

《學術評論》

## 從磁共振造影研究探討數學學習障礙 之認知神經機制

張葦葦\* 龍姿蓁

### 摘 要

數學能力不僅對學業與專業表現的成就來說相當重要，也是日常生活中，數量推理能力極為重要的一環。然而有一群人，包含學齡兒童、青少年甚至年輕人卻因其大腦結構與功能上的缺陷，而存在著根本的數學學習困難，這樣的困難被稱為數學學習障礙（mathematical learning disabilities, MLD）。MLD 是一種智力與其他認知功能正常，只有在數學或數字方面有缺失的疾患。本文回顧當代腦造影研究中探討 MLD 神經機制之文獻，探討主題包含：（1）MLD 者之認知與行為能力的缺損，包括相當初階之數量概念能力與基礎算術能力；（2）大腦中與數學能力相關之腦神經網絡，包括後頂葉、前額葉、內與外顳葉、及枕葉與顳葉交界，以及（3）MLD 者的大腦在這些數學相關網路之結構與功能上出現的明顯缺陷；（4）在 MLD 族群進行的介入研究與補救教學，以及其對 MLD 者所產生之數學相關的表現改變與神經可塑性。本文末根據所回顧的文獻，提出幾個對於本土認知神經科學家以及教育者而言，仍待解決的重要議題。期待透過不斷進步的神經造影技術，我們將能翻開這個人類認知歷程中，數學是如何被學習的新篇章。

**關鍵詞：** 數學學習障礙、磁共振造影、神經網絡、介入研究

---

\* 張葦葦（通訊作者），國立政治大學心理學系／心智、大腦與學習研究中心助理教授  
電子郵件：ttchang@nccu.edu.tw  
龍姿蓁，國立政治大學心智、大腦與學習研究中心研究助理  
電子郵件：janelung@nccu.edu.tw

投稿日期：2017 年 6 月 5 日；修正日期：2017 年 9 月 19 日；接受日期：2017 年 12 月 7 日

## THE COGNITIVE NEURAL MECHANISM OF MATHEMATICAL LEARNING DISABILITIES: INSIGHTS FROM MAGNETIC RESONANCE IMAGING STUDIES

Ting-Ting Chang \*    Tzu-Chen Lung

### ABSTRACT

Mathematical cognition is a cognitive domain that is crucial not only for academic and professional success but also for quantitative reasoning in daily life. However, a wide range of individuals, including school-age children, adolescents, and even young adults, have difficulties in learning mathematics, which originates from their innate deficits in the structural and functional aspects of the brain. This type of difficulty, which is also known as mathematical learning disability (MLD), is a serious disorder with specific deficits in numerical and mathematical abilities, although intelligence and other cognitive skills remain intact. In this review, we discuss about contemporary studies that have used neuroimaging techniques to investigate the neural mechanisms of MLD, highlighting (1) the cognitive and behavioral impairments in numerical quantities and basic arithmetic problem-solving; (2) the neural circuits of numerical problem-solving encompassing the posterior parietal cortex, prefrontal cortex, anterior and lateral temporal lobes, and ventrotemporal occipital cortex; (3) the neurofunctional deficits of MLD anchored in the numerical problem-solving network; and (4) the interventional studies on MLD and the tutoring effect that induces behavioral and widespread neural plasticity. Finally, based on the current literature, we propose critical issues that remain unsolved for local cognitive neuroscientists and educators. Through the lens of the state-of-the-art neuroimaging techniques, the understanding of how individuals learn mathematics that is the hallmark of human cognition will be uncovered.

*Keywords: Mathematical learning disabilities, magnetic resonance imaging, neural network, remediation regions*

---

\* Ting-Ting Chang (corresponding author), Assistant Professor, Department of Psychology, Research Center for Mind, Brain & Learning, National Chengchi University, Taipei, Taiwan.  
E-mail: ttchang@nccu.edu.tw

Tzu-Chen Lung, Research Assistant, Research Center for Mind, Brain & Learning, National Chengchi University, Taipei, Taiwan.  
E-mail: janelung@nccu.edu.tw

在這個充斥著數位科技的世代中，數學能力是一項極為重要的認知能力，擁有良好的數學能力不僅能夠應付日常生活中隨時必備的各種運算需求，同時也是要在諸多領域立足的先備條件（Butterworth, Varma, & Laurillard, 2011; Geary, 2013; Richland, Zur, & Holyoak, 2007）。根據國際經濟合作暨發展組織（Organization for Economic Co-operation and Development, 簡稱 OECD）公佈的一項國際性的統計資料指出，數理成績表現每增加 0.5 個標準差，國民生產毛額（GDP）平均每人可增加 0.87%（OECD, 2010），顯示國民數理成績表現也是國家經濟發展的指標，因此在全世界多數國家的基礎教育中，數學科都是每週授課時數最高的科目之一（OECD, 2013）。在臺灣地區，根據抽樣調查，除了正規教育之外，中小學生有超過六成以上的人口參與數學科目的課後補習（林宜慧，2007；徐政業，2008；張雅俐，2011；許綺婷，2001），顯見大多數的家長將教育資源投注在孩子的數學學習，也顯示如何學好數學是大多數的人都關心的議題。

對於如此重要的認知能力，有一群學生卻存在著根本上的學習困難，而這樣的學習困難被稱為數學學習障礙（mathematical learning disabilities, MLD）。根據國外文獻，MLD 不僅存在學齡兒童，其影響的時間更可持續至青少年階段（Butterworth et al., 2011），在一項針對 140 名 11 歲被診斷患有 MLD 的兒童所進行為期六年的長期追蹤研究中發現，這群患者直到 14 歲時，有 95% 的數學學業成就表現仍符合 MLD 的診斷標準，17 歲時有 51% 無法解  $7 \times 8$  的一位數乘法問題、71% 仍無法解  $37 \times 24$  的二位數乘法問題（Shalev, Manor, & Gross-Tsur, 2005; 林宜慧，2007；徐政業，2008；張雅俐，2011；許綺婷，2001），由此可知探討 MLD 之病理機制與生理指標的重要性，以及及早進行介入或治療深有其必要與急迫性。然而，儘管患有 MLD 者佔據的人口比例與閱讀障礙者相當（Butterworth et al., 2011; Geary, 2004; Shalev et al., 2005），過去對於學習障礙的研究卻多聚焦在閱讀障礙，鮮少探討 MLD（Butterworth & Laurillard, 2010; Iuculano et al., 2015），而一般社會大眾對於 MLD 的認識也遠不及閱讀障礙，使得 MLD 常被錯歸類為學生不努力，錯失早期介入以及治療的時間，甚為可惜。

近年來，各種腦造影技術益發興盛，其中磁共振造影(magnetic resonance imaging, MRI) 技術更是將腦功能的研究帶進了一個新紀元。透過各種 MRI 研究發現，相較於一般人，患有 MLD 者存在著大腦上的缺陷，這些發現不僅能幫助我們釐清 MLD 之病理機制，甚至能從而找出協助提高其學習能力的方法。有鑑於此，本文將從認知神經科學觀點來回顧並探討近代文獻中有關 MLD 的研究。首先將簡介目前國內外文獻中探討 MLD 之定義、診斷標準、與行為表現等認知特徵；接著將論述大腦中與數學能力相關之腦神經網絡，並探討其中患有 MLD 者所發生缺陷之腦結構與功能；本文也將討論近年來興起之介入研究，以及其如何改變 MLD 者與數學相關的大腦神經機制；最後本文將提出對於國內研究者探討 MLD 領域之建議與期許。透過此議題，期許能對於推動整合國內特殊教育、認知神經科學、與精神醫學之跨領域研究方向達拋磚引玉之效。

## 壹、MLD 之認知特徵

### 一、MLD 之定義

MLD 指的是智力和其他認知能力正常、但數學能力卻明顯感受到困難的個體 (Butterworth & Laurillard, 2010; Butterworth et al., 2011; Geary, 2004)，根據國外的文獻統計，這種疾患盛行率可高達 5 ~ 8% (Geary, 2004)，顯示有相當的人口深受其害。在國外的文獻中，數學學習障礙的名稱最早是起源於神經心理學中的失算症 (dyscalculia)，顧名思義，失算症指的是因生理或心理原因導致其無法進行計算之疾患，這類型疾患跟據其成因又可分為發展性失算症 (developmental dyscalculia) 與後天性失算症 (acquired dyscalculia)，前者為先天性由於基因或腦部異常使患者產生數學能力之缺陷；後者則為原先具備完整的數學能力，但後天因中風或創傷導致腦部受損而產生之數學計算困難 (Butterworth, 2005)。在教育與心理學領域一般關注的是發展性失算症，也經常被稱為數學學習困難 (mathematical learning disabilities) 或算術學習困難 (arithmetic learning disabilities) (Butterworth, 2005; Geary, Hoard, Byrd-Craven, & DeSoto, 2004)。在精神醫學領域，根據最新版精神疾病診斷手冊 (The Diagnostic

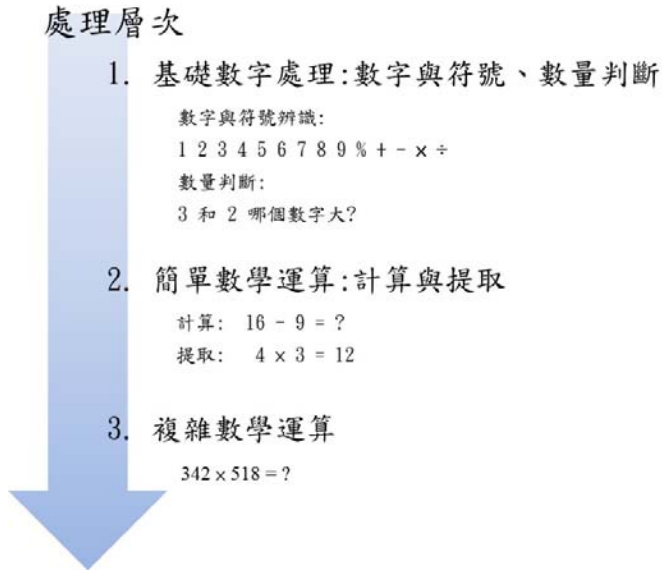
and Statistical Manual of Mental Disorders, DSM-V) 中，數學學習障礙被定義為特定型學習疾患 (Specific learning disorder) 中具數學能力困難者 (American Psychiatric Association, 2013)。

這些不同的名詞是否有差異？學者 Butterworth 認為每個名詞指稱的對象與診斷標準不同，因而進一步指出，發展性失算症指稱的才是真正因腦部缺陷所產生數學學習障礙之族群，數學學習困難則可能廣泛包含任何可能影響數學學習成因之兒童，甚至是並不應該被歸類為障礙族群的低成就兒童，再加上許多文獻也都採用過度寬鬆的標準，並不符合 3 ~ 6% 的盛行率 (Butterworth, 2005)。然而，大多數文獻確實都將這些名詞混合使用，並未做明確區隔。在此本文將統一採用國內一般熟悉的數學學習障礙與其譯名之縮寫 MLD。目前探討 MLD 腦神經機制的文獻中對於 MLD 之定義範圍非常廣泛，多使用數學成就測驗低於 20、25、30、35 百分等級 (Butterworth, 2005)，儘管可能太過寬鬆，然而目前探討 MLD 神經機制的文獻受限於磁振造影儀造價昂貴，使得影像取得不易與招募受試者之雙重困難，至今僅有十餘篇，為求能詳盡探討與數學學習能力相關之可能神經缺陷，本文將納入當代文獻中以智力正常、數學成就低於 35 百分等級以下做為 MLD 定義之文獻，期盼未來探討 MLD 神經機制之文獻能夠突破取樣之技術限制，全面達到嚴格篩選受試者之目標。

## 二、數學學習障礙之認知特徵

在談 MLD 的神經機制之前，首先必須將數學能力進行定義，在一般的數學課程中所教授的範圍極廣，其泛指由基礎數字認識、基本運算、度量單位、線性代數、幾合、統計、甚至較複雜的微積分等全都包含在其中。一般數學認知領域常談的數學能力則指的是特定與數量相關的算術。

算術能力由淺入深可分為三個層次 (見圖 1)，最初階的部分是對於基礎數字處理與數量基本概念的認識，這樣的能力在數學認知領域中一般被認為是起源於數字感 (number sense)，此處指的數字感並非數學教育領域經常指稱的數常識 (楊德清, 2002)，而是對於數字和其所代表數量以及與數量間的關係的理解，例如能理解 “●●” 和 “●●●” 所表徵的是不同的數量、進行兩者間的比較、以及知道後者表徵的數量大於前者等。常被用來檢驗數感能力的作業為數量大小判斷作業，這個作業呈現兩



**圖 1** 數學認知訊息處理。左側箭頭表示處理層次，由上而下分別表示由淺層至深層處理

個不同的數量（以數字或者不同圓點呈現），請受試者進行大小的判斷，行為研究上發現兩個數量距離較近時反應時間較長，距離較遠的反應時間則短，反應時間和距離呈現線性的關係。具備基本數字處理的概念後，便可進入下一階段，將數量利用加、減、乘、除等規則進行操弄而產生新的數量的簡單數學運算。常用來進行簡單數學運算的解題策略有兩種，一種是直接提取答案，例如從已背誦過的九九乘法表中提取一位數乘法題目的答案，另一種則是必須經過多重步驟計算出答案，例如減法；在學會這些規則之後，便可以利用已經習得的規則進行更高階的複雜運算，例如多位數算術，此階段起便需要更多認知資源來協助，例如工作記憶、注意力、與視覺空間處理等（Menon, 2010）。

那麼 MLD 是在哪個層次發生障礙？根據 DSM-V 對於 MLD 特徵之描述，其行為困難表現在數字感、數學事實提取、計算正確性或流暢性、以及數學推理能力，換言之，MLD 者在相當初階的能力就已明顯感到困難。許多文獻都發現 MLD 者的基礎數量概念或數字感明顯有異

(Butterworth & Laurillard, 2010; Iuculano, Tang, Hall, & Butterworth, 2008; Piazza et al., 2010; Price, Holloway, Rasanen, Vesterinen, & Ansari, 2007) , 因此許多學者認為數字感是發展數學能力的核心成份，也是日後做為習得算術能力的基礎 (Ansari, 2008; Cohen Kadosh, Lammertyn, & Izard, 2008; Dehaene, Piazza, Pinel, & Cohen, 2003; Halberda, Mazocco, & Feigenson, 2008)。過去研究發現被診斷為MLD之國小低年級兒童在進行數字唸名、數量大小判斷、數列順序判斷的作業都比一般兒童來的差 (De Smedt & Gilmore, 2011; Landerl, Bevan, & Butterworth, 2004; Landerl & Kölle, 2009)。也有研究者認為MLD兒童的問題可能是發生在無法將數字符號對應到數量概念，證據有Rousselle與Noël發現MLD兒童只有在以阿拉伯數字進行數量大小判斷時有明顯困難，以圓點進行時則無，顯示其可能無法將符號進行轉換 (Rousselle & Noël, 2007)；Furman與Rubinsten (2012) 甚至發現數學困難的成人即便是辨識數量小如4以下的阿拉伯數字時，都無法如一般人般將阿拉伯數字自動轉成數量的概念。這些證據都顯示MLD在對於基礎數量的認識就已發生困難，從訊息處理的觀點而言，學生可能由於不具備低階數量概念能力、因而無法操弄數量概念來完成更高階的數學能力而產生學習困難，從教學的觀點而言，由於課程的安排也有其階層性，倘若學生不能掌握基礎概念和運算，往後的課程自然也無法順利學習。

也有其他研究發現MLD可能源自其他認知缺陷，例如記憶。如前文所述，計算與提取為兩種進行簡單數學計算時經常使用的策略，對於剛開始學習算術的學童而言，經常使用數數 (Counting) 的方式來進行計算，在剛開始學習加法時，兒童必須同時數加數與被加數，例如解“ $3 + 5$ ”必須從“3”開始數“3”、“4”、“5”、“6”、“7”、之後才能得到“8”的答案，這階段的計算可能必須依賴使用手指協助計算 (finger counting)，等到漸趨熟練之後可轉為使用口頭數數 (verbal counting)，這些數數策略的形成將逐漸成為日後產生數學問題答案的記憶表徵 (Siegler, 1988; Siegler & Shrager, 1984)。隨著算術能力漸趨成熟，對於數學運算解題越發熟練，這些重複出現的數學問題與答案慢慢在長期記憶中形成了各自的表徵，此時兒童開始轉為自動化地使用提取 (Retrieval) 來解決簡單的數學問題 (Siegler & Shrager, 1984; Widaman & Little, 1992)，此時看到“ $3 + 5$ ”馬

上就能知道答案是“8”，而不需再透過數數的程序。一般而言，兒童的數學解題策略會在一定階段由數數發展為提取，然而有研究者發現數學學習障礙的孩子相較於一般兒童，似乎較無法使用提取的策略來解題（Geary, 2011; Geary, Hoard, Nugent, & Bailey, 2012），即便是在解簡單的數學問題也必須大量的仰賴數數來進行解題（Geary, 1990; Hanich, Jordan, Kaplan, & Dick, 2001; Jordan, Levine, & Huttenlocher, 1995），同時這些孩子仰賴數數的時間也比一般學童長（Geary & Brown, 1991; Geary, Hamson, & Hoard, 2000）。

MLD 的記憶缺陷不只發生在從長期記憶中提取數學事實，近年來許多研究也發現 MLD 患者似乎也有較差的工作記憶表現，且不論是語音工作記憶、視覺空間工作記憶、或是執行功能都有明顯缺陷（Ashkenazi, Rosenberg-Lee, Metcalfe, Swigart, & Menon, 2013; Geary, 1993; Geary et al., 2012; Hitch & McAuley, 1991; McLean & Hitch, 1999）。在一項長達五年的長期追蹤研究中，Geary 等人使用兒童工作記憶量表（working memory test battery for children, WMTB-C）（Pickering & Gathercole, 2001）測量 MLD 兒童的工作記憶能力，結果發現這些兒童在一年級和五年級時的語音、視覺空間、與中央執行功能等各項分測驗全都明顯比起同年齡的正常兒童差（Geary et al., 2012），其它在實驗室中進行、使用典型工作記憶作業的研究也都發現了類似結果（Ashkenazi, Mark-Zigdon, & Henik, 2013; Ashkenazi, Rosenberg-Lee et al., 2013; Hitch & McAuley, 1991; McLean & Hitch, 1999; Passolunghi & Siegel, 2004），顯示 MLD 者的工作記憶有明顯缺陷。

MLD 也被認為可能與情緒有關，許多研究者都認為數學學習困難可能來自於學生的負向情緒，而且這類負向情緒是特定於與數學能力相關的，稱為數學焦慮（math anxiety），數學焦慮程度高者往往對於自己的數學能力表現感到緊張、憂慮、且對於學習失敗感到恐懼（Ashcraft, 2002），這些負向情緒進一步影響了數學表現。Ashcraft 與 Krause 發現數學焦慮程度高的受試者進行計算時比起低數學焦慮者正確率略低，尤其是在困難度較高的計算（Ashcraft & Krause, 2007）；Passolunghi 進一步確定 MLD 與數學焦慮之間的關係，他發現 MLD 兒童的數學焦慮程度比起正常兒童來的高，且兩組之間的差異只有發生在與數學相關的數學焦慮，一般



性焦慮兩組之間就沒有差異 (Passolunghi, 2011)，顯示 MLD 者不只是發生在認知功能上的缺陷，而是伴隨著情緒上的影響。在腦造影研究上，數學焦慮也透過影響前額葉的腦資源來影響數學表現 (Suarez-Pellicioni, Nunez-Pena, & Colome, 2016)。然而情緒與數學成就之間究竟是否互為因果關係？為探討此議題，Park、Ramirez 與 Beilock (2014) 將 80 名成人分為高數學焦慮與低數學焦慮組，兩組人中，各有一半接受一種以書寫文字抒解對數學焦慮之治療，另一半則為閱讀其他不相關刺激材料之控制組，結果發現控制組在事後的數學測驗中，高焦慮組的反應時間與正確率都比起低焦慮組來的差，有治療的實驗組在經過治療之後，高焦慮組和低焦慮組的數學測驗表現差距則沒有控制組來的大，顯示緩和數學焦慮的治療確實提高了數學成就表現，也支持情緒可能是影響數學認知表現的原因之一。

綜合上述結果可知，MLD 患者發生困難的可能不僅限於特定領域的數學能力，還包括記憶、情緒等一般領域能力，因此 MLD 具有相當高的異質性 (Iuculano, 2016; Kaufmann et al., 2013)，也因此 MLD 在臨床表現上相當複雜，很難找到症狀單純的個案。究竟為何 MLD 者的認知特徵會有這麼大的差異？近代 MRI 研究的結果可透露一些端倪，在下個段落中本文將探討數學能力之腦神經造影證據。

## 貳、數學學習障礙之腦神經機制

### 一、MRI 技術簡介

近年來興起之 MRI 技術被大量應用在臨床與教育之研究議題，來探討各種臨床個案之神經機制缺陷或是其與學習能力之相關性。MRI 技術之原理為使受試者身處強磁場之環境中使其身上之氫原子受磁性影響產生自旋，此時給予無線射頻，由於人體不同組織釋放能量之時間不同，因此便能藉由測量不同組織氫原子釋放能量的時間所產生之訊號差獲得不同組織之影像。MRI 的技術經常被用來檢驗大腦之結構與功能，以下分別進行敘述。

在探討大腦結構的 MRI 技術中，最常用來檢驗大腦結構的方式為以前述 MRI 技術掃描大腦成像並估計大腦灰質與白質的體積和密度（voxel-based morphometry, VBM），此種方式可用來推論不同族群大腦結構之間的差異。另一種常用來檢驗大腦結構的技術還包括擴散磁振造影（diffusion tensor imaging, DTI），此種方式以估計水分子擴散的方向來檢驗大腦區域中白質的神經纖維結構連結，目前使用此種技術的研究者經常計算的數值為「等分散性指標」（fractional anisotropy, FA），FA 值越高表示白質神經纖維完整性越高。

MRI 技術也被用來探討大腦功能，稱為功能性磁振造影（functional Magnetic Resonance Imaging, fMRI），該技術同樣使用 MRI 掃描之原理，然而人在執行特定認知功能時，大腦中與該功能相關的區域之神經元活化，此時該區域含氧血流量便會增加以供給其所需之氧氣，由於血液中富含具磁性的鐵離子，影響氫原子訊號回復的時間，使其產生訊號差，如此便能推估大腦中哪些區域正在活化以及活化強弱。

早期，腦造影技術多半用單一區域大腦血流量變化來推論局部區域之神經元活化高低，近年來，探討腦功能的研究從關注哪些功能與哪些區域有關的定位論（localization）逐漸轉向探討不同區域之間形成神經網路（neural network）來共同完成某些功能的研究取向，研究也漸漸發現區域與區域之間不再是單打獨鬥的各自負責各自的功能，而是共同運作來支持同一種認知歷程。因此，腦造影研究開始由研究局部區域轉為探討大腦區域與區域間連結組成的神經迴路。在結構方面，前述 DTI 技術即為檢驗神經纖維連結的技術；在功能方面，一種常被用來檢驗神經迴路的方式為功能性連結（functional connectivity），此種方式起源於近年來興起的靜息態掃描（resting state）。有別於過去在受試者進行特定認知作業（task）時判斷受試者腦部活化的情形，靜息態的掃描方式為：使受試者躺在磁振造影儀中不做任何作業，僅保持清醒的狀態進行掃描。並檢驗兩個區域在不同時間點的生理訊號是否具有時間上的相關性，若有即表示兩區域之間具有功能性連結。

在下個段落中，將論述這些 MRI 技術被用在探討算術能力與 MLD 神經機制之文獻回顧。

## 二、算術能力之腦神經迴路

大多數以腦造影技術探討數學能力的研究都發現，只要是進行與數學能力相關的作業時，大腦的雙側後頂葉區域（posterior parietal cortex）一定會產生明顯活化的現象（Arsalidou & Taylor, 2011; Chang, Metcalfe, Padmanabhan, Chen, & Menon, 2015; Chochon, Cohen, van de Moortele, & Dehaene, 1999; Cohen Kadosh et al., 2008; Dehaene et al., 2003; Houde, Rossi, Lubin, & Joliot, 2010），也因此後頂葉一般被認為是與數學能力最息息相關的區域。在後頂葉中，數學能力最核心的區域稱為頂內溝（intraparietal sulcus，見圖2），頂內溝與數量抽象概念有關，只要是進行與數學相關的作業，不論是較低階層的數量判斷（Pinel, Dehaene, Riviere, & LeBihan, 2001）、數字唸名或被動觀看數字（R. Cohen Kadosh, K. Cohen Kadosh, Kaas, Henik, & Goebel, 2007; Piazza, Pinel, Le Bihan, & Dehaene, 2007）、簡單計算或複雜計算（De Smedt, Holloway, & Ansari, 2011; Fehr, Code, & Herrmann, 2008）、甚至更困難的微積分或線性代數（Krueger et al., 2008; Qin et al., 2004; Qin et al., 2003）都會在這個區域產生活化，因此頂內溝被認為是數學能力當中最核心的腦區（Ansari, 2008; Cohen Kadosh et al., 2008; Dehaene et al., 2003; Siegler & Shrager, 1984）。

除了頂內溝以外，後頂葉的其他區域包括角回（angular gyrus）、緣上回（supramarginal gyrus）、以及頂上葉（superior parietal lobule）也都在算術能力中負責不同的功能（Rosenberg-Lee, Chang, Young, Wu, & Menon, 2011; Wu et al., 2009）（見圖2），其中左側角回由於與語言功能有關，因此被認為是負責在進行數學運算時所需要的語音提取（Dehaene et al., 2003），近年來角回的功能不斷被修正，許多研究都發現角回在進行數學作業時雙側皆是負活化（deactivation）的方式運作（Grabner et al., 2007; Rosenberg-Lee et al., 2011; Wu et al., 2009），且角回又與大腦在靜息態中的網路重疊，因此研究者認為角回可能是在靜止時活化太高，使得計算數學時活化反而下降因而產生去處理（disengaged）的現象（Wu et al., 2009）；緣上回一般被認為是與進行數學運算所需要工作記憶有關，其中左側負責語音工作記憶，右側負責視覺空間記憶（Kaufmann, Wood, Rubinsten, & Henik, 2011; Kwon, Reiss, & Menon, 2002; Metcalfe, Ashkenazi, Rosenberg-Lee, & Menon, 2013），雙側頂上葉則被認為是進行數學運算時所用到的

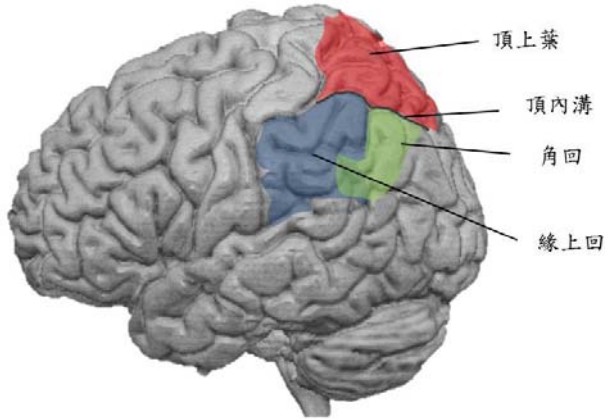


圖 2 後頂葉中與數學能力相關的大腦區域

注意力資源分配有關 (Dehaene et al., 2003)。這些研究成果顯示後頂葉不論是在解剖結構或是在功能上都是一個具有高度異質性的區域，顯示要了解頂葉處理數學運算的機制絕非過去以模組化 (modularity) 的概念來思考單一區域負責單一功能那麼簡單。

在大腦中負責算術的迴路不只包含後頂葉，還有許多區域都被發現與算術功能有關，包括顳葉和枕葉交界 (ventral temporal occipital cortex) 的梭狀回 (fusiform gyrus)，該區域一般被認為負責將符號進行視覺解碼 (Cantlon et al., 2009; Holloway, Battista, Vogel, & Ansari, 2013)；背側前額葉 (dorsolateral prefrontal cortex)，一般被認為與工作記憶與執行功能有關 (Chang, Rosenberg-Lee, Metcalfe, Chen, & Menon, 2015; Klingberg, Forssberg, & Westerberg, 2002; Rottschy et al., 2012)；海馬回 (hippocampus) 及前顳葉 (anterior temporal lobe) 通常被認為與記憶、提取有關 (Cho et al., 2012; Cho, Ryali, Geary, & Menon, 2011; Squire & Zola-Morgan, 1991)；前腦島 (anterior insula) 與腹側前額葉 (ventrolateral prefrontal cortex) 則被認為與認知與注意力控制有關 (Cho et al., 2012; Cho et al., 2011) (見圖 3)。Menon (2015b) 總結這些研究，進一步提出整個大腦在進行算術時並非以單一區域進行計算功能，而是將這些區域形成幾個神經網絡的方式運作，具體而言，當視覺系

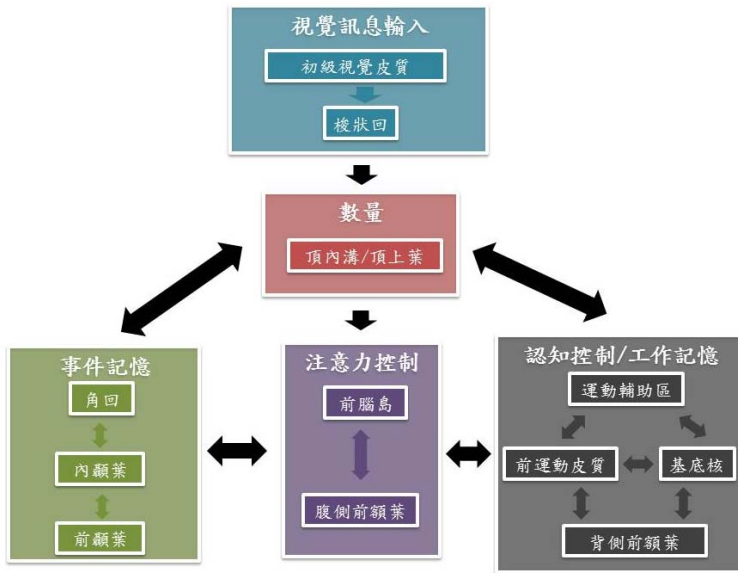


圖 3 與數學能力相關的腦神經機制。腦區中英文對照:初級視覺區 (primary visual cortex); 梭狀回 (fusiform gyrus); 頂內溝 (intra-parietal sulcus); 頂上葉 (Superior parietal lobule); 角回 (angular gyrus); 內顳葉 (medial temporal lobe); 前腦島 (anterior insula); 腹側前額葉 (ventrolateral prefrontal cortex); 運動輔助區 (supplementary motor area); 前運動皮質 (pre-motor cortex); 基底核 (basal ganglia); 背側前額葉 (dorsolateral prefrontal cortex)

統接收到視覺呈現的數學題目時，首先將訊息傳遞到顳枕葉交界，於該處針對數字進行符號解碼，接著傳遞到頂內溝區域，於該處產生數量的表徵。接著依照算術題目與策略的不同，有其他條路徑各司其職，其中背側前額葉與運動皮質區形成工作記憶迴路，這條路徑幫助大腦能在極短的時間之內依照算術的規則操弄數字並完成計算的每一個步驟；內顳葉 (medial temporal lobe) 與前顳葉形成的記憶迴路負責提取數學事實；前腦島與腹側前額葉所形成的控制網絡則負責調控進行算術時所需要的注意力資源。

綜合這些結果可知，算術能力在大腦中絕非仰賴單一區域或單一功能，而是仰賴散播在全腦的神經元的方式運行，這樣的現象些許可以解釋 MLD 者的缺陷經常具有高度異質性的原因。

### 三、數學學習障礙者之腦神經缺陷

接下來本文將探討 MLD 之腦神經缺陷，在此回顧之文獻將以醫學資料庫「PubMed」作為依據，以「dyscalculia」、「mathematical learning disability」、「arithmetic learning disability」等與「MRI」或「fMRI」之聯集作為搜尋關鍵詞，從所獲得的文獻中，篩選其中直接針對數學學習障礙者與一般受試者之大腦結構或是功能進行比較之實徵性研究，並去除個案研究。這樣的搜尋條件所獲得之文獻，從第一篇研究 Molko 等人（2003）計算起至今，僅有十餘篇，顯示此領域之研究結果仍相當有限，有待更多研究者投入。以下就這些文獻，分為大腦結構、局部功能、以及神經迴路等缺陷進行論述。

#### （一）大腦結構缺陷

近代腦造影研究的興盛為 MLD 之生理基礎帶來了相當大衝擊，其中最重要的發現為 MLD 者並非特別愚笨，而是因其存在大腦結構與功能上的缺陷以致其無法學好數學，而其缺陷之大腦區域恰恰是前述與算術相關之神經網絡。Molko 等人（2003）檢驗透納氏症（Turner Syndrome）成人患者之大腦結構，透納氏症是一種由於 X 染色體缺失所致的疾病，患者除生理特徵之外，認知能力也有明顯異常，其中數學與空間視覺能力特別低下，智力卻維持正常水平，相當符合一般對於 MLD 的定義，因此許多研究將透納氏症患者作為基因異常導致數學學習障礙之研究對象。Molko 等人以 VBM 技術檢驗 14 位成人透納氏症患者大腦結構，結果發現其右側頂內溝的體積明顯比起控制組較小（Molko et al., 2003）；類似的結果也在 MLD 兒童研究中被發現，Rotzer 等人（2008）觀察 12 名 9 歲發展性 MLD 兒童的大腦結構，結果除了同樣發現其大腦右側頂內溝體積較小之外，其左右兩側前額葉和前扣帶回（anterior cingulate cortex）的灰質，以及左側前額葉和右側海馬旁回（parahippocampal gyrus）的白質密度也都比一般孩子來得低（Rotzer et al., 2008）；Rykhlevskaia、Uddin、Kondos 與 Menon（2009）觀察 47 名 7-9 歲發展性 MLD 兒童，同樣發現這些兒童部分大腦區域體積比起一般學童小，這些區域除了後頂葉中的頂內溝與頂上葉之外，還包括梭狀回、海馬旁回、前顳葉等。

在 Ryhkhlevskaia 等人 (2009) 的研究中，亦同時使用 DTI 探討 MLD 者之白質神經纖維完整性，結果發現 MLD 者大腦顳頂葉與梭狀回之間神經纖維的 FA 值明顯低於一般兒童，且與使用數學成就測驗測得到之算術能力具有相關性，即神經纖維完整性越高、數學成績表現越好。這些證據都顯示 MLD 者，不論兒童或成人，其大腦結構皆明顯異於正常的受試者，且患者產生結構異常的腦區域明顯與算術能力相關，顯示或許是由於大腦結構異常的因素使 MLD 者產生了算術能力之困難。

## (二) 大腦局部功能缺陷

不僅是結構缺陷，許多文獻也發現 MLD 者進行數量問題相關的作業時，大腦活化的情形也有特定的異常 (De Smedt & Gilmore, 2011; Kucian et al., 2006; Mussolin et al., 2010; Pinel et al., 2001)。在數量判斷的腦造影結果則發現數量距離接近時頂內溝區域活化較大，相反地，距離遠時則較小 (Pinel et al., 2001)。用心理數線的觀點來解釋這個現象，當比較兩個數量時，這兩個數量的表徵都會被激發，此時越接近的數彼此就會造成干擾，越遠的數字則不會，因而在行為和腦神經機制上產生距離效應。而 MLD 者在使用圓點進行數量判斷時，判斷近距離和遠距離的數字其頂內溝並不若一般人活化有差異，因而產生距離效應消失的現象 (Price et al., 2007)；若改採用阿拉伯數字也發現相同的現象 (Mussolin et al., 2010)；其他探討 MLD 進行數量判斷的研究還都發現 MLD 者的頂內溝活化明顯異於一般人 (Kaufmann et al., 2009; Kucian et al., 2011)，顯示 MLD 者在處理相當低階層的數量概念時，就已存在本質上的差異，這也支持 MLD 者對於數量概念似乎不太敏感的说法。

也有研究使用數學運算作業，卻發現不太一致的結果，目前探討 MLD 進行算術作業的研究共有五篇，其中 Kucian 等人 (2006) 發現三至六年級的 MLD 者只有在進行加法概算時右側頂內溝活化才有異，精算時則無；Davis 等人 (2009) 同樣採用運算作業，卻發現不論是精算或是概算，MLD 者的後頂葉與前額葉活化都比起一般學童來得高；De Smedt 等人 (2011) 與 Ashkenazi、Rosenberg-Lee 等人 (2013) 的研究都發現相較於一般學童進行複雜加減法時頂內溝區域活化比起簡單加法來得高，MLD 兒童則是不論複雜或簡單加法都一樣高，Rosenberg-Lee 等人則是發現

MLD 兒童在解決一位數加減法問題時大腦頂內溝活化比起一般兒童高（Rosenberg-Lee et al., 2015），這些研究都顯示 MLD 兒童在解簡單的算術問題時大腦資源所耗費的資源都比起一般兒童來的高。雖然這些研究由於樣本有限，且使用的作業基礎水準不太相同，造成了不一致的結果，無論如何，這些研究確實都提供 MLD 者的算術困難具有生理基礎的證據。

### （三）神經迴路缺陷

在探討神經迴路缺陷的研究中，神經結構方面，前述 Rykhlevskaia 等人的研究發現，數學困難兒童大腦右側頂內溝和梭狀回之間的神經纖維完整性差於一般兒童，即提供這兩個區域所形成迴路異常的例子（Rykhlevskaia et al., 2009）。

在探討功能方面，近年來靜息態的研究越發受到重視，使用靜息態獲得的神經迴路一般被認為是大腦自發性（intrinsic）的反應，而非特定於任何作業的活化情形（Greicius, Krasnow, Reiss, & Menon, 2003; Menon, 2015a），有研究發現在靜息態的大腦活動就已反應出數學程度的不同（Jolles, Ashkenazi et al., 2016; Supekar, Iuculano, Chen, & Menon, 2015; Supekar et al., 2013），其中 Jolles 等人發現 7-9 歲 MLD 兒童頂內溝與全腦其他區域包括前額葉，顳葉，與皮質下區域的功能性連結都比起一般兒童來得高，顯示 MLD 者大腦自發性的網絡就已不同於常人（Jolles, Ashkenazi et al., 2016）。也有研究者分析大腦進行特定認知作業下的功能性連結，以探討不同區域是否僅在進行特定認知作業時才以神經迴路的方式運作，Rosenberg-Lee 等人使用這種技術即發現 MLD 者進行一位數加減法計算時，頂內溝與前額葉及頂葉外側的功能性連結比起一般兒童來的異常高（Rosenberg-Lee et al., 2015）。Jolles 等人與 Rosenberg-Lee 等人檢驗 MLD 腦功能的研究乍看之下似乎獲得了與前述探討 MLD 大腦結構異常相反的結果樣態，然而，根據 Horwitz、Hwang 與 Alstott（2013）所發表的一篇回顧近年大量探討結構與功能性連結的文獻中指出，大腦的結構性連結弱化並不必然代表功能性連結隨之減弱，反之，功能性連結實則可能增強、也有可能減弱。這些研究不僅顯示探討腦部結構與功能的複雜性，也指出探討 MLD 之神經機制時，需要更全面檢驗大腦各面相之必要性。



綜合這些研究結果，MLD 者的腦功能異常可能並不只表現在單一腦區域，而是區域與區域間形成的神經網絡異常，使其無法發展出其他與數學相關的認知功能成分，進而使得數學困難的表現看來像是多種複雜功能缺陷形成的多重障礙，這也許能解釋數學學習困難者之所以異質性這般高的原因。而這些神經迴路與 Menon (2015b) 所提出的算術網絡不謀而合，顯示其確實是與算術相關之腦網絡缺陷所產生之障礙，提供了 MLD 生理基礎之依據。

### 參、近年來介入研究對於數學學習障礙大腦之影響

儘管直至目前為止，對於 MLD 者之治療仍以補救教學為主，提升 MLD 者之數學能力仍是目前教育實務上關心的課題，許多數學的介入性的研究，亦即使用各種教學方案或器材輔助 MLD 學習並探討學習成果的研究，至今已累積眾多初步成果 (Fuchs et al., 2008; Fuchs et al., 2009; Powell, L. S. Fuchs, D. Fuchs, Cirino, & Fletcher, 2009; Räsänen, Salminen, Wilson, Aunio, & Dehaene, 2009; Wilson, Revkin, D. Cohen, L. Cohen, & Dehaene, 2006; Yang, 2003; Yang & Huang, 2014; 楊德清、黃瓊賢, 2012)，其中有的補救教學採用傳統與教師互動的方法 (Fuchs et al., 2008; Fuchs et al., 2009; Iuculano et al., 2015)，這種方式著重教師與學生之間的互動，教師較能掌握學生學習的情形，教材教具的使用也相對上彈性；也有研究者使用近年來相當受歡迎的將教材設計為數位遊戲的教學方式，來提升學生學習的動機，使用數位媒介比起傳統課堂學習有許多優點，對於學生而言，提供數位學習的平台可以很容易被下載，學生可以隨時隨地進行大量練習，也沒有年齡限制，更具有隱密性，學習者不需擔心錯誤的回答會被教室中的同學評價；對於教師而言，數位學習具有容易針對不同學生程度將教材客製化、易於透過數位媒介傳播與分享、以及透過有趣的教材與數位媒介設計提高學生學習動機與娛樂性的特色；對研究者而言，數位學習則具有易於將步驟標準化、自動化、以及易於追蹤學生學習成效的優勢 (Butterworth & Laurillard, 2010; Perensky, 2007)。

目前國外研究中專為 MLD 兒童所設計之補救教學教材或數位遊戲多數仍以訓練數感為主，發展較穩定的有法國的 Number Race (Wilson, Dehaene et al., 2006; Wilson, Revkin et al., 2006) 與芬蘭的 Graphogame-Maths (見 Butterworth 等人 2011 年的文獻回顧)，前者針對 5-8 歲的兒童數感能力所設計，在這個遊戲中，小朋友扮演海豚的角色，必須在對手螃蟹之前搶下兩群寶藏中數目較多的，或是以寶藏數目進行加法或減法後答案較大的，配合電腦適性化的設計，困難度隨著小朋友答對次數增加而提高，遊戲速度也會越來越快；Graphogame-Maths 則是一款由閱讀遊戲改編的數學遊戲，小朋友必須將數量與符號連結才能順利完成關卡。在一個檢驗這兩款遊戲之學習成效的研究中，Räsänen 等人 (2009) 比較三組平均年齡為六歲半的數學低成就幼稚園兒童，這三組兒童分別進行為期三週的 Number Race 與 Graphogame-Maths 介入，以及不進行任何額外介入的控制組，結果發現實施介入的兩組兒童進行數量判斷時反應時間明顯降低，控制組則無，然而除了數量判斷作業之外的其他能力例如數數與算術都沒有改善。這樣的結果可能來自缺乏受試者能力的指標，在這個研究中所招募的低成就兒童受試者為詢問學校老師哪些學生是可能的低成就組，缺乏針對每一個受試者測量其數學能力的指標，影響研究的有效性。此外，後續針對數感訓練的回顧性研究亦質疑此類研究的有效性，包含不適當的控制組以及進步能力的侷限性等 (Szűcs & Myers, 2017)，儘管如此，此類型研究仍為少數系統性探討補救教學對於兒童數學學習成效影響之先驅研究，使人有機會對於 MLD 補救教學成效一窺究竟。

探討遊戲化數學學習對於大腦神經機制發生改變的研究則更是罕見，第一個進行此議題的研究是由 Kucian 等人 (2011) 的數位遊戲研究，在該研究所使用的遊戲中，螢幕將會呈現裝載加減法問題的火箭，兒童必須在火箭抵達螢幕邊界前正確答出答案。在經過五週訓練之後，Kucian 等人發現不論是 MLD 或是正常兒童在進行數字判斷作業時，大腦前額葉與後頂葉的活化都降低了，且在訓練之前 MLD 組前額葉與後頂葉之間功能性連結明顯高於正常兒童，五週訓練之後 MLD 兒童連結過高的現象即消失。另一系列的研究則是史丹佛大學 Menon 的團隊進行，其補救教學所使用的教材是由 Vanderbilt 大學發展多年的 Math Wise，這套教材是由

教師與兒童進行一對一教學，教材內容為以遊戲方式教兒童認識數感、數量概念、與簡單加減法計算，其中的遊戲例如在數字賓果中，兒童會拿到一張賓果遊戲的卡片，教師會唸出一個數學題目，兒童必須將題目答案的數字在卡片上畫記，若湊成直線即達成賓果。Iuculano 等人（2015）針對 7-9 歲的 MLD 與一般兒童進行長達八週的一對一 Math Wise 遊戲教學訓練，結果發現 MLD 組在教學前，包括頂內溝、前額葉、梭狀回、前顳葉等與數學功能相關的區域活化都比起正常的兒童高，八週的教學之後其活化區域回到與一般兒童相等的正常值，這個研究顯示對於 MLD 兒童施以介入的成效是在於使這些兒童回歸到一般兒童的表現，而不是產生新的區域來應付原先的不足；同一個團隊的研究也發現八週一對一教學後，數學焦慮程度降低越多者其大腦中負責情緒的杏仁核區域的腦部活化程度也降低越多（Supekar et al., 2015）；研究人員同時檢驗進行 Math Wise 教學前與教學後的大腦靜息態，結果發現在教學之後，大腦後頂葉與包括前額葉、海馬回、與梭狀回之間的連結全都增加（Jolles, Supekar et al., 2016）；此外，受試者學習表現與教學前的額葉與顳葉間連結的神經纖維白質完整性有正相關，顯示學習效果越好的兒童其神經纖維連結增加越多。綜合這些研究都顯示對於 MLD 兒童進行介入所產生的改變不僅發生在行為，亦發生在大腦的層次，且 MLD 者的大腦在經過補救教學之後，能夠有效省下更多大腦單一區域的資源消耗，取而代之的是區域與區域之間的連結形成的網絡運作更緊密。

補救教學之神經機制的研究不僅被用在探討大腦產生的變化，也被用在預測受試者的學習表現。研究者發現 7-8 歲兒童在進行八週 Math Wise 一對一教學之前，兒童的海馬回區域的灰質密度及海馬回與前額葉的功能性連結，兩者與兒童計算加法的能力在八週之後提升的程度呈現正相關，顯示大腦的結構與功能能夠預測進行補救教學之後兒童計算能力改善的程度（Supekar et al., 2013），儘管這個研究所報告出的僅是兩者之間的相關，真正的原因仍有待釐清，然而這個研究顯示檢驗大腦功能與結構有機會成為早期診斷數學學習障礙的指標。神經造影的研究相當有助於了解兒童學習的機制，不僅能夠深入了解介入策略對兒童造成的影響究竟是發生在哪一種認知成分，甚至介入之前的腦神經機制即可決定學生學習成效的

多寡，換言之，探討介入前的大腦神經機制似乎就已能一窺兒童未來進行介入之後的學習成效了。

## 肆、對於本土研究者探討數學學習障礙未來研究方向之建議

前述之文獻皆以國外研究為主，然而數學能力的發展受文化影響至深，文化對於數學學習的影響不僅表現在數字符號本身並從而影響數感能力(Ansari, 2008; Pinel et al., 2001; Tang et al., 2006)，例如 Tang 等人(2006)即發現同樣是以阿拉伯數字進行加法計算，中國人與美國人活化的區域就大相逕庭；文化也影響學生的計算策略，例如 Campbell 與 Xue (2001)即發現加拿大人與中國人進行四則運算時所使用之策略也不同；不同文化下的學生所面臨的壓力與反應的情緒不同，例如東亞的學生數學焦慮往往比其他地區來的大(Mullis, Martin, Foy, & Hooper, 2016)；家長對於孩子學業成績的期待也大不相同，例如東亞地區的家長往往對孩子期待較高，西方的家長則傾向讓孩子獨立自主(S. Phillipson & S. N. Phillipson, 2007; Shek & Chan, 1999; Tzeng, 2007)，這些因素全都影響學生的學習表現。有鑑於此，作者深感本土研究之重要性，探討本土文化對於數學學習與MLD神經機制之影響的研究深有其必要性。在此提出對於國內此領域研究方向的建議，供各界參考。

### 一、結合本土 MLD 診斷工具之腦造影研究

對於MLD診斷之標準一直是令全世界各地之學者爭論不已的議題，究竟該使用哪些測驗、切截分數該使用多少、以及多少百分比應歸類為MLD等至今仍備受爭議(Butterworth & Laurillard, 2010; Rykhlevskaia et al., 2009)。要探討合乎本土情勢與環境的MLD議題更是需要一套適合國內環境使用的MLD鑑定工具。國內現有的MLD診斷工具諸如柯華葳教授所編制之「基礎數學概念評量」，這套測驗包括數字大小判斷、簡單與複雜計算(柯華葳, 1999)；此套測驗近年由李俊仁教授改版並重新建置常模；另有由洪麗瑜教授編制的「基本數學核心能力測驗」，此套測驗

內容分為數量概念、簡單計算與複雜計算等各項能力（洪儷瑜、連文宏，2015）；還有孟瑛如教授編制之「國民小學數學診斷測驗」（孟瑛如、簡吟文、邱佳寧、陳虹君、周文聿，2015a，2015b，2015c），此套測驗依據年級可分為一至二年級、三至四年級、五至六年級等三個階段版本，另有國中版本（孟瑛如、簡吟文、陳虹君、周文聿，2015）。每個版本依據年級包含有計算、幾何、數量比較、圖表、統計與應用等項目。

除上述提到的多元鑑定工具外，鑑定後的診斷機制亦相當重要。國內現有制度對於每一個學習障礙之鑑定與通報相當慎重，每一名疑似個案均經過補救教學與各縣市特殊教育學生鑑定與就學輔導委員會多重鑑定後才進行診斷（Tzeng, 2007），倘若能借重國內特教領域對於個案之嚴謹定義，輔以科技部在近幾年大力提倡的心智影像研究與神經造影現有資源與技術，將有助於篩檢出真正的 MLD，並進一步理解其神經機制，而鑑定工具與神經造影技術兩者的結合盼能使 MLD 的鑑定與診斷機制發展得更為完善，亦能有助於長期追蹤 MLD 患者在診斷與介入後的數學能力發展。

## 二、整合國內數學學習障礙補救教學與腦造影之本土研究

目前國內也有許多發展成熟的補救教學資源，例如由教育部委託由清華大學特殊教育學系發展之「有愛無礙」網站（<http://www.dale.nthu.edu.tw/>），該網站提供各類型學習障礙之資訊與補救教學資源與教材。本土之補救教學教材均為針對國內之 MLD 者所設計，使用本土之補救教學教材搭配神經造影之介入研究將更能協助釐清國內 MLD 者經過補救教學之後，其大腦所產生之影響，從而找出最適切之補救教學方式。

## 三、文化對數學焦慮與數學成就之腦造影研究

如前文所述，許多研究者認為數學學習困難者真正的困難是來自其情緒，即其對於學習數學的高焦慮以至於影響其學習動機或是其他認知能力，因而形成「數學焦慮」（Ashcraft & Krause, 2007; Lyons & Beilock, 2012; Maloney & Beilock, 2012; Mammarella, Hill, Devine, Caviola, & Szucs, 2015; Suarez-Pellicioni et al., 2016; Supekar et al., 2015）。根據近年來的國際評比 TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) 之資料，

台灣與日本、韓國、中國、新加坡等東亞國家之四年級與八年級學童數學成績往往於數十個 TIMSS 參與國中排名前五，然而這些東亞國家學童卻顯示出高數學焦慮與低學習動機。既然焦慮與情緒是兩個已知對於學習有重大影響的因子，而國內學童又處於高數學焦慮之學習環境，在這樣高焦慮程度的影響之下對於國內學童數學學習的影響為何？對於其腦神經機制之影響為何？為何西方國家的高焦慮兒童有比較低的數學表現，在台灣及亞洲卻似乎不是這個樣子？是否亞洲孩童有較高的抗壓性來應付焦慮帶來的影響？若能從不同國家兒童處理數學時的大腦機制和焦慮程度與數學表現來深入討論，會是相當重要之議題，也是國內研究者未來可以發展之方向。

## 伍、結論

本文回顧當代以腦造影研究探討 MLD 神經機制之文獻，目前研究發現，數學計算能力需要用到的大腦資源涵蓋全腦，包括後頂葉、前額葉、內與外顳葉、及枕葉與顳葉交界，而 MLD 普遍被發現在這些區域的結構與功能皆存在缺陷，顯示 MLD 之所以存在高度異質性可能是來自於其腦神經機制缺陷並非單一區域所致。研究亦發現，MLD 兒童經特殊補救教學後，不僅能夠提升其行為表現，更有機會調整其大腦結構與功能之運作至與一般兒童無異。文末作者提出對於國內當前應發展之議題，透過整合特殊教育、認知心理學、神經科學、以及醫學的研究，希望能從腦功能的觀點提供探討學生學習的機制以及教學取材設計的依據。邁向此跨領域研究仍有相當的困難度，其一即為一般社會大眾、家長、與老師普遍誤認為磁振造影研究具放射性之迷思，其二則為需打破過去跨領域間研究者鮮少對話的框架。望研究者能持續致力於此領域、家長與社會大眾能敞開心房認識腦造影研究，期盼終能全面達成腦科學導向之教育與學習。

## 誌謝

本文為科技部補助計畫之文獻改寫（MOST 105-2511-S-004-001-MY3），感謝科技部的經費補助。

## 參考文獻

- 林宜慧（2007）。台南地區國一學生參加校外數學補習對其學習的影響（未出版之碩士論文）。國立高雄師範大學，高雄市。
- [Lin, Y.-H. (2007). *A study of the impact of attending math cram schools on seventh-grade students' mathematics learning*. (Unpublished master's thesis). National Kaohsiung Normal University, Kaohsiung, Taiwan.]
- 孟瑛如、簡吟文、邱佳寧、陳虹君、周文聿（2015a）。國民小學一至二年級數學診斷測驗（MDA/G1-2）。臺北市：心理。
- [Meng, Y.-R., Chien, Y.-W., Chiu, C.-N., Chen, H.-C., & Chou, W.-Y. (2015a). *Elementary school mathematics diagnostic assessment/Grades 1-2*. Taipei, Taiwan: Psychological.]
- 孟瑛如、簡吟文、邱佳寧、陳虹君、周文聿（2015b）。國民小學三至四年級數學診斷測驗（MDA/G3-4）。臺北市：心理。
- [Meng, Y.-R., Chien, Y.-W., Chiu, C.-N., Chen, H.-C., & Chou, W.-Y. (2015b). *Elementary school mathematics diagnostic assessment/Grades 3-4*. Taipei, Taiwan: Psychological.]
- 孟瑛如、簡吟文、邱佳寧、陳虹君、周文聿（2015c）。國民小學五至六年級數學診斷測驗（MDA/G5-6）。臺北市：心理。
- [Meng, Y.-R., Chien, Y.-W., Chiu, C.-N., Chen, H.-C., & Chou, W.-Y. (2015c). *Elementary school mathematics diagnostic assessment/Grades 5-6*. Taipei, Taiwan: Psychological.]
- 孟瑛如、簡吟文、陳虹君、周文聿（2015）。國民中學七至九年級數學診斷測驗（MDA/G7-9）。臺北市：心理。
- [Meng, Y.-R., Chien, Y.-W., Chen, H.-C., & Chou, W.-Y. (2015). *Junior high school mathematics diagnostic assessment/Grades 7-9*. Taipei, Taiwan: Psychological.]
- 柯華葳（1999）。基礎數學概念評量。臺北市：教育部。
- [Ko, H.-W. (1999). *Basic arithmetic skill test*. Taipei, Taiwan: Minister of Education.]
- 洪儷瑜、連文宏（2015）。基本數學核心能力測驗。臺北市：中國行為科學社。
- [Hung, L.-Y., & Lien, W.-H. (2015). *Core competence of basic mathematics inventory*. Taipei, Taiwan: Chinese Behavioral Science Corporation.]
- 徐政業（2008）。學校與補習班數學教育情況及其對學生數學學習影響之比較（未出版之碩士論文）。國立臺灣師範大學，臺北市。
- [Hsu, C.-Y. (2008). *Comparison of arithmetic learning effects between mathematical education in ordinary school and cram school*. (Unpublished master's thesis). National Taiwan Normal University, Taipei, Taiwan.]



- 張雅俐（2011）。國小學童數學學業成就、數學補習經驗與數學學習策略關係之研究（未出版之碩士論文）。國立臺南大學，臺南市。
- [Chang, Y.-L. (2011). *A study of the relationship among math achievement, mathematics tutorial experience, and mathematics learning strategies of elementary school students*. (Unpublished master's thesis). National University of Tainan, Tainan, Taiwan.]
- 許綺婷（2001）。探討國三學生對補習班與學校教學的看法及其與基本學測數學科之表現的關係（未出版之碩士論文）。國立台灣師範大學，臺北市。
- [Hsu, C.-T. (2011). *Investigation of the ninth-grade students' viewpoint on the teachings of cram schools and ordinary schools and their relationship with the performance of Basic Competence Test of Mathematics*. (Unpublished master's thesis). National Taiwan Normal University, Taipei, Taiwan.]
- 楊德清（2002）。從教學活動中幫助國小六年級學生發展數字常識之研究。*科學教育學刊*，10（3），233-259。
- [Yang, D.-C. (2002). A study of sixth grade students' development of number sense through well-designed number sense activities. *Chinese Journal of Science and Education*, 10(3), 233-259.]
- 楊德清、黃瓊賢（2012）。心算教學活動實踐於小一數學課室之研究。*教育科學研究期刊*，57（2），125-154。
- [Yang, D.-C., & Huang, C.-S. (2012). Mental computation activity implementation into first-grade mathematics classes. *Journal of Research in Education Sciences*, 57(2), 125-154.]
- American Psychiatric Association. (2013). *Diagnostic and statistical manual of mental disorders* (5th ed.). Arlington, VA: American Psychiatric.
- Ansari, D. (2008). Effects of development and enculturation on number representation in the brain. *Nature Review Neuroscience*, 9(4), 278-291. doi:10.1038/nrn2334
- Arsalidou, M., & Taylor, M. J. (2011). Is  $2+2=4$ ? Meta-analyses of brain areas needed for numbers and calculations. *Neuroimage*, 54(3), 2382-2393. doi:10.1016/j.neuroimage.2010.10.009
- Ashcraft, M. H. (2002). Math anxiety: Personal, educational, and cognitive consequences. *Current Directions in Psychological Science*, 11(5), 181-185. doi:10.1111/1467-8721.00196
- Ashcraft, M. H., & Krause, J. A. (2007). Working memory, math performance, and math anxiety. *Psychonomic Bulletin and Review*, 14(2), 243-248.
- Ashkenazi, S., Mark-Zigdon, N., & Henik, A. (2013). Do subitizing deficits in developmental dyscalculia involve pattern recognition weakness? *Developmental Science*, 16(1), 35-46. doi:10.1111/j.1467-7687.2012.01190.x
- Ashkenazi, S., Rosenberg-Lee, M., Metcalfe, A. W., Swigart, A. G., & Menon, V. (2013). Visuo-spatial working memory is an important source of domain-general vulnerability in the development of arithmetic cognition. *Neuropsychologia*, 51(11), 2305-2317. doi:10.1016/j.neuropsychologia.2013.06.031

- Butterworth, B. (2005). Developmental dyscalculia. In J. I. D. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition* (pp. 455-467). Hove, England: Psychology Press.
- Butterworth, B., & Laurillard, D. (2010). Low numeracy and dyscalculia: Identification and intervention. *ZDM*, *42*(6), 527-539. doi:10.1007/s11858-010-0267-4
- Butterworth, B., Varma, S., & Laurillard, D. (2011). Dyscalculia: From brain to education. *Science*, *332*(6033), 1049-1053. doi:10.1126/science.1201536
- Campbell, J. I. D., & Xue, Q. (2001). Cognitive arithmetic across cultures. *Journal of Experimental Psychology: General*, *130*(2), 299-315.
- Cantlon, J. F., Libertus, M. E., Pined, P., Dehaene, S., Brannon, E. M., & Pelphrey, K. A. (2009). The neural development of an abstract concept of number. *Journal of Cognitive Neuroscience*, *21*(11), 2217-2229. doi:10.1162/jocn.2008.21159
- Chang, T. T., Metcalfe, A. W., Padmanabhan, A., Chen, T., & Menon, V. (2015). Heterogeneous and nonlinear development of human posterior parietal cortex function. *Neuroimage*, *126*, 184-195. doi:10.1016/j.neuroimage.2015.11.053
- Chang, T. T., Rosenberg-Lee, M., Metcalfe, A. W., Chen, T., & Menon, V. (2015). Development of common neural representations for distinct numerical problems. *Neuropsychologia*, *75*, 481-495. doi:10.1016/j.neuropsychologia.2015.07.005
- Cho, S., Metcalfe, A. W., Young, C. B., Ryali, S., Geary, D. C., & Menon, V. (2012). Hippocampal-prefrontal engagement and dynamic causal interactions in the maturation of children's fact retrieval. *Journal of Cognitive Neuroscience*, *24*(9), 1849-1866. doi:10.1162/jocn\_a\_00246
- Cho, S., Ryali, S., Geary, D. C., & Menon, V. (2011). How does a child solve  $7 + 8$ ? Decoding brain activity patterns associated with counting and retrieval strategies. *Developmental Science*, *14*(5), 989-1001. doi:10.1111/j.1467-7687.2011.01055.x
- Chochon, F., Cohen, L., van de Moortele, P. F., & Dehaene, S. (1999). Differential contributions of the left and right inferior parietal lobules to number processing. *Journal of Cognitive Neuroscience*, *11*(6), 617-630.
- Cohen Kadosh, R., Cohen Kadosh, K., Kaas, A., Henik, A., & Goebel, R. (2007). Notation-dependent and -independent representations of numbers in the parietal lobes. *Neuron*, *53*(2), 307-314. doi:10.1016/j.neuron.2006.12.025
- Cohen Kadosh, R., Lammertyn, J., & Izard, V. (2008). Are numbers special? An overview of chronometric, neuroimaging, developmental and comparative studies of magnitude representation. *Progress in Neurobiology*, *84*(2), 132-147. doi:10.1016/j.pneurobio.2007.11.001
- Davis, N., Cannistraci, C. J., Rogers, B. P., Gatenby, J. C., Fuchs, L. S., Anderson, A. W., & Gore, J. C. (2009). Aberrant functional activation in school age children at-risk for mathematical disability: A functional imaging study of simple arithmetic skill. *Neuropsychologia*, *47*(12), 2470-2479. doi:10.1016/j.neuropsychologia.2009.04.024

- De Smedt, B., & Gilmore, C. K. (2011). Defective number module or impaired access? Numerical magnitude processing in first graders with mathematical difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology, 108*(2), 278-292. doi:10.1016/j.jecp.2010.09.003
- De Smedt, B., Holloway, I. D., & Ansari, D. (2011). Effects of problem size and arithmetic operation on brain activation during calculation in children with varying levels of arithmetical fluency. *Neuroimage, 57*(3), 771-781. doi:10.1016/j.neuroimage.2010.12.037
- Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P., & Cohen, L. (2003). Three parietal circuits for number processing. *Cognitive Neuropsychology, 20*(3), 487-506. doi:10.1080/02643290244000239
- Fehr, T., Code, C., & Herrmann, M. (2008). Auditory task presentation reveals predominantly right hemispheric fMRI activation patterns during mental calculation. *Neuroscience Letters, 431*(1), 39-44. doi:10.1016/j.neulet.2007.11.016
- Fuchs, L. S., Powell, S. R., Hamlett, C. L., Fuchs, D., Cirino, P. T., & Fletcher, J. M. (2008). Remediating computational deficits at third grade: A randomized field trial. *Journal of Research on Educational Effectiveness, 1*(1), 2-32. doi:10.1080/19345740701692449
- Fuchs, L. S., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Cirino, P. T., Fletcher, J. M., Fuchs, D., ... Zumeta, R. O. (2009). Remediating number combination and word problem deficits among students with mathematics difficulties: A randomized control trial. *Journal of Educational Psychology, 101*(3), 561-576. doi:10.1037/a0014701
- Furman, T., & Rubinsten, O. (2012). Symbolic and non symbolic numerical representation in adults with and without developmental dyscalculia. *Behavioral and Brain Functions, 8*, 55. doi:10.1186/1744-9081-8-55
- Geary, D. C. (1990). A componential analysis of an early learning deficit in mathematics. *Journal of Experimental Child Psychology, 49*(3), 363-383.
- Geary, D. C. (1993). Mathematical disabilities: Cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Psychological Bulletin, 114*(2), 345-362.
- Geary, D. C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 37*, 4-15.
- Geary, D. C. (2011). Consequences, characteristics, and causes of mathematical learning disabilities and persistent low achievement in mathematics. *Journal of Developmental and Behavioral Pediatrics, 32*(3), 250-263. doi:10.1097/DBP.0b013e318209edef
- Geary, D. C. (2013). Early foundations for mathematics learning and their relations to learning disabilities. *Current Directions in Psychological Science, 22*(1), 23-27. doi:10.1177/0963721412469398
- Geary, D. C., & Brown, S. C. (1991). Cognitive addition: Strategy choice and speed-of-processing differences in gifted, normal, and mathematically disabled children. *Developmental Psychology, 27*(3), 398-406.

- Geary, D. C., Hamson, C. O., & Hoard, M. K. (2000). Numerical and arithmetical cognition: A longitudinal study of process and concept deficits in children with learning disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 77(3), 236-263.
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J., & DeSoto, M. C. (2004). Strategy choices in simple and complex addition: Contributions of working memory and counting knowledge for children with mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 88(2), 121-151. doi:10.1016/j.jecp.2004.03.002
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L., & Bailey, D. H. (2012). Mathematical cognition deficits in children with learning disabilities and persistent low achievement: A five-year prospective study. *Journal of Educational Psychology*, 104(1), 206-223. doi:10.1037/a0025398
- Grabner, R. H., Ansari, D., Reishofer, G., Stern, E., Ebner, F., & Neuper, C. (2007). Individual differences in mathematical competence predict parietal brain activation during mental calculation. *Neuroimage*, 38(2), 346-356. doi:10.1016/j.neuroimage.2007.07.041
- Greicius, M. D., Krasnow, B., Reiss, A. L., & Menon, V. (2003). Functional connectivity in the resting brain: A network analysis of the default mode hypothesis. *Proceedings of the National Academy Sciences of the United States of America*, 100(1), 253-258. doi:10.1073/pnas.0135058100
- Halberda, J., Mazocco, M. M. M., & Feigenson, L. (2008). Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement. *Nature*, 455(7213), 665-668. doi:10.1038/nature07246
- Hanich, L. B., Jordan, N. C., Kaplan, D., & Dick, J. (2001). Performance across different areas of mathematical cognition in children with learning difficulties. *Journal of Educational Psychology*, 93(3), 615-626.
- Hitch, G. J., & McAuley, E. (1991). Working memory in children with specific arithmetical learning difficulties. *British Journal of Psychology*, 82(3), 375-386. doi:10.1111/j.2044-8295.1991.tb02406.x
- Holloway, I. D., Battista, C., Vogel, S. E., & Ansari, D. (2013). Semantic and perceptual processing of number symbols: Evidence from a cross-linguistic fMRI adaptation study. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 25(3), 388-400. doi:10.1162/jocn\_a\_00323
- Horwitz, B., Hwang, C., & Alstott, J. (2013). Interpreting the effects of altered brain anatomical connectivity on fMRI functional connectivity: A role for computational neural modeling. *Frontiers Human Neuroscience*, 7, 649. doi:10.3389/fnhum.2013.00649
- Houde, O., Rossi, S., Lubin, A., & Joliot, M. (2010). Mapping numerical processing, reading, and executive functions in the developing brain: An fMRI meta-analysis of 52 studies including 842 children. *Developmental Science*, 13(6), 876-885. doi:10.1111/j.1467-7687.2009.00938.x
- Iuculano, T. (2016). Neurocognitive accounts of developmental dyscalculia and its remediation. *Progress in Brain Research*, 227, 305-333. doi:10.1016/bs.pbr.2016.04.024

- Iuculano, T., Rosenberg-Lee, M., Richardson, J., Tenison, C., Fuchs, L., Supekar, K., & Menon, V. (2015). Cognitive tutoring induces widespread neuroplasticity and remediates brain function in children with mathematical learning disabilities. *Nature Communications*, 6, 8453. doi:10.1038/ncomms9453
- Iuculano, T., Tang, J., Hall, C. W., & Butterworth, B. (2008). Core information processing deficits in developmental dyscalculia and low numeracy. *Developmental Science*, 11(5), 669-680. doi:10.1111/j.1467-7687.2008.00716.x
- Jolles, D., Ashkenazi, S., Chen, T., Evans, T., Kochalka, J., Rosenberg-Lee, M., ...Menon, V. (2016). Parietal hyper-connectivity, aberrant organization and circuit-based biomarkers in children with mathematical disabilities. *Developmental Science*, 19(4), 613-631. doi:10.1111/desc.12399
- Jolles, D., Supekar, K., Richardson, J., Tenison, C., Ashkenazi, S., Rosenberg-Lee, M., ...Menon, V. (2016). Reconfiguration of parietal circuits with cognitive tutoring in elementary school children. *Cortex*, 83, 231-245. doi:10.1016/j.cortex.2016.08.004
- Jordan, N. C., Levine, S. C., & Huttenlocher, J. (1995). Calculation abilities in young children with different patterns of cognitive functioning. *Journal of Learning Disabilities*, 28(1), 53-64.
- Kaufmann, L., Mazzocco, M. M., Dowker, A., von Aster, M., Gobel, S. M., Grabner, R. H., ...Nuerk, H. C. (2013). Dyscalculia from a developmental and differential perspective. *Frontiers in Psychology*, 4, 516. doi:10.3389/fpsyg.2013.00516
- Kaufmann, L., Vogel, S. E., Starke, M., Kremser, C., Schocke, M., & Wood, G. (2009). Developmental dyscalculia: Compensatory mechanisms in left intraparietal regions in response to nonsymbolic magnitudes. *Behavioral and Brain Functions*, 5, 35. doi:10.1186/1744-9081-5-35
- Kaufmann, L., Wood, G., Rubinsten, O., & Henik, A. (2011). Meta-analyses of developmental fMRI studies investigating typical and atypical trajectories of number processing and calculation. *Developmental Neuropsychology*, 36(6), 763-787. doi:10.1080/87565641.2010.549884
- Klingberg, T., Forssberg, H., & Westerberg, H. (2002). Increased brain activity in frontal and parietal cortex underlies the development of visuospatial working memory capacity during childhood. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 14(1), 1-10. doi:10.1162/089892902317205276
- Krueger, F., Spampinato, M. V., Pardini, M., Pajevic, S., Wood, J. N., Weiss, G. H., ...Grafman, J. (2008). Integral calculus problem solving: An fMRI investigation. *Neuroreport*, 19(11), 1095-1099.
- Kucian, K., Grond, U., Rotzer, S., Henzi, B., Schonmann, C., Plangger, F., ...von Aster, M. (2011). Mental number line training in children with developmental dyscalculia. *Neuroimage*, 57(3), 782-795. doi:10.1016/j.neuroimage.2011.01.070
- Kucian, K., Loenneker, T., Dietrich, T., Dosch, M., Martin, E., & von Aster, M. (2006). Impaired neural networks for approximate calculation in dyscalculic children: A functional MRI study. *Behavioral and Brain Functions*, 2, 31. doi:10.1186/1744-9081-2-31

- Kwon, H., Reiss, A. L., & Menon, V. (2002). Neural basis of protracted developmental changes in visuo-spatial working memory. *Proceedings of the National Academy Sciences of the United States of America*, *99*(20), 13336-13341. doi:10.1073/pnas.162486399
- Landerl, K., Bevan, A., & Butterworth, B. (2004). Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: A study of 8-9-year-old students. *Cognition*, *93*(2), 99-125. doi:10.1016/j.cognition.2003.11.004
- Landerl, K., & Kölle, C. (2009). Typical and atypical development of basic numerical skills in elementary school. *Journal of Experimental Child Psychology*, *103*(4), 546-565. doi:10.1016/j.jecp.2008.12.006
- Lyons, I. M., & Beilock, S. L. (2012). When math hurts: Math anxiety predicts pain network activation in anticipation of doing math. *PLoS One*, *7*(10), e48076. doi:10.1371/journal.pone.0048076
- Maloney, E. A., & Beilock, S. L. (2012). Math anxiety: Who has it, why it develops, and how to guard against it. *Trends in Cognitive Sciences*, *16*(8), 404-406. doi:10.1016/j.tics.2012.06.008
- Mammarella, I. C., Hill, F., Devine, A., Caviola, S., & Szucs, D. (2015). Math anxiety and developmental dyscalculia: A study on working memory processes. *Journal of Clinical and Experimental Neuropsychology*, *37*(8), 878-887. doi:10.1080/13803395.2015.1066759
- McLean, J. F., & Hitch, G. J. (1999). Working memory impairments in children with specific arithmetic learning difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology*, *74*(3), 240-260. doi: 10.1006/jecp.1999.2516
- Menon, V. (2010). Developmental cognitive neuroscience of arithmetic: Implications for learning and education. *ZDM*, *42*(6), 515-525. doi:10.1007/s11858-010-0242-0
- Menon, V. (2015a). Large-scale functional brain organization. In A. W. Toga (Ed.), *Brain mapping: An encyclopedic reference* (vol. 2, pp. 449-459). Waltham, MA: Academic Press.
- Menon, V. (2015b). Arithmetic in the child and adult brain. In R. Cohen Kadosh & A. Dowker (Eds.), *The Oxford handbook of numerical cognition* (pp. 502-530). Oxford, England: Oxford University Press.
- Metcalfe, A. W. S., Ashkenazi, S., Rosenberg-Lee, M., & Menon, V. (2013). Fractionating the neural correlates of individual working memory components underlying arithmetic problem solving skills in children. *Developmental Cognitive Neuroscience*, *6*, 162-175. doi:10.1016/j.dcn.2013.10.001
- Molko, N., Cachia, A., Riviere, D., Mangin, J. F., Bruandet, M., Le Bihan, D., ... Dehaene, S. (2003). Functional and structural alterations of the intraparietal sulcus in a developmental dyscalculia of genetic origin. *Neuron*, *40*(4), 847-858.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., & Hooper, M. (2016). *TIMSS 2015 international results in mathematics*. Retrieved from <http://timssandpirls.bc.edu/timss2015/international-results/>

- Mussolin, C., De Volder, A., Grandin, C., Schlogel, X., Nassogne, M. C., & Noel, M. P. (2010). Neural correlates of symbolic number comparison in developmental dyscalculia. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 22(5), 860-874. doi:10.1162/jocn.2009.21237
- OECD. (2010). *The high cost of low educational performance: The long-run economic impact of improving PISA outcomes*. Retrieved from <https://www.oecd.org/pisa/44417824.pdf>.
- OECD. (2013). *How much time do primary and lower secondary students spend in the classroom?* Retrieved from [http://www.oecd.org/education/skills-beyond-school/EDIF%202014--N22%20\(eng\).pdf](http://www.oecd.org/education/skills-beyond-school/EDIF%202014--N22%20(eng).pdf)
- Park, D., Ramirez, G., & Beilock, S. L. (2014). The role of expressive writing in math anxiety. *Journal of Experimental Psychology: Applied*, 20(2), 103-111. doi:10.1037/xap0000013
- Passolunghi, M. C. (2011). Cognitive and emotional factors in children with mathematical learning disabilities. *International Journal of Disability, Development and Education*, 58(1), 61-73. doi:10.1080/1034912X.2011.547351
- Passolunghi, M. C., & Siegel, L. S. (2004). Working memory and access to numerical information in children with disability in mathematics. *Journal of Experimental Child Psychology*, 88(4), 348-367. doi:http://doi.org/10.1016/j.jecp.2004.04.002
- Perensky, M. (2007). *Digital game-based learning*. New York, NY: McGraw-Hill.
- Phillipson, S., & Phillipson, S. N. (2007). Academic expectations, belief of ability, and involvement by parents as predictors of child achievement: A cross-cultural comparison. *Educational Psychology*, 27(3), 329-348. doi:10.1080/01443410601104130
- Piazza, M., Facoetti, A., Trussardi, A. N., Berteletti, I., Conte, S., Lucangeli, D., ... Zorzi, M. (2010). Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia. *Cognition*, 116(1), 33-41. doi:10.1016/j.cognition.2010.03.012
- Piazza, M., Pinel, P., Le Bihan, D., & Dehaene, S. (2007). A magnitude code common to numerosities and number symbols in human intraparietal cortex. *Neuron*, 53(2), 293-305. doi: 10.1016/j.neuron.2006.11.022
- Pickering, S., & Gathercole, S. (2001). *Working memory test battery for children (WMTB-C) manual*. London, England: Psychological.
- Pinel, P., Dehaene, S., Riviere, D., & LeBihan, D. (2001). Modulation of parietal activation by semantic distance in a number comparison task. *Neuroimage*, 14(5), 1013-1026. doi:10.1006/nimg.2001.0913
- Powell, S. R., Fuchs, L. S., Fuchs, D., Cirino, P. T., & Fletcher, J. M. (2009). Effects of fact retrieval tutoring on third-grade students with math difficulties with and without reading difficulties. *Learning Disabilities Research & Practice*, 24(1), 1-11. doi:10.1111/j.1540-5826.2008.01272.x
- Price, G. R., Holloway, I., Rasanen, P., Vesterinen, M., & Ansari, D. (2007). Impaired parietal magnitude processing in developmental dyscalculia. *Current Biology*, 17(24), R1042-1043. doi:10.1016/j.cub.2007.10.013

- Qin, Y., Carter, C. S., Silk, E. M., Stenger, V. A., Fissell, K., Goode, A., & Anderson, J. R. (2004). The change of the brain activation patterns as children learn algebra equation solving. *Proceedings of the National Academy Sciences of the United States of America*, *101*(15), 5686-5691. doi:10.1073/pnas.0401227101
- Qin, Y., Sohn, M. H., Anderson, J. R., Stenger, V. A., Fissell, K., Goode, A., & Carter, C. S. (2003). Predicting the practice effects on the blood oxygenation level-dependent (BOLD) function of fMRI in a symbolic manipulation task. *Proceedings of the National Academy Sciences of the United States of America*, *100*(8), 4951-4956. doi:10.1073/pnas.0431053100
- Richland, L. E., Zur, O., & Holyoak, K. J. (2007). Cognitive supports for analogies in the mathematics classroom. *Science*, *316*(5828), 1128-1129. doi:10.1126/science.1142103
- Rosenberg-Lee, M., Ashkenazi, S., Chen, T., Young, C. B., Geary, D. C., & Menon, V. (2015). Brain hyper-connectivity and operation-specific deficits during arithmetic problem solving in children with developmental dyscalculia. *Developmental Sciences*, *18*(3), 351-372. doi:10.1111/desc.12216
- Rosenberg-Lee, M., Chang, T. T., Young, C. B., Wu, S., & Menon, V. (2011). Functional dissociations between four basic arithmetic operations in the human posterior parietal cortex: A cytoarchitectonic mapping study. *Neuropsychologia*, *49*(9), 2592-2608. doi:10.1016/j.neuropsychologia.2011.04.035
- Räsänen, P., Salminen, J., Wilson, A. J., Aunio, P., & Dehaene, S. (2009). Computer-assisted intervention for children with low numeracy skills. *Cognitive Development*, *24*(4), 450-472. doi:10.1016/j.cogdev.2009.09.003
- Rottschy, C., Langner, R., Dogan, I., Reetz, K., Laird, A. R., Schulz, J. B., ... Eickhoff, S. B. (2012). Modelling neural correlates of working memory: A coordinate-based meta-analysis. *Neuroimage*, *60*(1), 830-846. doi:10.1016/j.neuroimage.2011.11.050
- Rotzer, S., Kucian, K., Martin, E., von Aster, M., Klaver, P., & Loenneker, T. (2008). Optimized voxel-based morphometry in children with developmental dyscalculia. *Neuroimage*, *39*(1), 417-422. doi:10.1016/j.neuroimage.2007.08.045
- Rousselle, L., & Noël, M.-P. (2007). Basic numerical skills in children with mathematics learning disabilities: A comparison of symbolic vs non-symbolic number magnitude processing. *Cognition*, *102*(3), 361-395. doi: 10.1016/j.cognition.2006.01.005
- Rykhlevskaia, E., Uddin, L. Q., Kondos, L., & Menon, V. (2009). Neuroanatomical correlates of developmental dyscalculia: Combined evidence from morphometry and tractography. *Frontiers Human Neuroscience*, *3*, 51. doi:10.3389/neuro.09.051.2009
- Shalev, R. S., Manor, O., & Gross-Tsur, V. (2005). Developmental dyscalculia: A prospective six-year follow-up. *Developmental Medicine and Child Neurology*, *47*(2), 121-125.
- Shek, D. T. L., & Chan, L. K. (1999). Hong Kong Chinese parents' perceptions of the ideal child. *The Journal of Psychology*, *133*(3), 291-302. doi:10.1080/00223989909599742



- Siegler, R. S. (1988). Strategy choice procedures and the development of multiplication skill. *Journal of Experimental Psychology-General*, 117(3), 258-275. doi:10.1037/0096-3445.117.3.258
- Siegler, R. S., & Shrager, J. (1984). Strategy choices in addition and subtraction: How do children know what to do? In C. Sophian (Ed.), *Origins of cognitive skills: The Eighteenth Annual Carnegie Symposium on Cognition* (pp. 229-260). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Squire, L. R., & Zola-Morgan, S. (1991). The medial temporal lobe memory system. *Science*, 253(5026), 1380-1386.
- Suarez-Pellicioni, M., Nunez-Pena, M. I., & Colome, A. (2016). Math anxiety: A review of its cognitive consequences, psychophysiological correlates, and brain bases. *Cognitive Affective and Behavioral Neuroscience*, 16(1), 3-22. doi:10.3758/s13415-015-0370-7
- Supekar, K., Iuculano, T., Chen, L., & Menon, V. (2015). Remediation of childhood math anxiety and associated neural circuits through cognitive tutoring. *Journal of Neuroscience*, 35(36), 12574-12583. doi:10.1523/JNEUROSCI.0786-15.2015
- Supekar, K., Swigart, A. G., Tenison, C., Jolles, D. D., Rosenberg-Lee, M., Fuchs, L., & Menon, V. (2013). Neural predictors of individual differences in response to math tutoring in primary-grade school children. *Proceedings of the National Academy Sciences of the United States of America*, 110(20), 8230-8235. doi:10.1073/pnas.1222154110
- Szűcs, D., & Myers, T. (2017). A critical analysis of design, facts, bias and inference in the approximate number system training literature: A systematic review. *Trends in Neuroscience and Education*, 6(Supplement C), 187-203. doi:10.1016/j.tine.2016.11.002
- Tang, Y., Zhang, W., Chen, K., Feng, S., Ji, Y., Shen, J., ...Liu, Y. (2006). Arithmetic processing in the brain shaped by cultures. *Proceedings of the National Academy Sciences of the United States of America*, 103(28), 10775-10780. doi:10.1073/pnas.0604416103
- Tzeng, S. J. (2007). Learning disabilities in Taiwan: A case of cultural constraints on the education of students with disabilities. *Learning Disabilities Research and Practice*, 22(3), 170-175. doi:10.1111/j.1540-5826.2007.00243.x
- Widaman, K. F., & Little, T. D. (1992). The development of skill in mental arithmetic: An individual differences perspective. In J. I. D. Cambell (Ed.), *Advances in psychology* (vol. 91, pp. 189-253). New York, NY: Elsevier.
- Wilson, A. J., Dehaene, S., Pinel, P., Revkin, S. K., Cohen, L., & Cohen, D. (2006). Principles underlying the design of "The Number Race", an adaptive computer game for remediation of dyscalculia. *Behavioral and Brain Functions*, 2, 19. doi:10.1186/1744-9081-2-19
- Wilson, A. J., Revkin, S. K., Cohen, D., Cohen, L., & Dehaene, S. (2006). An open trial assessment of "The Number Race", an adaptive computer game for remediation of dyscalculia. *Behavioral and Brain Functions*, 2, 20. doi:10.1186/1744-9081-2-20

- Wu, S. S., Chang, T. T., Majid, A., Caspers, S., Eickhoff, S. B., & Menon, V. (2009). Functional heterogeneity of inferior parietal cortex during mathematical cognition assessed with cytoarchitectonic probability maps. *Cerebral Cortex*, *19*(12), 2930-2945. doi:10.1093/cercor/bhp063
- Yang, D.-C. (2003). Teaching and learning number sense – An intervention study of fifth grade students in Taiwan. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *1*(1), 115-134. doi:10.1023/A:1026164808929
- Yang, D.-C., & Huang, K.-L. (2014). An intervention study on mental computation for second graders in Taiwan. *The Journal of Educational Research*, *107*(1), 3-15. doi:10.1080/00220671.2012.753854