e_j^t - R_s l_{ijt}]^2 + 4R_L l_{ijt}^2}}{2l_{ijt}} \quad (24)$$

因為上述兩條件必須同時成立才會交易成功，假設流動比率 $\Phi_j = \frac{a_j^t}{\text{資產}}$ ，槓桿率為

$\Lambda_j = \frac{\text{資產}}{e_j^t}$ ，流動性覆蓋率為 $f_j = \frac{a_j^t}{l_{ijt}}$ ，則貸方在無準備金的情形下願意交易且按時

履約的條件可以由式(21)、(23)合併為(25)，而有準備金的情形下願意交易且按時履約的條件可以由式(22)、(24)合併為(26)。

$$\hat{p}_{jt} > \frac{(1+R_L)}{f_j \min\{1-\rho, \frac{1}{\Phi_j \Lambda_j}\} + 1 + R_s} \quad (25)$$

$$\hat{p}_{jt} > \frac{1 - f_j \min\{1-\rho, \frac{1}{\Phi_j \Lambda_j}\} - R_s + \sqrt{[1 - f_j \min\{1-\rho, \frac{1}{\Phi_j \Lambda_j}\} - R_s]^2 + 4R_L}}{2} \quad (26)$$

設 $x_j = f_j \min\{1-\rho, \frac{1}{\Phi_j \Lambda_j}\}$ (可視為貸方的財務信用評分)，在任意 x_j 下，

$$\frac{(1+R_L)}{x_j+1+R_S} \geq \frac{1-x_j-R_S + \sqrt{[1-x_j-R_S]^2 + 4R_L}}{2} \quad \text{恆成立，這表示在有風險準備金}$$

下貸方願意履約的閾值比較低，因此若在相同的財務條件下，貸方在有風險準備金的平台會比較願意還款。此外因為式(25)與式(26)的閾值皆為遞減函數，所以若 x_j 愈高則愈容易達成交易，另外若 $x_i < R$ ，則貸方交易條件將不可能成立，

所以 $x_i \geq R$ 是交易條件的必要條件⁵。

3.3.2 貸方跨期預期利潤分析與借方因應探討

假設第 t 期開始交易，其預期履約機率 \hat{p}_t 是由信評機構給出，而之後的預期履約機率是藉由歷史資料修正得出的，即是由履約次數除以總次數。因此假設在平台進行 n 次交易，則在 $t+n$ 時的預期履約機率為(27)(設 $t=0,1,2,\dots$)。

$$\hat{p}_{jt+n} = \frac{\hat{p}_t + \sum_{k=0}^{n-1} p_{t+k}}{n} \quad (27)$$

假定每位貸款者從 t 時開始貸款(i.e.以第 t 期為起始)，皆貸款無限期，則貸方預期收益為(28)，

$$E(\Pi_{B\infty}) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(1-\alpha_j^{t+k})(1+R_S)l_{ijt+k} - p_{jt+k}(1+r_{t+k})l_{ijt+k}}{(1+R_S)^k} \quad (28)$$

在無風險準備金下代入式(8)，貸方預期收益為(29)，而在有準備金的情形下，代入式(15)、式(16)，貸方預期收益為(30)。

$$E(\Pi_{B\infty}) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{[(1+R_S) - p_{jt+k} \left(1 + \frac{R_L+1}{\hat{p}_{jt+k}} - 1\right)] l_{ijt+k}}{(1+R_S)^k} \quad (29)$$

$$E(\Pi_{Bp\infty}) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{[(1+R_S) + (\hat{p}_{jt+k} - 1) - p_{jt+k} \left(1 + \frac{R_L}{\hat{p}_{jt+k}}\right)] l_{ijt+k}}{(1+R_S)^k} \quad (30)$$

⁵ 見附錄 A

因為一方面愈到後面期數的影響愈小，另一方面不可控制的變因也愈大，因此為了簡化模型，我們只考慮前 2 期，其他期數的變數外生化。因此在無保證金的貸方預期收益為(31)，而有保證金的貸方預期收益為(32)。

$$E(\Pi_{B2}) = l_{ijt+1} + (1 + R_s)l_{ijt} - \frac{p_{jt+1} \frac{1+R_L}{\hat{p}_{jt+1}} l_{ijt+1}}{1+R_s} - p_{jt} \frac{1+R_L}{\hat{p}_{jt}} l_{ijt} \quad (31)$$

$$E(\Pi_{Bp2}) = l_{ijt+1} + (1 + R_s)l_{ijt} - \frac{l_{ijt+1}}{1+R_s} \left((1 - \hat{p}_{jt+1}) + p_{jt+1} \left(1 + \frac{R_L}{\hat{p}_{jt+1}} \right) \right) - (1 - \hat{p}_{jt})l_{ijt} - p_{jt} \left(1 + \frac{R_L}{\hat{p}_{jt}} \right) l_{ijt} \quad (32)$$

接著極大化收益，因為在第 t 期時貸方只能控制第 t 期的履約機率，因此在第 t 期時 p_{jt+1} 為外生。因此在極大化收益下無風險準備金條件為(33)，而在有風險準備金時條件為(34)。

$$\frac{\partial}{\partial p_{jt}} E(\Pi_{B2}) = (1 + R_L) \left(\frac{p_{jt+1}}{\hat{p}_{jt+1}^2 (1+R_s)} l_{ijt+1} - \frac{1}{\hat{p}_{jt}} l_{ijt} \right) = 0 \quad (33)$$

$$\frac{\partial}{\partial p_{jt}} E(\Pi_{Bp2}) = \frac{1}{1+R_s} \left(p_{jt+1} \frac{R_L}{\hat{p}_{jt+1}} + 1 \right) l_{ijt+1} - \left(1 + \frac{R_L}{\hat{p}_{jt}} \right) l_{ijt} = 0 \quad (34)$$

假設 $\lambda_{t+1} = \frac{l_{ijt+1}}{l_{ijt}}$ ，其中 λ_{t+1} 為 t+1 時的貸款增加比(若 $l_{ijt} = 0$ ，則 $\lambda_{t+1} = \hat{\lambda}_t$ ，其中 $\hat{\lambda}_t$ 為在 t 期時平台平均貸款增加比)，解出在無風險準備金時 t+1 期的預期履約機率 \hat{p}_{jt+1} 與實際履約機率 p_{jt+1} 的關係為(35)，而在有風險準備金時為(36)。

$$\hat{p}_{t+1} = \sqrt{\frac{\hat{p}_{jt} p_{jt+1} \lambda_{t+1}}{1+R_s}} \quad (35)$$

$$\hat{p}_{t+1} = \sqrt{\frac{R_L p_{jt+1}}{(\hat{p}_{jt} + R_L)(1+R_s)} \frac{1}{\hat{p}_{jt} \lambda_{t+1}} - 1} \quad (36)$$

借方希望實際的履約機率比預期的的高，因為如果是相反的話，借方就會有損失，因此借方未來願意交易的條件為 $\hat{p}_{jt+1} \leq p_{jt+1}$ 。因此在無風險準備金時借方未來願意交易的條件為(37)，而在有風險準備金時為(38)。

$$p_{jt+1} \geq \frac{\hat{p}_{jt}\lambda_{t+1}}{1+R_s} \quad (37)$$

$$p_{jt+1} \geq \frac{R_L}{\frac{(\hat{p}_{jt}+R_L)(1+R_s)}{\hat{p}_{jt}\lambda_{t+1}} - 1} \quad (38)$$

最後將(25)帶入(37)；(26)帶入(38)，則可得無風險準備金時借方未來願意交易的條件為(39)，而在有風險準備金時為(40)。

$$p_{jt+1} > \frac{\lambda_{t+1}(1+R_L)}{(1+R_s)(x_j+1+R_s)} = \ddot{p}_{jt} \quad (39)$$

$$p_{jt+1} > \frac{2R_L\lambda_{t+1}}{(1+R_s)(\sqrt{[1-x_j-R_s]^2+4R_L+1+x_j+R_s})-2\lambda_{t+1}} = \ddot{p}_{jt} \quad (40)$$

其中 \ddot{p}_{jt} 表示t時交易成功的閾值，若

$$\lambda_{t+1} \leq \frac{1+R_s}{2} (\sqrt{[1-x_j-R_s]^2+4R_L} + \frac{1-R_L}{1+R_L} (1+x_j+R_s)),$$

則 $\frac{\lambda_{t+1}(1+R_L)}{(1+R_s)(x_j+1+R_s)} \geq \frac{2R_L\lambda_{t+1}}{(1+R_s)(\sqrt{[1-x_j-R_s]^2+4R_L+1+x_j+R_s})-2\lambda_{t+1}}$ ，這表示在貸款金額增長不多時無風險準備金的閾值較高⁶。相反地，若貸款金額增長太多，有風險準備金的平台會增加風險準備金的成本，因此使平台對信用要求更高，連帶使有風險準備金的閾值較高。

3.3.3 貸方的初期預期履約機率分析

而對平台而言，雖然無法完全查知貸方的詳細財務狀況，可是若能得知貸方的流動比率、槓桿率、流動性覆蓋率與資產保留率，就可藉此估算貸方未來的違約機

⁶ 詳細討論可見附錄 B。

率並且協助借方媒合貸方與制定 P2P 利率。

假設 $p_{jt} = \frac{1}{1+e^{-by_t}}$ (41) 為一 Logistic 函數，其中 $y_t \sim N(0,1)$ ， b 表示 Logistic 函數的 BETA 值，則 $\frac{1}{1+e^{-by_t}} \geq \hat{p}_{jt}$ (若為無準備金時代代入式(39)，有準備金時代代入式(40))，可以解出滿足交易條件的 y_t 值範圍為

$$y_t \geq \frac{1}{b} \ln \frac{\hat{p}_{jt}}{1-\hat{p}_{jt}},$$

而平台可以以此估計預期履約機率 $\hat{p}_t = \Phi\left(-\frac{1}{b} \ln \frac{\hat{p}_{jt}}{1-\hat{p}_{jt}}\right)$ (42)，

其中 $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy$ 。

3.4 理論分析與結論

雖然 P2P 的理想情形應是信息中介，即平台本身不介入交易，也不負交易責任與承擔交易風險，可是因為交易本身具有不對稱性，因此為了降低借方的風險，使借方願意借錢，有些平台已經開始引入準備金制度，而這也對 P2P 借貸市場的穩定性有一定的幫助。

相對而言在準備金制度下，若貸方違約則平台需要賠付本金，玆於平台負擔了一部分的風險，因此維護平台的穩定對管理者就更重要了，另外以實務而言，平台管理者會把風險準備金交給第三方機構管理，這也更促進了資金的流動，所以現在有些國家已經開始鼓勵 P2P 平台與金融機構合作。

在後半段說明了在資訊不對稱下借貸雙方對交易本身的策略以及因應，從中可以發現對於借方來說由於有風險準備金，借方因為風險所造成的損失會比無準備金還小，因此借方比較願意借錢。

至於貸方，一方面在有風險準備金的保障下借方願意用比較低的利率，另一方面若信用評等過低，意味著利率會比較高與準備金提取率變高，這意味著貸方違約的機會成本變高，因此相對而言，貸方在有風險準備金的平台成功履約的機會較高。



四、以 **Bianconi-Barabasi** 網路模型模擬

在本章主要延續第三章的模型設定，使用模擬來驗證是否有風險準備金下成交機會較大。主要根據 Matteo Smerlak, Brady Stoll, Agam Gupta, James S. Magdanz (2015)[23]的研究，運用社會網路模型來模擬借貸的交易情形與平台可能發生的系統性風險。

4.1 社會網絡模型

本次模擬採用 BB 模型，每個節點代表 P2P 借貸參與者，連結表示「雙方有成功的交易紀錄」。每當增加新節點，原節點與新節點的連結機率設定是根據利潤占比決定。

模擬所用的參數是根據式(42)選出，分別為 Logistic 函數的 beta、槓桿率 Λ 、流動比率 Φ 、流動資產保留率 ρ 、無風險借款利率 R_L 、無風險存款利率 R_S 。

• 前提設定：

1 設每次交易的貸款量為一單位，且總借款量等於總貸款量，因此 $l_i^t = b_i^t = k_i^t$ ，其中 k_i^t 為節點 i 在 t 時期的度數。

2 設流動比率與槓桿率兩者皆為常數，且非流動性資產為零。

上述兩條假設綜合可得到資產 = $a_i^t + \text{P2P 借款}$

$$= \Phi * \text{資產} + k_i^t$$

解出資產 = $\frac{1}{1-\Phi} k_i^t$ ，因此可以進一步推出：

$$e_i^t = \frac{1}{\Lambda(1-\Phi)} k_i^t, a_i^t = \frac{\Phi}{1-\Phi} k_i^t, s_i^t = \frac{\Lambda\Phi-1}{\Lambda(1-\Phi)} k_i^t。$$

根據上述條件整理出模擬用資產負債表(見表 4-1)，網路中的每個節點的財務狀況皆如表 4-1。

表 4-1：模擬用資產負債表

資產		負債與權益	
流動性資產	$\frac{\Phi}{1-\Phi} k_i^t$	其他負債	$\frac{\Lambda\Phi-1}{\Lambda(1-\Phi)} k_i^t$
P2P 借款	k_i^t	P2P 貸款	k_i^t

	權益	$\frac{1}{\Lambda(1-\Phi)}k_i^t$
--	----	----------------------------------

在每時點 t ，模擬皆有兩步驟如下：

1 將一新節點 ω 加入交易網路中

- 以表 4-1 與式(42)生成 $\hat{p}_{\omega 0}$ ，
- 若無準備金，則借方與平台以 $\hat{p}_{\omega 0}$ 與式(8)決定利率 \bar{r}_t ，而若有準備金，則借方與平台以 $\hat{p}_{\omega 0}$ 與式(15)、式(16)決定利率 \bar{r}_t 與提款率 $\bar{\alpha}_t$ 。

2 對於在網路中的每個節點 i ，

- 在之後的交易中用式(41)生成隨機機率，並以式(27)進行預期機率修正得出 \hat{p}_{it} ，再決定利率 \bar{r}_t 與提款率 $\bar{\alpha}_t$ 。
- 設配適度 $\eta_{it} = \hat{p}_{it}\bar{r}_t$ ，計算出與節點 i 的連結機率 $\pi_{it} = \frac{\hat{p}_{it}\bar{r}_t k_{it}}{\sum_j \hat{p}_{jt}\bar{r}_t k_{jt}}$ 。⁷
- 連結過程中如果節點 i 沒有滿足貸方願意貸款的條件(若為無準備金條件為式(18)，而由準備金則為式(19))，則交易失敗且連結將會刪除。
- 過程中如果節點 i 權益項為負(若為無準備金條件為式(22)，而由準備金則為式(23))，則宣告破產，節點 i 與和節點 i 相連的連結將會被移除。

設定網路有總數 500 節點，每種情形模擬 200 次。模擬完成後以 Gini 係數衡量平台網路的不均程度，此外還會以度分布與圖形、最大度數、標準差與偏態係數輔助判別。若四個統計量愈大，則網路的不均程度愈強。網路模擬使用工具為 Netlogo，模擬後的分析使用工具為 Stata。

4.2 模擬結果與比較

4.2.1 比較有無風險準備金制度

本小節的目的是以模擬來驗證上一章的理論結果，模擬用的參數如表 4-2。

表 4-2：模擬參數

beta	Λ	Φ	ρ	R_L	R_S
1	2	0.2	0.2	0.03	0.01

⁷ π_{it} 的經濟涵義則為在 t 時期與貸款者 i 交易的收益占總收益的比例。

在無準備金制度下的交易網路如圖 4-1，模擬結果整理在表 4-3、4-4 與圖 4-2。
 在有準備金制度下的交易網路如圖 4-3，模擬結果整理在表 4-5、4-6 與圖 4-4。

圖 4-1：無風險準備金下的交易網路圖

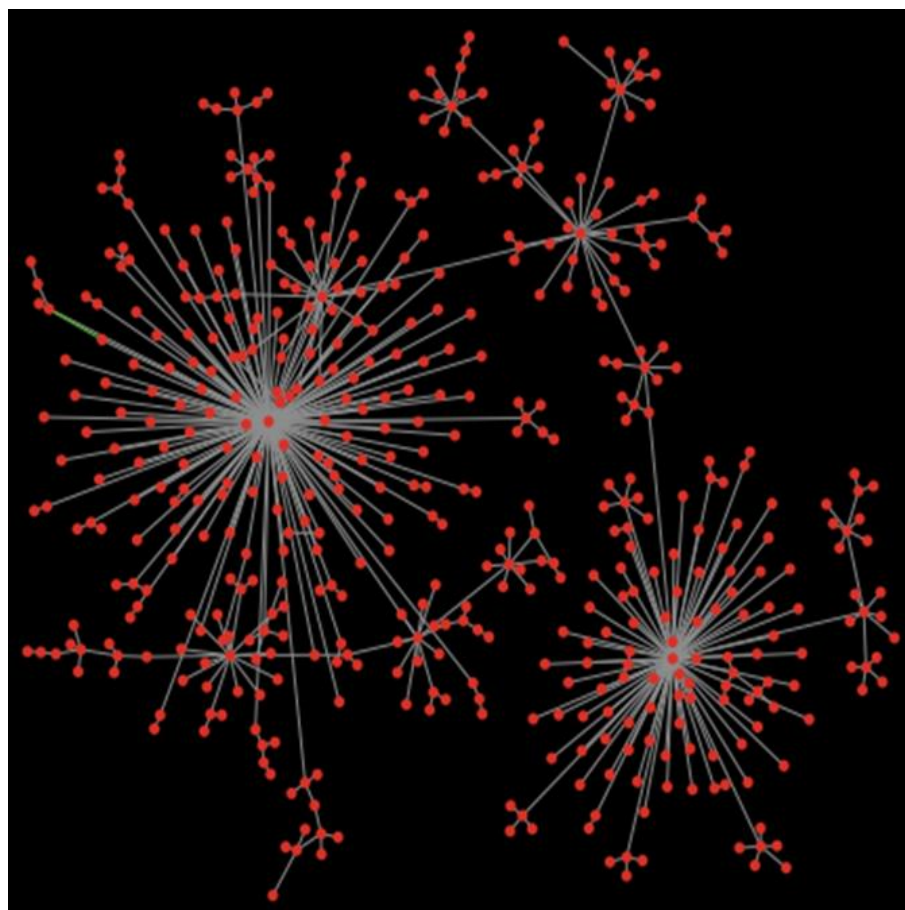


表 4-3：無風險準備金下的度分布

度	1	2	3	4	5	6	7	...	298
機率	0.750	0.130	0.047	0.022	0.012	0.008	0.006	...	0.00001

表 4-4：無風險準備金下度分布的敘述統計量

平均數	標準差	最大值	中位數	偏態係數	Gini 係數
1.996	6.84495	298	1	24.75136	0.99196

圖 4-2：無風險準備金下的對數化度分布函數圖

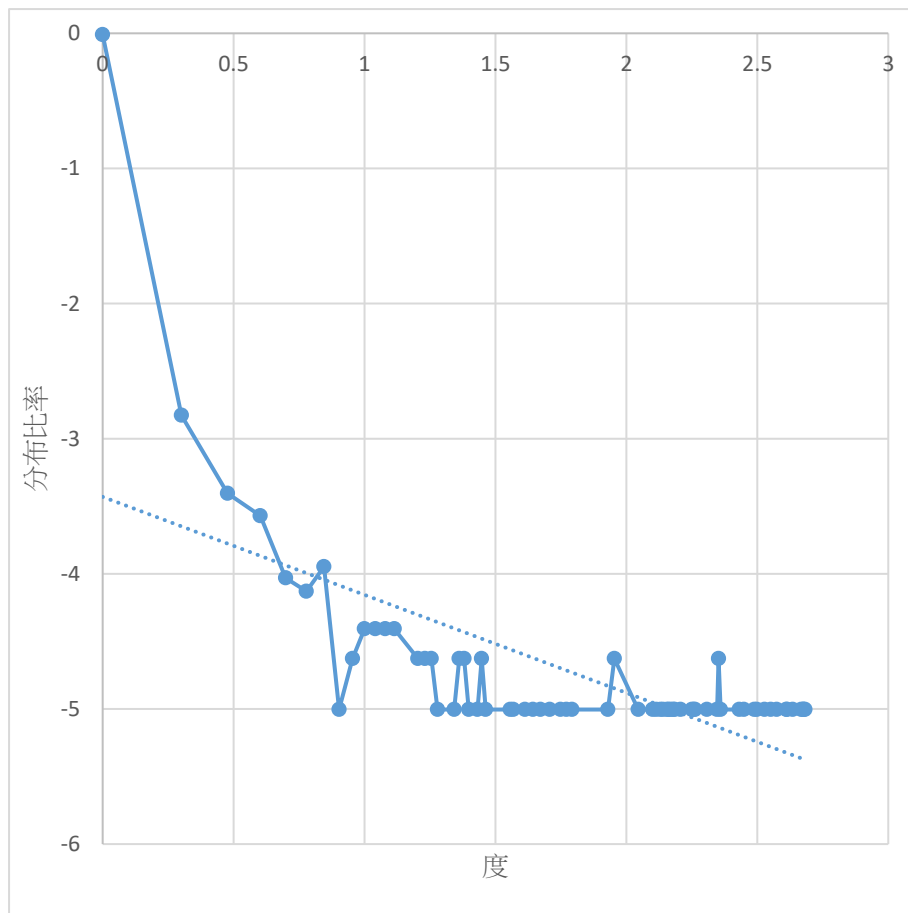


圖 4-3：有風險準備金下的交易網路圖

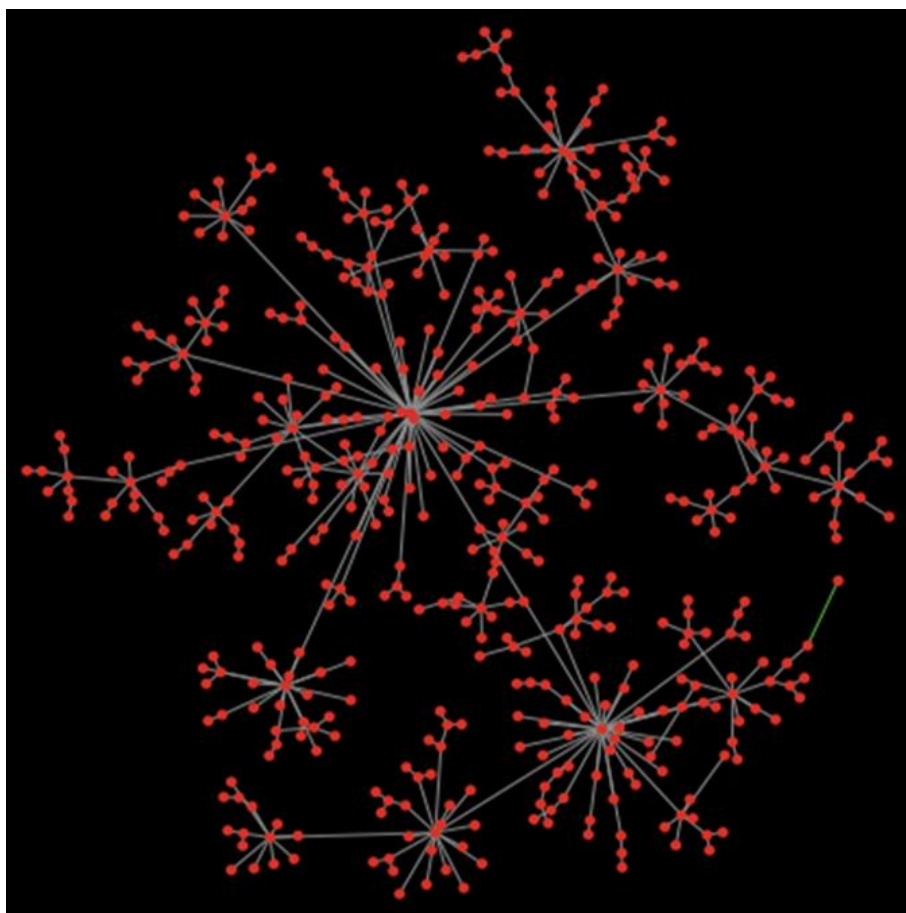


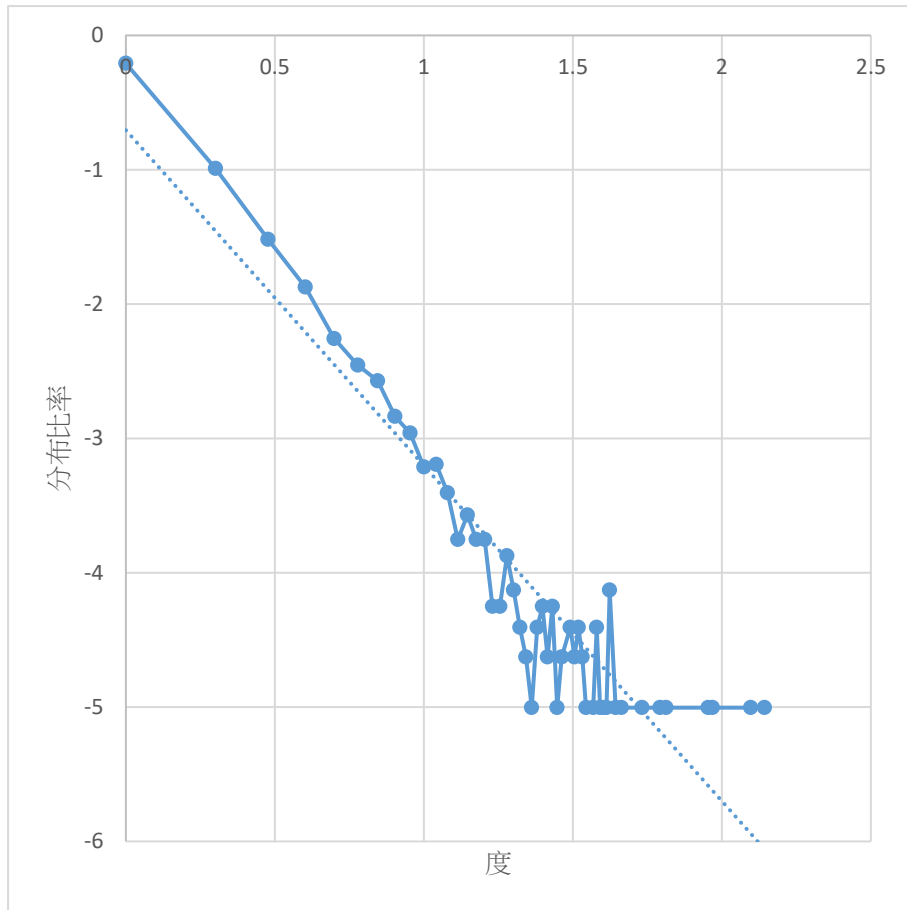
表 4-5：有風險準備金下的度分布

度	1	2	3	4	5	6	7	...	139
機率	0.681	0.161	0.061	0.032	0.016	0.011	0.009	...	0.00001

表 4-6：有風險準備金下度分布的敘述統計量

平均數	標準差	最大值	中位數	偏態係數	Gini 係數
1.996	3.74294	139	1	15.59505	0.96077

圖 4-4：有風險準備金下的對數化度分布函數圖



經過比較可以發現，在有風險準備金下的不均程度比無風險準備金時來的小，這個結果驗證了前面理論部分的結論—即風險準備金提高了借方願意借錢的意願，因為如此，資本少的投資者更容易在 P2P 平台交易，也因此不均程度比較小。

下面將會模擬在六個參數不同的情形下的交易情形，假設交易環境是在有風險準備金下的情形，而參考組的參數則與表 4.2 的模擬參數相同。

4.2.2 比較 Logistic 函數的 beta

本小節的研究目標為觀察 Logistic 函數的 beta 對整體 P2P 借貸的影響，根據 Simone Lenzua, Gabriele Tedeschi (2012)的研究，Logistic 函數的 beta 為信號可信度(signal credibility)。他們指出 beta 值對社會網路的集中度有很大的影響，若 beta 值愈大，則網路的集中度愈高。

為了比較 beta 對整體社會網路的影響，在對照組 1 將參數 beta 由 2 提高為 10，其他參數保持不變(見表 4-7)。交易網路如圖 4-5，模擬結果整理在表 4-8、表 4-9 與圖 4-6。

表 4-7：對照組 1 的參數

beta	Λ	Φ	ρ	R_L	R_S
10	2	0.2	0.2	0.03	0.01

圖 4-5：對照組 1 的交易網路圖

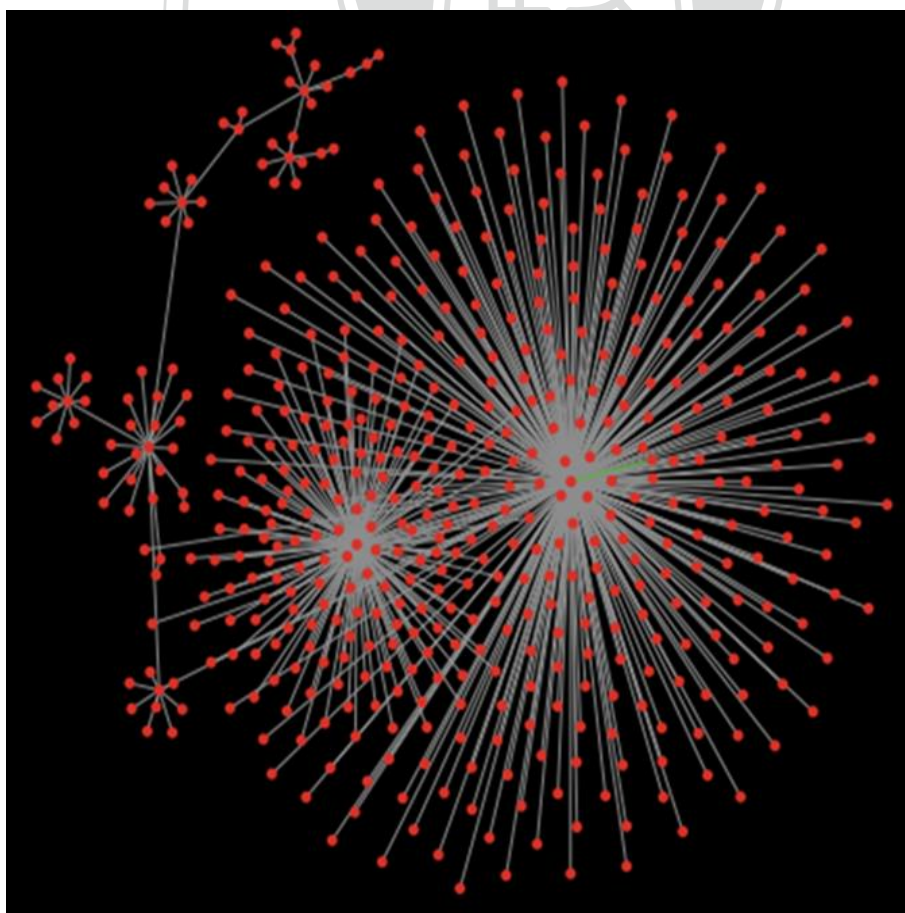


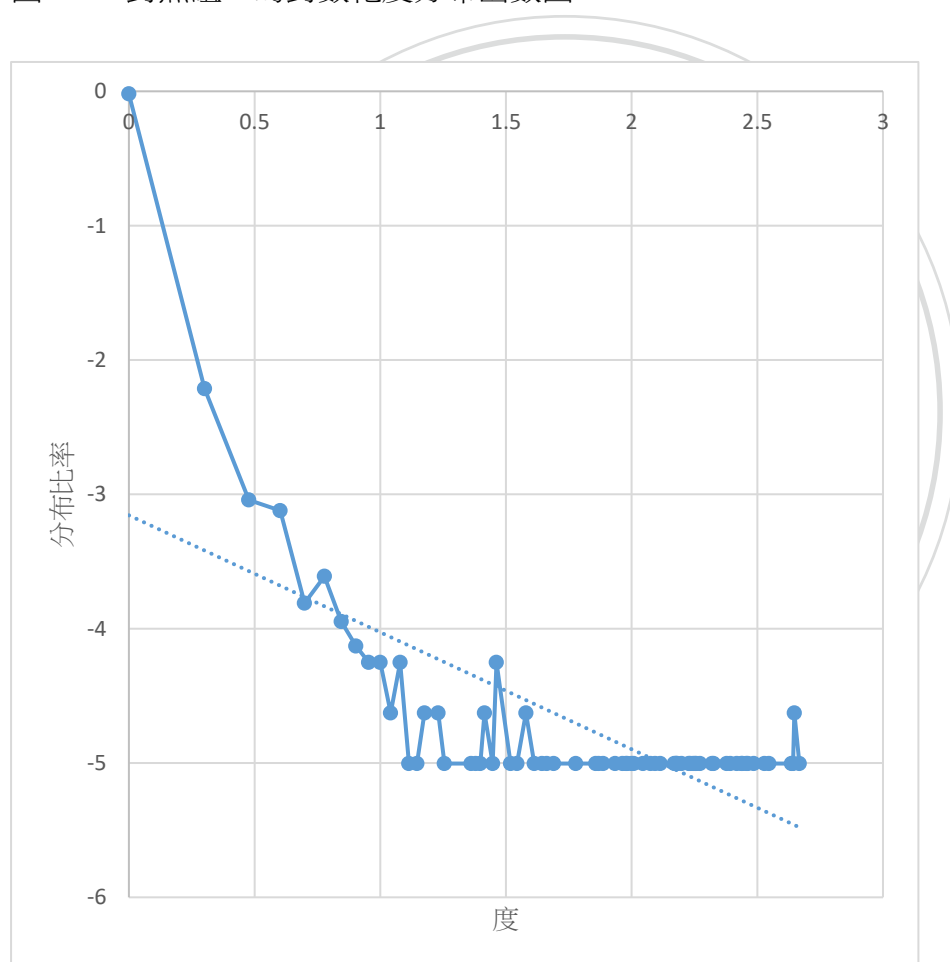
表 4-8：對照組 1 的度分布

度	1	2	3	4	5	6	7	...	465
機率	0.965	0.017	0.004	0.003	0.001	0.001	0.001	...	0.00001

表 4-9：對照組 1 的度分布的敘述統計量

平均數	標準差	最大值	中位數	偏態係數	Gini 係數
1.996	15.32587	465	1	21.07108	0.99077

圖 4-6：對照組 1 的對數化度分布函數圖



根據表 4-8、表 4-9 與圖 4-6，與參考組比較發現，當 beta 值愈高時，其不均程度愈高，這與 Simone Lenzua, Gabriele Tedeschi (2012)的研究是一致的。這表示若 P2P 市場較易受信評紀錄或大數據影響，導致進入障礙，則大公司或有錢人遠比其他容易獲得借款。

4.2.3 比較槓桿率

本小節的研究目標為觀察槓桿率對整體 P2P 借貸的影響，槓桿率愈高表示負債佔比愈高，這意味著財務愈不健全。為了比較槓桿率對整體社會網路的影響，在對照組 2 將槓桿率由 2 提高為 10，其他參數保持不變(見表 4-10)。交易網路如圖 4-7，模擬結果整理在表 4-11、表 4-12 與圖 4-8。

表 4-10：對照組 2 的參數

Beta	Λ	Φ	ρ	R_L	R_S
1	10	0.2	0.2	0.03	0.01

圖 4-7：對照組 2 的交易網路圖

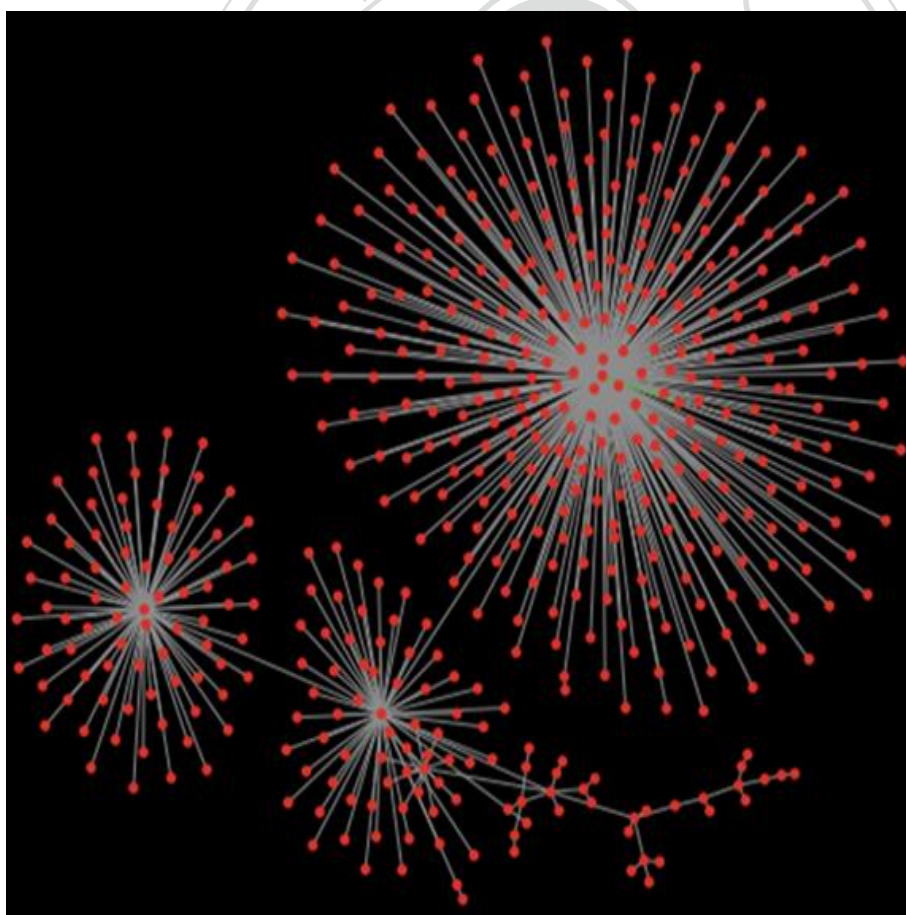


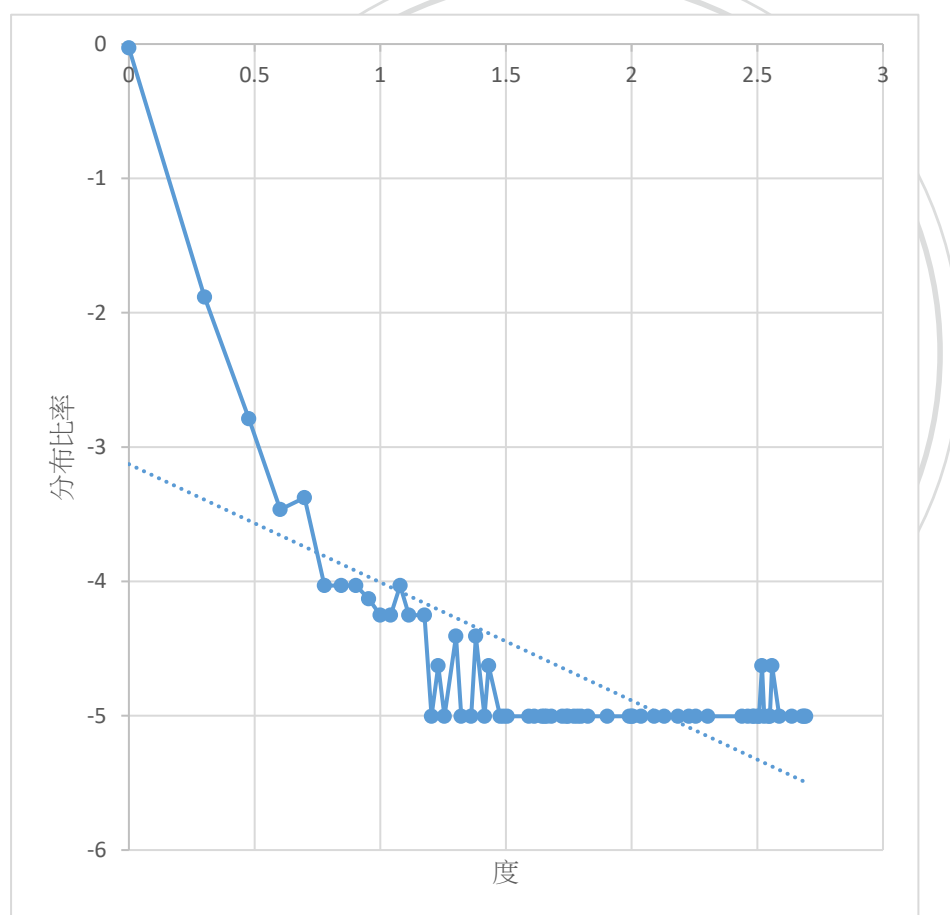
表 4-11：對照組 2 的度分布

度	1	2	3	4	5	6	7	...	493
機率	0.949	0.031	0.006	0.001	0.002	0.001	0.001	...	0.00001

表 4-12：對照組 2 的度分布的敘述統計量

平均數	標準差	最大值	中位數	偏態係數	Gini 係數
1.996	16.34018	493	1	22.06564	0.99021

圖 4-8：對照組 2 的對數化度分布函數圖



根據表 4-11、表 4-12 與圖 4-8，隨著槓桿率愈大，其不均程度愈大，原因是槓桿率愈大，負債比率就愈大，因此小資本的貸款人就因為承擔能力不足而無法借貸。

4.2.4 比較流動比率

本小節的研究目標為觀察流動比率對整體 P2P 借貸的影響，流動比率愈高表示流動性資產佔比愈高，這意味著財務變現能力愈強。為了比較流動比率對整體社會網路的影響，在對照組 3 將流動比率由 0.2 提高為 0.8，其他參數保持不變(見表 4-13)。交易網路如圖 4-9，模擬結果整理在表 4-14、表 4-15 與圖 4-10。

表 4-13：對照組 3 的參數

Beta	Λ	Φ	ρ	R_L	R_S
1	2	0.8	0.2	0.03	0.01

圖 4-9：對照組 3 的交易網路圖

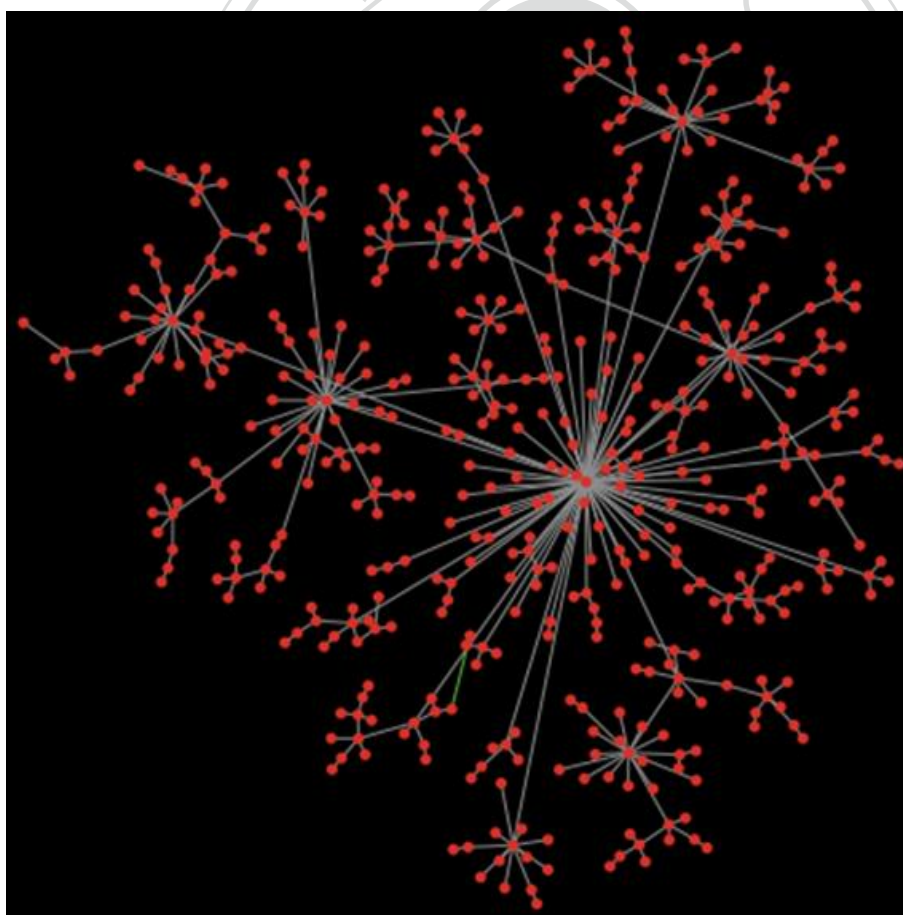


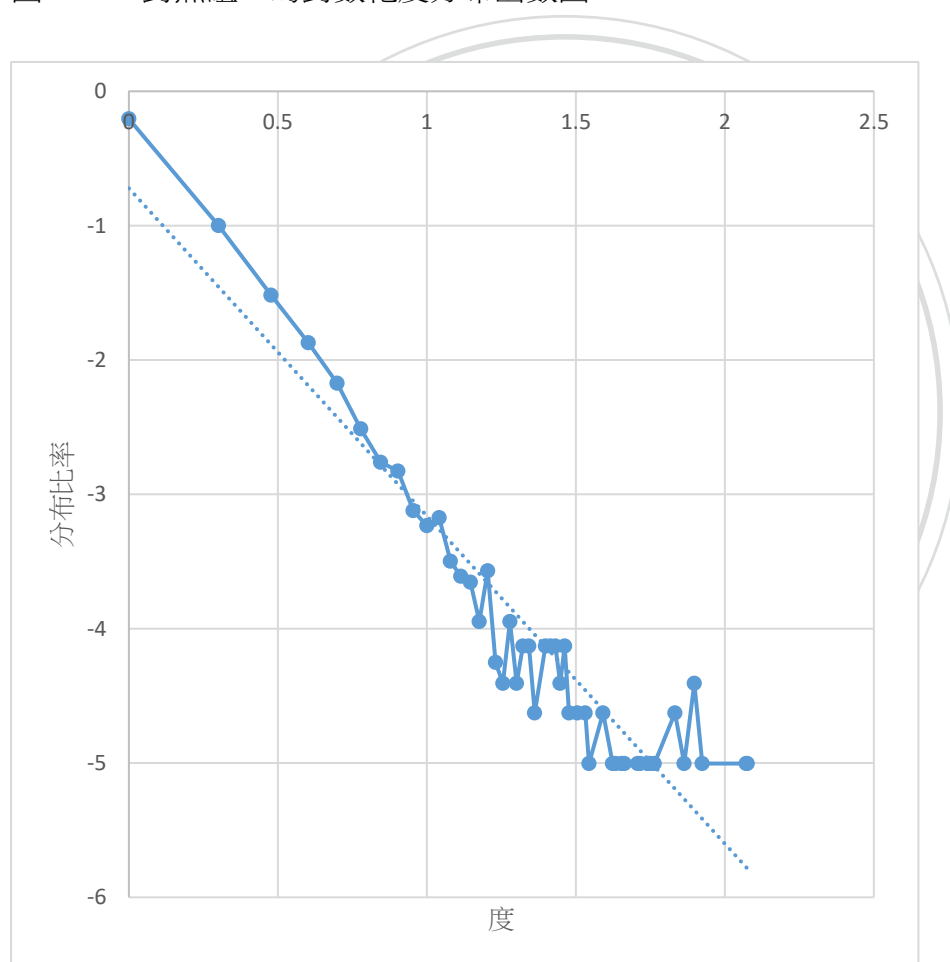
表 4-14：對照組 3 的度分布

度	1	2	3	4	5	6	7	...	119
機率	0.686	0.159	0.061	0.032	0.018	0.010	0.006	...	0.00001

表 4-15：對照組 3 的度分布的敘述統計量

平均數	標準差	最大值	中位數	偏態係數	Gini 係數
1.996	3.86070	119	1	13.99147	0.96065

圖 4-10：對照組 3 的對數化度分布函數圖



根據表 4-14、表 4-15 與圖 4-10，與參考組比較發現，當流動率愈高時，其不均程度愈低，此外度數少的節點也相對比較多，其原因為當流動率在比較高的環境時，小資本的個人或公司更容易經由 P2P 平台成功獲得貸款機會。

4.2.5 比較流動資產保留率

本小節的研究目標為觀察流動資產保留率對整體 P2P 借貸的影響，流動資產保留率愈高代表流動性資產的保留比率愈高，這意味著財務流動性變差。為了比較流動資產保留率對整體社會網路的影響，在對照組 4 將流動資產保留率由 0.2 提高為 0.8，其他參數保持不變(見表 4-16)。交易網路如圖 4-11，模擬結果整理在表 4-17、表 4-18 與圖 4-12。

表 4-16：對照組 4 的參數

Beta	Λ	Φ	ρ	R_L	R_S
1	2	0.2	0.8	0.03	0.01

圖 4-11：對照組 4 的交易網路圖

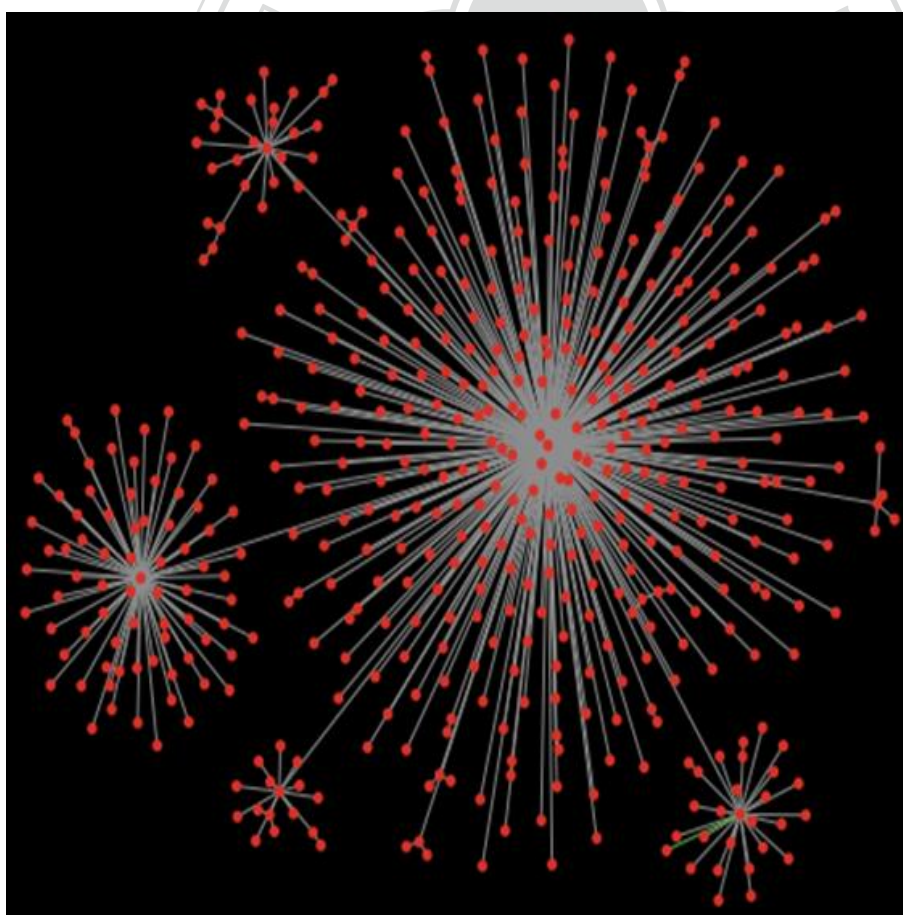


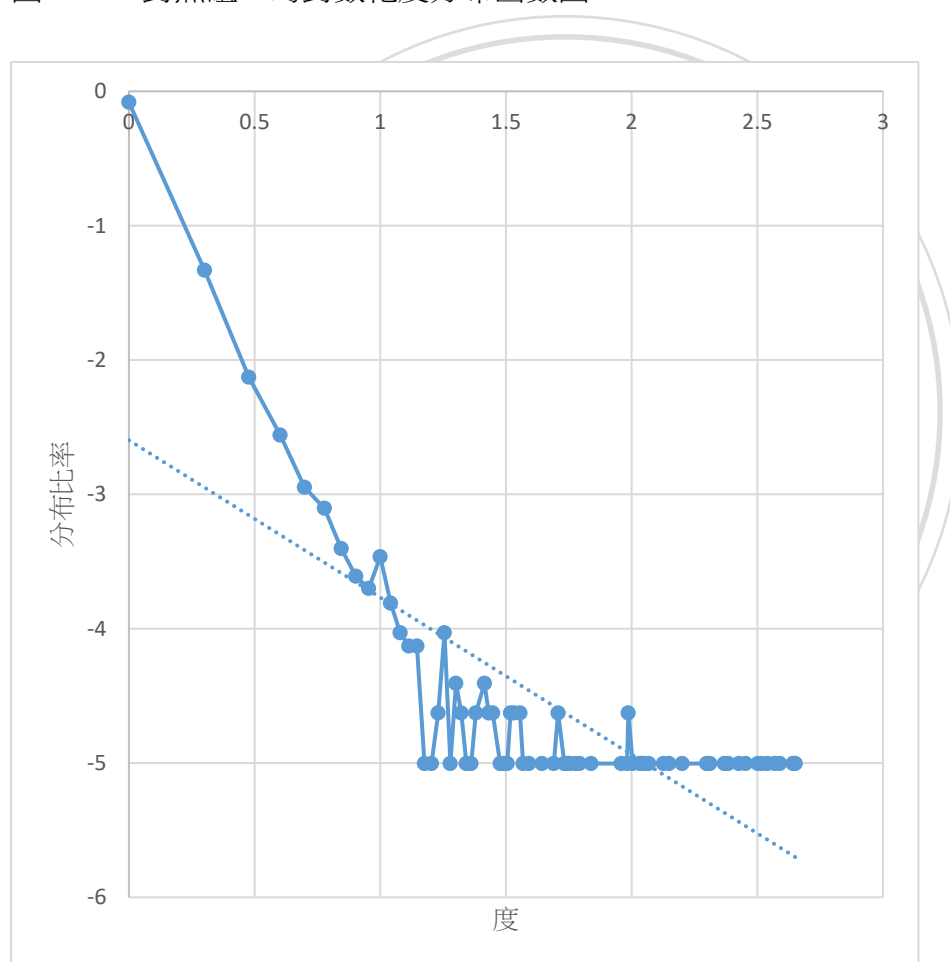
表 4-17：對照組 4 的度分布

度	1	2	3	4	5	6	7	...	448
機率	0.861	0.086	0.019	0.009	0.004	0.003	0.002	...	0.00001

表 4-18：對照組 4 的度分布的敘述統計量如下

平均數	標準差	最大值	中位數	偏態係數	Gini 係數
1.996	13.27047	448	1	24.73991	0.98463

圖 4-12：對照組 4 的對數化度分布函數圖



根據表 4-17、表 4-18 與圖 4-12，資產保留率的增加意味著借貸雙方的貿易變得保守，因此資金少的投資者就更不願意交易，平台只留下資金多的投資者，這也導致不均程度的上升。

4.2.6 比較無風險借款利率

本小節的研究目標為觀察無風險借款利率對整體 P2P 借貸的影響，無風險借款利率增加會加大無風險投資報酬率。為了比較無風險借款利率對整體社會網路的影響，在對照組 5 將無風險借款利率由 0.03 提高為 0.05，其他參數保持不變(見表 4-19)。交易網路如圖 4-13，模擬結果整理在表 4-20、表 4-21 與圖 4-14，結果分析將在 4.2.7 節討論。

表 4-19：對照組 5 的參數

Beta	Λ	Φ	ρ	R_L	R_S
1	2	0.2	0.2	0.05	0.01

圖 4-13：對照組 5 的交易網路圖

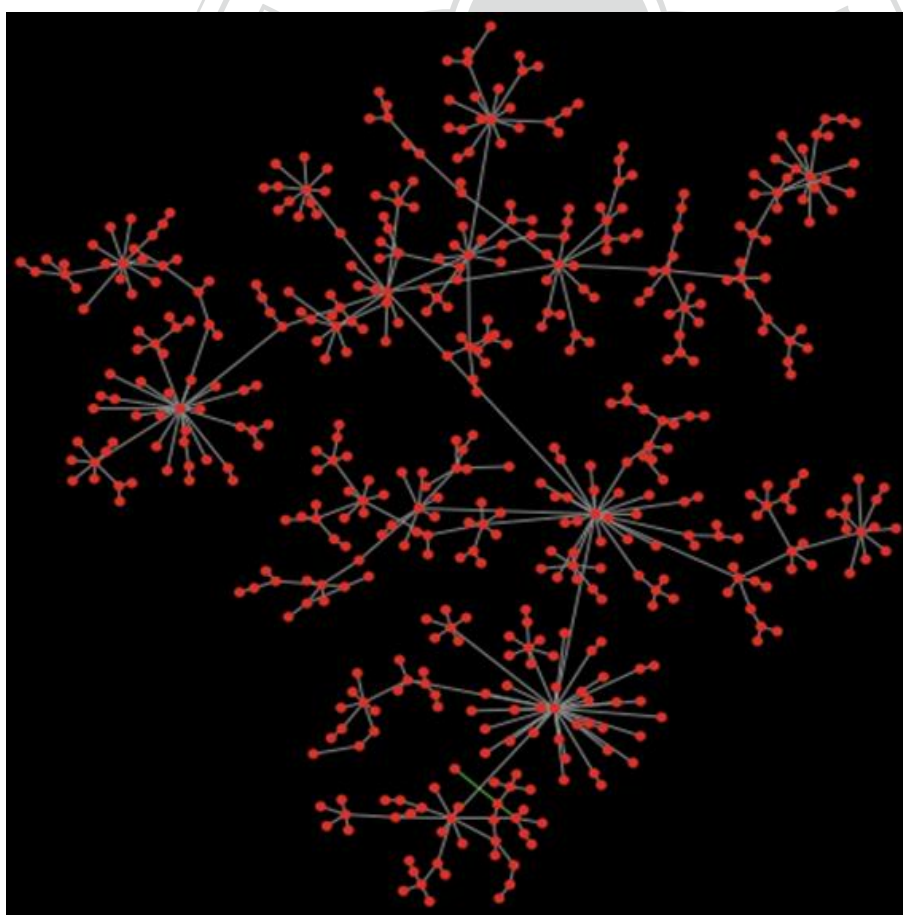


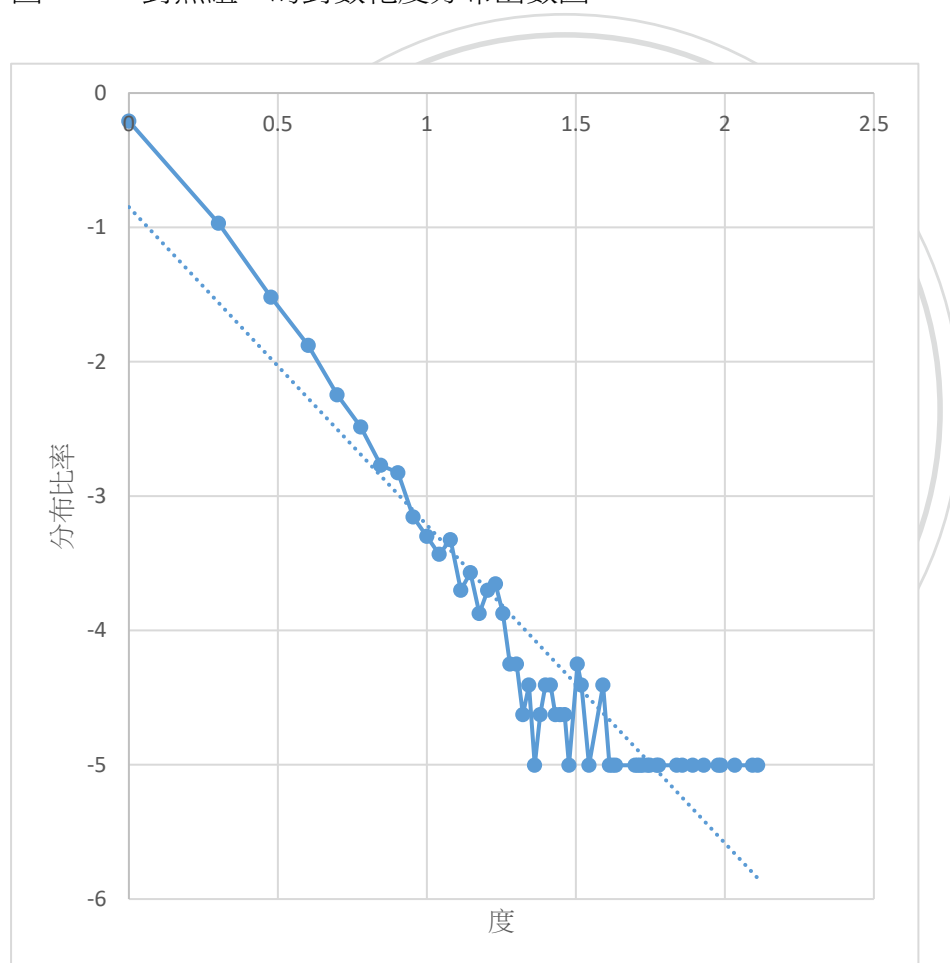
表 4-20：對照組 5 的度分布

度	1	2	3	4	5	6	7	...	129
機率	0.680	0.167	0.060	0.032	0.016	0.010	0.006	...	0.00001

表 4-21：對照組 5 的度分布的敘述統計量如下

平均數	標準差	最大值	中位數	偏態係數	Gini 係數
1.996	4.09890	129	1	15.51474	0.96516

圖 4-14：對照組 5 的對數化度分布函數圖



4.2.7 比較無風險存款利率

本小節的研究目標為觀察無風險存款利率對整體 P2P 借貸的影響，無風險存款利率增加會加大借款的機會成本。為了比較無風險存款利率對整體社會網路的影響，在對照組 6 將無風險借款利率由 0.01 提高為 0.03，其他參數保持不變(見表 4-22)。交易網路如圖 4-15，模擬結果整理在表 4-23、表 4-24 與圖 4-16。

表 4-22：對照組 6 的參數

Beta	Λ	Φ	ρ	R_L	R_S
1	2	0.2	0.2	0.03	0.03

圖 4-15：對照組 6 的交易網路圖

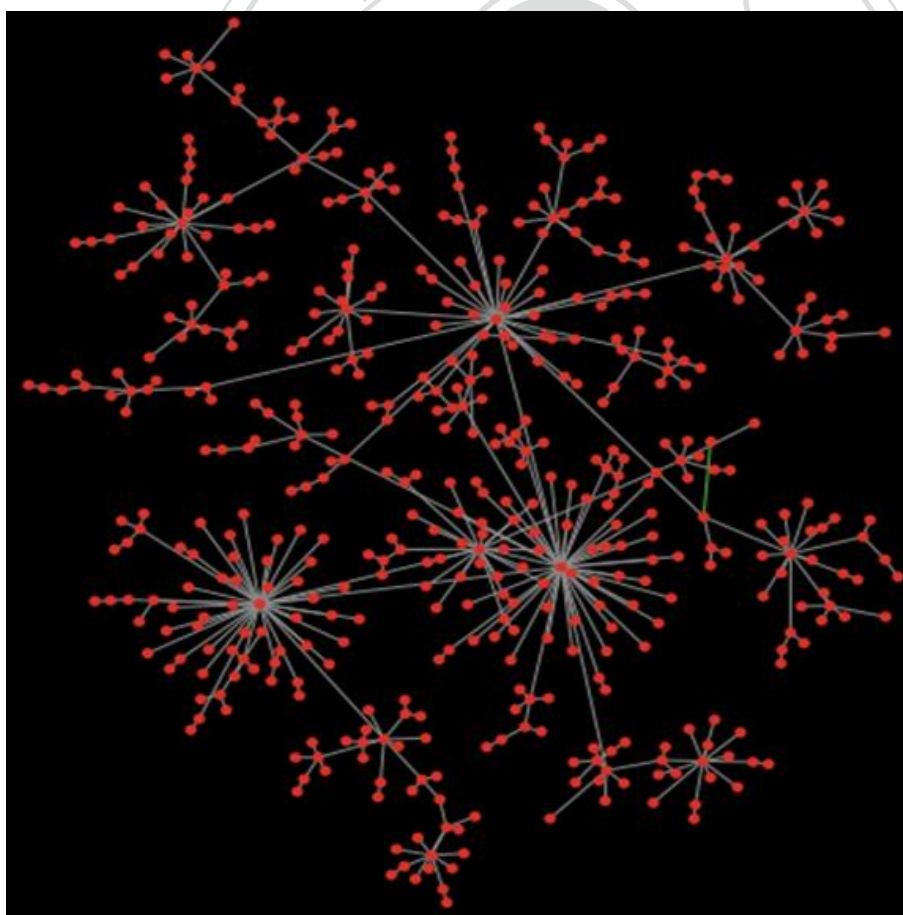


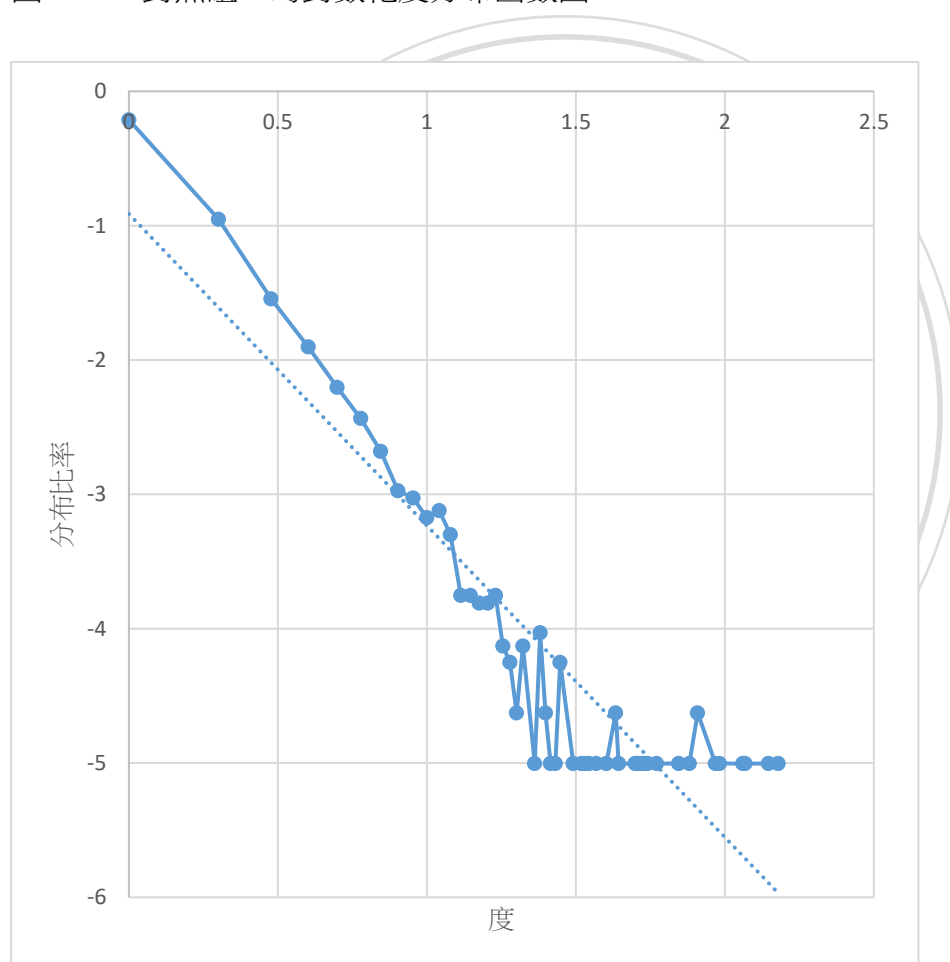
表 4-23：對照組 6 的度分布

度	1	2	3	4	5	6	7	...	151
機率	0.676	0.173	0.058	0.030	0.017	0.011	0.007	...	0.00001

表 4-24：對照組 6 的度分布的敘述統計量如下

平均數	標準差	最大值	中位數	偏態係數	Gini 係數
1.996	4.271181	151	1	18.06689	0.96378

圖 4-16：對照組 6 的對數化度分布函數圖



根據表 4-20、表 4-21、表 4-23、表 4-24、圖 4-14 與圖 4-16 綜合比較對照組 5、對照組 6 與參考組，可以發現無風險利率對 P2P 借貸相對影響不大，這是因為無風險投資的投資報酬率相對於 P2P 借貸下太低。

4.3 模擬分析與結論

社會網路對監管者與平台管理者來說是重要的，因為不均程度隱含的意義為在平台交易的客戶組成與每個交易者的交易頻率，藉由分析網路型態，管理者不僅可以修正平台交易的體制，也可以發現中心性強的交易客戶並集中監管，如此便可以防範可能的系統性風險並降低監管成本。

若不均程度愈大，一方面代表大部份的交易集中於少數人，相對的其他的交易者的交易份額很少，而另一方面也表示在財富分配與平台的穩定度受到交易大戶的影響也更劇烈，因此不均程度大的平台受到交易大戶的影響比較劇烈。而當不均程度愈高時，P2P 的借貸對象愈單一，這表示若發生系統性風險，不均程度愈高的平台愈危險。

模擬的結果可以發現，在有風險準備金的平台，不均程度比沒有風險準備金的平台小。在參數方面，不均程度與槓桿率、信評敏感度、資產保留率與無風險存款利率是正相關，而與流動比率與無風險借款利率則是呈現負相關。



五、 結論與建議

5.1 結論

金融科技是在二十世紀末所新誕生出來的新型金融革命，現在無論是經濟學家或是金融從業人員皆無法忽視之，因為它不僅改變了金融的交易規則，也改變了交易型態，再加上人們可以藉由這「金融革命」中受惠，金融科技現在已嚴重地威脅到傳統金融業者。

而在這些金融創新中，P2P 借貸是其中非常具有顛覆性的，因為 P2P 借貸徹底改變了借貸型態。由於 P2P 借貸是借貸雙方經由平台媒合直接交易，並不需要第三方的介入，所以相對於傳統借貸，不僅省去了交易媒合所需的時間，更降低了交易成本。

可是 P2P 也存在著許多風險，例如信用風險、操作風險、法律風險、流動性風險等等。而在台灣，一方面傳統金融體系非常完善，另一方應對金融科技卻又太過保守，因此 P2P 借貸在台灣推行可以說是困難重重，在今年三月誕生的鄉民貸將會是台灣 P2P 借貸的標竿。

為了避免風險擴散成為系統性風險，能夠及早找出問題之所在並且防範於未然就是一個重要的問題，此外掌握 P2P 借貸的交易型態，對每個平台的管理者而言都是至關重要的，因此能夠及早分析掌握出交易模式並解決潛在的系統性風險是平台的管理者的任務。

本研究專注研究貸方違約的信用風險，本文在第三章先以借貸雙方的資產狀況與預期收益函數出發，首先假設在訊息完全透明下，借貸雙方的交易策略與交易條件，接著討論平台引入風險準備金後，借貸雙方交易模式的改變，並且比較借方承受風險的變化。理論結果指出在有風險準備金的保障下，借方所承受的風險有所下降，此外貸款利率也下降，這促使貸方比較願意交易。

接下來引入了訊息不對稱，並且以跨期的預期收益函數分析貸方的策略，並得出借方的最佳反應函數。推導出來的結果為在有準備金的情形下，借方未來比較願意借款，這是因為在準備金的保障下，借方比較不會對貸方的信用風險產生疑慮。而在最後也以貸方的角度來分析貸方的交易條件與貸方因財務狀況所產生出的風險。

在第四章裡用 Bianconi-Barabasi 網路模型來模擬 P2P 平台的交易情形，根據模擬結果可以發現有準備金下的不均程度比無準備金時小，此外若流動率愈高時，其不均程度愈低，相反的當槓桿率、資產保留率與 Logistic 的 beta 值愈高時，網路的不均程度愈高。因為 P2P 借貸的特色是降低借貸成本，使得資本額度較小的中小型企業與個人能夠享有在傳統金融所享受不到的金融服務，因此 P2P 的理想網路型態應是不均程度低的型態。

5.2 可改進之處與展望

可改進之處之一是要如何更準確地捕捉到貸方的真實信用，例如在考慮均衡狀態是以風險中立來考慮的，若把預期收益改成預期效用 在考慮跨期的替代效果時能討論的面向更多。而在模型部分中只考慮兩期，若考慮更多期，則模型的準確性會更好。當然若考慮太多期，則效率會下降，因此考慮的期數也是使用模型要注意的地方。

此外在模型設定上，交易模式的不同也會導致不同的結論，隨著 P2P 借貸的發展，產生了不少交易模式。除了傳統 P2P 借貸(即平台無風險準備金，純粹做借貸雙方的媒合工作)與含風險準備金的服務模式外，還有以下幾種模式

其一是「P2P 平臺下的債權合同轉讓模式」的宜信模式。可以稱之為「多對多」模式，是一條非典型的道路--P2P 的線下模式。借款需求和投資都是打散組合的，然後獲取債權對其分割，通過債權轉讓形式將債權轉移給其他投資人，獲得借貸資金。宜信也因其特殊的借貸模式，通過個人發放貸款的形式，獲得一年期的債權，宜信將這筆債權進行金額及期限的同時拆分，這樣一來，宜信利用資金和期限的交錯配比，不斷吸引資金，一邊發放貸款獲取債權，一邊不斷將金額與期限的錯配，不斷進行拆分轉讓。

這種模式的模型設定除了要考慮債權轉讓與分割的問題，更要注意對外放貸金額必須大於或等於轉讓債權，因為如果放貸金額實際小於轉讓債權，等於轉讓不存在的債權，這將會有非法集資的法律風險。隨著 2016 年 8 月 24 日的「網路借貸資訊仲介機構業務活動管理暫行辦法」公布後，此種模式將需要轉變以符合法規。

還有一種是阿里小額貸款，為電商加入授信審核體系，對貸款信息進行整合處理。這種小貸模式創建的 P2P 小額貸款業務憑藉其客戶資源、電商交易數據及產品結構占得優勢，其線下成立的兩家小額貸款公司對其平台客戶進行服務。線下商務的機會與互聯網結合在了一起，讓互聯網成為線下交易的前台。

此外關於模擬的方法，為了要簡化模擬的程序，對模型做了一些違背實務的設定，例如在現實中每個社會或個人的資產情形與比率不會是常數、信評模型假設過於簡單、借貸款總量不會相等...等，這使得模擬出來的結果稍微過於理想化。若模擬是有向圖，則可以使借貸款總量不相等，因此要如何正確地解讀模擬結果並且做出結論將是研究者重要的課題。

以目前的結論來看，以社會網路來研究金融體系是可行的，因為研究成果不僅合理，而且還可以得到一些用傳統方法所無法發現的新發現，例如利用可視性網路可以更容易進行風險控管或金融環境的優化。另外風險準備金體制也確實對 P2P 平台起到穩定的作用，雖然他稍微改變了 P2P 的「中心脫媒」精神，卻也讓 P2P 更容易推行。

雖然 P2P 借貸非常方便，而且相對於銀行借貸，P2P 借貸具有降低交易成本的優點，可是因為在信評系統發展還尚未成熟的情形下，使得 P2P 的發展一波三折，因此及早認識 P2P 的潛在風險並規避之，才能讓我們在享受 P2P 的便利的同時又不會造成損失，這對於維持金融市場的穩定尤其重要。



參考文獻

- [1] Albert-László Barabási (2016). “Network Science: Interactive Textbook” Cambridge University Press.
- [2] Albert, Reka ; Barabasi, Albert - Laszlo (2002). “Statistical mechanics of complex networks” *Reviews of Modern Physics*, Jan, 2002, Vol.74(1), 47(52).
- [3] Bianconi, Ginestra ; Barabasi, Albert-Laszlo (2001) “Bose-Einstein Condensation in Complex Networks.” *Physical Review Letters*, 2001, Vol.86(24).
- [4] Daning Hu, Michael C. S. Wong, J. Leon Zhao and Zhimin Hua (2012). “Network based modeling and analysis of systemic in banking system,” *MIS Quarterly* Vol. 36 No. 4, 1269-1291.
- [5] doughpack 逗派 <http://www.doughpack.com/>
- [6] Dror Y. Kenett, Shlomo Havlin (2015). “Network science: a useful tool in economics and finance” *Mind & Society*, Vol.14(2), 155-167.
- [7] Enrique Batiz-Zuka, Fabrizio López-Galloa, Serafín Martínez-Jaramilloa, Juan Pablo Solórzano-MargainbaBanco (2015) “Calibrating limits for large interbank exposures from a system-wide perspective” *Journal of Financial Stability*, Deutsche Bundesbank.
- [8] Franklin Allen, Ana Babus (2008). “Networks in Finance” Wharton Financial Institutions Center Working Paper No. 08-07.
- [9] G. A. Mendes and L. R. da Silva (2009). “Generating more realistic complex networks from power-law distribution of fitness” *Brazilian Journal of Physics*, vol. 39, no. 2A, August, 2009.
- [10] G. De Masi, G. Iori and G. Caldarelli (2006). “Fitness model for the Italian interbank money market,” *PHYSICAL REVIEW E* 74.
- [11] Gai, Prasanna, Kapadia, Sujit (2010). “Contagion in financial networks” *Proceedings of the Royal Society A*, 2010, Vol.466(2120), 2401-2423.
- [12] Guido Caldarelli, Alessandro Vespignani (2007). “Large Scale Structure and Dynamics of Complex Networks,” Singapore ; Hackensack, N.J. : World Scientific, c2007.
- [13] Hüser, Anne-Caroline (2015). “Too Interconnected to Fail: A Survey of the Interbank Networks Literature.” SAFE Working Paper No. 91.
- [14] Iori, Giulia ; Renò, Roberto ; De Masi, Giulia ; Caldarelli, Guido (2007). “Trading strategies in the Italian interbank market.” *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2007, Vol.376, 467-479.
- [15] Lending Club, from : : <https://www.lendingclub.com/>

- [16] León, Carlos ; Berndsen, Ron J. (2014). “Rethinking financial stability: Challenges arising from financial networks’ modular scale-free architecture” *Journal of Financial Stability*, December 2014, Vol.15, 241-256.
- [17] Levy, M and S. Solomon (1997). “New evidence for the power law distribution of wealth.” *Physica A. Statistical Mechanic and its Applications* 242(1-2). 90-94.
- [18] Li , S., He, J.& Zhuang,Y.(2010)“A network model of the interbank market”*Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2010, Vol.389(24), pp.5587-5593.
- [19] LnB 信用市集，檢自：<https://lnb.com.tw/>
- [20] Mark Newman, Albert-Laszlo Barabasi, Duncan J. Watts (2006). “The Structure and Dynamics of Networks,” Princeton University Press, 335-542.
- [21] Martínez-Jaramillo, Serafin ; Pérez, Omar Pérez ; Embriz, Fernando Avila ; Dey, Fabrizio López Gallo (2010), “Systemic risk, financial contagion and financial fragility.” *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2010, Vol.34(11), pp.2358-2374.
- [22] Matthew O. Jackson (2008). “Social and economic networks,” Princeton University Press.
- [23] Matthew O. Jackson, Brian Rogers and Yves Zenou (2015). “The Economic Consequences of Social Network Structure” IDEAS Working Paper Series from RePEc.
- [24] Matteo Smerlak, Brady Stoll, Agam Gupta, James S. Magdanz (2015). “Mapping Systemic Risk Critical Degree and Failures Distribution in Financial Networks,” *PloS one*, July 24, 2015.
- [25] Memmel, Christoph ; Sachs, Angelika (2011) “Contagion in the interbank market and its determinants” *Journal of Financial Stability*, Deutsche Bundesbank.
- [26] Mu Sigma, from：<https://www.mu-sigma.com/>
- [27] Oatley, Thomas, Winecoff, W, Pennock, Andrew, Danzman, Sarah (2013) ” The Political Economy of Global Finance: A Network Model” *Perspectives on Politics*, Mar 2013, Vol.11(1), 133-153.
- [28] Peter Renton (2012). “The Lending Club Story: How the world's largest peer to peer lender is transforming finance and how you can benefit” CreateSpace Independent Publishing Platform; 1 edition.
- [29] P.R. Kumar · Martin J. Wainwright, Riccardo Zecchina (2009). “Mathematical Foundations of Complex Networked Information Systems” Springer Optimization and Its Applications.
- [30] Rama Cont, Amal Moussa, Edson Bastos e Santos (2010). “Network Structure and Systemic Risk in Banking Systems” *SSRN Electronic Journal*, December 2010.
- [31] RateSetter, from：<https://www.ratesetter.com/>

- [32] Rendón de La Torre, Stephanie, Kalda, Jaan, Kitt, Robert, Engelbrecht, Jüri (2016) “On the topologic structure of economic complex networks: empirical evidence from large scale payment network of Estonia” *Chaos, Solitons and Fractals: the interdisciplinary journal of Nonlinear Science, and Nonequilibrium and Complex Phenomena*, September 2016, Vol.90, 18-27.
- [33] Sastry, Nishanth ; Hui, Pan (2012). “Handbook of Optimization in Complex Networks” *Handbook of Optimization in Complex Networks*, Springer Optimization and Its Applications, v. 57.
- [34] Simone Lenzua, Gabriele Tedeschi (2012). “Systemic risk on different interbank network topologies” *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 391(18), 4331–4341
- [35] Soramäki, Kimmo ; Bech, Morten L. ; Arnold, Jeffrey ; Glass, Robert J. ; Beyeler, Walter E (2007) “The topology of interbank payment flows.” *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2007, Vol.379(1), 317-333.
- [36] Valery A. Kalyagin, Panos M. Pardalos, Themistocles M. Rassias (2014). “Network Models in Economics and Finance,” *Springer Optimization and Its Applications*.
- [37] Zopa, from : <https://www.zopa.com/>
- [38] 王俊傑(2012)。“無尺度網路特性於財富分配之模擬-網路結構變化對財富分配的影響”。國立中山大學，資訊管理學系，高雄市。
- [39] 王斌，(2015)。“互聯網金融+中國經濟新引擎”。機械工業出版社。
- [40] 王瑩，P2P 平臺“去擔保”協力廠商擔保引保險入駐，上網日期 2014 年 7 月 17 日，檢自：<http://www.yicai.com/news/3994373.html>
- [41] 金評媒，認識 RateSetter、ThinCats 指引你更好地瞭解英國 P2P 市場，上網日期 2015 年 8 月 28 日，檢自：<http://hy.cebnet.com.cn/20150828/101242337.html>
- [42] 肖璟，(2015)。“風口上的豬一本看懂互聯網金融”。湖北科學技術出版社。
- [43] 宜信，檢自：<https://www.creditease.cn/>
- [44] 盈燦諮詢，檢自：<http://www.wdzj.com/topic/baidutuiguang/index3.html>
- [45] 馬兆林，(2016)。“一本書讀懂 P2P 新玩法”。人民郵電出版社。
- [46] 黃益平、王海明、沈艷、黃卓，(2016)。“互聯網金融十二講”。中國人民大學出版社。
- [47] 黃益平、沈艷、王靖一，(2015)。“哪類個體網路借貸平台容易出問題？對 3439 家平台特徵的分析與對監管框架的思考”。
- [48] 陳勇、楊定平、宋智一，(2015)。“中國互聯網金融研究報告”。中國經濟出版社。
- [49] 殷偉豪，銀行資金存管 4 月上線 合拍在線上合規再進一步，上網日期 2017 年 3 月 29 日，檢自：<http://finance.chinanews.com/cj/2017/03-29/8186095.shtml>
- [50] 曹磊、錢海利，(2015)。“互聯網+普惠金融：新金融時代”。機械工業出版社。

- [51] 馮宏遠，淺論美國 P2P 借貸，上網日期 2015 年 9 月 29 日，檢自：
<https://www.facebook.com/StockAlchemy/posts/854400528007923>
- [52] 鄉民貸，檢自：<https://www.lend.com.tw/index.html>
- [53] 零壹研究社，(2015)。“百變互聯網金理財”。東方出版社。
- [54] 楊振翔、劉維中、潘建興，(2012)。“知識天地, 大型網絡之分析”。中央研究院週報，第 1382 期，5-9。
- [55] 楊濤、李鑫、王鍊，(2016)。“真實的 P2P 網貸—創新、風險與監督”。經濟管理出版社。
- [56] 戴廷晃(2011)。“社會凝聚機能與群結構動態對爆紅現象之影響-網絡玻色-愛因斯坦凝聚原理之應用”。國立中央大學，企業管理學系，桃園市。
- [57] 管清友、高偉剛，(2015)。“互聯網金融：概念、要素與生態”。浙江人民出版社。
- [58] 網貸之家，檢自：<http://www.wdzj.com/>
- [59] 網貸之家，《P2P 監管細則暫行辦法(徵求意見稿)》全文，上網日期 2015 年 12 月 28 日，檢自：<http://www.wdzj.com/news/zhengce/25454.html>
- [60] 謝平、鄒傳偉、劉海二，(2015)。“互聯網金融”。中國人民大學出版社。



附錄 A

為了證明任意 x_i 下， $\frac{(1+R_L)}{x_i+(1+R_S)} \geq \frac{1-x_i-R_S+\sqrt{[1-x_i-R_S]^2+4R_L}}{2}$ ，假設 $y = x_i+R_S$ ，

因為

$$\begin{aligned} & (y^2 + 2R_L + 1)^2 - (1+y)^2[(1-y)^2 + 4R_L] \\ &= y^4 + 4R_L^2 + 1 + 4R_L y^2 + 4R_L + 2y^2 - (1-y^2)^2 \\ & \quad - 4R_L(1+y)^2 = 4y^2 - 8R_L y + 4R_L^2 = 4(y - R_L)^2 \geq 0 \end{aligned}$$

，因此

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{(y^2 + 2R_L + 1)^2}{(1+y)^2}} &= \frac{y^2 + 2R_L + 1}{1+y} \geq \sqrt{(1-y)^2 + 4R_L} \\ \Rightarrow \frac{y^2 + 2R_L + 1}{1+y} + 1 - y &= \frac{y^2 + 2R_L + 1 + 1 - y^2}{1+y} \\ &= \frac{2 + 2R_L}{1+y} \geq 1 - y + \sqrt{(1-y)^2 + 4R_L} \\ \Rightarrow \frac{1 + R_L}{1+y} &\geq \frac{1 - y + \sqrt{(1-y)^2 + 4R_L}}{2} \end{aligned}$$

等於的條件為 $x_i = R$ ，另外因為

$$\frac{d}{dx_i} \frac{(1+R_L)}{x_i+1+R_S} = -\frac{(1+R_L)}{(x_i+1+R_S)^2} < 0,$$

$$\frac{d}{dx_i} \frac{1-x_i-R_S+\sqrt{[1-x_i-R_S]^2+4R_L}}{2} = -\frac{1-x_i-R_S+\sqrt{[1-x_i-R_S]^2+4R_L}}{2\sqrt{[1-x_i-R_S]^2+4R_L}} < 0,$$

因此兩者皆為遞減函數。此外若 $x_i < R$

$$\frac{(1+R_L)}{x_i+1+R_S} > \frac{(1+R_L)}{R+1+R_S} = 1,$$

$$\frac{1-x_i-R_S+\sqrt{[1-x_i-R_S]^2+4R_L}}{2} > \frac{1-R_L+\sqrt{[1-R_L]^2+4R_L}}{2} = 1,$$

兩者皆大於 1，因此交易失敗(因為 $\hat{p} \leq 1$ ，而閾值大於 1)。

附錄 B

設 $y = x_i + R_s$,

$$\begin{aligned} & \frac{\frac{\lambda_{t+1}(1+R_L)}{(1+R_s)(1+y)}}{\frac{2R_L\lambda_{t+1}}{(1+R_s)(\sqrt{[1-y]^2+4R_L}+1+y)-2\lambda_{t+1}}} \\ &= \frac{(1+R_L)[(1+R_s)(\sqrt{[1-y]^2+4R_L}+1+y)-2\lambda_{t+1}]}{2R_L(1+R_s)(1+y)} \end{aligned}$$

若 $(1+R_L)[(1+R_s)(\sqrt{[1-y]^2+4R_L}+1+y)-2\lambda_{t+1}] \geq 2R_L(1+R_s)(1+y)$,

則 $\frac{\lambda_{t+1}(1+R_L)}{(1+R_s)(x_j+1+R_s)} \geq \frac{2R_L\lambda_{t+1}}{(1+R_s)(\sqrt{[1-x_j-R_s]^2+4R_L+1+x_j+R_s})-2\lambda_{t+1}}$, 可整理出在滿

足此條件下

$$(1+R_s)[(1+R_L)\sqrt{[1-y]^2+4R_L}+(1-R_L)(1+y)] \geq 2\lambda_{t+1}(1+R_L)$$

得出 $\lambda_{t+1} \leq \frac{1+R_s}{2} (\sqrt{[1-x_j-R_s]^2+4R_L} + \frac{1-R_L}{1+R_L}(1+x_j+R_s))$

接著討論 $(1+R_s) \frac{\sqrt{[1-x_j-R_s]^2+4R_L} + \frac{1-R_L}{1+R_L}(1+x_j+R_s)}{2}$ 的下界, 因為

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dx_i} \sqrt{[1-x_j-R_s]^2+4R_L} + \frac{1-R_L}{1+R_L}(1+x_j+R_s) \\ &= \frac{x_j+R_s-1}{\sqrt{[1-x_j-R_s]^2+4R_L}} + \frac{1-R_L}{1+R_L} \end{aligned}$$

$$\cdot \text{令 } \frac{d}{dx_i} \Big|_{x_i=x^*} \sqrt{[1-x_j-R_s]^2+4R_L} + \frac{1-R_L}{1+R_L}(1+x_j+R_s) = 0,$$

則

$$\frac{x^* + R_s - 1}{\sqrt{[1-x^*-R_s]^2+4R_L}} + \frac{1-R_L}{1+R_L} = 0$$

· 解出 $x^* = R$ ，且

$$\begin{aligned} & \frac{d^2}{dx_i^2} \Big|_{x_i=x^*} \sqrt{[1-x_j-R_s]^2+4R_L} + \frac{1-R_L}{1+R_L}(1+x_j+R_s) \\ &= - \frac{[(1-x_j-R_s)^2+4R_L]^2 + (1-x_j-R_s)^2}{[(1-x_j-R_s)^2+4R_L]^{\frac{5}{2}}} \Big|_{x_i=x^*} \\ &= - \frac{[(1-R_L)^2+4R_L]^2 + (1-R_L)^2}{[(1-R_L)^2+4R_L]^{\frac{5}{2}}} < 0 \end{aligned}$$

· 因此在 $x_i = R$ 下為極小值，因此

$$\begin{aligned} & (1+R_s) \frac{\sqrt{[1-x_j-R_s]^2+4R_L} + \frac{1-R_L}{1+R_L}(1+x_j+R_s)}{2} \\ & \geq (1+R_s) \frac{\sqrt{[1-R_L]^2+4R_L} + \frac{1-R_L}{1+R_L}(1+R_L)}{2} = 1+R_s \end{aligned}$$