

國立政治大學心理學研究所

碩士學位論文

預測的心理機制

The Psychological Mechanism of Forecasting



指導教授：楊立行 博士

研究生：李孜希 撰

中華民國一〇七年七月

摘要

先前與預測 (Forecasting) 相關的研究雖多，卻多在企管、金融或經濟等領域，且對其心理機制無所著墨。在此研究中，我們提出了三種在預測中可能的心理表徵形式，分別是：以時間為獨變項的方程式、只參考變項前一刻數值的遞迴方程式，以及將所有曾出現過的變項數值作為獨變項的自迴歸方程式，試圖探討何者適合作為預測模型的心理表徵。本研究共招募了 268 位政大學生作為實驗參與者，透過三個在電腦上施測的行為實驗，我們逐一檢驗了這三種表徵的可能性，最終提出，預測函式的心理表徵應為遞迴方程式。在實驗一中，我們探討了預測作業的難易度與預測函式結構複雜度的關係，檢視其關聯性是否與函式學習作業中發現的現象一致，並指出預測作業的難易度可能與函式中所使用的參數個數無關，排除了以時間為獨變項的方程式作為預測心理表徵唯一的可能性。接下來，我們於實驗二探究了人們是否敏感於變項前後嘗試次之間的關聯性並藉此進行預測，發現一旦前後刺激之間的關聯性被破壞，人們在預測作業中的表現便大幅受到影響，表示前後嘗試次之間的關聯性是預測作業中的重要因素。最後，透過實驗三的設計，我們比較了兩個設計情境之間的差異，顯示人們在進行預測時主要是參考前一個刺激的數值，這讓我們得以確定預測的心理表徵形式為遞迴方程式。在重新檢視了預測和函式學習的異同之後，我們認為預測是函式學習的特例，是過去函式學習中未曾探究過的函式類型。

關鍵字：函式學習、預測

目錄

研究動機與目的.....	1
文獻探討.....	4
預測、歸納與函式學習.....	4
預測與函式學習.....	6
實驗一.....	10
實驗設計.....	11
參與者與儀器.....	11
實驗程序.....	12
結果與討論.....	14
學習表現.....	15
學習速度.....	15
小結.....	20
實驗二.....	22
實驗設計.....	25
參與者與儀器.....	25
結果與討論.....	25
學習表現.....	26
學習速度.....	28
小結.....	31
實驗三.....	35
實驗設計.....	37
參與者與儀器.....	37

結果與討論.....	38
學習表現.....	39
學習速度.....	41
奇偶性.....	45
小結.....	48
綜合討論.....	50
預測是不是函式學習？.....	50
預測作業的難易度.....	53
預測模型的可能性.....	53
測驗階段.....	54
工作記憶廣度與動靜態呈現方式.....	55
研究限制.....	56
會閃躲的標靶.....	56
缺乏空白實驗.....	57
刺激間隔時間過短.....	57
未來研究方向.....	58
結論.....	60
參考文獻.....	61

圖目錄

圖 1 預測流程圖。.....	3
圖 2 實驗一中所使用的四種函式。.....	11
圖 3 實驗程序圖。.....	13
圖 4 實驗一中參與者的表現。.....	14
圖 5 指數函式在不同係數下的樣貌。.....	16
圖 6 實驗一中適配指數函式的係數。.....	18
圖 7 實驗一中根據階段適配指數函式的係數。.....	19
圖 8 實驗一中實驗參與者於各情境的指數函數係數之次數分配圖。.....	20
圖 9 實驗二中所使用的三種函式。.....	24
圖 10 實驗二中參與者的表現。.....	26
圖 11 實驗二中適配指數函式的係數。.....	29
圖 12 實驗二中根據階段適配指數函式的係數。.....	30
圖 13 實驗二中實驗參與者於各情境的指數函數係數之次數分配圖。.....	31
圖 14 實驗參與者 #10 在完全隨機情境中的表現。.....	33
圖 15 實驗參與者 #8 在 5 個一組隨機情境的表現。.....	34
圖 16 實驗三中所使用的兩種函式。.....	36
圖 17 實驗三中參與者的表現。.....	39
圖 18 實驗三中適配指數函式的係數。.....	43
圖 19 實驗三中根據階段適配指數函式的係數。.....	44
圖 20 實驗三中實驗參與者於各情境的指數函數係數之次數分配圖。.....	45
圖 21 加入奇偶性變項後實驗三的參與者表現。.....	46
圖 22 加入奇偶性變項後實驗三中參與者在不同階段的表現。.....	47
圖 23 左右右左—右左左右情境示意圖。.....	59

研究動機與目的

自古以來，人們便對於未來事件抱持好奇與畏懼的心態，總希望能提早一步知道未來會發生什麼，好事先準備以趨吉避凶。例如，人類觀察日月星辰，歸納成曆法，藉以預測（forecasting）整地、灌溉、插秧、施肥、除蟲、乃至收割冬藏的時機。很明顯地，透過對未來的預測，我們的生存能力與生活品質都能得到提升。即使預測能力如此重要，在心理學領域中卻沒有受到太多注目，反倒如企管、金融或經濟等領域有相關的研究（Andreassen & Kraus, 1990; Goodwin & Wright, 1993; Harvey, 1988; Hogarth & Makridakis, 1981; Lawrence, Goodwin, O' Connor, & Önkal, 2006; Roll, 1984; Stewart & Lusk, 1994）。

然而，相關的研究雖多，但是這些研究仍停留在現象的描述層次，以及增進預測的方法，頂多到計算模型（computational model）而尚未有演算法模型（algorithmic model），探討人類心智是如何運算，以至可以對未發生的事件進行預測。例如趨勢衰減（trend dampening）的研究，指出人們對於歷史資訊的趨勢，不論其為上升或下降，都會有所低估（Andreassen & Kraus, 1990; Lawrence et al., 2006; Lawrence & Makridakis, 1989）；這樣的研究呈現預測表現的一個面向，但並未對預測的心理機制進行探討。過去研究也往往將預測視為人類基礎屬性之一，應用在如判斷或規劃的領域，唯有當結果不盡如人意時，才會探究是否預測功能為造成偏誤的原因，以及如何改善之（Goodwin & Wright, 1993; Hogarth & Makridakis, 1981; Lawrence et al., 2006; Stewart & Lusk, 1994）。也就是說，這類研究大多將預測當作像是智力或人格一樣的基本屬性，將研究重點放在如何提升預測的準確度，或者研究有哪些因素會影響我們的預測表現，對於預測本身的運作機制並未有太多討論。

在這些企管金融的研究中，比較接近探究機制的模型由 Lawrence et al. (2006) 提出（見圖 1），為一訊息處理的模型。該模型認為，預測者在尚未開始

進行預測前，即擁有一些相關的資訊（或知識），這些資訊依其性質分成兩種：一種是預測目標之歷史數值，另一種則與領域或情境相關。譬如在預測一台手機下個月的銷售量時，手機先前的銷售量則為歷史數值；而諸如產品週期、競爭者資訊、行銷策略…等皆屬領域相關資訊。透過決策輔助系統（Decision Support System），對歷史資訊進行分析處理；加上領域相關資訊後，預測者可據以產生更為精準的預測。這個模型僅是描述預測行為發生的概要流程，而且也可能較偏重於專門知識（domain knowledge）在專業領域內的預測所扮演的角色。然而，事實上人類的預測能力展現於許多複雜程度不一的領域上，即使是人們在玩傳接飛盤時，也能準確預測飛盤的落點，而不見得真的擁有專業的流體力學知識；又或者拿過去半年的股票走勢圖給一個從沒買賣過股票的人來看，他也可以僅根據曲線的走勢，做出素樸沒有專業知識為基礎的預測。儘管他的預測可能很差，但他能預測（而非亂猜）仍是事實。那麼，從心理學的角度來看，似乎預測應該有更通則化（general）的解釋。不過，這並不表示本研究認為專業知識不重要，而是本研究更加著重於探索，預測是否也是一種基本的認知功能。

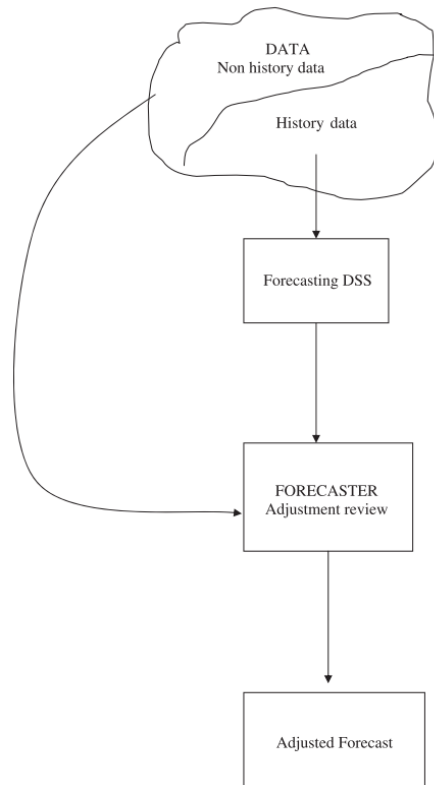


圖 1 預測流程圖。

註：圖中的 DSS 意指決策輔助系統 (Decision Support System)。

資料來源：Lawrence et al. (2006, p. 494)

文獻探討

預測、歸納與函式學習

預測是對尚未發生的事件所進行的推測。若毫無過往經驗，則無從推論，那麼預測也僅是隨機猜測；正是根據過去經驗，我們才有推測的方向。由此可知，預測可以是人類表現歸納（induction）能力的一個例子。心理學家對人類的歸納能力一直感到興趣；它是一個從無到有的歷程，透過對事件的觀察，漸漸找出隱匿於事件發生背後的規律性，乃至於能夠判斷新事件的發生。在過去的心理學研究中，函式學習（function learning）正是展現歸納能力的例子。

例如，我們會根據今天的氣溫決定該澆多久的花。這兩者（即，氣溫與澆花時間）之間其實有一定的數學函式關係，而縱使我們沒有被教導過這條函式，也能透過一次次地嘗試錯誤，漸漸歸納出兩者之間的對應關係。究竟人們是如何由經驗中歸納出兩者關係，正是認知心理學裡函式學習的研究重心。

在傳統的函式學習研究中，研究者會先將刺激與反應之間的數學關係定義為一條數學方程式， $y = f(x)$ 。然而在作業中，主試者未曾直接告知實驗參與者這條函式，而是呈現每個刺激，要求參與者作出適當反應，並根據參與者的答案與正確反應值之間的差距，給予答對或錯的回饋。這些刺激與反應的連結（ $st_1 - r_1$, $st_2 - r_2$, $st_3 - r_3 \dots$ ）正是決定於主試者定義的函式（Koh & Meyer, 1991）。藉由逐步增加自己得到答對的回饋，參與者漸漸能習得根據眼前的刺激值決定反應值應該為多少，儘管參與者從未能說出該數學方程式究竟為何。

Busemeyer, Byun, Delosh, 與 McDaniel (1997) 根據先前函式學習的研究，整理出了一些人類函式學習表現上的特徵。首先，以函式本身的學習難度來說，線性遞增會比非線性遞增（如對數函數，logarithm function）好學；遞增又比遞減好學。另外，如果函式不是單調的（monotonic），亦即至少存在一處折返（如

二次函數)，則會比單調函數來得難學。最後，正弦函數這種循環函數 (cyclic function)，比二次函數更難學 (詳見 Brehmer, 1974; Carroll, 1963)。

由於學習的重點是刺激與反應之間的連結，心理學家也好奇，當出現沒見過的刺激時，人們的學習表現又是如何。根據該刺激的位置，可以簡單區分為內插 (interpolation，指在曾出現過的刺激範圍內) 和外插 (extrapolation，位於範圍外) 兩種。在曾出現過的刺激與內插刺激上，人類的學習表現幾乎一樣好，但是在外插之刺激上則明顯較差 (Busemeyer, Dewey, & Medin, 1984; Carroll, 1963; DeLosh, Busemeyer, & McDaniel, 1997; Koh & Meyer, 1991)。

除了瞭解函式學習的特徵之外，心理學家也想知道習得的函式究竟是如何被表徵的。過去研究函式學習的學者提供了兩種理論觀點，嘗試說明人們習得的函式表徵為何，以及人們如何以此習得之表徵進行對新刺激的判斷。其一認為是規則 (rule)，其二則認為是範例 (exemplar)。主張以規則為函式基礎的模型 (如適合性迴歸模型, adaptive regression model) 認為，函式學習即是在若干函數間挑選較適合者，並學習其參數；愈多參數的函式便會愈難學 (Carroll, 1963)。常見的基礎函數包含：多項式函數 (polynomial function, $y = \sum_{k=0}^n a_k x^k$)、對數函數 ($y = \log_a x$)、指數函數 (exponential function, $y = a^x$)、冪函數 (power function, $y = x^a$) 與三角函數 (trigonometric function, 例如： $y = \sin x$)。以二次函數 $y = ax^2 + bx + c$ 為例，規則取向的模型認為，函式學習在於尋找一組合適的參數組合 (a, b, c) 使得誤差平方和 (即 $\sum_{k=1}^n (f(x_k) - y_k)^2$) 最小化，人們即掌握該函式；接著再經由計算該函式，便可得出對應的反應 (Koh & Meyer, 1991)。因此，當出現沒見過的刺激時，也只要根據函式就能計算出反應。

範例取向的模型則主張，函式學習並不需要先驗地習得某些函數，而是透過記住已經出現過的刺激—反應連結為範例。如連結學習模型 (associative-learning model, 簡稱 ALM。Busemeyer et al., 1997) 與線性

專家群體模型 (population of linear experts, 簡稱 POLE。Kalish, Lewandowsky, & Kruschke, 2004) 即屬於這一類。當出現未曾見過的刺激時則需要另外處理, 比如線性 (非線性) 插值法, 或取最接近刺激 (Koh & Meyer, 1991)。

除此之外, 也有學者嘗試提出統合這兩類取向的模型。DeLosh et al. (1997) 針對 ALM 在外插刺激表現上的缺點, 加上了線性內插-外插規則 (linear interpolation-extrapolation rule) 改善; 以整合範例與規則取向的方式, 發展出了外插連結模型 (extrapolation-association model, 簡稱 EXAM)。

而為了知道究竟哪種取向更為符合人們習得的函式表徵, 心理學家嘗試以模型的表現和人類在相同作業的表現進行比較; 模型愈貼近人類表現, 以至於能夠掌握整個學習過程的模型, 則讓我們有較大的信心相信它的機制愈接近人類實際使用的機制。例如在進行內插預測時, 規則和範例取向的模型與人類參與者的表現都很接近; 但在外插的時候就呈現出差異。由於規則取向認為函式學習即是人們尋找最適切的參數, 因此在參數學會之後, 人們對於那些沒看過的外插刺激應該也要能夠掌握; 然而實際上, 人類參與者對於外插刺激的表現卻沒有那麼好。相較之下, 早期的範例取向模型雖然沒有過度表現 (overfitting) 的問題, 但是其表現卻是比人們的表現差; 不過這問題在晚近的範例取向模型中 (如 POLE) 有獲得重視並被解決。諸如此類在行為表現上不同的預期, 協助我們判斷模型與心理表徵之間的關係, 並建立、修正出更符合人類心理表徵的模型。

預測與函式學習

由前述回顧可知, 心理學研究中少有針對預測進行探討的例子。不過, 同樣身為歸納的具體應用, 心理學裡卻有許多對函式學習探討的研究。那麼, 是否預測可以被視為某種函式學習呢? 如果可以, 則函式學習的一些特徵應該也能在預測作業中被發現, 同時, 研究預測的心理機制時便可以援引函式學習的模型作為

解釋；如果我們無法在預測作業中找到函式學習的特徵，則恐怕預測不能被視為函式學習，而需要重新建立專屬模型了。

首先，我們比較一下預測和函式學習在形式上有何異同。在函式學習中，人們要學習的關聯性可以用數學函式表示， $y = f(x)$ 。其中， x 和 y 是兩個不同的變項。然而，預測往往是推測同一個變項在下一刻時的狀態。乍看之下，它所強調的是單一變項的變化，似乎與定義兩個變項之間關係的函式並不相同。不過，若我們將時間作為獨變項，則只要變項 y 在時刻 t 的狀態可以被一條數學方程式定義， $y_t = f(t)$ ，既然如此，學習去預測某個變項的狀態可以被視同於某種函式學習一樣。此時，函式的複雜度就應該會影響人們學習預測作業的難易度。若果真如此，則我們可以預期，在預測作業中一樣能找到函式學習的特徵，例如，線性函數比較容易學等等。

不過，以時間為獨立變項的想法固然在數學上可以成立，是否有心理上的實質性呢？直覺來想，人們對時間的估量時常不準確，就像請一個班級的同學在心中默數一分鐘，同學們估計出來的一分鐘也常有蠻大的變異。因此，我們有理由懷疑，人們在現實生活中學習預測時，可能不是根據時間這個獨立變項。另一種數學方程式或許有可能才是人們在學習預測時，所真實感知的預測函式。在數學和電腦程式語言中，遞迴方程式（recursion function）是一種常見的方程式，這種函式是一種在函式裡使用函式自身的方法。若以對飛盤的落點預測為例來說明，雖然風速、角度、飛盤的旋轉力道等物理因素會影響飛盤的飛行路徑，但經驗告訴我們，要預測飛盤下一刻的落點，就要注意此刻飛盤的所在位置。若是如此，則預測方程式可能可以寫成遞迴方程式的形式， $y_t = f(y_{t-1})$ ，它所定義的是變項在兩兩時刻之間的關聯性。倘若如此，則影響函式學習難易度的因素應該還會再加上遞迴方程式中，前後兩刺激數值之間的相關程度。

此外，在日常生活中的預測時常會有誤差，這點不同於實驗室裡的函式學習作業。目前回顧到的函式學習作業，幾乎都是依變項決定於某個數學方程式；只

要獨變項數值決定了，依變項數值必然有標準答案，而不會有誤差項的存在。雖然函式學習作業中的函式一樣可以加上一個誤差項，但因為研究函式學習的重點在於，找出人們對函式關係掌握程度的極限，以及函式是以何種形態表徵，一般的函式學習作業中的函式是沒有設立誤差項的。不過，由於日常預測中誤差時有所見，我們可以將誤差項加進預測函式， $y_t = f(y_{t-1}) + \varepsilon_t$ ，並同時假設 ε 為一平均數為0，標準差為 σ_ε 的常態分配。以這種形式呈現預測函式就好像迴歸模型一樣。事實上，也有機器學習的研究者持迴歸模型的觀點，認為預測函式是一種自迴歸模型(autoregression model, 簡稱AR模型)及其變形(例如, ARMA、ARIMA)。

這類自迴歸模型的特色是，依變項 y 的數值是之前所有 y 值的線性組合，

$y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \beta_3 y_{t-3} + \dots + \beta_{t-1} y_1$ 。乍看之下，自迴歸模型與遞迴方程式有著類似的形式，其差別主要在於，自迴歸模型會是之前所有 y 值的線性組合，在遞迴模型中則僅僅參考先前一個刺激；以及，自迴歸模型使用線性組合，而遞迴方程式中有可能會用非線性的方式呈現兩變項之間的關係。

由上可知，從數學函式的形式來看，預測函式可以寫成以時間為獨變項的方程式，也可以寫成只參考變項前一刻數值的遞迴方程式，又或者是將所有曾出現過的變項數值作為獨變項的自迴歸方程式。不論哪一種方程式是人們在學習預測作業時心中真實感知的預測函式，至少我們應該可以認為預測與函式學習具有一定程度的相似，二者所涉及之心理歷程或表徵也應該有很大的重疊。

儘管在函式的數學形式上有很大的相似，預測作業與函式學習作業仍然有一個本質上的不同。有鑑於時間的單向性，預測的當下必然僅能借助過去的資料，而無參考未來資料的可能性。因此，預測中不存在內插的可能，測驗階段時所能使用的僅有外插。例如一個 $[y_1, y_2, y_3, y_4, y_5]$ 的序列，在 $t = 3$ 預測 y_3 時，所能參考的僅有 y_1 與 y_2 的資訊；既然無法得知 y_4 與 y_5 的資訊，也就無法進行內插。這將會是預測與函式學習作業操弄上根本的不同之處。

綜合上述，我們似乎可以將預測視為函式學習的一種特例。然而是否如此？本研究將以三個行為實驗進行探討。探討的重點在於（1）預測作業的難易度是否與預測函式的結構複雜度有關，其關聯性是否與函式學習作業中發現的現象一致；（2）人們是否敏感於變項前後嘗試次之間的關聯性並藉此進行預測，即，檢驗人們心中感知的預測方程式是否是一條時間函式，抑或是遞迴方程式的形式；以及（3）人們進行預測時是否參考之前一個以上所觀察到的刺激值。



實驗一

為了瞭解對預測方程式的學習是否具有一般函式學習的特徵，我們在此實驗中比較了線性遞減、非線性遞減與兩種非單調情境，以檢視函式學習與預測兩者，在情境難易度與結構複雜度上的關係是否一致。為減少實驗誤差，本實驗設計之預測方程式皆加入隨機誤差項。在線性遞減情境中所用的函式為 $X_t = 99 - t$ ，其中 t 為從0到99的嘗試次編號；雖然此處的 t 不是時間單位，而是嘗試次的順位，但由於順位本身就標示了不同嘗試次出現的時刻，在功能上能當作時間標籤使用。非線性情境所使用的函式為 $X_t = \begin{cases} -0.02t^2 + 2t, & t > 50 \\ 0.02t^2 - 2t + 100, & t \leq 50 \end{cases}$ 。非單調情境包含規律往返與不規律往返兩種，分別由兩個正弦函式及三個正弦函式疊加而成。規律往返情境中所使用的函式為 $X_t = 3\sin(\pi t + 0.5\pi) + 47\sin(0.02\pi t - 0.5\pi) + 50$ ；不規律往返情境中所使用的函式為 $X_t = 3.22\sin(0.8\pi t) + 3.22\sin(0.6\pi t) + 45.13\sin(0.02\pi t - 0.5\pi) + 50$ 。函式皆經線性平移至 $[-15, 15]$ 以利實驗程式呈現（見圖2）。

過往函式學習的研究認為，結構複雜度即函式中所使用的參數個數，並在發現情境難度與結構複雜度成正相關。如果滿足函式學習的條件，我們應觀察到實驗參與者在參數個數較多的情境中表現較差；亦即，學習表現由好到壞依序應是線性遞減、非線性遞減、規律往返，最差的情境將是不規律往返。此外，當情境難度越高，參與者的進步幅度亦會受到限制。如果結果有這樣的發現，則支持函式學習與預測在情境難易度與結構複雜度的關係上一致，參考函式學習的模型作為預測模型的參照就有所依據；反之，若結果不支持這樣的假設，則我們必須要考慮為預測作業中所使用的模型另闢蹊徑。

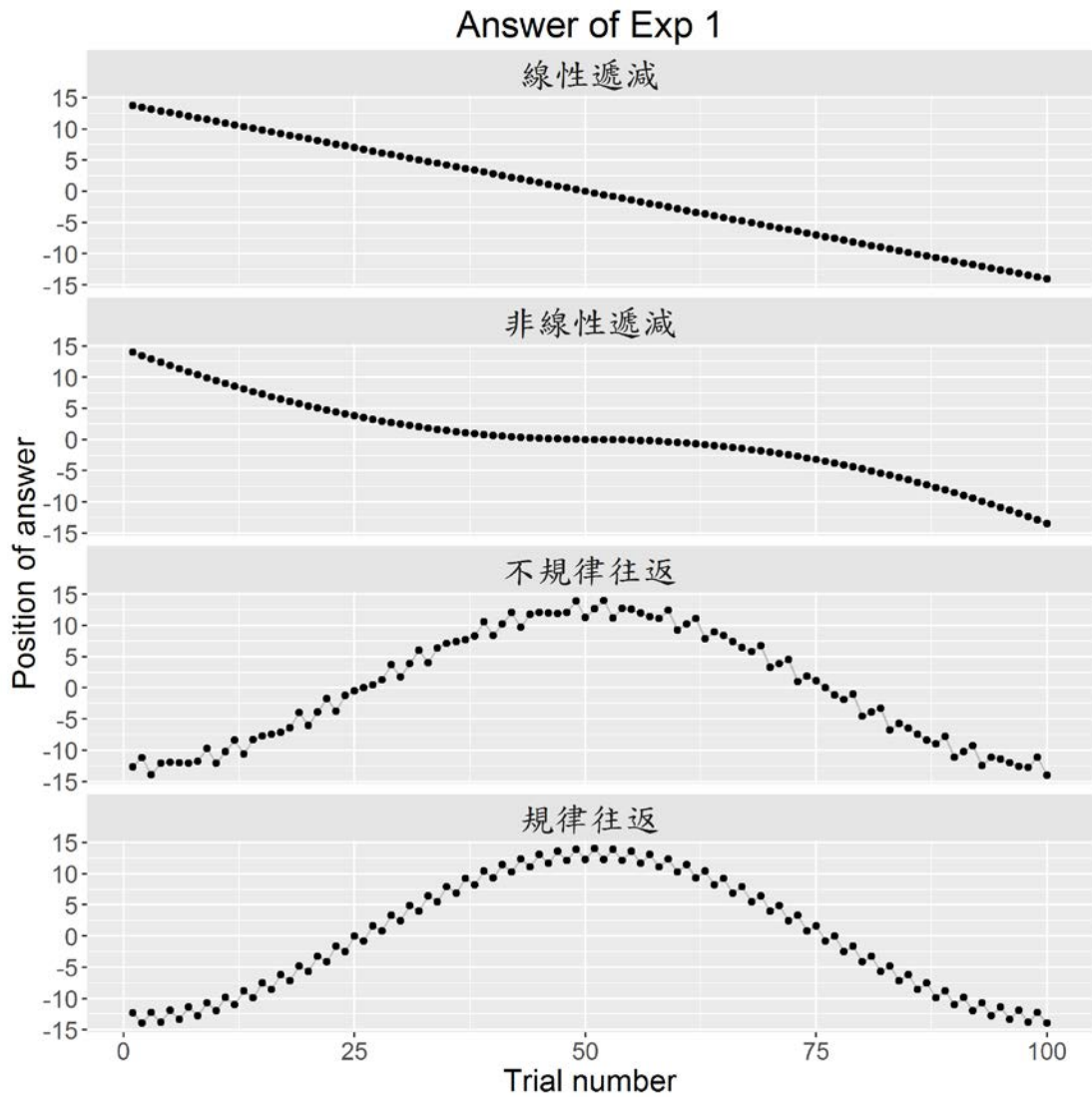


圖 2 實驗一中所使用的四種函式。

註：在實驗程式中呈現時，數值 0 表示螢幕的正中間，愈負愈左邊，愈正則愈右邊。因此，在遞減情境中，實驗參與者會發現刺激自螢幕右端逐漸向左端移動。

實驗設計

參與者與儀器

此實驗共有 162 位實驗參與者，皆為國立政治大學的學生。其中，線性遞減情境有 41 人、非線性遞減情境有 41 人、不規律往返情境有 40 人、規律往返情

境有 40 人。每位參與者在實驗結束後，會獲得 60 元以感謝他們的參與。整個實驗皆在電腦上進行，所花費的時間約莫為半小時。實驗流程與反應的紀錄，以 PsychoPy (Peirce, 2007) 所撰寫的程式進行控制。

實驗程序

先前研究發現，給定情境可能會影響對於預測的判斷；參與者會根據情境脈絡，而對預測目標有相對應的先驗預期 (Sniezek, 1986)。此外，動靜態 (static and dynamic) 的呈現方式也會對判斷造成影響 (Kusev, van Schaik, Tsaneva-Atanasova, Juliusson, & Chater, 2018)。考量到上述因素，在此實驗中的情境包裝上，以射擊遊戲的標靶位置作為預測目標。

在實驗中，參與者被要求想像自己在玩一個射擊遊戲。電腦螢幕上會有一條水平線段，標靶目標可能會出現在該線段上的任何位置；參與者所需做的就是預測標靶會出現的位置。在每一個嘗試次中，他們要移動滑鼠游標至認為目標將會出現的位置，並按下空白鍵。螢幕上會立即以箭頭符號表示目標的正確位置，同時呈現「HIT!」或「MISS!」文字作為回饋。當參與者的猜測與正確答案之間的差值介於總範圍 (視角正負 14° 之間) 的正負 0.5% 之間，則會看到「HIT!」訊息；反之，則會看到「MISS!」(如圖 3 所示)。在指導語中，參與者也有被告知「HIT!」表示他們的猜測相當接近正確位置。回饋將在螢幕上呈現 1200ms 之後消失，此時參與者才可進行下一個嘗試次。

在實驗正式開始前，會讓參與者進行兩次簡單的練習嘗試次。依序在視角 -10° 與視角 10° 的位置出現箭頭，一次僅呈現一個。參與者被告知，請他們假設自己想要預測的位置即是箭頭所在的位置，移動滑鼠瞄準，並按下空白鍵射擊。參與者必須正確操作，且滑鼠需點在命中的範圍內才會進到下一個嘗試次。此兩個練習嘗試次的目的，是確認參與者能正確操作，並使他感受正確的區間範圍。在練習結束後，提醒參與者接下來將進入正式實驗，不會預先顯示箭頭目標，接下來看到的箭頭都是作為前一個刺激正確位置的回饋。實驗總共進行兩個階段，

每個階段中各有 100 個嘗試次。在這兩個階段中，出現的嘗試次以完全相同的機制產生。

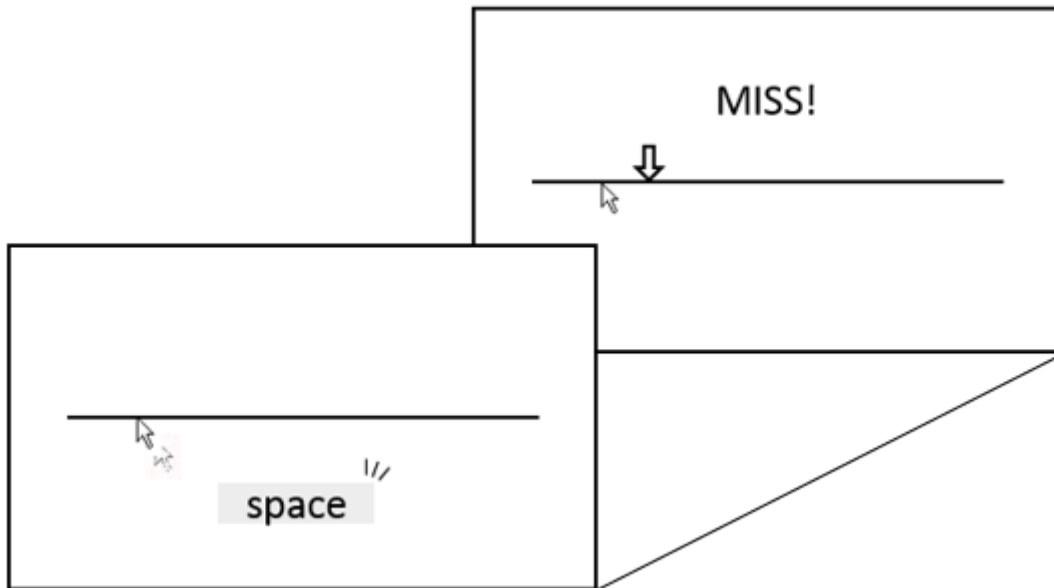


圖 3 實驗程序圖。

註：鼠標由實驗參與者所控制，水平線段在實驗中皆呈現在螢幕上。箭頭回饋與文字回饋在短暫顯示後會消失，回到只有水平線段和鼠標的狀態。

為了評估人們在不同學習情境下表現的好壞，我們需要一些適當的指標來瞭解學習狀況。函式學習中所使用的指標主要有兩種，分別為將誤差取絕對值後進行平均的「平均絕對誤差」(mean absolute error; MAE)；或將誤差平方之後再取平均，是為「均方差」(mean square error; MSE)。其中，誤差為參與者回應的數值減去正確答案的數值 (如 $9.2 - 9 = 0.2$)。兩者的差異主要在於，平均絕對誤差 (MAE) 對於所有大小的誤差皆一視同仁，均方差 (MSE) 則對於較大誤差的敏感度更高。假使現在有 A、B 兩組資料，且 A、B 皆有 5 個資料點，其誤差分別為 $[2, 2, 2, -2, -2]$ 與 $[0, 0, 0, 5, -5]$ ，則 $MAE_A = MAE_B = 2$ 、 $MSE_A = 4$ 、 $MSE_B = 10$ 。均方差 (MSE) 通常是在模型適配時使用，在此研究中，我們以平均絕對誤差 (MAE) 的指標來呈現參與者的學習狀況。

結果與討論

實驗參與者的學習表現如圖 4 所示。為了能夠更清楚地掌握參與者在實驗中的表現，我們以每 10 個嘗試次為一組區段的方式將資料進行整合，故每個階段的 100 個嘗試次可以被分入 10 個區段 ($100 \div 10 = 10$)。在 4 個情境中都可以發現，參與者的平均絕對誤差在第二個區段時都有一個非常顯著的下降。據此我們可以推測，在實驗剛開始不久的時候，參與者就初步掌握到了要學習的函式。

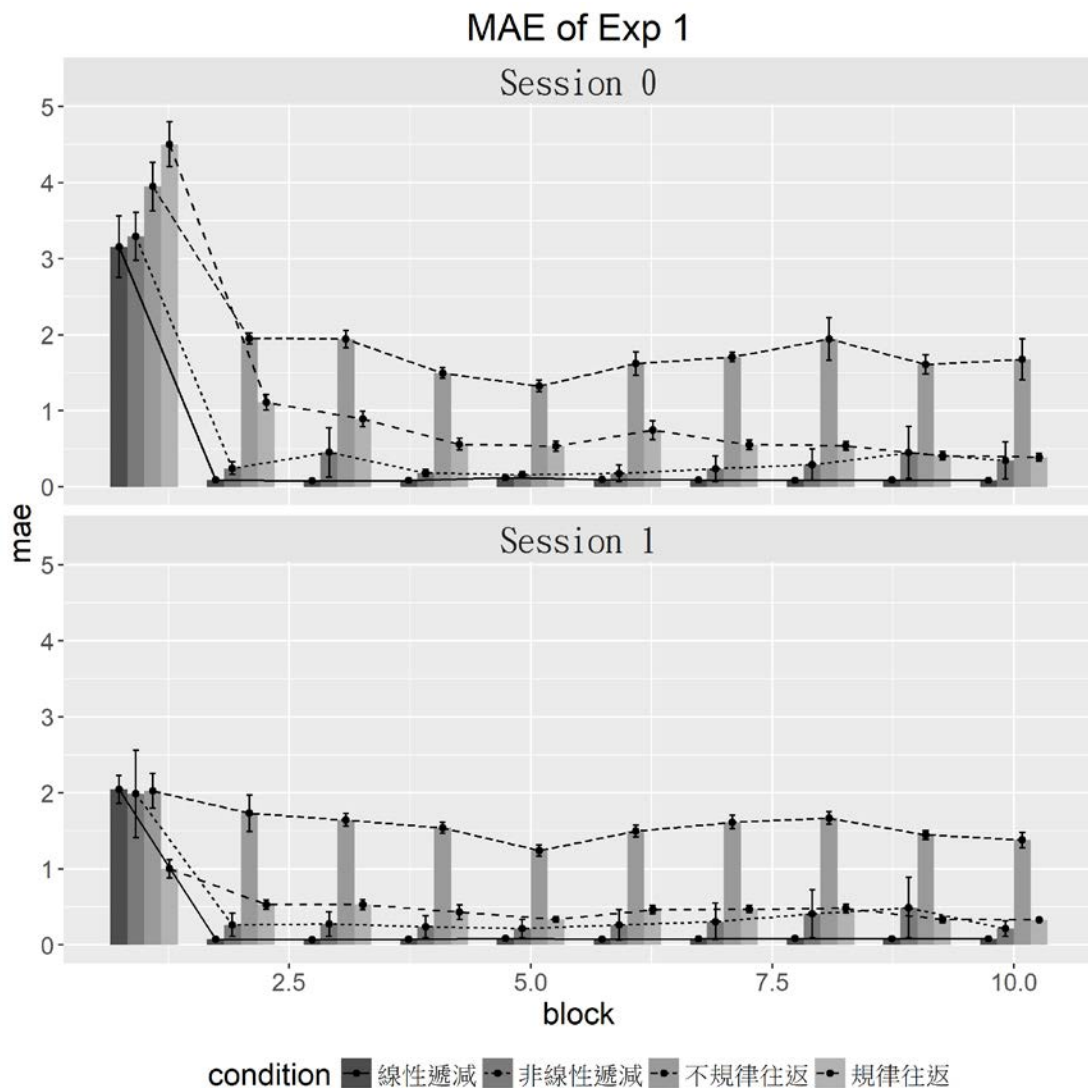


圖 4 實驗一中參與者的表現。

註：每 10 個嘗試次為一組的區段，故 100 個嘗試次共計 10 區段；以區段的方式呈現，更易於展現參與者在實驗過程中的學習情況。上圖為階段一的表现，下圖則是階段二。本研究使用

Psychopy 撰寫實驗程式，其基底為 Python 程式語言，由於其以 0 為索引的起點，故在此研究中的圖表常會見到階段 0 或階段 1 這樣的標籤，其含意即為階段一與階段二，特此說明。

學習表現

我們以平均絕對誤差為依變項，進行情境 (4) × 區段 (10) × 階段 (2) 三因子混合設計的變異數分析，進一步檢視實驗參與者在實驗中的表現。獨變項中「情境」為組間變項，「區段」與「階段」皆為組內變項。結果顯示，進行的 4 個情境操弄有主要效果 ($F(3, 158) = 31.05$, $MSe = 10.3$, $p < .01$)。搭配圖 4 可以發現，線性遞減與非線性遞減兩個情境中參與者的表現較好，再來是規律往返情境，最後是不規律往返情境。隨著實驗的進行，參與者在後面區段的表現有變得更好 ($F(9, 1422) = 237.66$, $MSe = 0.62$, $p < .01$)；且在兩個階段中，實驗參與者在第二個階段的表現也比較好 ($F(1, 158) = 83.82$, $MSe = 0.74$, $p < .01$)。而看交互作用的部份，會發現所有二因子的交互作用都有顯著：情境×區段 [$F(27, 1422) = 4.80$, $MSe = 0.62$, $p < .01$]、情境×階段 [$F(3, 158) = 10.90$, $MSe = 0.74$, $p < .01$] 以及區段×階段 [$F(9, 1422) = 49.18$, $MSe = 0.58$, $p < .01$]；三因子的交互作用 (情境×區段×階段) 也有顯著 [$F(27, 1422) = 3.79$, $MSe = 0.58$, $p < .01$]。

根據過去函式學習研究的發現，線性比非線性函式好學 (Busemeyer et al., 1997)，故我們應該發現情境的平均絕對誤差為線性遞減 < 非線性遞減 < 規律往返 < 不規律往返，從上述的分析中，也確實在實驗一中有看出這樣的趨勢。接下來我們嘗試檢驗各情境之間的學習速度，以了解參與者在各情境中進步的幅度。

學習速度

人們的學習曲線 (learning curve) 以錯誤量 (平均絕對誤差) 呈現時基本上符合指數函式 $y = e^{-ax}$ 的型態，其中 a 值越大代表學習速度越快，反之則越慢 (參見圖 5)；接著我們嘗試針對每個參與者在不同階段的學習表現，適配 (fit)

上述的指數函式，如此便可以進一步分析釐清，是否在不同情境中的學習速度有所差異。

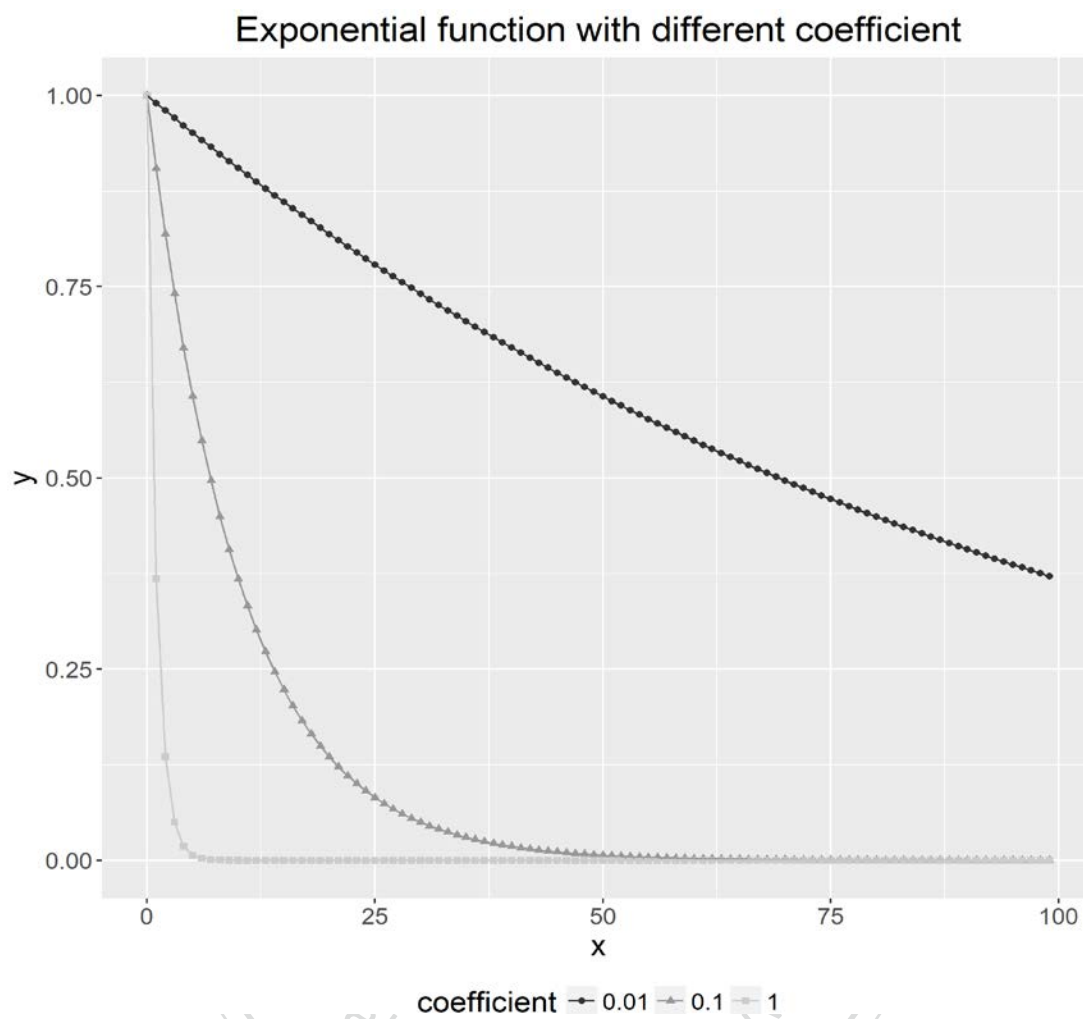


圖 5 指數函式在不同係數下的樣貌。

註：指數函式形式為 $y = e^{-ax}$ ；當 $x = 0$ 時， $y = e^0 = 1$ ，而係數 a 愈大則該函式會愈快地逼近 0，表示學習速度越快。

根據不同實驗參與者的極值將平均絕對誤差標準化之後¹，我們對每個參與者在前後兩個階段的表現分別適配其指數函數的係數，並進行一個情境（4）×階段（2）二因子混合設計的變異數分析，以檢視不同情境操弄與階段對學習速度的影響。獨變項中「情境」為組間變項，「階段」為組內變項；依變項為參與者的學習速度，以指數函數的係數來呈現。

變異數分析的結果顯示，情境的操弄對於學習速度並沒有影響($F(3, 158) = 0.89, MSe = 1.43, p = .446$ ，見圖 6)；階段效果有出現 ($F(1, 158) = 72.12, MSe = 1.83, p < .01$)、情境×階段的交互作用則無 ($F(3, 158) = 2.39, MSe = 1.83, p = .07$)，見圖 7)。這樣的分析結果輔以圖 6 的話，我們可以發現，四個情境中的指數函數係數並沒有差異；不過，在圖 7 中把兩個階段分開呈現後則可以看出，橫跨所有情境，在第二個階段的學習速度都比第一個階段來得快，顯示實驗參與者確實在第二個階段有學得比第一個階段好。從圖 8 的次數分配圖中也可以看出，兩個階段間有很明顯地右移趨勢，橫跨所有情境都有相同的發現。由於變異數分析的結果與函式學習的預期（即，學習速度：線性遞減 > 非線性遞減 > 規律往返 > 不規律往返）並不相同，這展示函式學習與預測的行為表現有著不同的特徵。

¹ 每個實驗參與者均方差的標準化調整公式皆為 $x'_i = \frac{x_i - \min(x)}{\max(x) - \min(x)}$ ，將範圍規範於 [0, 1]。其極值僅參考該參與者自己的均方差，故為個別化的標準化調整，以便和同一個參與者的資料進行比較。

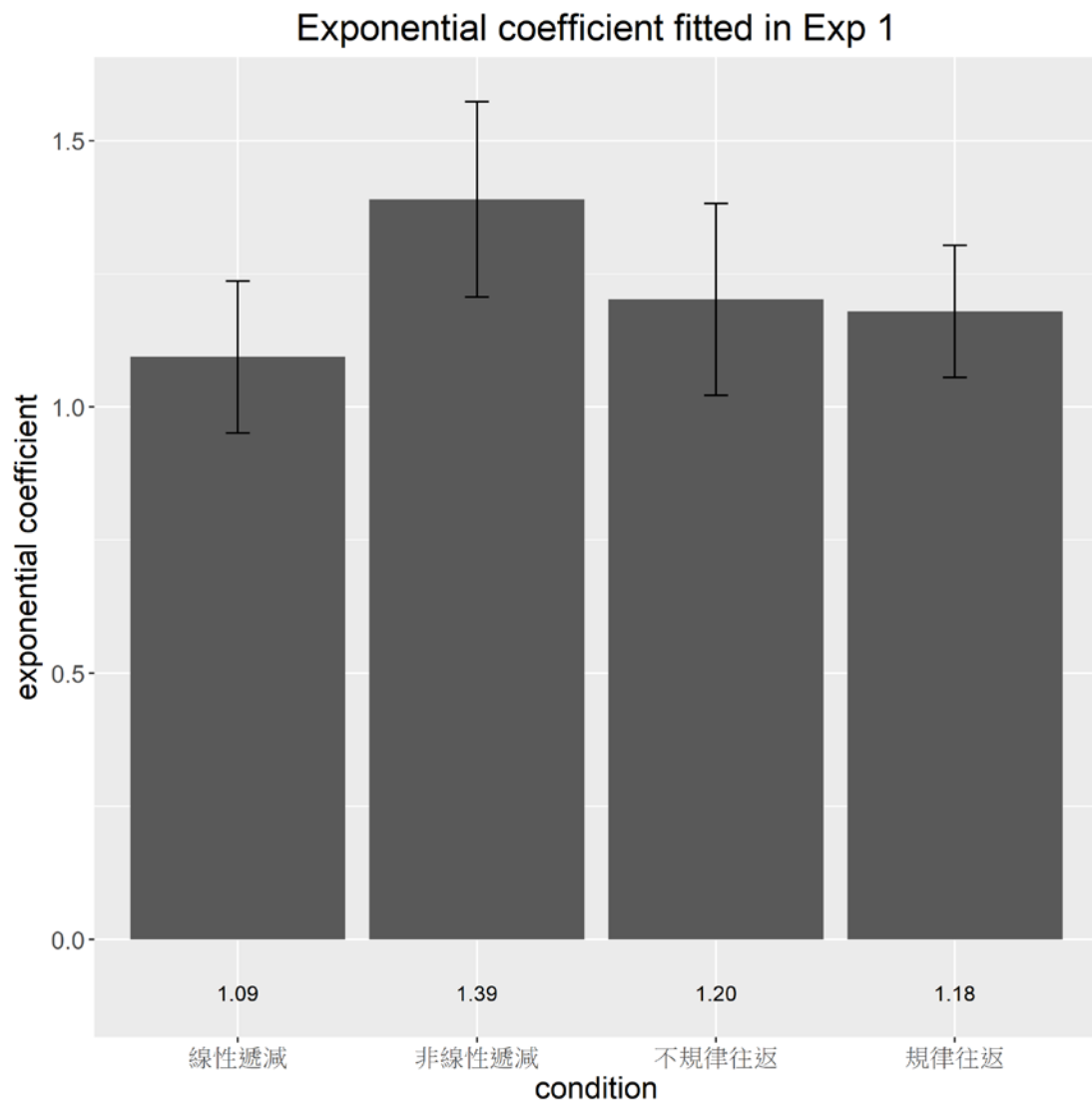


圖 6 實驗一中適配指數函式的係數。

註：此為實驗參與者於各情境中平均的係數（即學習速度）。

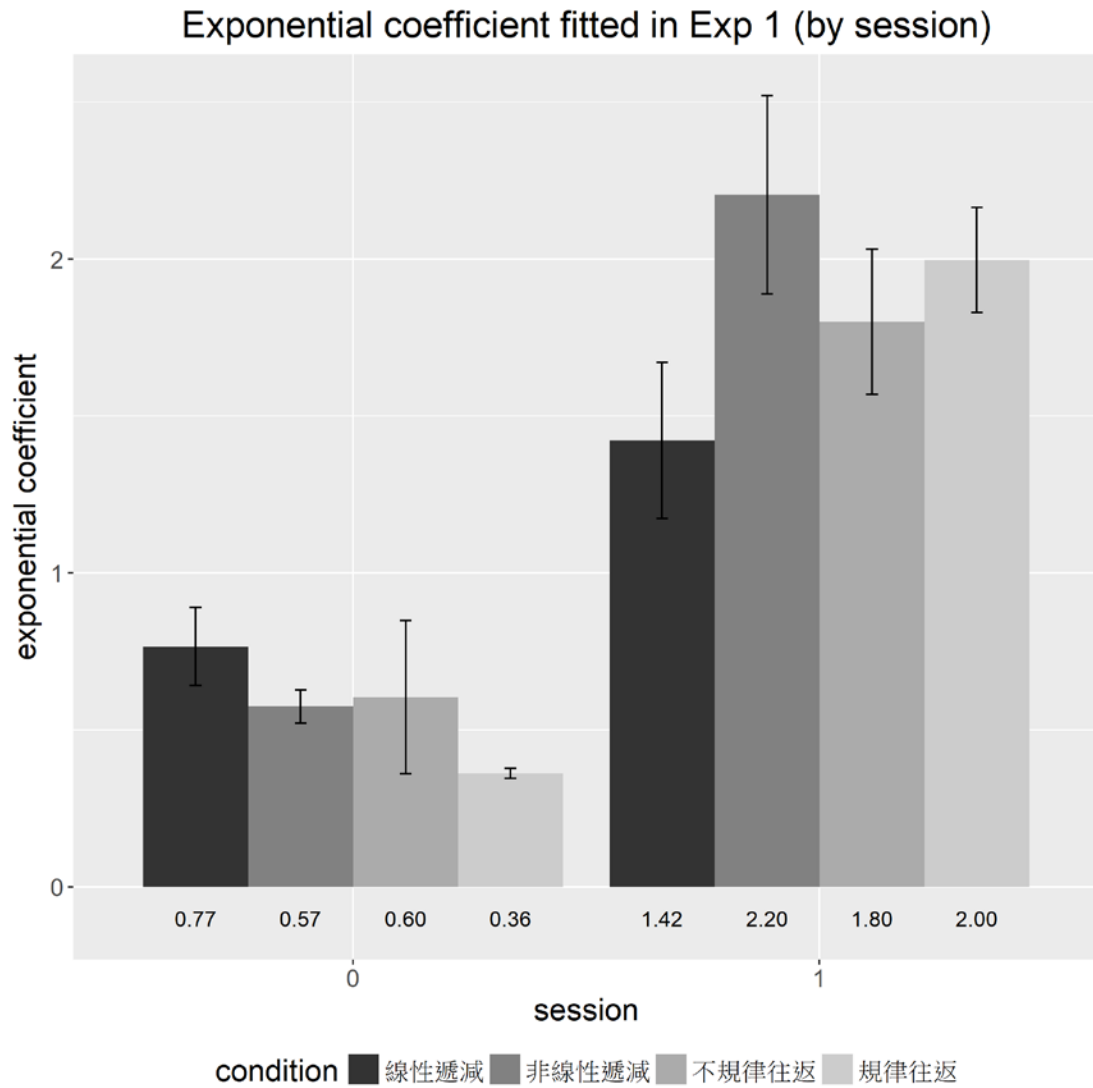


圖 7 實驗一中根據階段適配指數函式的係數。

註：左半邊是第一個階段中，右半邊則是第二個階段。

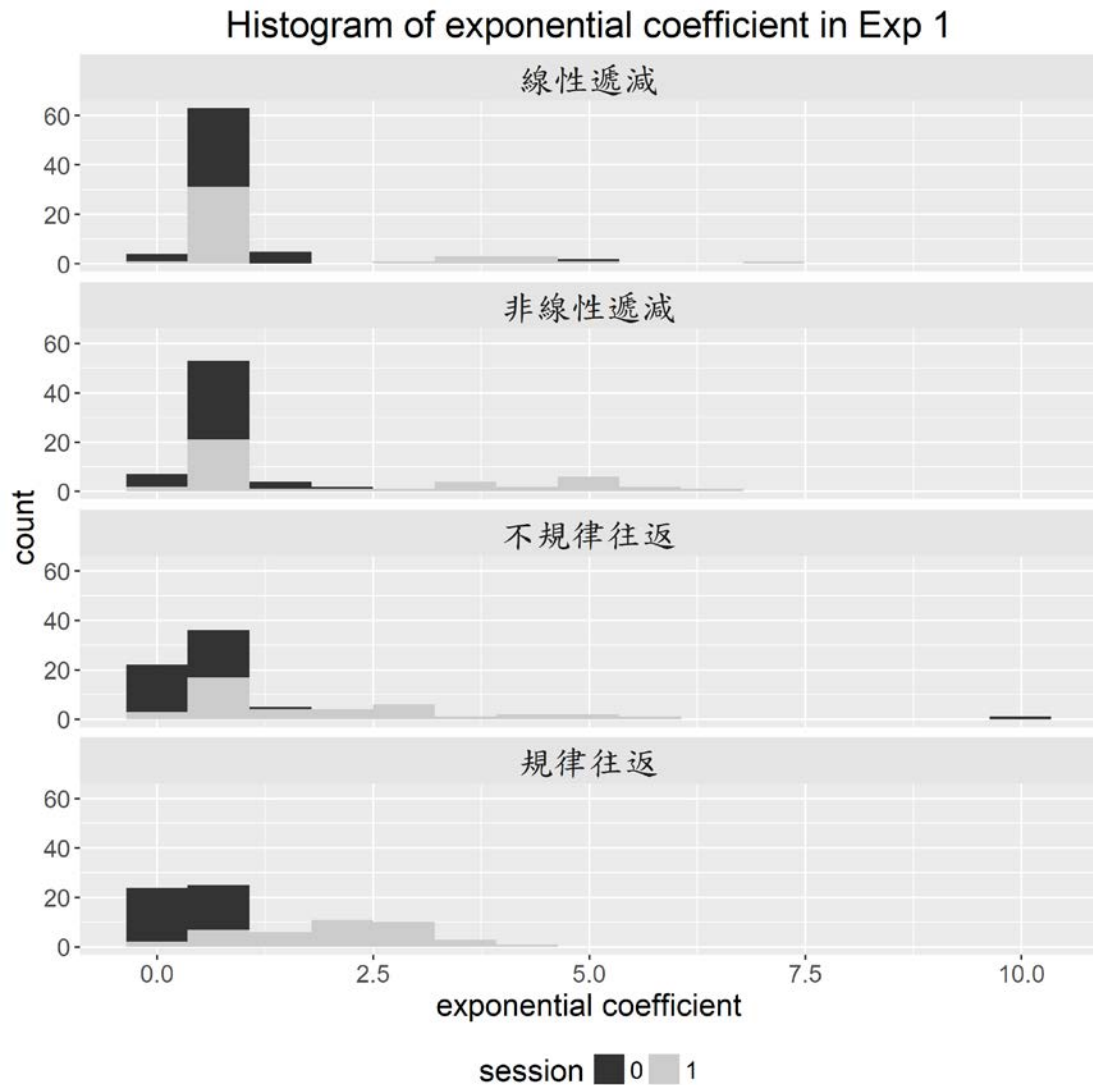


圖 8 實驗一中實驗參與者於各情境的指數函數係數之次數分配圖。

註：圖中的數據將階段一和階段二分開計算，每個情境中的總次數為階段數 (2) × 實驗參與者數。

小結

綜合學習表現和學習速度的分析結果，我們發現，四種情境在學習速度上沒有差異，但在學習表現上有差。這可能是因為對於參與者而言，掌握情境規律所需要的努力在四個情境中都相近；只是由於在使用較多參數個數的函式中，刺激的變化性較大，而不容易預測到準確的位置。這樣看來，以參數個數作為情境難

易度指標似乎是可行的，但這樣的結果是否便是支持呢？在我們以參數個數進行難易度的設計時，同時也更動到前後兩刺激數值之間的相關程度，難以排除其可能性，故這或許是另一個可能的解釋方向。換句話說，人們在預測作業中所使用的表徵，並不必然以時間 t 作為獨立變項 ($y_t = f(t)$)；至於其表徵是否可能為遞迴方程式，抑或是自迴歸模型，從實驗一的結果中尚無法回答。因此我們進行了接下來的實驗二，嘗試對這個問題能有更進一步的理解。



實驗二

在實驗一中，我們檢驗了預測作業中實驗參與者的學習表現，發現其與函式學習並不相同；而延續實驗一的討論，如果排除了時間作為獨立變項的表徵形式，那是遞迴方程式或自迴歸模型比較符合預測作業中的表徵呢？這兩者的差異僅在於，遞迴方程式僅參考前一個數值，而自迴歸模型把先前出現過的所有刺激納入考量。不論表徵的形式是何者，前後兩刺激數值之間的相關程度都將是人們在學習預測函式時表現好壞的決定性因素。

如果想要知道一組有 n 個刺激的函式 X ，其兩兩刺激數值之間的關聯性，最簡單的方式就是使用相關程度；這可以透過計算前 $n-1$ 項和後 $n-1$ 項的皮爾森相關係數 (Pearson correlation coefficient, r) 而得。好比 $X = [1, 13, 2, 4]$ ，則其兩兩刺激數值之間的相關程度即是 $r([1, 13, 2], [13, 2, 4]) = -0.70$ 。可以想見，當這個相關的絕對值越大時，表示平均而言函式兩兩刺激之間的關聯性高，前一個刺激提供了較多的資訊來預測下一個刺激；反之，當相關接近 0 時，前一個刺激幾乎不提供下一個刺激位置的訊息，人們也就無從預測起了。

既然重點是兩兩刺激之間的連結，我們可以相信，一旦降低這之間的關聯性，人們在學習預測函式時就會更加困難。不過，只要相關高的情況下人們就一定學得會嗎？設想有個函式，平均而言其兩兩刺激之間的相關高，可是這個關聯性並不穩定，在某些時候的相關極低，這樣人們是不是就學不會了呢？倘若如此，表示相關的穩定性也十分重要。為了進一步檢驗這樣的假設，我們在實驗二中設計了兩種隨機情境，分別是完全隨機情境與 5 個一組隨機情境。其中，完全隨機情境平均相關性極低，且穩定性也低；5 個一組隨機情境平均相關性高，但穩定性低。作為對照比較，另外加入了一組平均相關高，且穩定性也高的線性遞增情境。此外，在實驗二中，所有的情境都設有誤差項，以更加符合在日常中預測的形式。假使前後兩刺激之間的關聯性是人們在學習預測函式時的重要因素，我們可以預

期，線性遞增情境學得會，而完全隨機情境學不會。而要是穩定性確實是另一個影響因素，則我們應該會發現，人們無法學會像是 5 個一組隨機這樣的預測函式。

在線性遞增的情境中所使用的函式為 $X_t = t + \varepsilon_t$ ，其中 t 為從 0 到 99 的嘗試次編號， ε_t 則為自介於 $[-0.5, 0.5]$ 之間的均等分配中抽取出的誤差項。在隨機情境的設定上，則分為完全隨機與 5 個一組的隨機情境。在這兩個情境中的實驗刺激與線性遞增情境中所使用的皆相同，唯在呈現順序上進行隨機排列。完全隨機情境所使用的函式為 $X_t = \varphi_t + \varepsilon_t$ ，其中 φ 為將 0 到 99 隨機排序後的數列；在 5 個一組隨機的情境中，所使用的函式為 $X_t = 5\vartheta_a + \psi_{\vartheta b} + \varepsilon_t$ ，其中 $a = \lfloor \frac{t}{5} \rfloor$ ， $b = t \bmod 5$ ， ϑ 為將 0 到 19 隨機排序後的數列，且對每個 ϑ ， ψ_{ϑ} 為一個重新將 0 到 4 隨機排序的數列。因此，如果 $\vartheta = [3, 17, 9, \dots]$ ，且 $\psi_1 = [2, 3, 1, 4, 0]$ 、 $\psi_2 = [1, 0, 3, 4, 2]$ ，則 $X_t = [17, 18, 16, 19, 15, 86, 85, 88, 89, 87, \dots] + \varepsilon_t$ 。實驗參與者在此情境中會發現，後面的刺激會在前面的刺激附近出現，但是每隔 5 個刺激就有一個大幅的跳動。和實驗一相同，函式皆經過線性平移至 $[-15, 15]$ 以利實驗程式呈現（見圖 9）。使用前後兩刺激數值之間相關程度的指標，我們可以對這三種情境計算其兩兩刺激數值之間的相關程度，分別是線性遞增的 1.00、5 個一組隨機約為 0.81，以及完全隨機大約 -0.02。

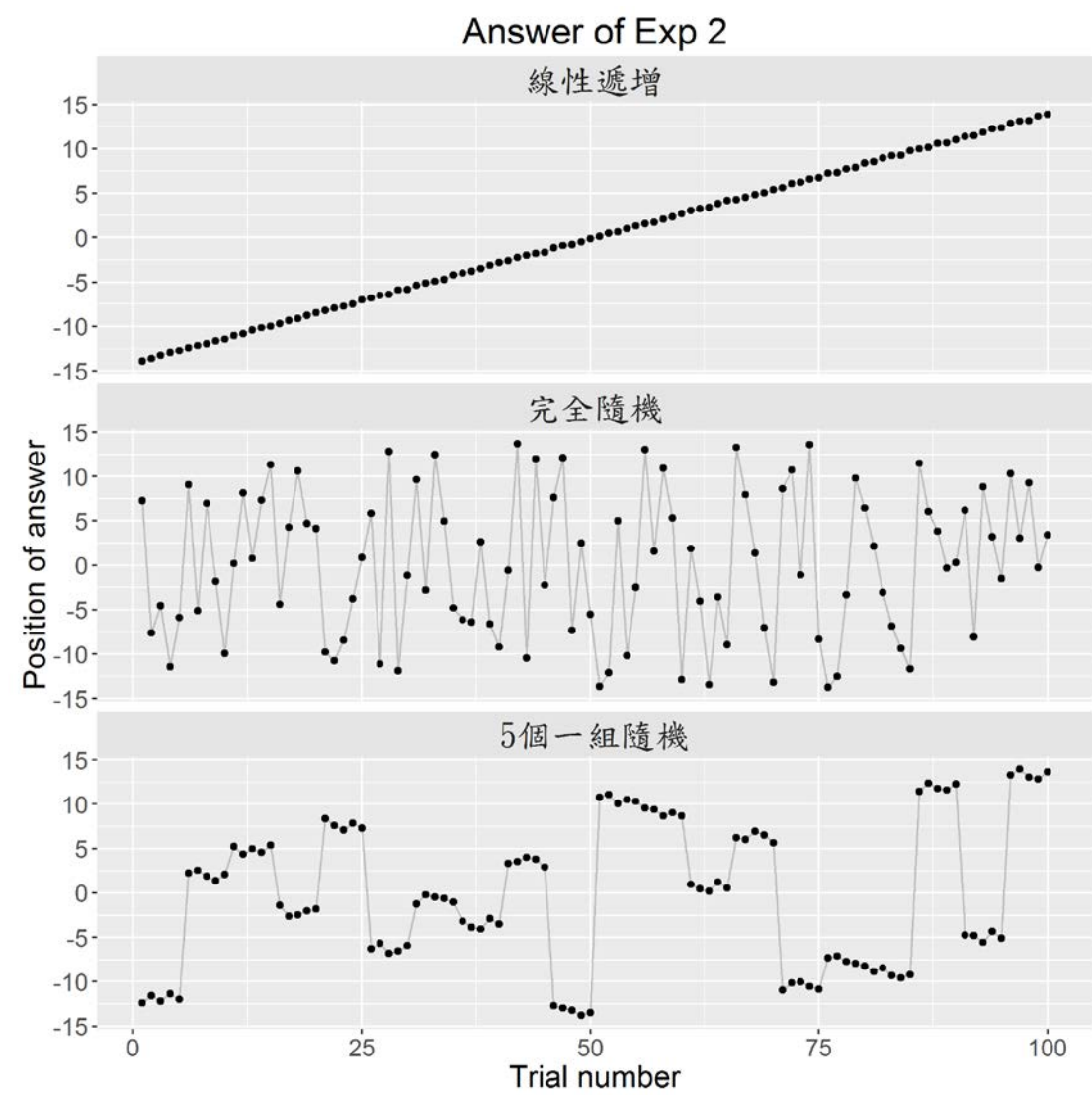


圖 9 實驗二中所使用的三種函式。

註：由於隨機情境的刺激值呈現順序會隨著不同實驗參與者而有所不同，在此圖中所呈現的為特定參與者的函式。完全隨機情境的刺激值為參與者#7在階段一中所使用，5個一組隨機情境則為參與者#8在階段一中使用。

如果先前的假設成立，則我們可以預期情境的操弄會有效果：線性遞增情境中的關聯性最為完整，其次是5個一組隨機情境，最後是關聯性徹底被破壞的完全隨機情境，其學習表現的排序上也應觀察到此順序，且人們無法學會兩種隨機情境的函式。這樣的排序在學習速度上也應當能觀察到。

實驗設計

參與者與儀器

此實驗共有 57 位實驗參與者，皆為國立政治大學的學生。其中，線性遞增情境有 22 人、完全隨機情境有 17 人、5 個一組隨機情境有 18 人。每位參與者在實驗結束後，會獲得 60 元以感謝他們的參與。整個實驗皆在電腦上進行，所花費的時間約莫為半小時。實驗流程與所使用的素材與實驗一相同。

結果與討論

實驗參與者的學習表現如圖 10 所示。我們可以看到，在線性遞增的情境中，雖然在第一個區段時尚未掌握到函式，但之後便立刻能掌握，這表現在其後的區段中平均絕對誤差皆貼近 0。這樣的結果不論是在階段一或階段二都可以發現，且與實驗一中線性遞減情境的發現趨勢一致。與此相對地，在另外兩個隨機情境中，參與者無法掌握到所學習的函式；亦即隨著實驗嘗試次的增加，其平均絕對誤差並沒有明顯的下降趨勢。

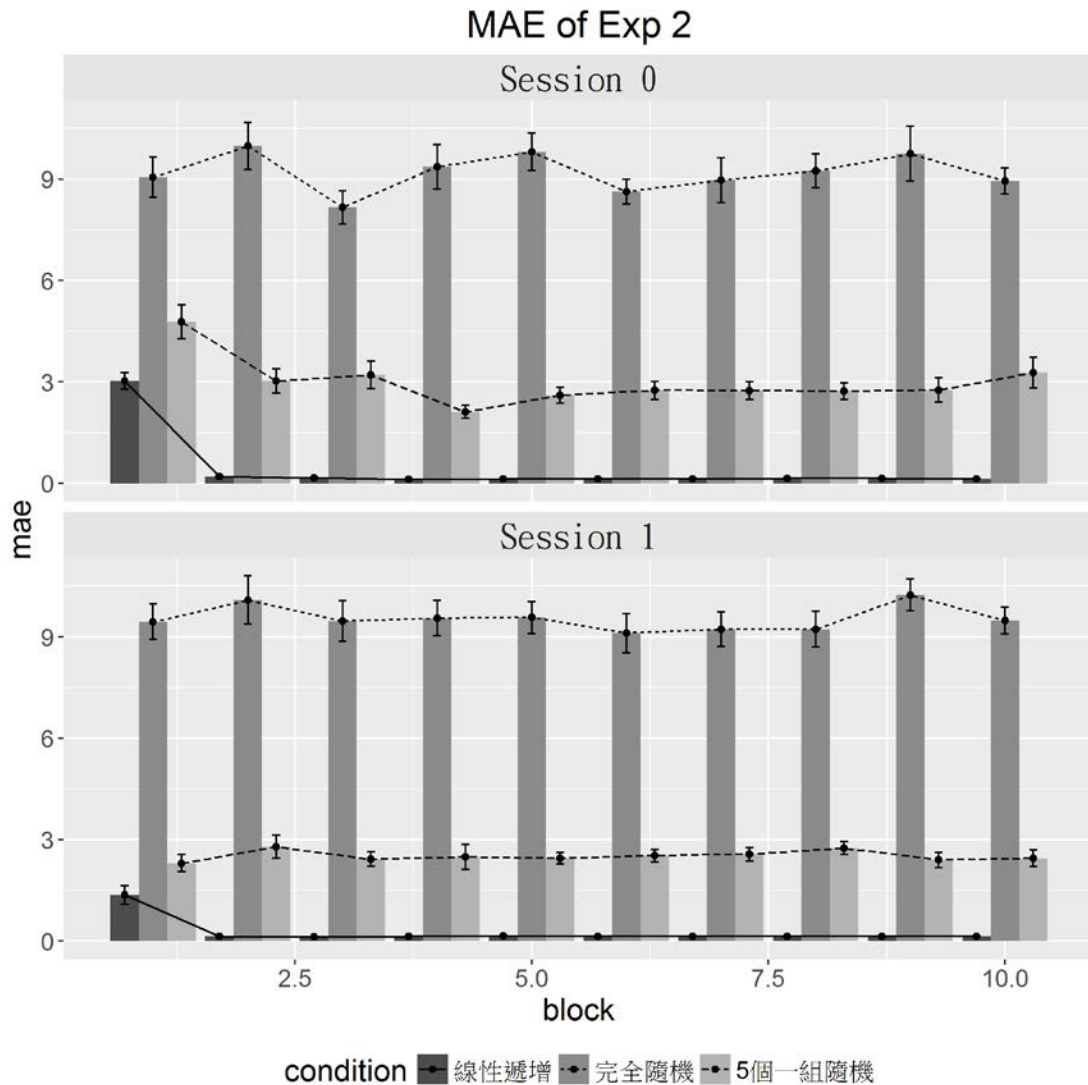


圖 10 實驗二中參與者的表現。

註：上圖為階段一的表现，下圖則是階段二。

學習表現

我們以平均絕對誤差為依變項，進行了一個情境（3）× 區段（10）× 階段（2）三因子混合設計的變異數分析，進一步檢視實驗參與者在實驗中的表現。獨變項中「情境」為組間變項，「區段」與「階段」皆為組內變項。結果顯示，進行的 3 個情境操弄有主要效果 ($F(2,54) = 2542, MSe = 3, p < .01$)。這表示，破壞兩兩刺激之間的關聯這樣的操弄確實造成了差異，且從圖 10 中可

以清楚看出情境的表現由好到壞依序是：線性遞增、5 個一組隨機，最後是完全隨機；此與我們實驗預期完全相符。而在學習表現的進步部份，參與者在後面區段的表現比前面區段來得好 ($F(9, 486) = 6.26, MSe = 2.26, p < .01$)；不過在兩個階段的表現差不多，並沒有在第二個階段表現比較好 ($F(1, 54) = 1.46, MSe = 2.62, p = .23$)。但如果同時把情境納入考量，會發現情境與區段的交互作用有出現 ($F(18, 486) = 3.18, MSe = 2.26, p < .01$)，且情境與階段的交互作用也有出現 ($F(2, 54) = 5.90, MSe = 2.62, p < .01$)；這顯示，也許是因為有線性遞減的對照組存在，而使得差異存在於隨機組與對照組之間，需要再進行單純主要效果的分析，才能確認學習表現進步的效果有沒有出現在兩組隨機的情境中。此外，區段與階段的交互作用有顯著 [$F(9, 486) = 2.77, MSe = 1.91, p < .01$]，三因子的交互作用（情境×區段×階段）則沒有 [$F(18, 486) = 1.25, MSe = 1.91, p = .22$]。因此，再來的分析重點是在完全隨機與 5 個一組隨機這兩個情境中，實驗參與者有沒有隨著實驗進行而有學習到這兩個函式。

首先，我們分析完全隨機情境的單純主要效果，發現區段和階段都沒有效果（區段 [$F(9, 144) = 1.10, MSe = 5.58, p = .37$]、階段 [$F(1, 16) = 1.45, MSe = 7.12, p = .25$]），交互作用也沒有（[$F(9, 144) = 0.31, MSe = 4.67, p = .97$]）。這結果與我們的實驗預期相符，因為在完全破壞了兩兩刺激之間的關聯之後，參與者無法從前一個刺激獲取任何和下一個刺激有關的任何資訊，因此，不論經過了多少個嘗試次的學習，以至於實驗進行到了第二個階段，仍然無法學會完全隨機的函式。再來，對 5 個一組隨機情境的分析結果則顯示，區段效果有出現 ($F(9, 153) = 2.14, MSe = 1.81, p = .03$)，在第一與階段二之間的表現也有差異 ($F(1, 17) = 15.42, MSe = 1.37, p < .01$)，且區段與階段之間產生了交互作用 ($F(9, 153) = 3.93, MSe = 1.41, p < .01$)。這樣的結果可能指出，實驗參與者隨著實驗進行，有掌握到一些規律；亦即，經過了階段一的

學習，已經知道每 5 個刺激會出現一次大幅的跳動，所以進入階段二後可以快速地掌握到這樣的原則。

學習速度

接下來，我們將每個參與者在前後兩個階段的表現，分別適配其指數函數 ($y = e^{-ax}$) 的係數，並進行一個情境 (3) × 階段 (2) 二因子混合設計的變異數分析，以檢視不同情境操弄與階段對學習速度的影響。獨變項中「情境」為組間變項，「階段」為組內變項；依變項為參與者的學習速度，以指數函數的係數來呈現。

變異數分析的結果顯示，情境的操弄對於學習速度是有影響 ($F(2, 54) = 14.97, MSe = 1.30, p < .01$ 。見圖 11)；階段及情境×階段的交互作用也有顯著效果 (階段 [$F(1, 54) = 15.96, MSe = 1.32, p < .01$]、情境×階段 [$F(2, 54) = 8.31, MSe = 1.32, p < .01$]。見圖 12)。這樣的分析結果輔以圖 11 的話，我們可以發現，三個情境中的指數函數係數的差異，主要來源應是完全隨機組的學習速度低於其他兩組所致；在圖 12 中把兩個階段分開呈現後則可以看出，僅有作為對照的線性遞增組其學習速度有明顯提昇，其他兩個隨機組則沒有顯著變化。此外，圖 13 也展現出，在線性遞增情境中，兩個階段的次數分配有很明顯的往右平移趨勢；與之相對的其他兩個隨機情境則沒有此發現。此結果表示，線性遞增情境的第二個階段學得比第一個階段好；完全隨機情境與 5 個一組隨機情境在學習速度上則沒有進步。

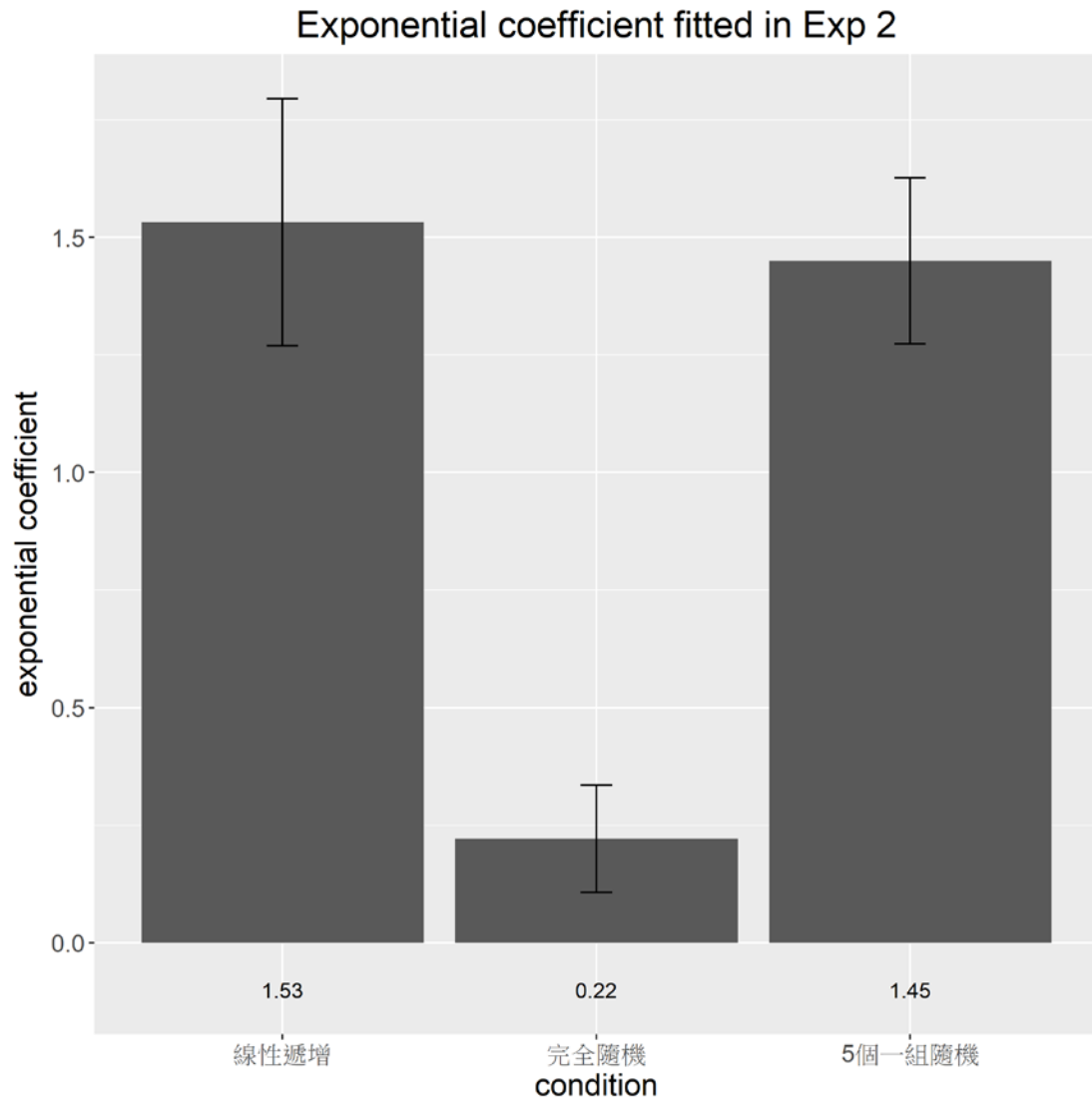


圖 11 實驗二中適配指數函式的係數。

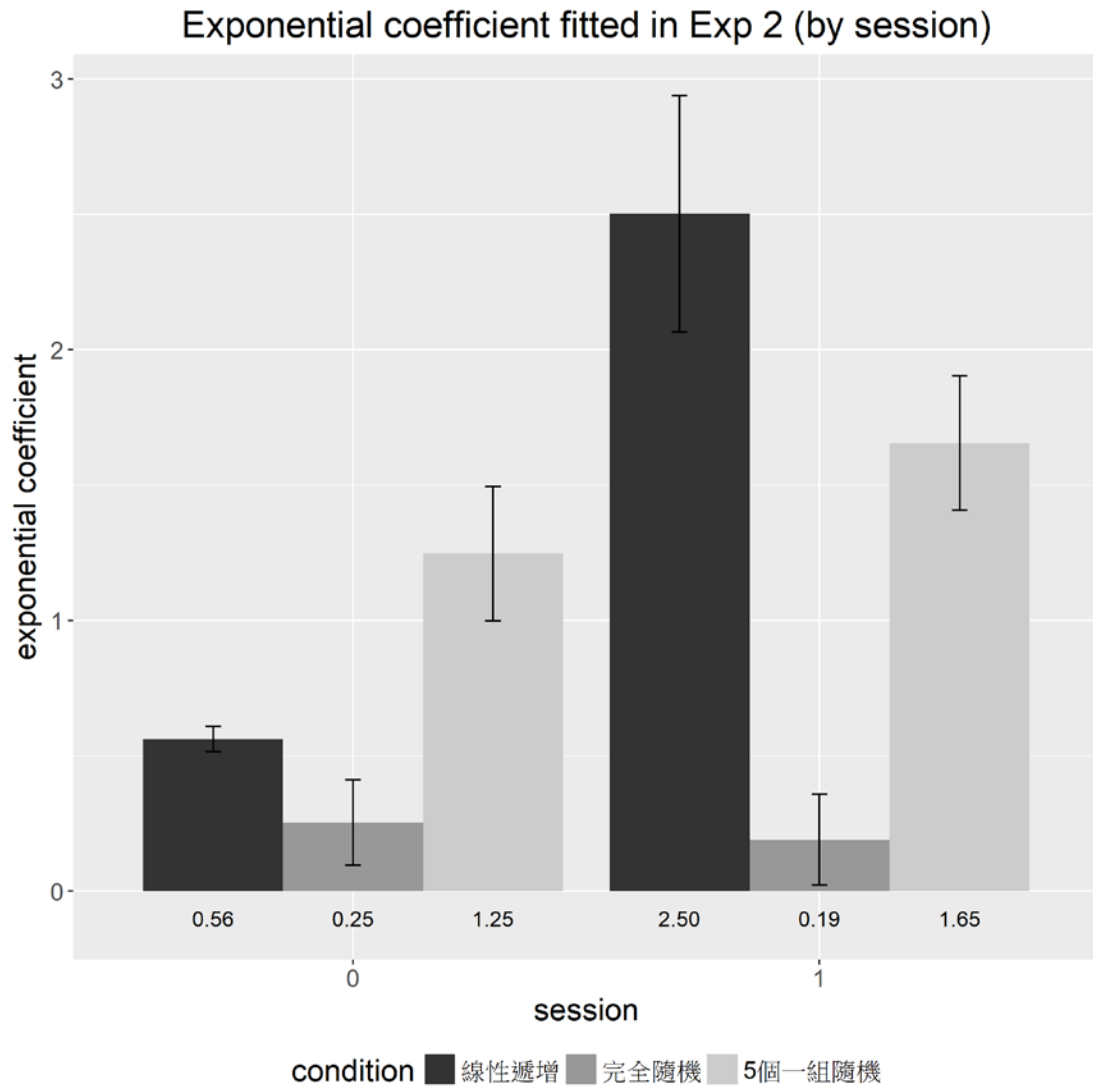


圖 12 實驗二中根據階段適配指數函式的係數。

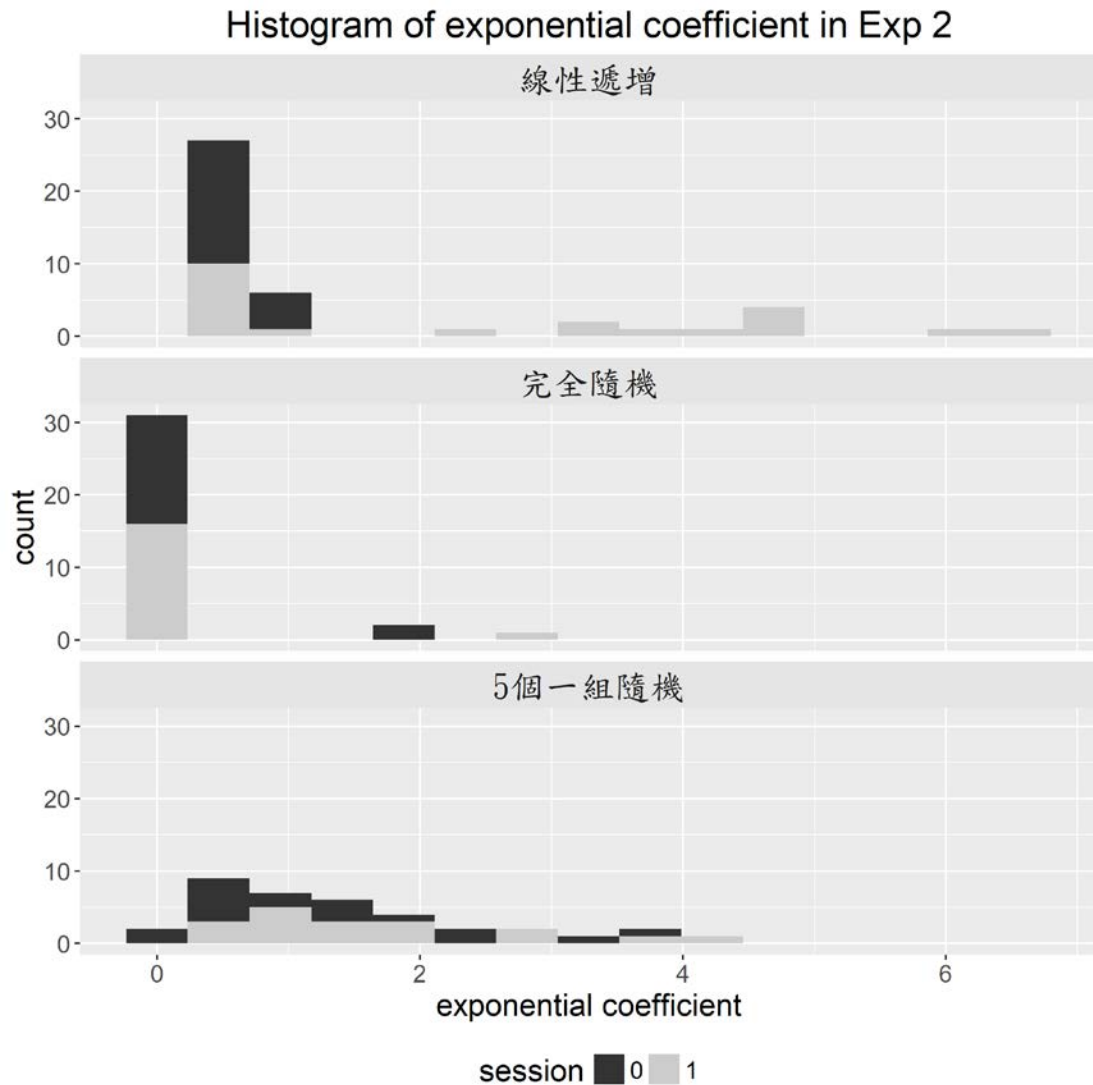


圖 13 實驗二中實驗參與者於各情境的指數函數係數之次數分配圖。

註：圖中的數據將階段一和階段二分開計算，每個情境中的總次數為階段數 (2) × 實驗參與者數。

小結

綜合上述學習表現和學習速度的分析，我們觀察到在完全隨機情境中，實驗參與者的學習表現並未隨著實驗的進行而變好，其學習速度在兩個階段之間也沒有顯著差異；在 5 個一組隨機情境中，儘管參與者的學習表現或許因為有掌握到函式的規律，而有隨著實驗的進行而變好，但未能達到線性遞增情境的水準，且

其學習速度在兩個階段之間亦沒有顯著差異。我們因而總結，在破壞了兩兩刺激之間的關聯性之後，人們便缺乏足夠的資訊以學會要預測的函式；也就是說，兩兩刺激之間的關聯性確實是預測作業中學習表現的重要因素。此外，由於在平均高相關但局部穩定性低的 5 個一組隨機情境中，實驗參與者並無法學會該函式，因此我們認為，穩定性亦是人們在學習預測函式時的重要因素。

那麼，在無法學會的情況下，實驗參與者們又是如何反應的呢？在檢視參與者們的反應時，我們發現到一個很有趣的現象：在完全隨機情境中，參與者會嘗試以前一個出現的刺激位置作為預測下一個刺激的位置（見圖 14），不過並不是在整個實驗中都有這樣的現象，所以可以排除參與者誤解實驗指導語的可能性。這樣的現象幾乎在所有參與者的反應中都有發現。同樣地，在 5 個一組情境中也有發現類似的現象，尤其在每 5 個刺激會出現一次的大幅跳動時特別明顯，參與者鮮少會在那時預測一個較遠的位置，而是依然用前一個出現的刺激位置進行預測（見圖 15）。這樣的發現也許說明，人們在進行預測時會使用前一個刺激位置加上一個「步伐」向量，而當缺乏兩兩刺激之間的關聯性時，這個步伐的大小與方向就難以估量，於是就直接用前一個刺激位置作為預測的位置了。如果是這樣，就剩下的兩種表徵來說，遞迴方程式比自迴歸模型更為符合。當然，光就這點仍不足以做為決定性的證據，我們還需對兩者根本性的差異，即向前參考的刺激個數，進行更深入的探討。

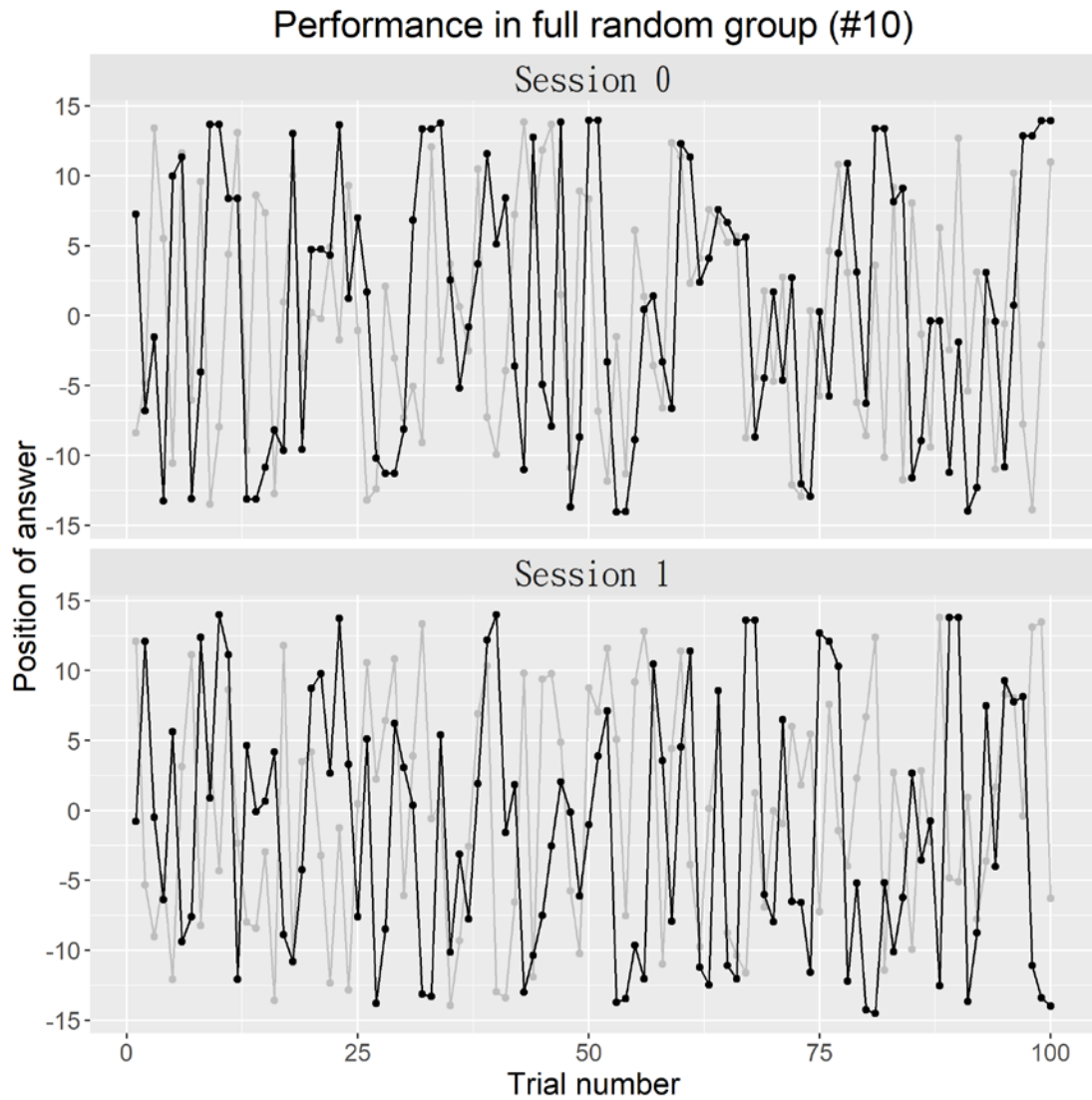


圖 14 實驗參與者 #10 在完全隨機情境中的表現。

註：灰色的點是函式正確的位置，黑色的點則是參與者預測的位置。注意在階段一中間偏後的嘗試次中，參與者#10 預測的位置與函式正確的位置看起來幾乎貼在一起，但其實是向右平移了一個嘗試次，亦即，該實驗參與者用前一次函式正確的位置當作下一次預測的位置。

Performance in group by 5 random group (#08)

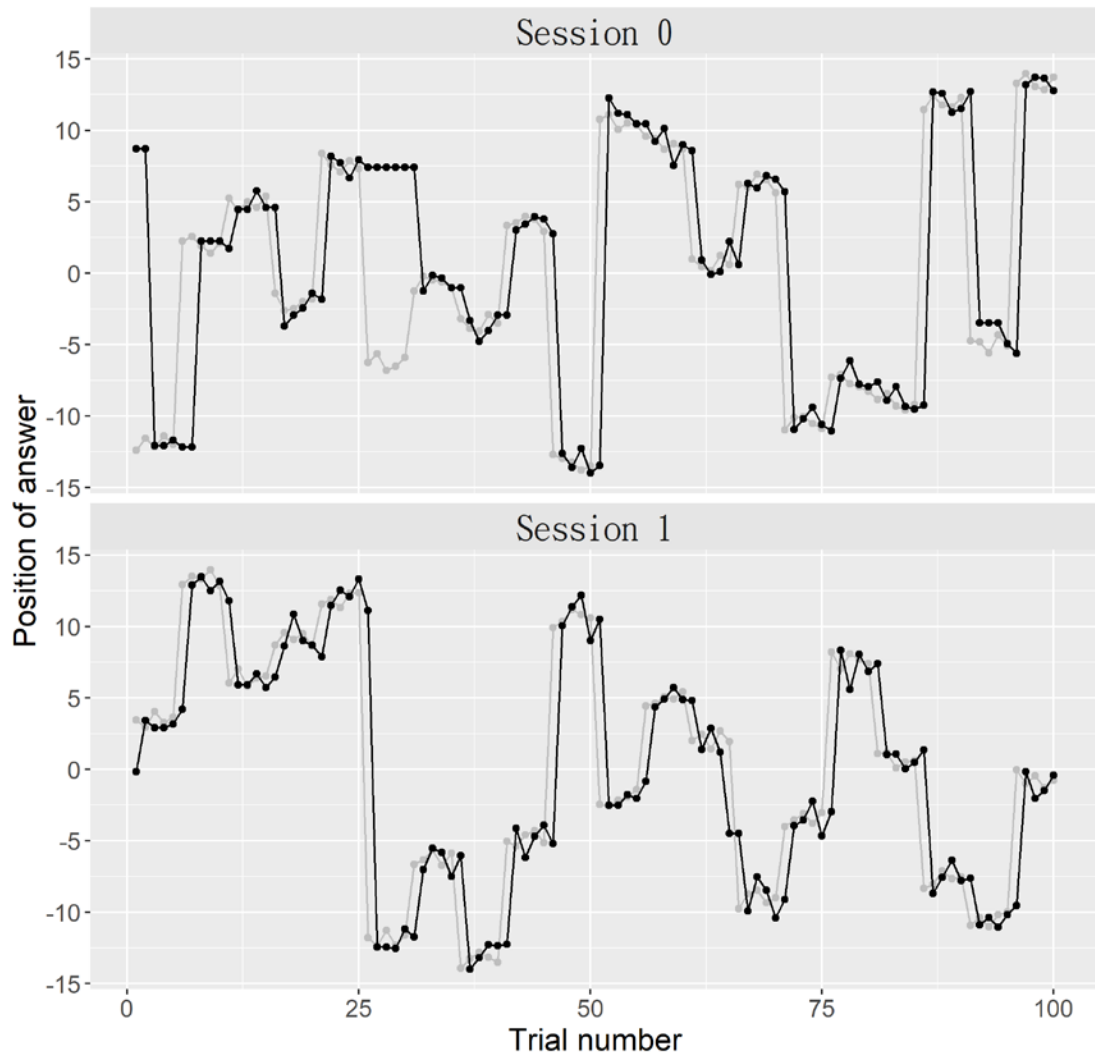


圖 15 實驗參與者 #8 在 5 個一組隨機情境的表現。

註：灰色的點是函式正確的位置，黑色的點則是參與者預測的位置。在小幅跳動的時候較不明顯，難以區辨是否是用前一個刺激位置進行預測，但在大幅跳動的時候（第 6、11、16、...、96 個嘗試次）則可以清楚發現此傾向。

實驗三

在實驗一中，我們排除了預測作業中所使用的表徵是以時間作為獨立變項的可能性；而實驗二的結果，證實了前後兩刺激數值之間的相關程度是預測作業中學習表現好壞的決定性因素。如此一來，只要能夠釐清人們進行預測時是否參考之前一個以上的數值，我們就能確定預測作業中所使用的表徵為何了。為了回答這個問題，我們設計了兩個情境來探討人們在預測作業中所參考的數值個數，分別是左右左右情境與左左—右右情境。這兩個情境所使用的函式，都是在螢幕線段上的左側與右側輪流出現，並逐漸往中間收斂，唯一的差別是，在左右左右情境中，若前一次標靶出現於左側，則下一次必定出現於螢幕右側，反之亦然；而在左左—右右情境中，標靶會連續於同一側出現兩次後移動到對側，再於對側連續出現兩次後移動回來。因此，在左左—右右情境中，實驗參與者會發現刺激位置於左側出現兩次後，接著會在右側出現兩次，然後再於左側出現兩次，重複這樣的規律。在左右左右情境中所使用的函式為 $X_t = 5 \times \sqrt{99-t} \times (-1)^t + 50 + \varepsilon_t$ ，其中 t 為從 0 到 99 的嘗試次編號， ε_t 則為自介於 $[-0.5, 0.5]$ 之間的均等分配中抽取出的誤差項。在左左—右右中所使用的函式為 $X_t = 5\sqrt{2} \times \sqrt{99-t} \times \sin(0.5\pi t - 0.75\pi) + 50 + \varepsilon_t$ 。函式皆經平移至 $[-15, 15]$ 以利實驗程式呈現（見圖 16）。

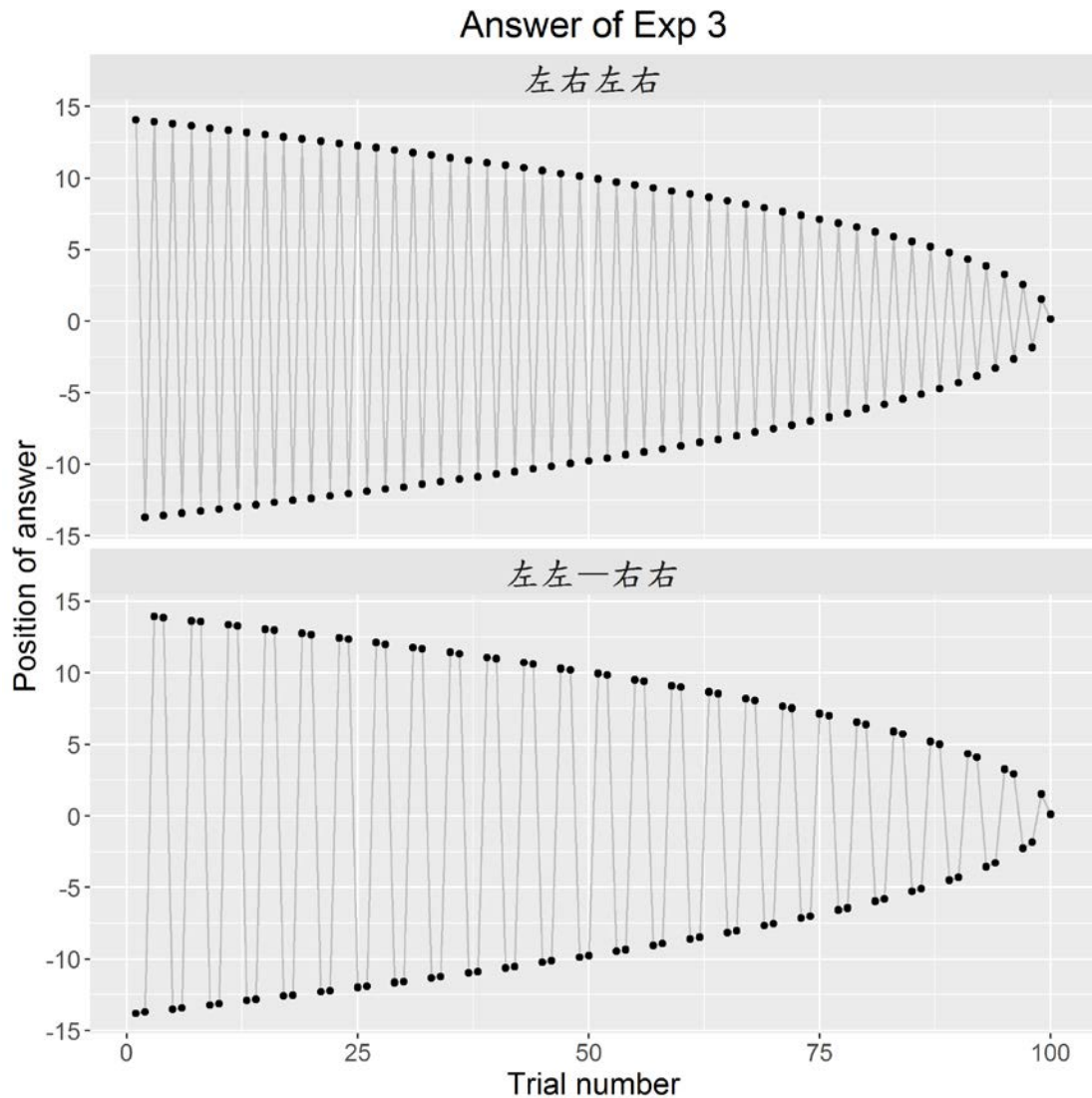


圖 16 實驗三中所使用的兩種函式。

註：兩個函式基本上皆是 $5 \times \sqrt{99 - t} \times (\text{調整函式}) + 50$ 的形式，透過控制最後的調整函式來呈現左右左右情境與左左—右右情境的差異。兩個函式的差別即是在同一側連續出現刺激的數量，左右左右情境中是出現一次後換到對側，而左左—右右情境則是連續出現兩次後才換到對側。

假如人們在進行預測作業時僅會參考前一個數值，那麼我們應該預期在左右左右情境中的學習表現會比左左—右右情境來得好，支持遞迴方程式的表徵形式；相反地，如果發現結果是兩個表現一樣好，支持的則是自迴歸模型的表徵形式。這樣的趨勢也應會出現在兩情境學習速度的比較中。

用兩兩刺激之間的關聯性來檢視的話，左右左右情境的相關為-1，左左—右右情境的相關為0.01；左右左右函式的平均相關高且穩定性高，而左左—右右函式則是平均相關低但穩定性高。左左—右右函式之所以穩定性高是因為，該函式在奇數項嘗試次中會有一次大幅的跳動（從左側跳到右側，或反之），在偶數嘗試次的變化則相當地小，因此，兩兩刺激之間的變化會有一組高關聯（偶數嘗試次）及一組低關聯（奇數嘗試次）。也許參與者會發現這樣的趨勢，而形成某種理解，如「奇數項的時候位置才有改變，偶數項的時候位置則沒有變化。」再進而使用此理解作為策略進行實驗，不過因為工作記憶廣度（working memory capacity，簡稱WMC）的限制，因此並不能夠精準掌握實際的位置。

好比在第9個嘗試次中，實驗參與者剛剛看過了第8個刺激，接著要預測第9個刺激的位置；由於這時候是奇數嘗試次，所以參與者知道要預測一個較遠的點，但是有助於判斷位置的參考距離是在更前一次的嘗試次（第7個嘗試次）中出現，即便可能還有一些殘留的印象，但是實際位置並沒有把握。相對地，在左右左右情境中，雖然刺激一樣是有大幅的跳動情形，但由於參考距離在前一次的嘗試次才剛出現過，印象還很鮮明，所以可以精準地預測下一個刺激的位置。

若從這個角度來看，我們應該可以看到在左左—右右的情境中，實驗參與者在有大幅跳動的奇數項嘗試次之誤差，應會比在偶數項嘗試次更大；相對地，作為對照的左右左右情境則沒有這樣的差異。也就是說，假使這樣的解釋成立，那麼要是人們能夠清楚地記得前一個以上的刺激，那麼，他們則應該要能夠在奇數嘗試次和偶數嘗試次中表現得一樣好才對；因此，倘若觀察到解釋所預期的現象，那我們就相當有理由認為，人們在學習預測函式時，沒辦法清楚記得前一個以上的刺激，所以主要是參考了前一個刺激。

實驗設計

參與者與儀器

此實驗共有 49 位實驗參與者，皆為國立政治大學的學生。其中，左右左右情境有 25 人，左左—右右情境有 24 人。每位參與者在實驗結束後，會獲得 60 元以感謝他們的參與。整個實驗皆在電腦上進行，所花費的時間約莫為半小時。實驗流程與所使用的素材與實驗一相同。

結果與討論

實驗參與者的學習表現如圖 17 所示。我們可以看到，不論在左右左右或是左左—右右的情境中，隨著實驗嘗試次的進行平均絕對誤差都有明顯下降，最後穩定收斂到接近 0 的位置。而在兩個階段的表現中，也可以發現第二個階段的學習表現看起來比第一個階段更好。兩個情境在階段一的差異很明顯，左右左右情境的表現比左左—右右來得好，這不僅反映在前面區段中平均絕對誤差的差距，左右左右情境的學習速度也比左左—右右快。而這樣的差距，到了階段二時則消失了，可以預期情境與階段之間有交互作用存在。

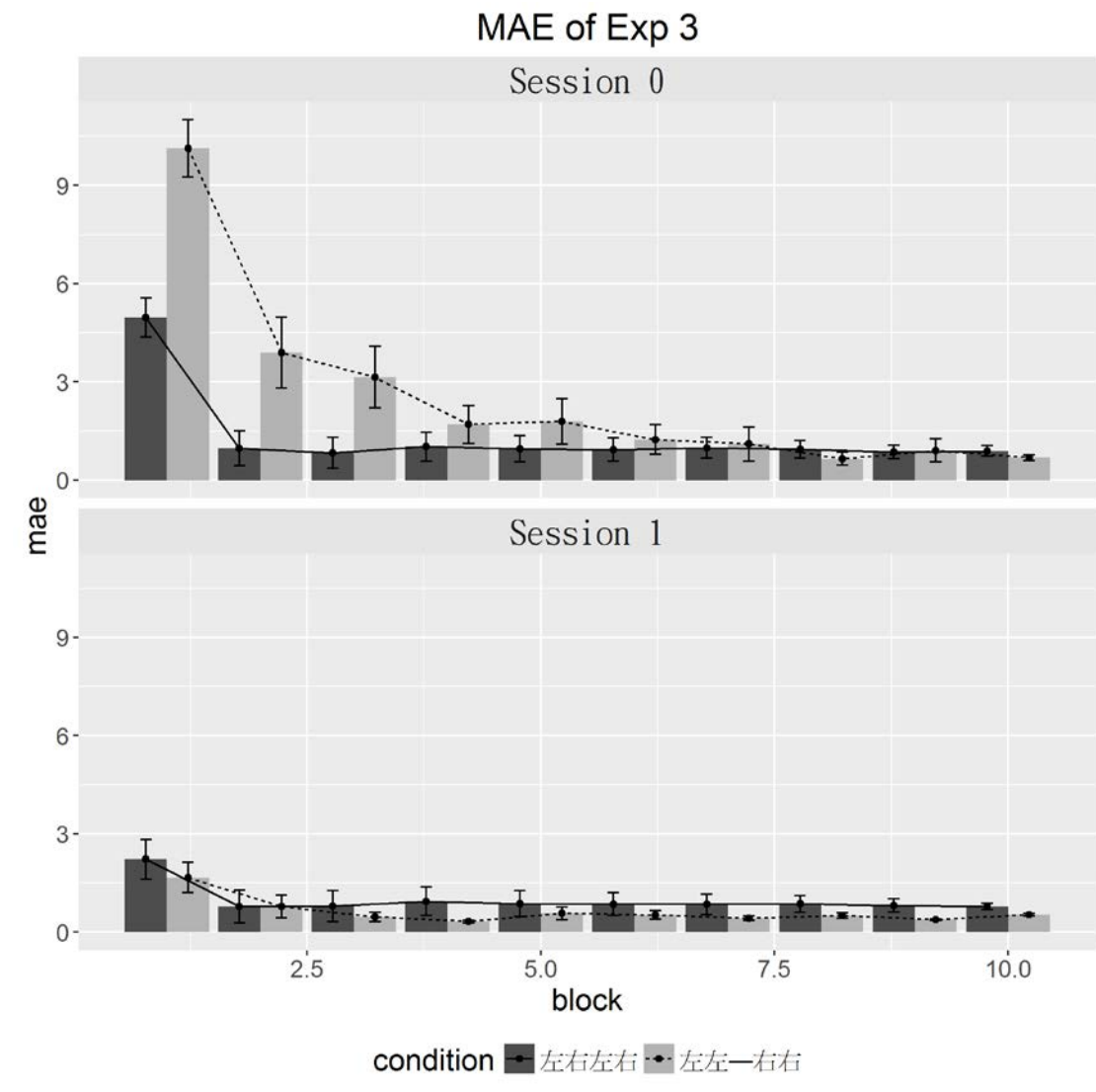


圖 17 實驗三中參與者的表現。

註：在兩個情境中，學習表現都有越來越好的趨勢，不過還是左右左右情境的表現更為出色。

學習表現

我們以平均絕對誤差為依變項，進行了一個情境（2）×區段（10）×階段（2）三因子混合設計的變異數分析，進一步檢視實驗參與者在實驗中的表現。獨變項中「情境」為組間變項，「區段」與「階段」皆為組內變項。結果顯示，情境的操弄沒有主要效果（ $F(1,47) = 0.91$ ， $MSe = 46.44$ ， $p = .35$ ），不過我們並不能斷定據此斷定在兩個情境中的表現一樣好，因為情境×區段與情境×

階段的二因子交互作用，乃至三因子的交互作用都有顯著效果（情境×區段 [$F(9, 423) = 8.28, MSe = 2.29, p < .01$]、情境×階段 [$F(1, 47) = 13.66, MSe = 10.76, p < .01$]、情境×區段×階段 [$F(9, 423) = 9.96, MSe = 1.93, p < .01$]）。這些結果說明，兩個情境在不同區段與階段中的表現結果並不相同。除此之外，區段、階段及這兩者之間的效果也都有出現（區段 [$F(9, 423) = 62.98, MSe = 2.29, p < .01$]、階段 [$F(1, 47) = 28.58, MSe = 10.76, p < .01$]、區段×階段 [$F(9, 423) = 33.91, MSe = 1.93, p < .01$]）。如果兩個情境在不同區段與階段中的表現結果不同，那麼為了瞭解情境的差異是在哪些區段與階段中出現，接著將進行區段與階段的單純主要效果分析。

首先是階段的單純主要效果。在階段一中，情境的操弄有出現效果（ $F(1, 47) = 4.38, MSe = 39.63, p = .04$ ），區段及情境×區段也有發現差異（區段 [$F(9, 423) = 58.41, MSe = 3.45, p < .01$]、情境×區段 [$F(9, 423) = 10.96, MSe = 3.45, p < .01$]）；但在階段二中情境之間的差異卻消失了（ $F(1, 47) = 0.9, MSe = 17.57, p = .35$ ），只剩下區段有效果（ $F(9, 423) = 10.63, MSe = 0.77, p < .01$ ），同時，也沒有發現情境與區段有交互作用（ $F(9, 423) = 0.47, MSe = 0.77, p = .89$ ）。此結果顯示，在實驗剛開始時實驗參與者於左右左右情境的表現確實比左左—右右好，只是隨著實驗的進行，參與者在兩個情境中的表現都逐漸變好；到了某個程度之後，兩個情境的表現則是達到了幾乎一樣好，這點從圖 17 中也可以看出。而由於後來在兩個情境中的表現一樣好，以致於從平均來看，兩個情境之間的差異被稀釋掉了。總體而言，區段之間的差異一直都存在，表示隨著實驗的進行，實驗參與者的表現有愈來愈好；兩個情境的學習表現差異主要是出現在階段一，在階段二中則沒有區別。

其次是區段的單純主要效果。由於有 10 個區段的緣故，且其改變趨勢很清晰一致，效果消失的轉捩點亦很明確，故在此不逐一列出，而是僅列出各個轉捩點。在區段 1 中有發現情境的主要效果，從區段 2 開始情境的主要效果消失（區

段 1 的情境效果 [$F(1, 47) = 9.17, MSe = 14.11, p < .01$]、區段 2 的情境效果 [$F(1, 47) = 3.69, MSe = 14.26, p = .06$]; 階段之間的差異則是在進入區段 6 之後消失 (區段 5 的階段效果 [$F(1, 47) = 4.05, MSe = 2.47, p = .05$]、區段 6 的階段效果 [$F(1, 47) = 3.57, MSe = 1.08, p = .07$]); 最後, 情境與階段的交互作用則是從區段 5 開始不見 (區段 4 的情境 \times 階段 [$F(1, 47) = 5.02, MSe = 2.08, p = .03$]、區段 5 的情境 \times 階段 [$F(1, 47) = 3.16, MSe = 2.47, p = .08$])。結果整理如下: 情境的主要效果只有出現在區段 1; 階段效果只有出現在區段 1 到 5; 情境與階段的交互作用, 只有出現在區段 1 到 4。此分析結果同樣支持在先前分析階段的主要結果時的結論: 在實驗較早期的時候左右左右的情境表現得比較好, 不過這樣的差異隨著實驗的進行逐漸減少, 以致到了實驗後半區段時, 兩個情境的表現已經不存在差異了。

學習速度

接下來, 我們對每個參與者在兩個階段中的表現, 分別適配其指數函數 ($y = e^{-ax}$) 的係數, 並進行一個情境 (2) \times 階段 (2) 二因子混合設計的變異數分析, 以檢視不同情境操弄與階段對學習速度的影響。獨變項中「情境」為組間變項, 「階段」為組內變項; 依變項為參與者的學習速度, 以指數函數的係數來呈現。

變異數分析的結果顯示, 情境的操弄對於學習速度並沒有影響 ($F(1, 47) = 0.002, MSe = 2.45, p = .97$ 。見圖 18), 表示兩個情境中指數函數的係數並沒有差異; 不過, 如圖 19 中將兩個階段分開後, 則可發現階段有展現出差異

($F(1, 47) = 55.06, MSe = 1.86, p < .01$), 交互作用的部份 (情境 \times 階段) 沒有發現效果 ($F(1, 47) = 1.90, MSe = 1.86, p = .18$)。從圖 19 中可看出, 第二個階段的學習速度都比第一個階段來得快, 顯示實驗參與者確實在第二個階段有學得比第一個階段好, 且在左右左右與左左—右右情境之間在第一個階段有差異, 但其兩個階段的次數分配差異並沒有很明顯的區別 (見圖 20)。為了確認兩

情境於第一個階段是否有差異，我們檢驗了學習速度於階段一的單純主要效果，也確實有顯著的差別 ($F(1, 47) = 6.08, MSe = 0.31, p = .02$)；這樣的差異，在第二個階段則消失了 ($F(1, 47) = 0.41, MSe = 4.00, p = .52$)。此結果與學習表現的分析結果一致。



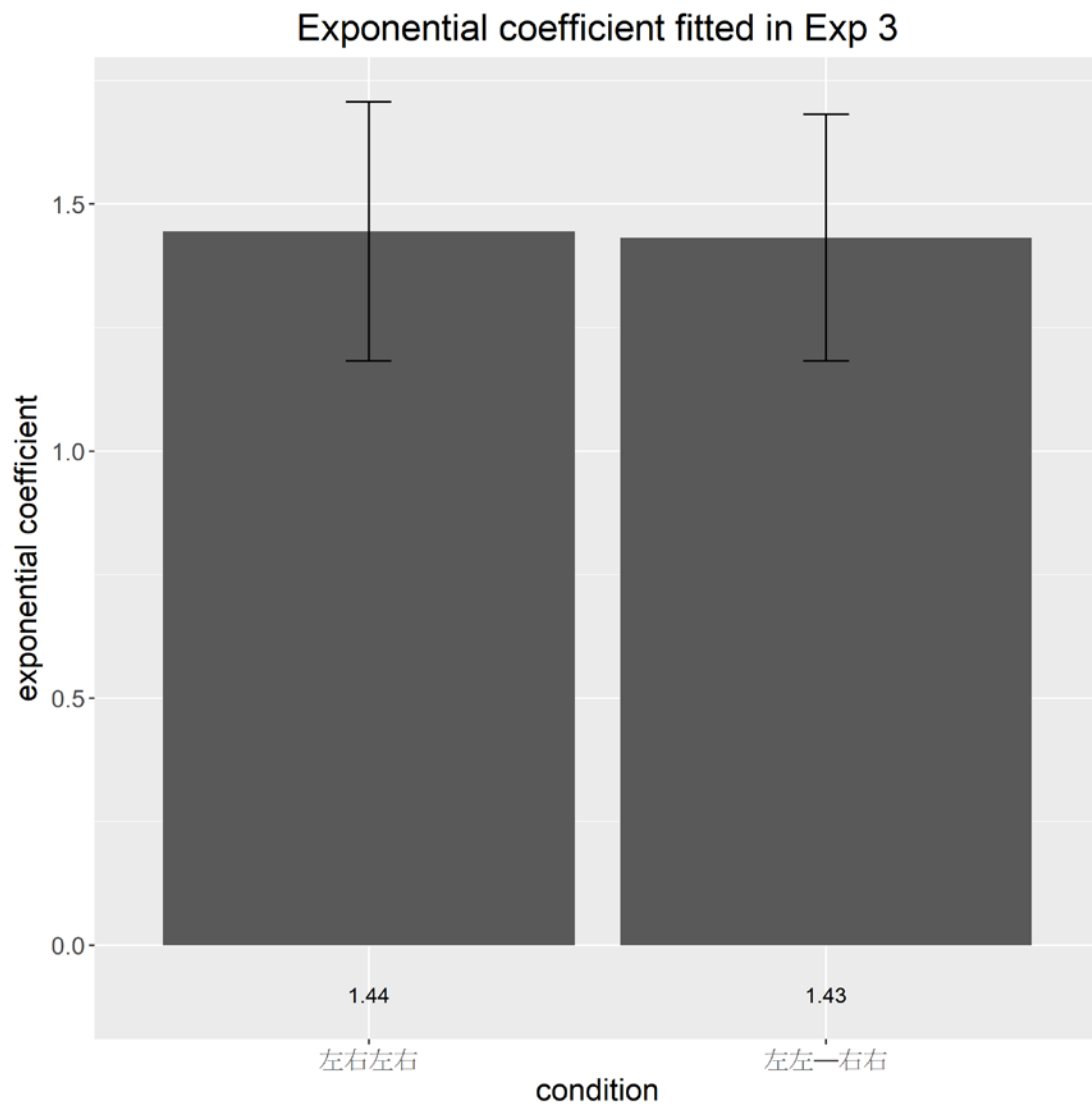


圖 18 實驗三中適配指數函式的係數。

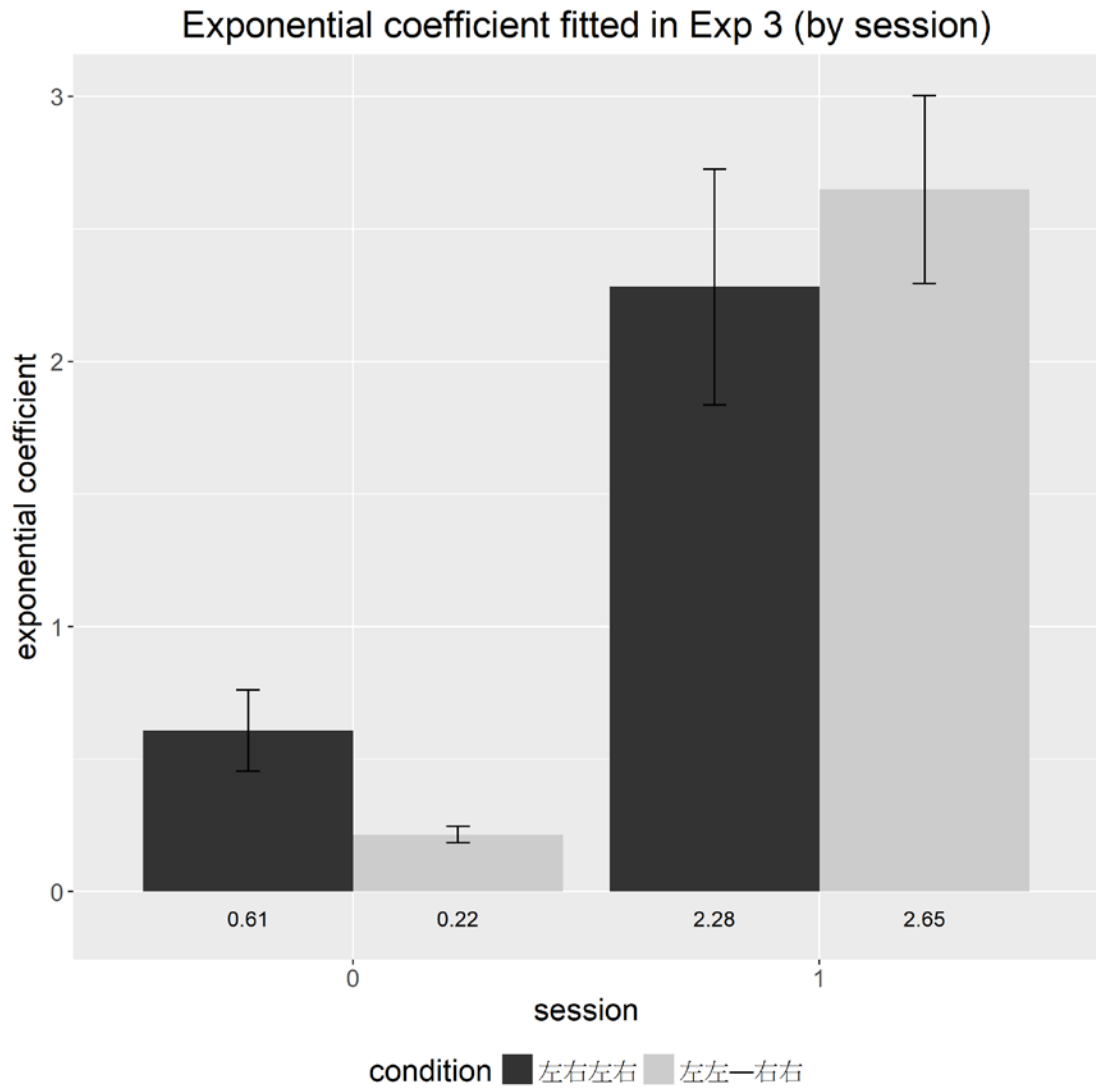


圖 19 實驗三中根據階段適配指數函式的係數。

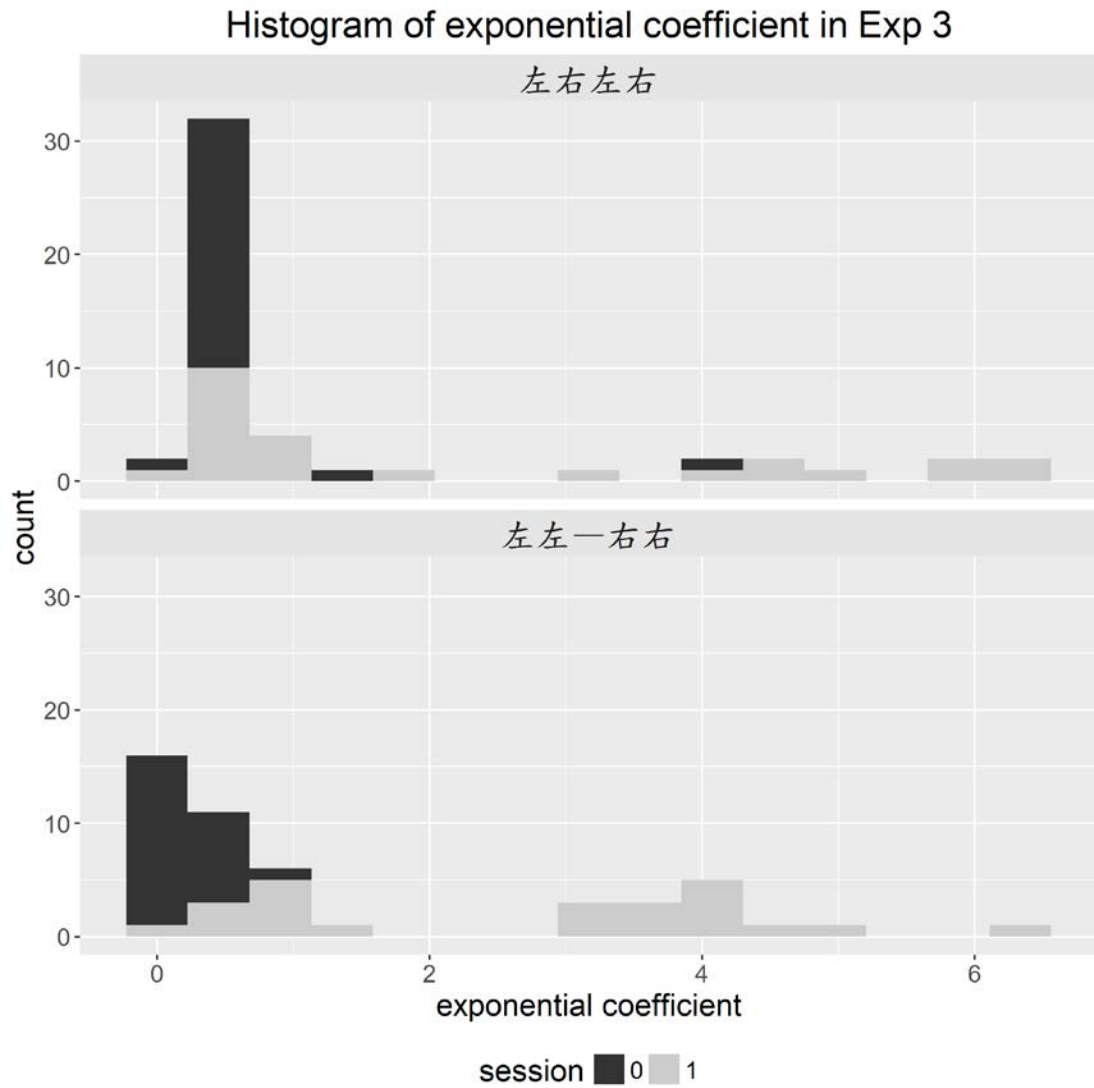


圖 20 實驗三中實驗參與者於各情境的指數函數係數之次數分配圖。

註：圖中的數據將階段一和階段二分開計算，每個情境中的總次數為階段數（2）×實驗參與者數。

奇偶性

接下來進行的分析，一樣是使用實驗三中實驗參與者的資料，不過這邊我們另外增加了一個變項奇偶性，根據其嘗試次為奇數或偶數項進行編碼。加入了奇偶性變項後的結果如圖 21 所示。從圖 21 中我們可以發現，實驗參與者在左左—右右的情境中，奇數項與偶數項嘗試次之間確有表現上的差異，而這樣的差異並

沒有在左右左右的情境中出現。此外，左右左右情境中的平均絕對誤差，都比左左—右右情境中奇數嘗試次的平均絕對誤差更小，且和左左—右右情境中偶數嘗試次的平均絕對誤差差不多；這表示，如果人們能夠學會一個函式，那麼即使該函式有大幅跳動，其表現並不會比小幅跳動的情況差。

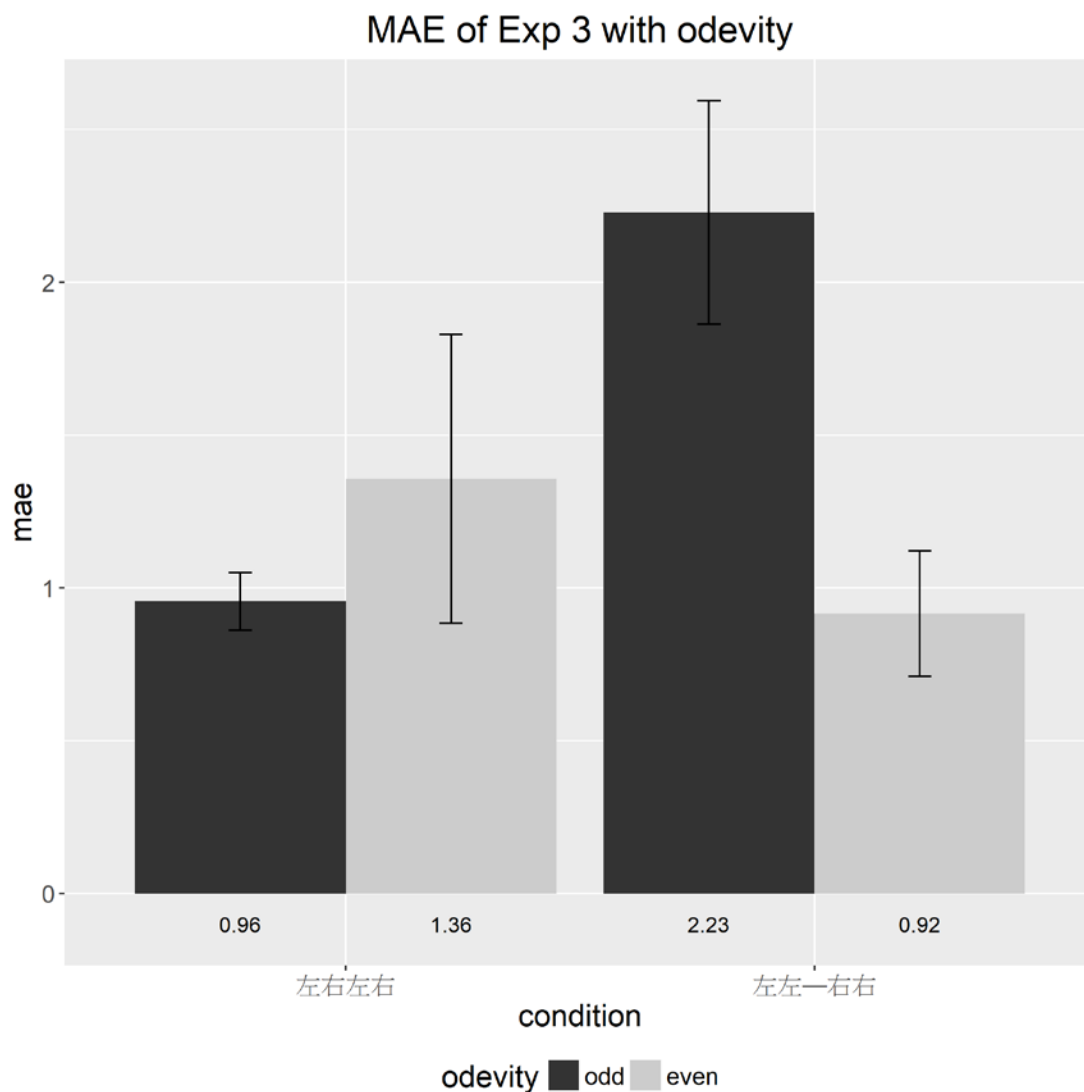


圖 21 加入奇偶性變項後實驗三的參與者表現。

在圖 22 中，我們將不同階段的平均絕對誤差分開來呈現，從中可以看到此效果主要是出現在第一個階段，到了第二個階段時這個效果就消失了。這說明，人們也並不是完全無法參考超過前一個的刺激。在每個嘗試次中，實驗參與者並

不是完全不記得先前的實驗內容，而是隨著反覆的練習嘗試，逐漸會有一些函式的特徵或刺激從短期記憶中移入長期記憶；因此，在充分地嘗試並熟悉了實驗過後，參與者的學習表現自然就能有所提昇。

為了確認我們的發現，我們進行了一個情境（2）× 奇偶性（2）× 階段（2）三因子混合設計的變異數分析，嘗試比較奇數項和偶數項的平均絕對誤差，來檢驗是否實驗參與者在左左一右右的情境中，對於奇數嘗試次的掌握其實比偶數嘗試次來得差。其中，情境為組間變項，奇偶性與階段皆為組內變項。

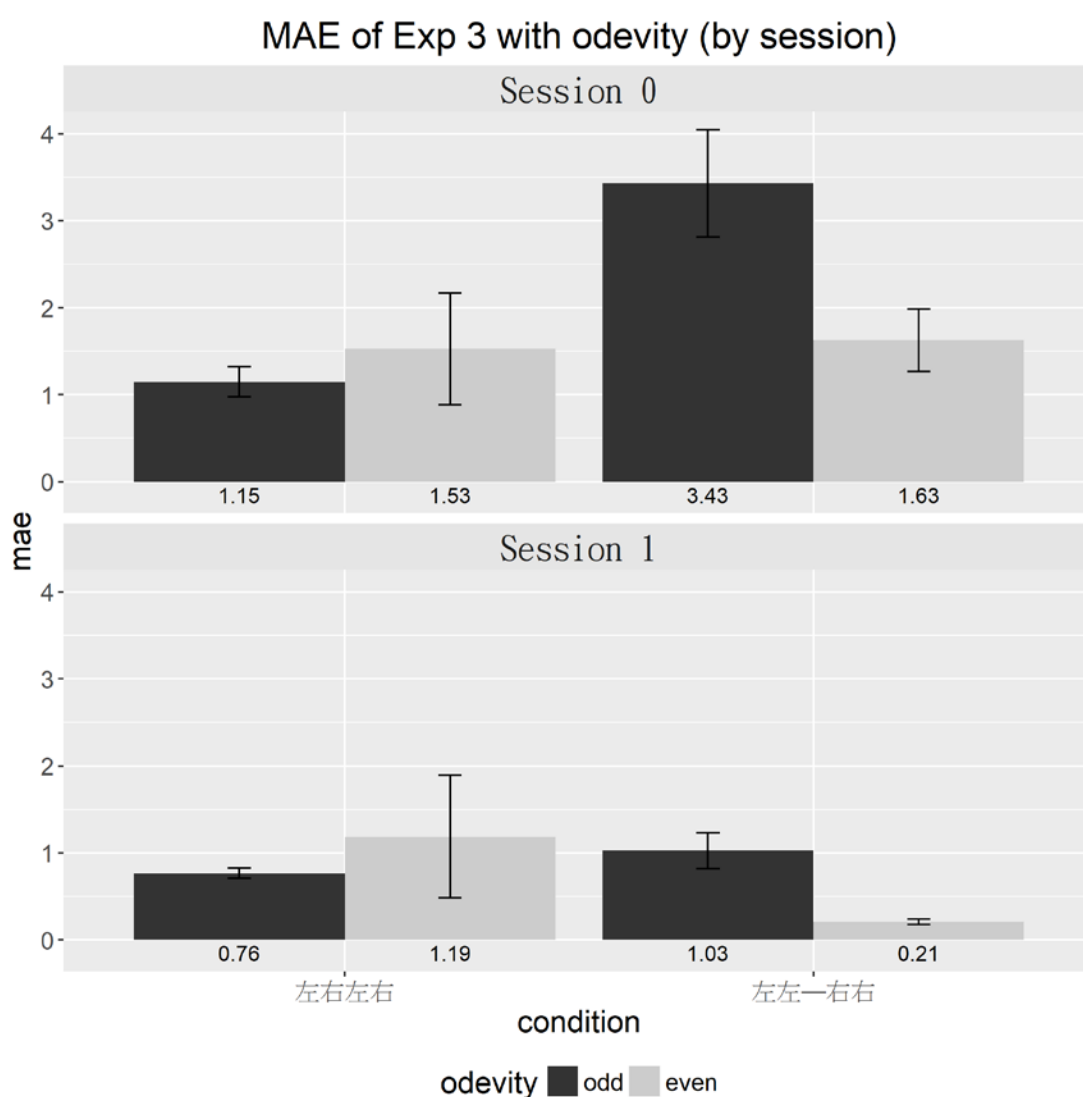


圖 22 加入奇偶性變項後實驗三中參與者在不同階段的表現。

變異數分析結果顯示，情境×奇偶性的效果有顯著

($F(1, 47) = 5.52, MSe = 6.51, p = .02$)，表示不同情境之間奇偶性的效果不同，這點符合該解釋的預期，不過需要分析單純主要效果來判斷是不是在左左—右右的情境中，對於奇數嘗試次的掌握確實比偶數嘗試次來得差。其他效果包含：情境 ($F(1, 47) = 0.91, MSe = 9.29, p = .35$)、奇偶性 ($F(1, 47) = 1.45, MSe = 6.51, p = .24$)、階段 ($F(1, 47) = 28.58, MSe = 2.15, p < .01$)、情境×階段 ($F(1, 47) = 13.66, MSe = 2.15, p < .01$)、奇偶性×階段 ($F(1, 47) = 5.53, MSe = 0.56, p = .02$)、情境×奇偶性×階段 ($F(1, 47) = 4.83, MSe = 0.56, p = .03$)。

單純主要效果的分析結果則顯示，在左左—右右情境中，奇偶性的確有效果 ($F(1, 23) = 20.61, MSe = 2.01, p < .01$)；而與之相對地，在左右左右情境中，奇偶性則沒有顯著效果 ($F(1, 24) = 0.37, MSe = 10.83, p = .55$)。這樣的結果，支持了先前「實驗參與者受限於工作記憶廣度限制，而無法精準掌握位置」的解釋，既然這樣的差異只有出現在左左—右右情境，我們認為人們傾向於僅參考前一個刺激進行預測的作業。

小結

統合了實驗三相關的分析，我們可以總結，實驗參與者的表現在兩個情境中平均來看沒有差別，不過在第一階段中，左右左右情境比在左左—右右情境中來得好。如果人們是使用自迴歸模型作為學習預測函式時的表徵，那麼左右左右情境與左左—右右情境的表現應該沒有差異才對，不過這與此實驗的結果並不吻合，而比較符合遞迴方程式的預期。既然人們在需要參考前兩項的情況下就已經表現得比只需要參考前一項差，合理認為人們並沒辦法參考先前出現過的所有嘗試次，故不是使用自迴歸模型作為表徵。由於排除了自迴歸模型作為表徵的可能，我們認為，遞迴方程式的形式應更適合作為人們在預測作業中的心理表徵。



綜合討論

在此研究中，我們提出了三種在預測中可能的心理表徵形式，分別是：以時間為獨變項的方程式 ($y_t = f(t)$)、只參考變項前一刻數值的遞迴方程式 ($y_t = f(y_{t-1})$)，以及將所有曾出現過的變項數值作為獨變項的自迴歸方程式 ($y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \beta_3 y_{t-3} + \dots + \beta_{t-1} y_1$)。透過三個行為實驗，我們逐一檢驗了這三種表徵的可能性，最終提出，預測函式的心理表徵應為遞迴方程式。在實驗一中，我們探討了預測作業的難易度與預測函式結構複雜度的關係，並檢視其關聯性是否與函式學習作業中發現的現象一致，並指出預測作業的難易度可能與結構複雜度無關，排除了以時間為獨變項的方程式作為預測心理表徵的唯一可能性。接下來，我們於實驗二探究了人們是否敏感於變項前後嘗試次之間的關聯性並藉此進行預測，發現一旦前後刺激之間的關聯性被破壞，人們在預測作業中的表現便大幅受到影響，也無法學會預測的函式，表示前後嘗試次之間的關聯性是預測作業中的重要因素。最後，透過實驗三的設計，我們比較了左右左右情境與左左—右右情境之間的差異，顯示人們在進行預測時僅僅參考前一個的刺激數值，這讓我們得以確定預測的心理表徵形式為遞迴方程式。

預測是不是函式學習？

此研究的核心問題是「預測是不是函式學習？」從這個問題開始，我們展開了一系列的實驗與分析，以下我們將對之進行更深入的探討，並嘗試回答這個問題。

預測 (forecasting) 的概念，可能會與預料 (prediction) 或是期待 (anticipation) 有所混淆，在此嘗試做些釐清。期待指的是對於未來將發生的事情所抱有的正向感覺，預料則是認為未來會發生事件的陳述；而預測更強調的是基於現有資訊，來判斷未來可能發生的事情。在本研究的實驗中，我們使用射

擊遊戲作為情境線索，或許會有人認為這與感知運動函式（sensory-motor function）很像。

所謂的感知運動函式，可以理解為人們在知覺層次所建立起的刺激—反應之神經生理迴路函式，好比平衡感與視物取件。以視物取件所牽涉的神經生理迴路函式為例，人們所看到的物體位置是視知覺刺激，伸手拿取則是其對應的動作反應。在感知運動函式的相關研究中，皆會包含一個感知運動函式 f ，以及對應的調整函式 g ；其研究的重點是人們如何適應調整函式，而不是既存的神經生理迴路函式。以一個視覺折射稜鏡的感知運動函式研究為例，在該研究中，實驗參與者被要求戴上一個稜鏡並伸手拿取物件。該稜鏡與一般的眼鏡不同，會折射光線使得看到的物件位置與實際上的位置不同，因此，參與者必須嘗試適應稜鏡的折射，才能夠正確的抓取到物件。在該研究中，刺激 S 為物件的位置，反應 R 則是伸手抓取的角度與距離，其感知運動函式 f 為： $R = f(S)$ ；調整函式 g 將原先的刺激 S 轉換成新的刺激 S' ，即 $g : S' = g(S)$ 。由於經過了稜鏡的折射，刺激位置 S 被轉換成 S' ，因此實驗參與者若依循原先的感知運動函式 f ，其反應會變成 $R' = f(S')$ ，與原先應該要進行的反應 R 不同。而為了獲得正確反應 R ，參與者必須將所見刺激位置從 S' 反推回 S ，即 $S = g^{-1}(S')$ ，才能夠使用感知運動函式 f ，得到 $R = f(S)$ 。

Kalish et al. (2004) 指出，感知運動函式並不是函式學習的討論對象，並提出了兩個原因。首先，多數的感知運動函式與具體的反應情境關係非常密切，且因為是知覺層次的函式，一旦抽離了該情境就缺少其他可能的應用，不像函式概念蘊含高度抽象化的認知層次知識，而得以在不同的反應情境中測試與應用；其次，在感知運動函式的相關研究中，使用的函式都與人們在日常生活中既存的函式有關。即便在實驗中被測試調整，也不是從頭開始學習新的函式。

依照 Kalish et al. (2004) 的說法，如果此研究中的實驗使用的是感知運動函式，便有相當充分的理由相信，我們所進行的預測研究不是函式學習了。既

然這樣，那在本研究的實驗中使用的是感知運動函式嗎？對這個問題的答覆是否定的，以下分別針對上述的兩個原因——情境特化、既有函式，說明我們為什麼會下這樣的結論。

首先，預測是一項認知作業。在此研究的實驗中，我們使用了射擊遊戲作為情境線索，然而這並不表示實驗參與者學習到的函式只能用於實驗的射擊情境；舉例來說，在實驗一中進行規律往返情境的參與者，我們沒有理由相信換成別的預測目標（好比某產品的銷售數量）而仍使用同樣的函式時，他們就會需要重新學習整個函式。實驗參與者在實驗中學習到抽象化的函式概念，也應能應用到其他的情境線索中，這點與感知運動函式所牽涉的知覺神經生理迴路有所不同。其次，預測函式的探討與既存的函式無關。在預測作業中探討的是人們如何學習預測作業之間刺激與反應的關係，並沒有使用到既存的神經生理迴路函式；不像感知運動函式的相關研究中，會使用到人們既存的神經生理迴路函式，且將重點放在人們如何適應調整函式。在這兩面向上的差異，讓我們得以認為預測函式並不算是感知運動函式。

那麼，這是否為一個過去沒發現過的函式學習類型？為了回應這樣的問題，讓我們再次回顧兩者之間的異同。在函式學習中，刺激與反應之間的關係可以用數學函式表示， $y = f(x)$ ；與之相似地，在預測作業中，刺激與反應兩者的關係同樣可以用一條數學函式表示，唯一不同的是，預測的函式其中一個獨變項為時間，從而產生了許多表現上的差異。首先，由於以時間作為獨變項，人們對預測函式的理解，僅能透過外插的測驗方式，並無法透過內插方式進行評測；其次，時間擁有單向前進的特性，因此同一個刺激無法像在函式學習中一般重複出現超過一次，每一個刺激都是一個嶄新的刺激；最後，生活中的預測幾乎有誤差的存在，這並不是指人們在預測時無法非常精準而造成的誤差，而是肇因於函式本身存在的雜訊，令預測函式自身即存在誤差項，這與函式學習中務求精準所設計的函式有所不同。

傳統的函式學習指出，人們在函式學習中的學習表現與函式的結構複雜度有關；而在預測作業中，我們發現實驗參與者的表現會受到前後刺激之間的關聯性所影響。以遞迴方程式為預測表徵，讓原先不論再複雜的函式，都可以被拆解成兩兩刺激之間的關聯。由於兩兩刺激之間的連線為一直線，使得所有前後刺激間相關高的函式都十分易學。若是從這樣的觀點來看，預測便可以說是函式學習的特例，為過去未曾發現過的函式學習類型。

預測作業的難易度

在實驗一的討論中，我們認為預測作業的難易度或許與其結構複雜度無關。那麼，還有什麼其他可能解釋，可以說明預測作業的難易度呢？畢竟，就算是那些前後刺激之間相關高的函式，在學習表現上仍然有所區別。在預測作業中，人們以遞迴方程式的表徵形式進行學習，而將原先複雜的函式轉換成考慮每兩兩刺激之間的關聯性，即， $y_t = f(y_{t-1})$ 。那麼或許，我們應該考慮以轉換後的函式之結構，來判斷其複雜度；也就是說，如果原先複雜的函式，經轉換後變成一個低複雜度的遞迴函式（如： $y_t = 3 \times y_{t-1} + 1$ ），那麼其學習難度相對於高複雜度的遞迴函式（如： $y_t = e^{y_{t-1}}$ ）來說將會是較低的。以這樣的想法來思考的話，結構的複雜度應該以遞迴方程式型態下的係數進行比較，而不是原先的函式型態；如此一來，預測作業的難易度可能與遞迴函式的結構複雜度相關。

預測模型的可能性

既然在預測中我們會以遞迴方程式的表徵形式進行學習，那這又和先前提到的兩派模型有什麼關係呢？在函式學習中，人們的學習表現與函式的結構複雜度有關；而在本研究中則發現，人們在預測時會將函式以遞迴方程式的方式表徵，即參考前一個刺激藉以預測下一個刺激位置。早先我們回顧了函式學習中範例取向與規則取向的模型，並說明了函式學習與預測函式在數學形式上的相似性。範例取向的模型認為，人們的學習表現根基於記住刺激與反應的連結作為範例，並

據以判斷其他的刺激；規則取向的模型則認為，人類是學習既定函式裡面的係數。

在範例模型中，刺激與反應之間的連結，呈現於兩兩刺激之間的關係中，這基本上與遞迴方程式 ($y_t = f(y_{t-1})$) 的形式相同，因此要建立一個能夠說明預測作業的範例模型並不困難；至於規則取向的模型，雖然過去規則的模型中並沒有遞迴方程式這種形式的模型，不過這並不表示規則取向就不能夠說明預測中人們的行為表現。在遞迴方程式中，展現出的是 y_t 與 y_{t-1} 這兩兩刺激之間的關係，因此仍然可以透過將係數進行線性組合的方式呈現出來 ($y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1}$)。如果以這種方式理解規則取向的模型，則我們可以說，人類在預測作業中的學習即是嘗試習得此方程式的係數。

好比在實驗三所使用的函式，我們可以根據其奇偶項區別，並用一組遞迴方程式的形式來表示，即： $y_t = \begin{cases} b_0 + \alpha y_{t-1}, & t = 2k: k \in \mathbb{Z} \\ b_1 + \beta y_{t-1}, & t = 2k + 1: k \in \mathbb{Z} \end{cases}$ 。由於在左左—右右函式中，奇數項與偶數項的關聯性不同，故方程式中上排的係數與下排各自獨立，總共有四個係數；而在左右左右函式中，奇數項與偶數項的關聯性相同，因此可以合併而簡化成兩個係數。假如以規則取向的模型來理解人們在這兩個函式中學習表現的差異，則可以說，由於所需要學習的係數較多，所以左左—右右函式在預測作業學習時的難度比左右左右函式高。兩種模型的形式上都可以說得通的情況下，究竟兩派模型何者較為符合人們在預測中的行為表現，則有待後續研究更深入探討。

測驗階段

值得一提的是，一般在函式學習裡除了檢驗學習效果之外，還會設計測驗階段，不給回饋地檢視人們在學完函式之後，於其他未曾接觸之刺激上的表現。在本研究的實驗中並沒有放入測驗階段，然這也是一個相當值得探討的議題。猶如在函式學習研究中放入測驗階段的設計，提供了區別規則模型與範例模型的切入

點一般，如果在建構預測作業的模型時也考慮加入測驗階段的評測，除了能幫助我們更全面地理解人們在預測作業中的表現之外，對於模型選擇上也有更為豐富的觀察面向，因而能從眾多模型之間揀選出最為符合人們行為表現者。

由於預測作業必然以時間作為獨變項，倘若要一個實驗參與者在完成了 100 個嘗試次之後，回答好比 $t = 3.5$ 時的反應值，這樣似乎顯得太過苛求且難以理解。既然無法進行內插，又難以重複測量出現過的刺激，唯一可行的便只剩下外插刺激。如果實驗參與者根據與前一個刺激的相關作為預測的機制，假使實驗要求參與者連續預測接下來的 3 個刺激位置 $[X_{n+1}, X_{n+2}, X_{n+3}]$ ，並且不給予任何回饋，那麼應該可以觀察到參與者不經修正地以 X_n 預測 X_{n+1} 、以 X_{n+1} 預測 X_{n+2} ，並以 X_{n+2} 預測 X_{n+3} 。由於缺乏正確位置的回饋，其預測位置可能會隨著缺乏回饋的數量，而逐漸偏離正確的刺激位置，也就是說， X_{n+3} 的誤差理當會大於 X_{n+2} ，且大於 X_{n+1} 。諸如此類的猜想，亦是未來值得繼續探究的問題。

工作記憶廣度與動靜態呈現方式

人們同時能夠處理的資訊有限，這些資訊在一個平台般的系統中運作，即工作記憶系統 (working memory system)。在工作記憶系統中會暫時儲存目前作業中所需用到的資訊，其同時間所能保持的容量則稱為工作記憶廣度 (working memory capacity, 簡稱 WMC)。由於受到工作記憶廣度的限制，人類並無法同時暫存大量的內容到工作記憶系統中，而必須根據現在的需要載入相對應的資訊。

Kusev et al. (2018) 在其研究中用靜態與動態不同的呈現方式，並比較呈現方式對於預測的影響。在本研究中，實驗參與者每次僅會看到前一個刺激的位置；而在該研究中，將呈現方式分為三種，分別是靜態呈現、短暫動態呈現、全部動態呈現。在靜態呈現組中，實驗參與者會看到先前所有的刺激一次全部呈現；於短暫動態呈現組中，先前的刺激會依序呈現，但一次僅會有一個刺激呈現；而在全部動態呈現組中，在此之前的刺激一樣會依序呈現，不過所有的刺激皆會一

併呈現。研究結果發現，短暫動態呈現組中的參與者，在預測表現上顯著地優於其他兩組參與者的表現；研究者認為，這是因為參與者排除了較為無關的先前刺激，將注意力放在更為近期的刺激上並據以做出預測的緣故。除此之外，在該研究中除了測量預測表現，還另外設計了一個平均估計的測量，並發現靜態呈現組於平均估計的表現較動態呈現為佳；研究者推論，這是因為在靜態呈現時，實驗參與者會將注意力放在比較平均的刺激。

此研究的呈現方式在其分類上應為短暫動態呈現，而儘管沒有在呈現方式上有設計不同情境並要求參與者回報對該情境刺激之平均值的估計，我們仍然可以嘗試回應這篇研究。在本研究中，實驗參與者每次僅會看到前一個刺激，因此使用前一個刺激作為參照預測下一個刺激位置，這點與該研究的發現相符；此外，在靜態呈現中之所以會使用平均值，或許是因為人們即便在瀏覽靜態的資料時，仍然受限於工作記憶廣度上的限制，而依然動態地進行兩兩的平均，也因此，在檢視完所有的資料點之後，最被激發的就是整體數值最中間的數值。這其實和預測作業的心理表徵為遞迴方程式習習相關。人們之所以不是使用自迴歸模型作為心理表徵，可能便是由於工作記憶廣度的侷限，因此無法以所有曾經出現的刺激之線性組合作為依變項；退而求其次下，能使用的便是前面一個刺激了。既然工作記憶廣度會影響到預測的表現，那麼，即使我們目前還不知道什麼樣的模型適合用來描繪預測作業的心理機制，但由於已知人們會以遞迴方程式作為預測表徵，似乎也可以預期，若實驗設計中要求實驗參與者同時進行預測作業以及其他會佔用工作記憶的作業，則在工作記憶廣度不變的情況下，勢必會降低參與者在預測作業上的表現。

研究限制

會閃躲的標靶

在實驗一的實驗程序中提到，情境脈絡與動靜態呈現的不同，可能對人們在預測中的表現有所影響，遂在實驗設計中使用射擊遊戲作為情境的包裝。雖然這樣的情境脈絡應該不至於讓實驗參與者對預測目標的趨勢產生某種預期，但仍然有少數參與者在實驗後的回饋中，反應他們的標靶似乎會「躲避」射擊，即便事實上刺激呈現位置在實驗開始之前便已經被固定。這樣將標靶生物化，並認為該實驗刺激會與其預測有所互動的想像，也許會使得參與者的預測產生某種預料之外的趨勢。如果在指導語中就有對這點預先說明，應當能夠減少這樣情況的發生。

缺乏空白實驗

在實驗二的隨機情境中，我們發現實驗參與者有使用前一個刺激位置作為下一個預測位置的傾向。這或許是因為沒有設計空白實驗的緣故，導致參與者在不知道要怎麼預測的情況下仍得辦出一個答案，以致於使用最輕鬆的方式——重複前一個刺激位置。誠然，這與我們於實驗二的討論並不衝突；倘若實驗參與者是參考前一個刺激位置，再加上一個「步伐」作為預測的位置，那麼在缺乏足夠資訊進行預測時，便可能會有「步伐」為隨機數或 0 的兩種情況，這點和圖 14 與圖 15 中參與者的表現相符。然則在沒有設計空白實驗的情況下，實驗參與者可能會以為他們應該要能夠學會隨機情境的函式，致使他們在實驗中感到極大的挫折感。這樣的現象在完全隨機情境的參與者身上似乎格外明顯，且可能會對其預測表現產生實驗預期外的干擾。

刺激間隔時間過短

在本研究中，實驗參與者僅有在兩個階段的第一個嘗試次時，對於刺激的正確位置毫無線索；在其他的嘗試次中，皆會在預測前獲得前一個嘗試次正確位置的回饋。在缺乏其他線索的情況下，參與者傾向於參考前一個刺激位置，作為下一個嘗試次中預測位置的依據。儘管實驗參與者在獲得當前嘗試次的回饋時，尚無法對下一個嘗試次的預測位置做出反應，但是參與者可以憑短暫的視覺殘留，

記下前一個嘗試次的正確位置。在實驗設計中，兩兩嘗試次之間並沒有間隔時間，或許在加入較長的間隔時間之後，會改變參與者的表現。

未來研究方向

在實驗三中，我們設計了左右左右情境與左左—右右情境，並比較實驗參與者在其中的表現。參與者在兩個情境中都有辦法學會，不過在第一階段中，左右左右情境的表現比左左—右右情境的表現好，遂推論遞迴方程式是較為適合的心理表徵形式。然而，究竟人們會參考先前的幾個刺激，仍未能在此實驗中有明確的定論，這或可成為未來研究繼續探尋的方向，如藉由拉長循環的長度，使得實驗參與者必須要依靠一些較為長期的線索才能學會，而不是只需仰賴前一個刺激的正確位置。好比將原先的左左—右右情境進行一些修改，成為類似左右右左—右左左右的情境，來檢驗參與者是否能夠使用更長期的線索（見圖 23）。

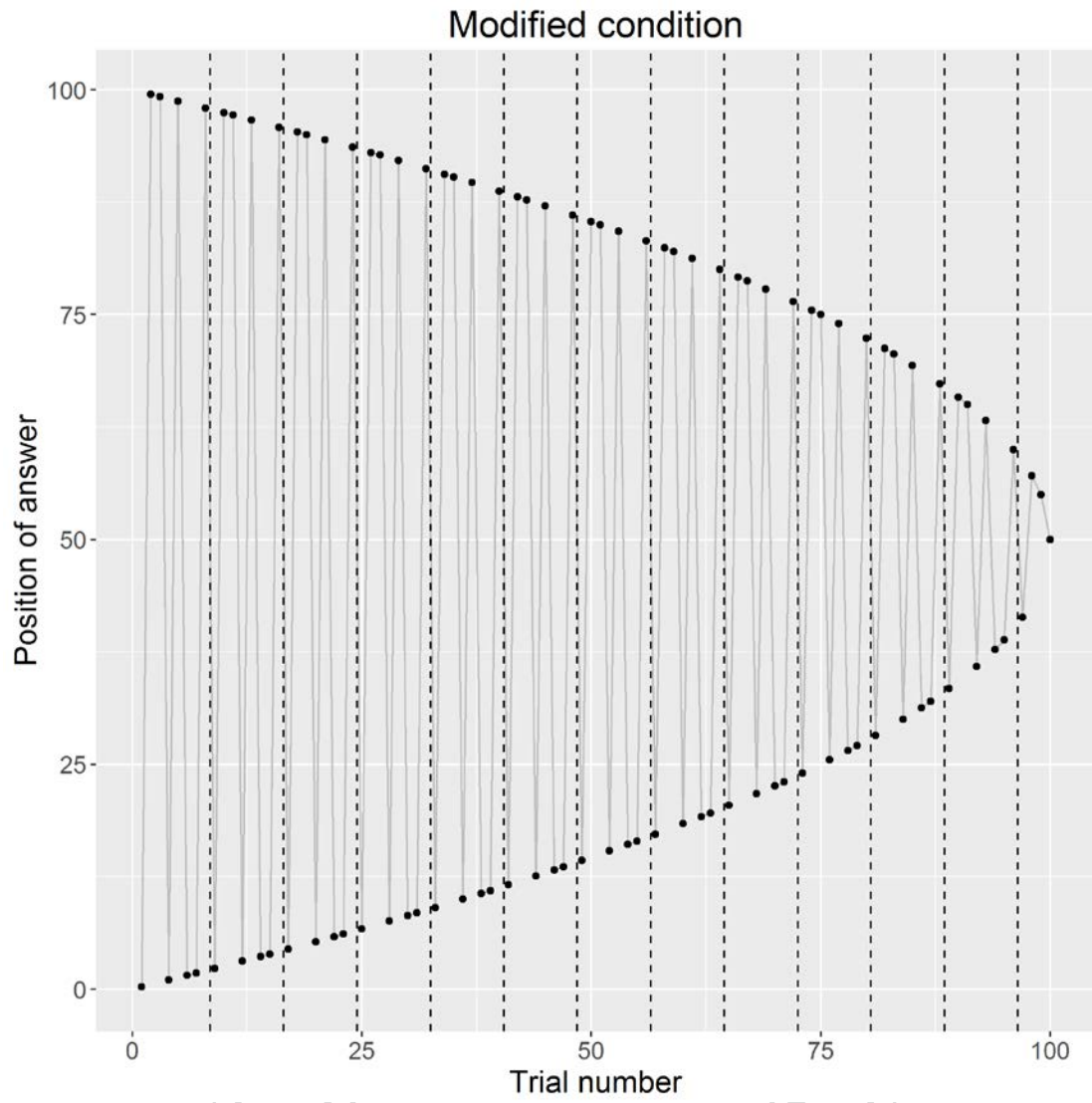


圖 23 左右右左—右左左右情境示意圖。

結論

過往與預測相關的研究雖多，卻未曾探討過其內在的心理機制。在此研究中，我們從認知心理學中形式相似的函式學習出發，提出了三種在預測中可能的心理表徵形式，分別是：以時間為獨變項的方程式 ($y_t = f(t)$)、只參考變項前一刻數值的遞迴方程式 ($y_t = f(y_{t-1})$)，以及將所有曾出現過的變項數值作為獨變項的自迴歸方程式 ($y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \beta_3 y_{t-3} + \dots + \beta_{t-1} y_1$)。透過三個行為實驗，我們依序排除了以時間為獨變項的方程式以及自迴歸模型作為預測作業中心理表徵的可能性。最終認定，預測的心理表徵形式為遞迴方程式，是函式學習的特例。這樣的發現未曾見於過往的函式學習研究中，故為一個新的函式學習類型。



參考文獻

- Andreassen, P. B., & Kraus, S. J. (1990). Judgmental extrapolation and the salience of change. *Journal of forecasting*, *9*(4), 347-372. doi:10.1002/for.3980090405
- Brehmer, B. (1974). Hypotheses about relations between scaled variables in the learning of probabilistic inference tasks. *Organizational Behavior and Human Performance*, *11*(1), 1-27.
- Bussemeyer, J. R., Byun, E., DeLosh, E. L., & McDaniel, M. A. (1997). Learning functional relations based on experience with input-output pairs by humans and artificial neural networks. In K. Lamberts & D. Shanks (Eds.), *Knowledge concepts and categories* (pp. 405-437). Cambridge, MA: MIT Press.
- Bussemeyer, J. R., Dewey, G. I., & Medin, D. L. (1984). Evaluation of exemplar-based generalization and the abstraction of categorical information. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, *10*(4), 638-648. doi:10.1037/0278-7393.10.4.638
- Carroll, J. D. (1963). *Functional learning: The learning of continuous functional mappings relating stimulus and response continua*. Princeton, NJ.
- DeLosh, E. L., Bussemeyer, J. R., & McDaniel, M. A. (1997). Extrapolation: the sine qua non for abstraction in function learning. *J Exp Psychol Learn Mem Cogn*, *23*(4), 968-986.
- Goodwin, P., & Wright, G. (1993). Improving judgmental time series forecasting: A review of the guidance provided by research. *International Journal of Forecasting*, *9*(2), 147-161.
- Harvey, N. (1988). Judgmental forecasting of univariate time series. *Journal of Behavioral Decision Making*, *1*(2), 95-110. doi:10.1002/bdm.3960010204
- Hogarth, R. M., & Makridakis, S. (1981). Forecasting and planning: An evaluation. *Management Science*, *27*(2), 115-138.
- Kalish, M. L., Lewandowsky, S., & Kruschke, J. K. (2004). Population of linear experts: knowledge partitioning and function learning. *Psychological review*, *111*(4), 1072-1099. doi:10.1037/0033-295X.111.4.1072
- Koh, K., & Meyer, D. E. (1991). Function learning: Induction of continuous stimulus-response relations. *Journal of Experimental Psychology:*

- Learning, Memory, and Cognition*, 17(5), 811-836.
doi:10.1037/0278-7393.17.5.811
- Kusev, P., van Schaik, P., Tsaneva-Atanasova, K., Juliusson, A., & Chater, N. (2018). Adaptive Anchoring Model: How Static and Dynamic Presentations of Time Series Influence Judgments and Predictions. *Cognitive science*, 42(1), 77-102.
- Lawrence, M., Goodwin, P., O'Connor, M., & Önkal, D. (2006). Judgmental forecasting: A review of progress over the last 25 years. *International Journal of Forecasting*, 22(3), 493-518.
doi:10.1016/j.ijforecast.2006.03.007
- Lawrence, M., & Makridakis, S. (1989). Factors affecting judgmental forecasts and confidence intervals. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 43(2), 172-187.
- Peirce, J. W. (2007). PsychoPy—psychophysics software in Python. *Journal of neuroscience methods*, 162(1), 8-13.
- Roll, R. (1984). Orange juice and weather. *The American Economic Review*, 74(5), 861-880.
- Snizek, J. A. (1986). The role of variable labels in cue probability learning tasks. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 38(2), 141-161.
- Stewart, T. R., & Lusk, C. M. (1994). Seven components of judgmental forecasting skill: Implications for research and the improvement of forecasts. *Journal of forecasting*, 13(7), 579-599.