

電離層高階項誤差對GPS精密單點定位 精度之影響

林老生* 洪婉綺**

論文收件日期：106年01月11日

論文修訂日期：106年08月15日

論文接受日期：106年09月12日

摘 要

全球定位系統（Global Positioning System, GPS）雙頻觀測資料經過處理後，其精密單點定位（Precise Point Positioning, PPP）之精度可達公分等級。然而，對於精度要求較高之應用，如控制測量、地殼變形監測等，公分級精度尚嫌不足。欲進一步提昇PPP之精度，必須考慮電離層二、三階等高階項誤差之改正。本文在於研究電離層高階項誤差對於台灣地區PPP之影響，因此，主要研究議題為探討在：（1）不同方向（2）太陽黑子高、低峰期（3）不同季節（4）不同地區等情況，改正電離層高階項誤差後對PPP精度之影響。

實驗使用之主要軟體與服務有：（1）RINEX_HO程式，（2）gLAB程式，及（3）AUPOS服務。實驗資料，包含5個台灣衛星追蹤站2009年至2015年之GPS觀測資料。根據實驗結果發現，若改正電離層高階項誤差，對於PPP之影響有以下幾點特性：（1）對東西方向的定位精度提昇比例最高，約為63.0%。（2）太陽黑子低峰期之改正效果較佳，定位精度提昇比例為43.0%。（3）夏季、秋季的定位精度提昇比例優於春季及冬季。（4）南部的墾丁站，其精度提昇效果最佳，定位精度提昇比例約為47.3%。

關鍵詞：全球定位系統、電離層高階項誤差、精密單點定位、雙頻

* 教授，國立政治大學地政學系，TEL：(02)29393091#50606，E-mail：lslin@nccu.edu.tw。

** 碩士，國立政治大學地政學系，E-mail：nccu7435@gmail.com。

The Higher Order Ionospheric Delay Effect on the Accuracy of GPS Precise Point Positioning

Lao-Sheng Lin*, Wan-Chi Hung**

ABSTRACT

The precise point positioning (PPP) accuracy can reach cm level using Global Positioning System (GPS) dual-frequency data. However, cm level accuracy is insufficient for high accuracy applications, such as control surveying, deformation monitoring, etc. To improve the accuracy of PPP, must consider the higher order ionospheric refraction effects. The purpose of this research is to investigate the effects on PPP accuracies in Taiwan region caused by higher order ionospheric refraction errors in different situations: (1) errors in different directions, (2) using observation data in low or higher solar activity period, (3) using observation data of different seasons, and (4) using observation data of different areas.

There were two programs and one service applied in this study: RINEX_HO, gLAB and AUPOS. Test data sets are the observation data from five satellite tracking stations of Taiwan region of year 2009 to 2015. According to the test results, there are several characteristics after correcting higher order ionospheric delays. (1) Most significant effects on the receiver positions occurred in the east-west direction. About 63.0% of PPP results were improved. (2) Accuracies of corrected PPP results improved 43% when the solar activity was low. (3) Summer and autumn observation data had better outcome. (4) The southern station, e.g. KDNM, can get better PPP results. About 47.3% of PPP results were improved.

Key words: Dual Frequency, Global Positioning System (GPS), Higher Order Ionospheric Refraction Effects, Precise Point Positioning (PPP)

* Professor, Department of Land Economics, National Chengchi University, TEL: +886-2-9393091#50606, E-mail: lslin@nccu.edu.tw.

** Master, Department of Land Economics, National Chengchi University, E-mail: nccu7435@gmail.com.

一、前言

電離層延遲為全球定位系統（Global Positioning System, GPS）的主要誤差來源之一，電離層延遲主要包含一階、二階及三階等誤差（Klobuchar, 1996; Marques et al., 2011；朱春春等，2015；洪婉綺，2016）。其中，二階與三階等誤差，稱為電離層高階項誤差。若有雙頻GPS資料，可組成無電離層線性組合觀測量，然而，其僅能消除一階的電離層延遲，卻無法消除高階部分（Brunner and Gu, 1991）。根據研究成果顯示，二階電離層延遲，其誤差大小約為cm等級；三階電離層延遲，其誤差大小約為mm等級（Bassiri and Hajj, 1993; Hoque and Jakowski, 2008; Odijk, 2002; Petrie et al., 2011）。

隨著GPS資料處理技術不斷發展，目前精密單點定位（Precise Point Positioning, PPP）之精度約可達cm等級。然而PPP無法採用差分方法消去或削弱有關系統誤差，因此，必須顧及所有誤差，如電離層、對流層延遲、固體潮影響、天線相位中心改正、相對論改正等（林老生，2009；詹長根等，2005）。在一般情況下，通常以雙頻GPS觀測量組成無電離層線性組合，以消除PPP之電離層一階項誤差（Héroux and Kouba, 2001; 李征航與吳秀娟，2002a、2002b；林老生，2009）。所以，PPP仍然受到電離層二、三階等高階項誤差的影響。因此，對於高精度GPS測量應用，如地殼變形監測、界址點測量等，欲滿足其精度需求，就必須考慮電離層二、三階等高階項誤差對PPP定位之影響（Petrie et al., 2011）。因此，本文旨在探討電離層高階項誤差對於台灣地區PPP之影響。

本文共分五節，第一節為前言，第二節為相關理論與文獻回顧，第三節為實驗資料與方法，第四節為實驗結果與討論，第五節為結論。

二、相關理論與文獻回顧

（一）電離層誤差計算公式

GPS載波相位與虛擬距離之觀測方程式（Marques et al., 2011）如下：

$$\Phi_{L_i} = \rho' - I_g^{(1)} - \frac{1}{2} I_g^{(2)} - \frac{1}{3} I_g^{(3)} + \lambda_i N_i + v_{\Phi_{L_i}} \text{ (m)} \dots \dots \dots (1)$$

$$PR_{L_i} = \rho' + I_g^{(1)} + I_g^{(2)} + I_g^{(3)} + v_{PR_{L_i}} \text{ (m)} \dots \dots \dots (2)$$

式中， L_i 為頻道（其頻率及波長分別為 f_{L_i} 及 λ_i ， $i = 1, 2$ ）， Φ_{L_i} 為載波相位觀測量， PR_{L_i} 為虛擬距離觀測量， ρ' 為衛星與接收儀之間的幾何距離，包含與頻率無關

的影響量如對流層延遲和鐘差等， $I_g^{(1)}$ 、 $I_g^{(2)}$ 和 $I_g^{(3)}$ 分別為電離層一、二及三階項誤差，週波未定值以 N_i 表示， $v_{\Phi_{L_i}}$ 和 $v_{PD_{L_i}}$ 分別代表載波觀測量與虛擬距離觀測量的量測誤差。

電離層一階項誤差為 $I_g^{(1)} = \frac{40.3}{f_{L_i}^2} \text{TEC}$ ，式中TEC (Total Electron Content) 為沿著GPS衛星到接收儀間傳播路徑之間，假想有一個底面積1平方公尺的圓柱所包含的總電子含量。 $I_g^{(1)}$ ，可透過雙頻觀測量之無電離層線性組合消除之。

電離層二階項誤差 $I_g^{(2)}$ 之方程式 (Bassiri and Hajj, 1993; Kedar et al., 2003; Odijk, 2002) 如下：

$$I_{gLi}^{(2)} = \frac{eA}{f_{L_i} 32\pi m_e} \|B\| \cos\theta \text{TEC (m)} \dots\dots\dots (3)$$

式中， $A \cong 80.6 \text{m}^3/\text{s}^2$ ， $e = 1.60218 \times 10^{-19}$ 庫倫 (電子電荷)， $m_e = 9.10939 \times 10^{-31} \text{kg}$ (電子質量)， $\|B\|$ 表示地磁向量B的大小， θ 為訊號傳遞方向與地磁向量B之夾角。

電離層三階項誤差 $I_g^{(3)}$ 之方程式 (Odijk, 2002) 如下：

$$I_{gLi}^{(3)} = \frac{3A^2}{8f_{L_i}^4} \eta N_{e,max} \text{TEC (m)} \dots\dots\dots (4)$$

式中， η 為常數0.66， $N_{e,max}$ 為最大電子密度 (Brunner and Gu, 1991)。

在計算高階項電離層誤差方面，地球磁場模型採用IGRF模型 (Marques et al., 2011)，TEC則由電離層地圖估計之 (Petrie et al., 2011)。

(二) 電離層高階項誤差的大小及對 GPS 定位之影響

在Bassiri與Hajj (1993) 的實驗中，設定視線方向總電子含量 (Slant Total Electron Content, STEC) 為100 TECU (1 TECU = 10^{16} electrons/ m^2)，計算得二階、三階電離層延遲，分別約為-16.5 mm及-0.8 mm。但若將STEC設定為150 TECU，即電離層較活躍時之總電子含量，則二階電離層延遲大小約為25 mm。Datta-Barua et al. (2008) 嘗試找出電離層高階項誤差之最大值，並選擇太陽黑子高峰時期資料做測試，根據其實驗結果顯示，二階、三階電離層延遲之最大值，分別達45 mm及35 mm。Petrie et al. (2011) 考慮前者Datta-Barua et al.之實驗限制，歸納二階、三階電離層延遲之最大值，應分別小於15 mm及5 mm。

Hoque與Jakowski (2008) 設定垂直方向TEC為143 TECU，即電離層較活躍

時之總電子含量，實驗估計出來之二階、三階之電離層延遲約為25 mm及3 mm。Odijsk (2002) 以100 TECU為最大電子含量，測試荷蘭地區高階電離層延遲之大小。根據其實驗結果指出，L2之二階、三階電離層延遲約為43 mm及2 mm。因此，由上述研究成果可知，二階、三階電離層延遲誤差量，最大分別可達cm等級及mm等級。

Bassiri & Hajj (1993) 將電離層誤差項簡化，使得誤差項可以被實際模型化，且僅考慮二、三階項誤差影響、排除彎曲誤差。Kedar et al. (2003) 以Bassiri & Hajj (1993) 提出之改正方式，探討二階電離層延遲對於GPS測站位置之影響，透過分析三年赤道區GPS觀測站之資料發現，若不改正二階電離層延遲，測站位置會有明顯的半年南北震盪變化。Fritsche et al. (2005) 使用全球觀測站網估計二階、三階電離層延遲對平移量之長期（三年）影響，以及對坐標之單日影響；結果發現（1）框架原點與電子密度有線性相依關係；（2）衛星位置在改正誤差後會受公分等級的影響；（3）改正高階電離層延遲項後，相對於ITRF2000對測站坐標的影響量，在X、Y、Z方向分別為5.0mm、-1.9mm及3.7mm。Hoque & Jakowski (2008) 針對歐洲之GNSS使用者，提出電離層高階項誤差之改正函數，可將二階電離層延遲改正至mm等級。

朱春春等 (2015) 利用RINEX_HO程式 (Marques et al., 2011) 估計高階電離層延遲，並用Bernese 5.0程式實施GPS相對定位，研究高階電離層延遲對GPS雙差觀測值和基線向量的影響。根據其研究成果顯示：（1）南北向基線向量的雙差高階電離層延遲，比東西向基線向量的雙差高階電離層延遲要大。（2）隨著太陽黑子數增加，雙差高階電離層延遲也會增大。（3）雖然高階電離層延遲最大誤差量可達cm等級，但是，其對基線向量的影響會隨著時段長度的減少而增大。例如，高階電離層延遲對24h（時）、6h、4h基線解的平均影響量（絕對值）分別為1.4mm、1.8mm及6.2mm。因為，雙差觀測值中的高階電離層延遲的數值可正可負，而且隨著時間推移，其數值及符號均會發生變化，在長時段中這些影響可以相互抵銷，而時段較短時殘餘誤差會增大。

三、實驗資料與方法

（一）實驗用之軟體與服務

RINEX_HO程式，由巴西São Paulo State University所開發，用以估計GPS觀

測量所的电離層高階項誤差，並輸出改正電離層高階項誤差後之RINEX觀測檔 (Marques et al., 2011)。RINEX_HO有兩個輸入檔，分別為Rinex_ha.inp和Rinex_ha_param.dat，兩個檔案必須與RINEX_HO執行檔放在同一個資料夾方可執行。Rinex_ha.inp中所需的輸入檔案有：(1) 觀測檔 (.yyo) (2) 導航檔 (.nav) (3) 電離層地圖檔 (.yyi) (4) P1C1、P1P2衛星差分延遲檔 (.DCB)、接收儀差分延遲量 (如以原始虛擬距離觀測量計算總電子含量則須提供) (5) IGRF係數 (使用IGRF模型作為地磁模型時須提供)。Rinex_ha_param.dat中則包含C/A碼標準差、P2標準差、L1標準差、L2標準差、電離層高度、地球赤道半徑、赤道磁通量及電子密度極大值 (最後兩個參數為使用雙極模型作為地磁模型時使用)。本研究實驗中，使用Rinex_ha_param.dat之預設參數值。

gLAB程式，由西班牙gAGE (Research group of Astronomy and GEomatics Technical University of Catalonia in Spain) 所開發，免費提供予使用者進行精密單點定位及誤差計算，其定位精度可達到cm等級 (Sanz et al., 2010)。在gLAB計算精密單點定位之過程中，已改正對流層延遲、固體潮影響、天線相位中心改正、相對論改正，以及電離層一階項延遲等誤差；然尚未考慮電離層之高階項誤差改正。gLAB中主要可分為定位 (Positioning) 與分析 (Analysis) 兩大模組，其中定位模組包含輸入 (Input)、前處理 (Preprocess)、模型 (Modelling)、濾波 (Filter) 及輸出 (Output)；而分析模組中可選擇計算NEU定位誤差、平面定位誤差、天頂方向對流層延遲等，共有12種分析可選擇。gLAB之使用者介面如圖1所示。gLAB之定位模式包含標準單點定位 (如圖1之SPP Template) 及精密單點定位 (如圖1之PPP Template)，本實驗中所使用的模式為精密單點定位。執行PPP所需資料有觀測檔 (.yyo)、天線檔 (.atx)、精密星曆 (.sp3) 及位置檔案 (.snx) 或空間直角坐標值。

AUPOS，為由Geoscience Australia所提供之免費線上GPS資料處理服務 (AUPOS, 2016)，其PPP計算過程中，所考慮的誤差包含電離層一階項延遲、對流層延遲、固體潮影響、衛星及地面天線相位中心改正、衛星質量中心改正、衛星軌道改正等。由於下列實驗中，欲進行定位結果比較時，需要各觀測站之位置參考坐標 (假設其為真值)，作為判斷定位成果優劣之依據，故透過AUPOS，處理本研究採用之觀測資料，以獲取所需各觀測站之參考坐標。

(二) 實驗資料

為了探討台灣地區，改正電離層高階項誤差前、後對PPP精度的影響，採用內

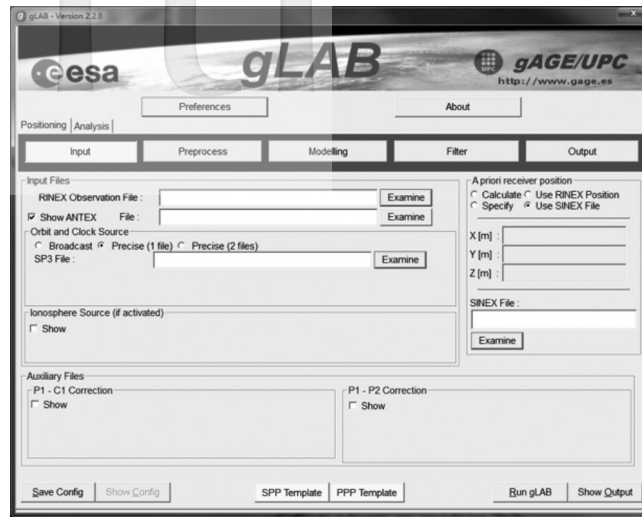


圖1 gLAB使用者介面

政部地政司衛星測量中心提供的鳳林、墾丁、北港、太麻里及陽明山等五個衛星追蹤站（如圖2所示）之GPS雙頻觀測量。時間範圍，自2009年至2015年共7年；各站每年的GPS觀測量，蒐集包含春分、夏至、秋分及冬至前後各三天，共7日的資料。換言之，蒐集各站每年3/17~3/23、6/18~6/24、9/20~9/26及12/19~12/25共28天的GPS觀測量。因此，每年共蒐集140天資料；7年共蒐集980天的GPS資料。向地政司衛星測量中心申請GPS觀測資料之流程如下：

1. 以自然人憑證登入內政部地政司衛星測量中心。
2. 向衛星測量中心提出為何需要GPS觀測資料有關的研究計畫及需求的GPS觀測資料。
3. 獲得核可通知後，在期限內，便可由衛星測量中心網站下載所需的GPS觀測資料。

（三）實驗方法

假設RINEX_HO估計之電離層高階項誤差、gLAB計算PPP之數學模式，以及AUPOS所算之測站點位坐標等皆無誤，且衛星坐標框架轉換殘差可忽略，在只考慮電離層高階項誤差對於PPP之影響的前提下，依照以下流程圖（如圖3所示）進行後續實驗。以RINEX_HO程式，估計上述台灣5個衛星追蹤站每一顆GPS衛星、每一曆元的電離層高階項誤差，再分別將改正電離層高階項誤差前、後之RINEX觀測檔案，透過gLAB程式執行PPP，最後以MATLAB計算相關統計值，以探討改



圖2 台灣五個衛星追蹤站分布圖

正電離層高階項誤差，在不同情況下對於PPP定位精度之影響。圖3中，IGRF12（IGRF, 2016）為國際地球磁場之各項參數，為估計電離層高階項誤差所需之檔案，可由IGRF網站（IGRF, 2016）下載；SP3為PPP定位所需之精密星曆；ANTEX為天線檔案，在PPP中用於改正天線相位中心誤差。SP3與ANTEX，可由IGS網站（IGS, 2016）下載。

（四）成果分析

首先，說明後續分析表格中各項統計值之意義。各站各方向定位誤差之參考坐標為經由AUPOS所計算之測站空間直角坐標。gLAB先計算每一曆元PPP之點位空間直角坐標與AUPOS求解之點位空間直角坐標間之差值，再將其轉換為站心地平坐標系統（Sanz et al., 2010；洪婉綺，2016）。

其次，由於gLAB的PPP定位誤差約在10,000秒後才收斂，故以下統計值皆取10,000秒後之定位誤差計算而得：

1. 平均定位誤差：各站單日觀測資料在10,000秒後，各方向（N, E, U）定位誤差之平均值；其中，N、E及U分別代表站心地平坐標系的南北、東西及高程（上下）。

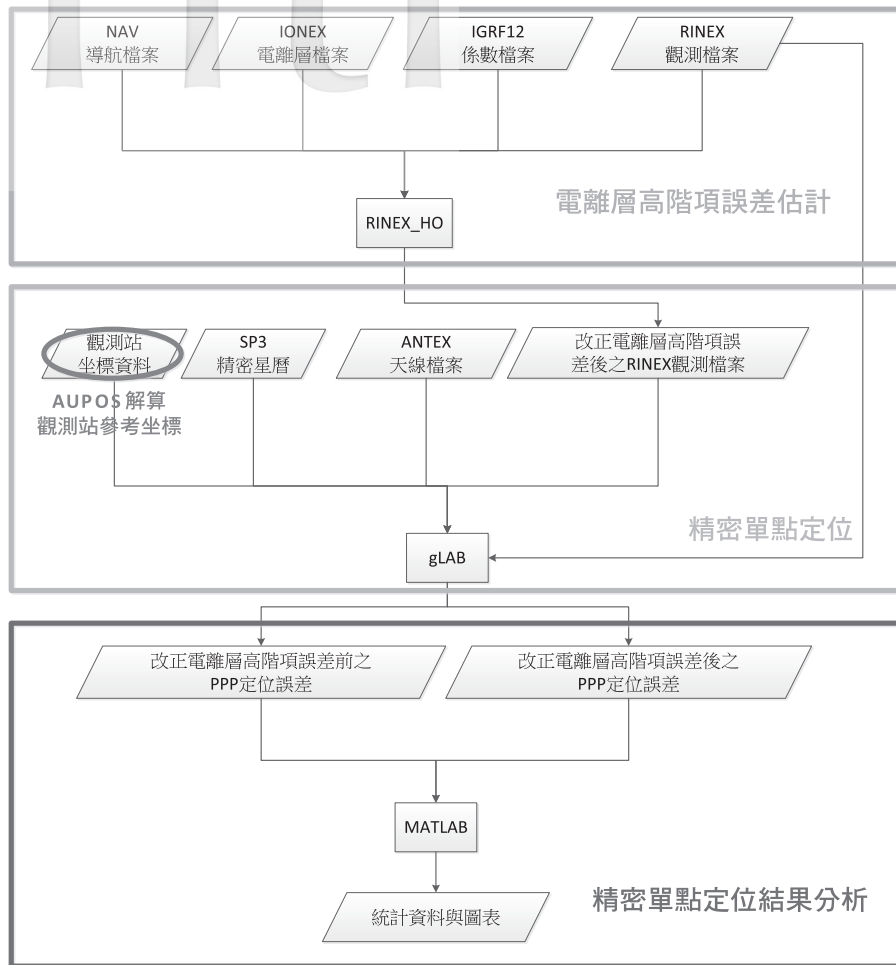


圖3 實驗流程圖

2. 改正電離層高階項誤差前、後平均定位誤差絕對值之差X：

$$X = |\text{平均定位誤差}|_{\text{改正前}} - |\text{平均定位誤差}|_{\text{改正後}} \dots\dots\dots (5)$$

式中， $|\text{平均定位誤差}|_{\text{改正前}}$ 、 $|\text{平均定位誤差}|_{\text{改正後}}$ ，分別為改正電離層高階項誤差前、後，對應之平均定位誤差的絕對值。若絕對值之差（X）大於0，則表示改正電離層高階項誤差後之誤差量值小於改正前之誤差量值；換言之，改正電離層高階項誤差後，定位精度獲得提升；反之，若此值小於0，則表示定位精度下降。

為了探討各N、E、U等方向之精度影響，根據方程式（5），後續實驗結果之 ΔN 、 ΔE 、 ΔU 、 ΔP 定義如下：

(1) ΔN ：各季節（共7天）在南北方向改正電離層高階項誤差前、後平均定位誤

差絕對值之差的平均值。

- (2) ΔE ：各季節（共 7 天）在東西方向改正電離層高階項誤差前、後平均定位誤差絕對值之差的平均值。
- (3) ΔU ：各季節（共 7 天）在高程方向改正電離層高階項誤差前、後平均定位誤差絕對值之差的平均值。 ΔN 、 ΔE 、 ΔU 經過上述處理後，其效果類似差分計算，可以把 RINEX_HO 估計之電離層高階項誤差、gLAB 計算 PPP 之數學模式，以及 AUPOS 所算之測站點位坐標與衛星坐標框架轉換殘差等共同誤差消除；剩下者為電離層高階項誤差對 PPP 定位的影響量。
- (4) ΔP ：如方程式 (6) 所定義。

$$\Delta P = \sqrt{\Delta N^2 + \Delta E^2 + \Delta U^2} \dots\dots\dots (6)$$

3. 定位精度提昇比例，其計算公式如下：

$$\text{定位精度提昇比例} = \frac{\text{改正前後平均誤差絕對值之差} \geq 0 \text{ 的個數}}{\text{改正前後平均誤差絕對值之差的總個數}} \times 100\% \dots\dots\dots (7)$$

上式之意義為計算所有絕對值之差中，差值大於0者之比例，意即改正電離層高階項誤差後優於改正前者在總個數中所佔之比例。

四、實驗結果與討論

圖4所示為1950年至2016年的太陽黑子數量，橫軸為西元年，縱軸為太陽黑子數量，黑點表示每月之平均太陽黑子數量。本實驗所用的GPS資料，涵蓋2009年至2015年；由圖4可看出，目前處於第24個太陽周期，2009年至2011年約位於太陽黑子低峰時期，2012至2015年約位於太陽黑子高峰時期。

表1至表24為實驗結果的統計表，以表1陽明山站之 ΔN 為例，說明表中各統計值的意義：「誤差」，如上節之成果分析所定義 ΔN ；「總個數」，2009年至2011年共有3個春季的 ΔN ，故其值為3；若總個數少於3，表示缺少某一年的資料；「 ≥ 0 個數」，代表在3年中， $\Delta N \geq 0$ 的個數；「提升(%)」，根據方程式(7)所計算的定位精度提昇比例，以陽明山站為例，其 ΔN 的總個數為2， ≥ 0 個數為0，所以，其定位精度提昇比例為0%；「Max.」及「Min.」，分別代表3年中 ΔN 的最大值與最小值，以mm為單位。

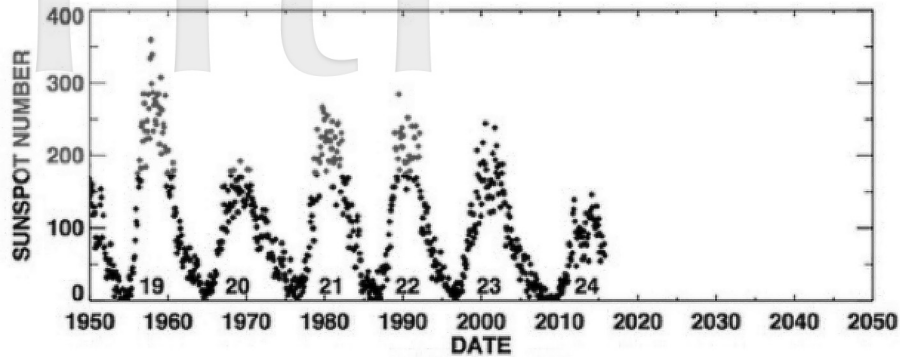


圖4 1950年至2016年的太陽黑子數量

(資料來源：National Aeronautics and Space Administration, 2016, <http://solarscience.nasa.gov>)

(一) 太陽黑子低峰時期 (2009 年至 2011 年)

1. 春季觀測資料定位結果

表1至表3所示，為2009年至2011年太陽黑子低峰時期，陽明山站等5個測站在春季的點位成果統計表。根據表1至表3的結果顯示：(1) 改正電離層高階項誤差(以後簡稱為改正誤差)後，對於大部分(約80%)點位之E及U方向的精度有提昇。(2) ΔN 的震盪幅度較大， ΔE 及 ΔU 的震盪幅度較小。(3) 南部墾丁站之定位精度提昇效果最好，約66.7%。

2. 夏季觀測資料定位結果

表4至表6所示，為2009年至2011年太陽黑子低峰時期，陽明山站等5個測站在夏季的點位成果統計表。根據表4至表6的結果顯示：(1) 改正誤差後，對於所有點位之N及E方向的精度都有提昇。(2) ΔN 的震盪幅度較大， ΔE 及 ΔU 的震盪幅度較小。(3) 南部墾丁站之定位精度提昇效果最好，約91.7%。

3. 秋季觀測資料定位結果

表7至表9所示，為2009年至2011年太陽黑子低峰時期，陽明山站等5個測站在秋季的點位成果統計表。根據表7至表9的結果顯示：(1) 改正誤差後，對於所有點位之U方向的精度有提昇。(2) ΔN 的震盪幅度較大， ΔE 及 ΔU 的震盪幅度較小。(3) 南部墾丁站之定位精度提昇效果最好，約66.7%。

4. 冬季觀測資料定位結果

表10至表12所示，為2009年至2011年太陽黑子低峰時期，陽明山站等5個測站

表1 2009年至2011年太陽黑子低峰時期，
陽明山站與鳳林站在春季的點位成果統計表

陽明山站						鳳林站					
誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)	誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)
ΔN	2	0	0.0	-0.5	-2.4	ΔN	3	0	0.0	-0.4	-1.1
ΔE	2	0	0.0	-0.1	-0.1	ΔE	3	3	100.0	0.0	0.0
ΔU	2	0	0.0	-0.1	-0.6	ΔU	3	2	66.7	0.5	-0.1
ΔP	2	0	0.0	-0.4	-1.3	ΔP	3	1	33.3	0.2	-0.5

表2 2009年至2011年太陽黑子低峰時期，
北港站與太麻里站在春季的點位成果統計表

北港站						太麻里站					
誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)	誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)
ΔN	3	0	0.0	-0.6	-2.4	ΔN	3	2	66.7	0.8	-3.6
ΔE	3	2	66.7	0.0	-0.1	ΔE	3	1	33.3	0.1	-0.1
ΔU	3	1	33.3	0.3	-0.5	ΔU	3	2	66.7	0.5	-0.1
ΔP	3	0	0.0	-0.6	-0.9	ΔP	3	2	66.7	0.5	-1.5

表3 2009年至2011年太陽黑子低峰時期，墾丁站在春季的點位成果統計表

誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)
ΔN	3	2	66.7	2.4	-3.0
ΔE	3	3	100.0	0.6	0.2
ΔU	3	1	33.3	0.2	-1.4
ΔP	3	2	66.7	0.1	-1.8

在冬季的點位成果統計表。根據表10至表12的結果顯示：（1）改正誤差後，對於所有點位之U方向的精度有提昇。（2）ΔN的震盪幅度較大，ΔE及ΔU的震盪幅度較小。（3）南部墾丁站之定位精度提昇效果最好，約58.6%。

（二）太陽黑子高峰時期（2012年至2015年）

1. 春季觀測資料定位結果

表13至表15所示，為2012年至2015年太陽黑子高峰時期，陽明山站等5個測站

表4 2009年至2011年太陽黑子低峰時期，
陽明山站與鳳林站在夏季的點位成果統計表

陽明山站						鳳林站					
誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)	誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)
ΔN	3	1	33.3	0.9	-2.9	ΔN	2	2	100.0	0.6	-1.3
ΔE	3	1	33.3	0.1	-0.3	ΔE	2	2	100.0	0.0	0.0
ΔU	3	3	100.0	1.2	0.1	ΔU	2	0	0.0	-0.2	-0.6
ΔP	3	1	33.3	0.4	-1.0	ΔP	2	0	0.0	-0.1	-0.4

表5 2009年至2011年太陽黑子低峰時期，
北港站與太麻里站在夏季的點位成果統計表

北港站						太麻里站					
誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)	誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)
ΔN	3	1	33.3	0.1	-2.6	ΔN	3	2	66.7	1.5	-0.5
ΔE	3	2	66.7	0.0	-0.4	ΔE	3	1	33.3	0.2	-0.1
ΔU	3	1	33.3	1.4	-0.7	ΔU	3	1	33.3	0.0	-0.6
ΔP	3	1	33.3	0.3	-0.9	ΔP	3	1	33.3	0.3	-0.7

表6 2009年至2011年太陽黑子低峰時期，墾丁站在夏季的點位成果統計表

誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)
ΔN	3	3	100.0	1.7	0.2
ΔE	3	2	66.7	0.2	-0.1
ΔU	3	3	100.0	0.6	0.3
ΔP	3	3	100.0	0.9	0.2

在春季的點位成果統計表。根據表13至表15的結果顯示：（1）改正誤差後，對於所有點位之U方向的精度有提昇。（2）ΔN的震盪幅度較大，ΔE及ΔU的震盪幅度較小。（3）南部墾丁站之定位精度提昇效果最好，約37.5%。

2. 夏季觀測資料定位結果

表16至表18所示，為2012年至2015年太陽黑子高峰時期，陽明山站等5個測站在夏季的點位成果統計表。根據表16至表18的結果顯示：（1）改正誤差後，對於

表7 2009年至2011年太陽黑子低峰時期，
陽明山站與鳳林站在秋季的點位成果統計表

陽明山站						鳳林站					
誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)	誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)
ΔN	3	0	0.0	-1.3	-3.1	ΔN	3	0	0.0	-0.4	-4.4
ΔE	3	1	33.3	0.0	-0.1	ΔE	3	0	0.0	-0.2	-0.5
ΔU	3	3	100.0	0.2	0.1	ΔU	3	3	100.0	1.2	0.0
ΔP	3	0	0.0	-0.5	-2.3	ΔP	3	0	0.0	-0.3	-0.9

表8 2009年至2011年太陽黑子低峰時期，
北港站與太麻里站在秋季的點位成果統計表

北港站						太麻里站					
誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)	誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)
ΔN	3	0	0.0	-1.0	-2.4	ΔN	3	2	66.7	1.2	-3.3
ΔE	3	3	100.0	0.3	0.0	ΔE	3	0	0.0	-0.3	-0.5
ΔU	3	2	66.7	0.6	-0.1	ΔU	3	1	33.3	0.9	-0.1
ΔP	3	0	0.0	-0.4	-0.4	ΔP	3	1	33.3	0.0	-1.7

表9 2009年至2011年太陽黑子低峰時期，墾丁站在秋季的點位成果統計表

誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)
ΔN	3	2	66.7	1.7	-1.6
ΔE	3	3	100.0	0.3	0.1
ΔU	3	1	33.3	0.0	-1.9
ΔP	3	2	66.7	0.5	-1.5

所有點位之E及U方向的精度有提昇。(2) ΔN的震盪幅度較大，ΔE及ΔU的震盪幅度較小。(3) 東部鳳林站站之定位精度提昇效果最好，約43.8%。

3. 秋季觀測資料定位結果

表19至表21所示，為2012年至2015年太陽黑子高峰時期，陽明山站等5個測站在秋季的點位成果統計表。根據表19至表21的結果顯示：(1) 改正誤差後，對於所有點位之E方向的精度有提昇。(2) ΔN的震盪幅度較大，ΔE及ΔU的震盪幅度較

表10 2009年至2011年太陽黑子低峰時期，
陽明山站與鳳林站在冬季的點位成果統計表

陽明山站						鳳林站					
誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)	誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)
ΔN	3	0	0.0	-2.1	-4.2	ΔN	3	0	0.0	-1.2	-3.4
ΔE	3	2	66.7	0.4	-0.3	ΔE	3	2	66.7	0.1	-0.4
ΔU	3	2	66.7	0.8	-0.2	ΔU	3	2	66.7	0.4	-0.2
ΔP	3	0	0.0	-0.4	-2.7	ΔP	3	0	0.0	-0.1	-0.5

表11 2009年至2011年太陽黑子低峰時期，
北港站與太麻里站在冬季的點位成果統計表

北港站						太麻里站					
誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)	誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)
ΔN	3	0	0.0	-1.2	-3.6	ΔN	3	1	33.3	0.3	-3.8
ΔE	3	1	33.3	0.1	-0.3	ΔE	3	0	0.0	-0.1	-0.2
ΔU	3	2	66.7	0.2	0.0	ΔU	3	2	66.7	0.9	-0.1
ΔP	3	0	0	-0.4	-2.8	ΔP	3	0	0.0	-0.1	-1.3

表12 2009年至2011年太陽黑子低峰時期，墾丁站在冬季的點位成果統計表

誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)
ΔN	3	0	0.0	-0.2	-3.9
ΔE	3	2	66.7	0.3	-0.1
ΔU	3	3	100	1.2	0.1
ΔP	3	2	66.7	1.1	-0.5

小。(3) 太麻里站及墾丁站之定位精度提昇效果最好，約37.5%。

4. 冬季觀測資料定位結果

表22至表24所示，為2012年至2015年太陽黑子高峰時期，陽明山站等5個測站在冬季的點位成果統計表。根據表22至表24的結果顯示：(1) 改正誤差後，對於所有點位之E及U方向的精度有提昇。(2) ΔN的震盪幅度較大，ΔE及ΔU的震盪幅度較小。(3) 陽明山站、鳳林站及太麻里站之定位精度提昇效果最好，約31.3%。

表13 2012年至2015年太陽黑子高峰時期，
陽明山站與鳳林站在春季的點位成果統計表

陽明山站						鳳林站					
誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)	誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)
ΔN	4	0	0.0	-2.6	-6.6	ΔN	4	0	0.0	-3.9	-6.8
ΔE	4	3	75.0	0.2	-0.3	ΔE	4	4	100.0	0.6	-0.3
ΔU	4	2	50.0	0.0	-2.1	ΔU	4	1	25.0	0.9	-1.8
ΔP	4	0	0.0	-1.8	-5.2	ΔP	4	0	0.0	-1.7	-4.6

表14 2012年至2015年太陽黑子高峰時期，
北港站與太麻里站在春季的點位成果統計表

北港站						太麻里站					
誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)	誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)
ΔN	4	0	0.0	-4.1	-7.0	ΔN	4	0	0.0	-2.3	-7.1
ΔE	4	1	25.0	0.1	-0.1	ΔE	4	2	50.0	0.1	-0.2
ΔU	4	2	50.0	0.0	-2.1	ΔU	4	2	50.0	1.2	-2.8
ΔP	4	0	0.0	-2.3	-4.4	ΔP	4	0	0.0	-1.1	-5.8

表15 2012年至2015年太陽黑子高峰時期，墾丁站在春季的點位成果統計表

誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)
ΔN	4	0	0.0	-0.3	-5.3
ΔE	4	4	100.0	0.4	0.0
ΔU	4	1	25.0	0.0	-2.1
ΔP	4	1	25.0	0.2	-3.0

(三) 綜合討論

為了更進一步呈現電離層高階項誤差對於PPP定位結果之影響，以及後續討論之需，以墾丁KDNM衛星追蹤站2009年至2015年夏季觀測資料（含6/18~6/24共7日）為例，先取每日觀測資料1萬秒後之定位誤差，再將改正電離層高階項誤差後之定位誤差，減去改正電離層高階項誤差前之定位誤差，針對ΔN、ΔE及ΔU，繪製成為期一週的時間序列圖，如圖5至圖7。

表16 2012年至2015年太陽黑子高峰時期，
陽明山站與鳳林站在夏季的點位成果統計表

陽明山站						鳳林站					
誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)	誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)
ΔN	4	0	0.0	-2.8	-4.0	ΔN	4	2	50.0	1.7	-2.9
ΔE	4	3	75.0	0.3	-0.1	ΔE	4	3	75.0	0.6	-0.3
ΔU	4	3	75.0	0.5	-0.1	ΔU	4	1	25.0	0.0	-1.4
ΔP	4	0	0.0	-0.9	-2.2	ΔP	4	1	25.0	0.1	-1.2

表17 2012年至2015年太陽黑子高峰時期，
北港站與太麻里站在夏季的點位成果統計表

北港站						太麻里站					
誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)	誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)
ΔN	4	0	0.0	-1.2	-3.6	ΔN	4	1	25.0	1.9	-2.8
ΔE	4	3	75.0	0.4	-0.1	ΔE	4	2	50.0	0.9	-0.5
ΔU	4	1	25.0	0.9	-0.5	ΔU	4	1	25.0	0.5	-0.8
ΔP	4	0	0.0	-1.0	-1.7	ΔP	4	1	25.0	0.5	-1.3

表18 2012年至2015年太陽黑子高峰時期，墾丁站在夏季的點位成果統計表

誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)
ΔN	4	1	25.0	1.3	-2.8
ΔE	4	2	50.0	0.4	-0.7
ΔU	4	2	50.0	0.1	-0.8
ΔP	4	0	0	-0.2	-1.1

圖5至圖7中，X軸為時間軸，Y軸為改正前、後定位誤差之差值（分別 ΔN 、 ΔE 及 ΔU ）。由圖5至圖7可看出 ΔN 、 ΔE 及 ΔU 的趨勢：（1）即改正電離層高階項誤差前、後定位誤差之差異，南北方向最大，高程方向次之，東西方向改正前、後差異最小；（2） ΔN 、 ΔE 及 ΔU 的變化與日期、年份有很高的相關性；（3） ΔN 的變化與太陽黑子低高峰期有密切關係，低峰期 ΔN 震盪幅度較小，反之則較大；（4） ΔE 及 ΔU 的變化與太陽黑子低高峰期也有密切關係，但是，其震盪幅度較小；（5）2009年至2015年間， ΔN 的數值皆為正；但是， ΔE 及 ΔU 的數值，有正有負。

表19 2012年至2015年太陽黑子高峰時期，
陽明山站與鳳林站在秋季的點位成果統計表

陽明山站						鳳林站					
誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)	誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)
ΔN	4	0	0.0	-2.2	-4.6	ΔN	4	0	0.0	-2.7	-4.0
ΔE	4	2	50.0	0.1	-0.3	ΔE	4	3	75.0	0.6	-0.3
ΔU	4	2	50.0	0.5	-0.6	ΔU	4	1	25.0	0.0	-1.4
ΔP	4	0	0.0	-1.3	-3.0	ΔP	4	1	25.0	0.1	-1.2

表20 2012年至2015年太陽黑子高峰時期，
北港站與太麻里站在秋季的點位成果統計表

北港站						太麻里站					
誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)	誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)
ΔN	4	0	0.0	-2.4	-4.9	ΔN	4	0	0.0	-2.1	-5.0
ΔE	4	3	75.0	0.4	-0.1	ΔE	4	3	75.0	0.8	-0.2
ΔU	4	1	25.0	0.0	-1.0	ΔU	4	3	75.0	0.5	-0.6
ΔP	4	0	0.0	-1.4	-2.9	ΔP	4	0	0.0	-0.3	-1.3

表21 2012年至2015年太陽黑子高峰時期，墾丁站在秋季的點位成果統計表

誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)
ΔN	4	1	25.0	1.7	-3.5
ΔE	4	4	100.0	0.6	0.0
ΔU	4	0	0.0	-0.9	-2.4
ΔP	4	1	25.0	0.3	-2.2

根據上述實驗結果，總結改正電離層高階項誤差對於精密單點定位（PPP）的影響，分別從下列幾方面討論：

1. 不同方向

- (1) 改正電離層高階項誤差後，對於點位之南北方向的影響最大，其次是垂直方向，最小的是東西方向。
- (2) 為了探究造成上述結果的可能原因，參考朱春春等（2015）的研究結果，發現

表22 2012年至2015年太陽黑子高峰時期，
陽明山站與鳳林站在冬季的點位成果統計表

陽明山站						鳳林站					
誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)	誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)
ΔN	4	0	0.0	-0.9	-5.2	ΔN	4	0	0.0	-2.3	-5.5
ΔE	4	3	75.0	0.1	-0.2	ΔE	4	4	100.0	0.2	0.0
ΔU	4	2	50.0	0.1	-1.3	ΔU	4	1	25.0	0.0	-1.2
ΔP	4	0	0.0	-0.5	-4.4	ΔP	4	0	0.0	-1.1	-4.

表23 2012年至2015年太陽黑子高峰時期，
北港站與太麻里站在冬季的點位成果統計表

北港站						太麻里站					
誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)	誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)
ΔN	4	0	0.0	-2.5	-5.6	ΔN	4	0	0.0	-2.8	-5.7
ΔE	4	2	50.0	0.4	-0.2	ΔE	4	3	75.0	0.2	-0.1
ΔU	4	1	25.0	0.2	-2.4	ΔU	4	2	50.0	0.1	-1.6
ΔP	4	0	0.0	-1.5	-5.7	ΔP	4	0	0.0	-1.4	-4.7

表24 2012年至2015年太陽黑子高峰時期，墾丁站在冬季的點位成果統計表

誤差	總個數	≥0個數	提升 (%)	Max. (mm)	Min. (mm)
ΔN	4	0	0.0	-0.2	-5.6
ΔE	4	2	50.0	0.0	-0.1
ΔU	4	1	25.0	0.0	-2.7
ΔP	4	1	25.0	0.0	-4.5

可能原因，應為南北方向的 VTEC 變化較劇烈，故在改正電離層高階項誤差後，對於點位之南北方向的影響最大。

- (3) 根據第三章實驗資料與方法，實驗結果之 ΔN 、 ΔE 、 ΔU 都是根據每季 7 天資料平均求得；然而，再根據表 1 至表 24 結果， ΔN 、 ΔE 、 ΔU 都有一定的（正負）振幅；隨著時間推移，其數值及符號均會發生變化，在長時段中這些影響可以抵銷，最後造成 ΔN 、 ΔE 、 ΔU 的數值均在 mm 等級。

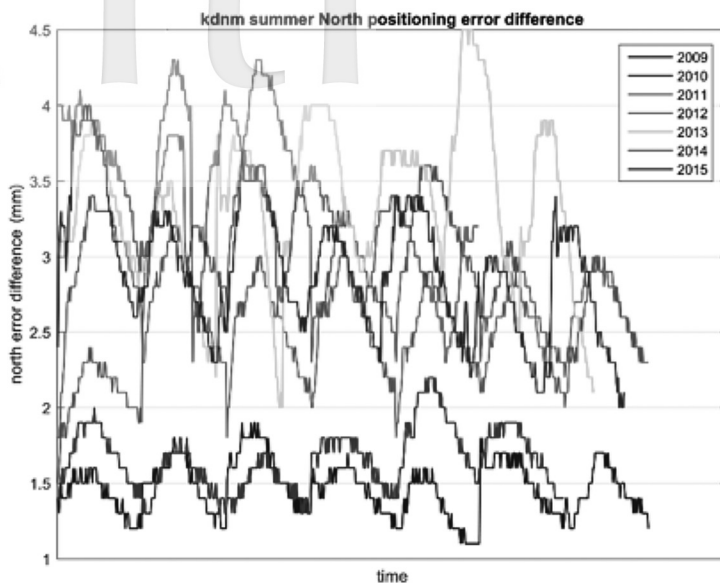


圖5 墾丁站2009年至2015年夏季（含7天） ΔN 時間序列圖

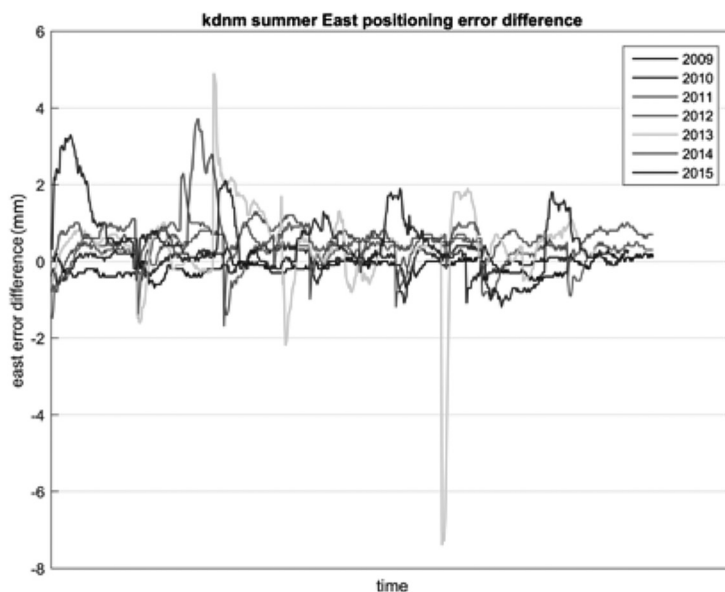


圖6 墾丁站2009年至2015年夏季（含7天） ΔE 時間序列圖

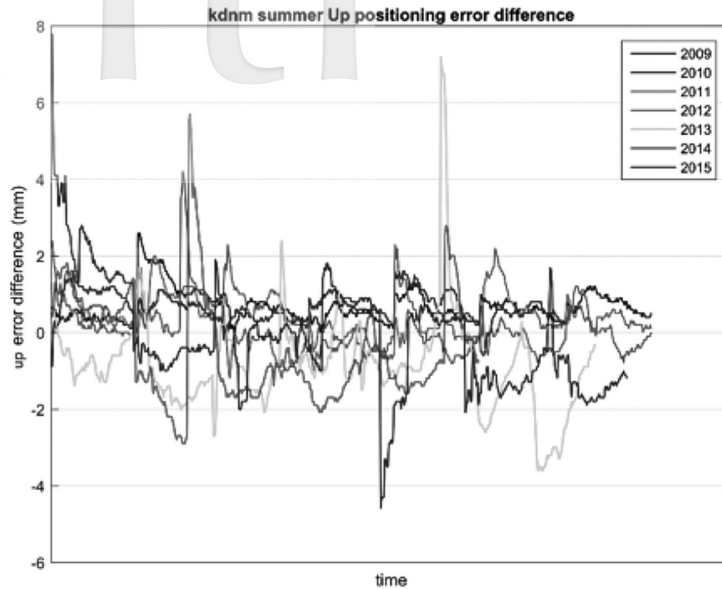


圖7 墾丁站2009年至2015年夏季（含7天） ΔU 時間序列圖

2. 太陽黑子高、低峰期

- (1) 太陽黑子低峰時期之觀測資料，在經過改正電離層高階項誤差後，PPP 定位精度提昇效果較太陽黑子高峰時期佳。
- (2) 由圖 5 至圖 7 可看出 ΔN 、 ΔE 及 ΔU 的振幅，以 ΔN 最大；再根據方程式 (6)，可知影響 ΔP 大小主要受制於 ΔN 。而太陽黑子低峰時期的 ΔN 較小，而 ΔE 及 ΔU 的振幅小，而且其數值有正有負，可相互抵銷；最後，可能造成上述結論 (1)。
- (3) 另一方面，理論上，太陽黑子高峰時期 TEC 值較大，電離層高階項誤差也會隨之增大，應比太陽黑子低峰時期更需要進行改正。然而，根據實驗結果，PPP 定位精度提昇效果反而較差，推測可能是 TEC 之估計誤差所致。太陽黑子高峰時期磁場活動變化劇烈 (Schunk and Nagy, 2009)，導致 TEC 不穩定，無法正確估計電離層高階項誤差。

3. 不同季節

- (1) 整體而言，在經過改正電離層高階項誤差後，夏季的 PPP 定位精度提昇效果最佳。
- (2) 造成上述結果的可能原因，根據黃俊穎於 2009 年對於低緯度電離層電漿濃度變化之研究顯示，夏季整體電漿濃度為各季節中最低者 (黃俊穎, 2009)，表示在電離層電子密度不高的情況下，改正電離層高階項誤差後之定位精度才得以提昇。

4. 不同地區

- (1) 以台灣地區為例，改正電離層高階項誤差後，對於 PPP 定位精度的提升效果，南部之墾丁站則優於其他所有站。
- (2) 造成上述結果的可能原因為赤道異常現象，而導致此現象的主因為噴泉效應。噴泉效應為電漿因受到電場與磁場兩者之影響而抬升，使得電漿從赤道沿磁力線移動至赤道兩側緯度 20 幾度處堆積，形成赤道異常現象峰值。電漿會累積在地磁緯度約 25 度處 (Schunk and Nagy, 2009; 洪婉綺, 2016)，由此推測北部觀測站之 TEC 應大於南部觀測站，導致南部觀測站改正電離層高階項誤差後，定位精度提昇效果較佳。

五、結 論

本文利用內政部提供之2009年至2015年五個衛星追蹤站的GPS資料，探討電離層高階項誤差對於台灣地區GPS精密單點定位 (PPP) 影響之相關議題如：(1) 不同方向 (2) 太陽黑子高、低峰期 (3) 不同季節 (4) 不同地區，改正電離層高階項誤差前、後對PPP之影響。

根據實驗結果顯示：(1) 在不同方向方面，改正電離層高階項誤差前、後， ΔN 的變化幅度最大，其次為 ΔU ，最小為 ΔE ； ΔE 、 ΔU 、 ΔN 、 ΔP 的定位精度提昇比例，分別為63.0%、47.8%、15.2%及15.2%。(2) 在太陽黑子高、低峰期方面，在經過改正電離層高階項誤差後，太陽黑子低峰時期之定位精度提昇效果較太陽黑子高峰時期佳。(3) 在不同季節方面，在經過改正電離層高階項誤差後，夏季、秋季的定位精度提昇比例優於春季及冬季。(4) 在不同地區方面，改正電離層高階項誤差後，各測站之定位精度提升比例，以南部測站最優。

然而，由上述實驗結果也發現，在經過改正電離層高階項誤差後，對於PPP之 ΔN 、 ΔE 、 ΔU 、 ΔP 定位精度提昇比例，無法達到完全100%。雖然，在上一節的討論中，提出一些可能原因。但是，未來仍有需多待研究的地方。例如，嘗試RINEX_HO之其他參數設定、利用不同的方法估計總電子含量 (TEC) 等，重新估計電離層高階項誤差等，再將改正前、後觀測檔案分別執行PPP計算。此外，亦可嘗試探討gLAB計算PPP之數學模式、AUPOS所算之測站點位誤差，以及衛星坐標框架轉換殘差等對於PPP之影響等。

參考文獻

- 朱春春、李征航、屈小川、申小平，2015，高階電離層延遲對 GPS 雙差觀測值和基線向量的影響，大地測量與地球動力學，第 35 卷，第 1 期，頁 81-86。
- 李征航、吳秀娟，2002a，全球定位系統（GPS）技術的最新進展第四講：精密單點定位（上），測繪資訊與工程，第 27 卷，第 5 期，頁 34-36。
- 李征航、吳秀娟，2002b，全球定位系統（GPS）技術的最新進展第四講：精密單點定位（下），測繪資訊與工程，第 27 卷，第 6 期，頁 31-35。
- 林老生，2009，GPS 精密單點定位在地籍測量之應用，台灣土地研究，第 12 卷，第 2 期，頁 1-25。
- 洪婉綺，2016，消除電離層高階項誤差以提昇 GPS 精密單點定位精度之研究，國立政治大學地政學系碩士論文。
- 黃俊穎，2009，運用臺灣自主電離層數值模式研究電離層赤道異常現象，國立中央大學太空科學研究所碩士論文。
- 詹長根、彭琳、胡凱，2005，精密單點定位技術在地籍測繪中應用的展望，測繪資訊與工程，第 30 卷，第 2 期，頁 40-41。
- AUPOS, 2016, <http://www.ga.gov.au/bin/gps.pl>
- Bassiri, S., and G. A. Hajj, 1993, Higher-order ionospheric effects on the global positioning system observables and means of modeling them, *Manuscripta geodaetica*, 18, pp. 280-289.
- Brunner, F. K., and M. Gu, 1991, An improved model for the dual frequency ionospheric correction of GPS observations, *Manuscripta geodaetica*, 16(3), pp. 205-214.
- Datta-Barua, S., T. Walter, J. Blanch, and P. Enge, 2008, Bounding higher-order ionosphere errors for the dual-frequency GPS user, *Radio Science*, 43, RS5010.
- Fritsche, M., R. Dietrich, C. Knöfel, A. Rülke, S. Vey, M. Rothacher, and P. Steigenberger, 2005, Impact of higher-order ionospheric terms on GPS estimates, *Geophysical Research Letters*, 32, L23311.
- Héroux, P., and J. Kouba, 2001, GPS precise point positioning using IGS orbit products, *Physics and Chemistry of the Earth, Part A: Solid Earth and Geodesy*, 26(6), pp. 573-578.
- Hoque, M. M., and N. Jakowski, 2008, Estimate of higher order ionospheric errors in GNSS positioning, *Radio Science*, 43(5), RS5008.

IGRF, 2016, <https://www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/igrf.html>

IGS, 2016, https://igsb.jpl.nasa.gov/components/prods_cb.html

Kedar, S., G. A. Hajj, B. D. Wilson, and M. B. Heflin, 2003, The effect of the second order GPS ionospheric correction on receiver positions, *Geophysical Research Letters*, 30(16), pp. 1-4.

Klobuchar, J., 1996, Ionospheric effects on GPS, *Global Positioning System: Theory and applications*, 1, pp. 485-515.

Marques, H., J. Monico, and M. Aquino, 2011, RINEX_HO: second- and third-order ionospheric corrections for RINEX observation files, *GPS solutions*, 15(3), pp. 305-314.

National Aeronautics and Space Administration, *The Sunspot Cycle*, 2016, http://solarscience.nasa.gov/images/Zurich_Color_Small.jpg. (2016.05.25)

Odiijk, D., 2002, Fast precise GPS positioning in the presence of ionospheric delays, Doctoral dissertation, Faculty of Civil Engineering and Geosciences, Delft University of Technology, Delft.

Petrie, E. J., M. Hernández-Pajares, P. Spalla, P. Moore, and M. A. King, 2011, A review of higher order ionospheric refraction effects on dual frequency GPS, *Surveys in Geophysics*, 32(3), pp. 197-253.

Sanz, J., J. Juan, and M. Hernández-Pajares, 2010, *GNSS Data Processing: Fundamentals and Algorithms (Volume I)*, and *Laboratory Exercises (Volume II)*, The Netherlands: ESA Communications.

Schunk, R., and A. Nagy, 2009, *Ionospheres: physics, plasma physics, and chemistry*, New York: Cambridge university press.