

國立政治大學風險管理與保險學系研究所

碩士學位論文

匯率避險策略對壽險業之影響

— 以利率變動型壽險商品為例

The Effect of Currency Hedging Strategy on  
Life Insurance Industry

— A Case of Interest Sensitive Life Policies

指導教授：張士傑 博士

研究生：李冠杰 撰

中華民國 一〇七 年七月

## 摘要

金融監督管理委員會自從於 2014 年開放壽險業投資國際板債券不須計入保險業國外投資上限後，許多壽險業國外投資之資產比重迅速往上攀升，截至 2018 年第一季，壽險公司之國外投資已達 65.94%，而其亦成為壽險業主要資產配置；惟如此一來，將使保險業面臨其資產面有絕大占比皆暴露於不可預知之匯率風險，故為此必須採取匯率避險策略以做好風險管理。本研究將以經濟資產負債模型進行資產及負債之模擬，並考慮納入不同種類之避險工具，以衡量壽險公司在未來的清償能力。

資產部份將以 CIR 雙因子模型模擬國內外短期利率，匯率則是引用無拋補平價理論以建構其模型，再以 Heston 模型模擬資產之動態隨機過程；負債部份則假設利率變動型壽險作為壽險公司之所售商品，其中包含宣告利率之設定，以及死亡率與解約率之風險因子的考量；此外，本研究亦考慮匯率避險策略之採用，其中涵蓋自然避險、無本金交割遠期外匯、外匯價格變動準備金以及一籃子貨幣避險；而在參考現行壽險公司之資金運用表後決定本文的投資策略，於風險中立測度下進行 10,000 次之模擬過程，並以經濟資本或風險基礎資本總額之方式分析壽險業未來可能須面臨之清償風險。

依照本研究之實證結果，可得出以下結論：

- I. 自然避險為最佳之避險策略；其次為外匯價格變動準備金；而無本金交割遠期外匯以及一籃子貨幣避險仍需要再做進一步的考量。
- II. 當匯率波動度上升時，壽險公司之經濟資本亦將增加；惟於國外投資比例上升時，經濟資本隨之下降。
- III. 自然避險之避險比例越高，經濟資本越低；但無本金交割遠期外匯、外匯價格變動準備金與一籃子貨幣避險之避險比例越高，經濟資本則反而隨之增加，與前述結果大相逕庭。

**關鍵字：**匯率風險、匯率避險策略、利率變動型壽險商品

## Abstract

Since the Financial Supervisory Commission extend the overseas investment ceiling in 2014 that the International Bond was not included to be counted in overseas investment, the proportion of overseas investment for all life insurance companies has risen rapidly. As of the first quarter of 2018, it has reached 65.94% and become their main assets. However, the assets would be exposed to unpredictable currency risks, and it is necessary for every life insurance company to take currency hedging strategies into account. Thus, we would perform simulation of assets and liabilities, and different types of currency hedging strategies will be considered to measure the future solvency capacities of life insurance companies.

Consider assets, we simulate the short-term interest rate based on two-factor CIR model, establish the exchange rate model by Uncovered Interest Rate Parity, and adopt Heston model to simulate stochastic process of assets. As for liabilities, we take interest sensitive life policies into account, including some risk factors, such as mortality and surrender rate. Moreover, we also use some currency hedging strategies, like Natural Hedge, Non-Delivery Forward, Foreign Exchange Valuation Reserve and Currency Basket Hedge. Then we determine our investment strategies on the basis of the current life insurance industry. Finally, we analyze the future solvency capacities of life insurance companies by using Economic Capital and Risk-Based Capital through 10,000 simulations under risk-neutral measurement. The results show that:

- I. Natural Hedge is the best currency hedging strategy, followed by Foreign Exchange Valuation Reserve, but for Non-Delivery Forward and Currency Basket Hedge, further considerations are necessary.
- II. When the volatility of exchange rate increases, the Economic Capital will also go up significantly, but the overseas investment ratio is just the opposite.
- III. The higher the percentage of hedging for Natural Hedge, the lower the Economic Capital, while the Non-Delivery Forward, Foreign Exchange Valuation Reserve and Currency Basket Hedge are the opposite of the foregoing.

**Keywords:** *Currency Risk* · *Currency Hedging Strategy* · *Interest Sensitive Life Policy*

# 目錄

第一章	緒論.....	1
第一節	研究動機.....	1
第二節	研究目的及方法.....	4
第二章	文獻回顧.....	5
第一節	資產相關文獻.....	6
第二節	負債相關文獻.....	7
第三節	匯率避險策略相關文獻.....	7
第四節	經濟資產負債模型相關文獻.....	9
第三章	模型介紹.....	10
第一節	資產模型.....	10
第二節	投資策略.....	16
第三節	負債模型.....	17
第四節	匯率避險策略.....	20
第五節	經濟資產負債模型.....	24
第六節	風險衡量.....	26
第四章	實證結果.....	29
第一節	參數估計與基本假設.....	29
第二節	資產與負債模擬.....	34
第三節	敏感度分析.....	41
第五章	結論與未來建議.....	47
第一節	結論.....	47
第二節	未來建議.....	48
參考文獻.....		49

## 表目錄

表 1、利率變動型壽險商品基礎假設.....	17
表 2、國內利率 CIR 雙因子模型參數估計結果.....	29
表 3、國外利率 CIR 雙因子模型參數估計結果.....	29
表 4、匯率模型參數估計結果.....	30
表 5、相關係數模型參數估計結果.....	31
表 6、股票 Heston 模型參數估計結果.....	31
表 7、投資策略(無自然避險).....	32
表 8、投資策略(含自然避險).....	32
表 9、經濟資本結果比較.....	39
表 10、RBC 之風險基礎資本總額.....	40
表 11、投資策略下經濟資本之敏感度分析.....	42
表 12、匯率波動度下經濟資本之敏感度分析.....	43
表 13、自然避險下經濟資本之敏感度分析.....	44
表 14、無本金交割遠期外匯下經濟資本之敏感度分析.....	44
表 15、外匯價格變動準備金下經濟資本之敏感度分析.....	45
表 16、一籃子貨幣避險下經濟資本之敏感度分析.....	46

## 圖目錄

圖 1、保險業資產占金融機構資產比例走勢圖.....	1
圖 2、台灣十年期政府公債殖利率走勢圖.....	2
圖 3、壽險業資金運用比例走勢圖.....	2
圖 4、新台幣兌美元之匯率走勢圖.....	3
圖 5、期初資產負債圖.....	26
圖 6、男性、女性投保人數分配圖.....	33
圖 7、 $\beta_{1t}$ 走勢圖.....	34
圖 8、 $\beta_{2t}$ 走勢圖.....	34
圖 9、未來二十年投資報酬率走勢圖.....	37



# 第一章 緒論

## 第一節 研究動機

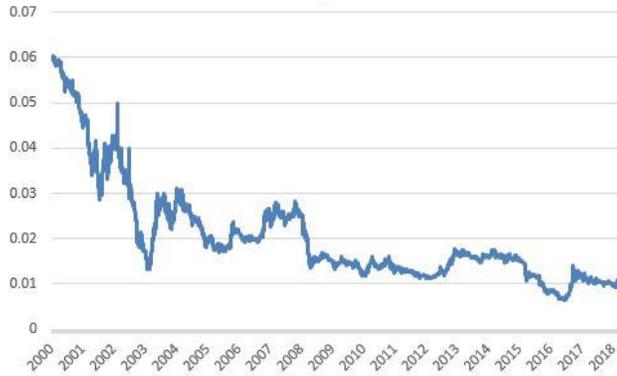
金融機構於國家整體經濟發展中，往往扮演一個至關重要的角色，而根據財團法人保險事業發展中心以及中央銀行(全球資訊網)之資料統計，2017 年台灣金融機構資產總額已達到新台幣 73.88 兆元，其中保險業資產總額達新台幣 24.81 兆元，於整體金融業之占比為 33.58%，因此可觀察出保險業對於整體金融市場之影響力不容小覷。其實近幾年間，保險業在整體金融市場之占比與日俱增，如圖 1 所示，其更能體現保險業在金融業的地位越來越舉足輕重，故不可忽視保險業之重要性。



資料來源：財團法人保險事業發展中心

圖 1、保險業資產占金融機構資產比例走勢圖

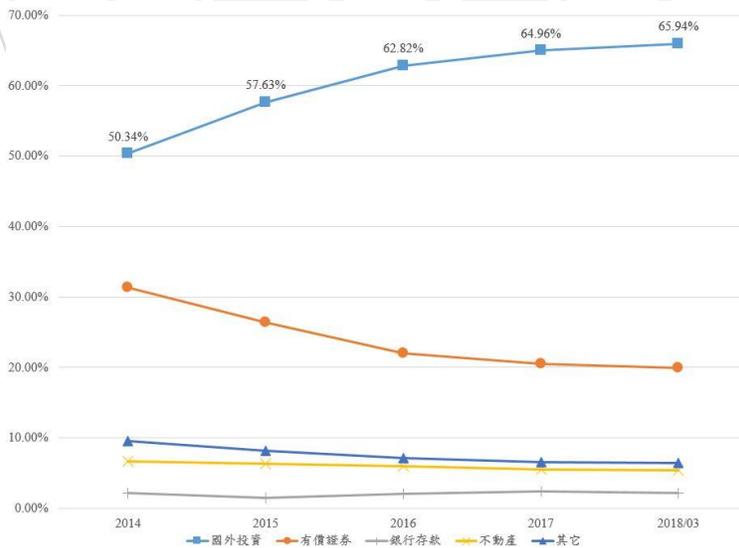
考量我國保險業係以壽險業為主體，故本研究則以壽險公司為主要對象，對其資產及負債管理進行討論及分析，由於台灣市場長年處於低利率環境，如圖 2 所表示，時間為 2000 年至 2018 年，故壽險業不得不對其資產投資部位，大量移往國外投資以追求高報酬，且壽險業負債多屬長年期性質，因此壽險業之清償能力是否能在一定風險容忍度下，以足夠的投資收益維持相當水準，是永續經營之關鍵。



資料來源：Investing.com 以及 Datastream

圖 2、台灣十年期政府公債殖利率走勢圖

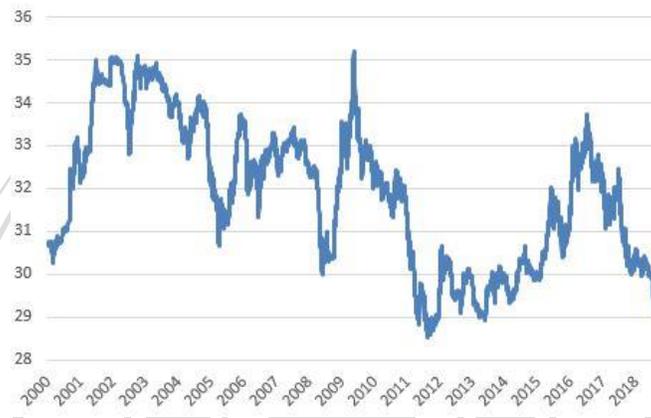
而上述有提到，壽險業之投資部位需多半配置於國外投資以追求更高之投資報酬率，根據財團法人保險事業發展中心之人身保險業資金運用表，2018 年第一季壽險公司之國外投資占比高達 65.94%，且金融監督管理委員會在 2014 年開放壽險業投資國際板債券不須計入保險業國外投資上限後，壽險業自始風起雲湧大量購買國際板債券。如圖 3 所示，可明顯看出壽險業之國外投資部位有逐年上升趨勢，而國外投資亦是現行壽險公司主要之資產配置。



資料來源：財團法人保險事業發展中心

圖 3、壽險業資金運用比例走勢圖

隨著壽險公司於國外投資部位日益增長，可顯然察覺出匯率風險係現行壽險業所要面臨之重大課題，依匯率之歷史數據以對其過去波動度有初步認知，而因壽險公司之國外投資大多以美元計價為主，故以新台幣兌美元之匯率為觀察標的，如圖 4 所示，時間為 2000 年至 2018 年，可觀察匯率走勢具有相當程度的上下起伏，當匯率上升，自會於資產價值面產生「匯兌收益」；而當匯率下降時，則會有「匯兌損失」，若不採取任何匯率避險策略，恐使壽險公司財務風險增加，甚至有破產風險而導致無法對其保戶履行清償義務。



資料來源：Investing.com 以及 Datastream

圖 4、新台幣兌美元之匯率走勢圖

為避免因匯率風險而產生嚴重之匯兌損失，故必須採取匯率避險策略以降低未來之不確定性，現行資本市場已有數種匯率避險策略，依避險方法可分自然避險、直接避險及間接避險，其中自然避險(Natural Hedge)係利用各資產間之負相關性以降低損益波動度；直接避險則多半為傳統型衍生性商品，當中包含換匯交易(Foreign Exchange Swaps)、貨幣交易(Currency Swaps)、換匯換利交易(Cross Currency Swaps)、有本金交割遠期外匯(Delivery Forward)以及無本金交割遠期外匯(Non-Delivery Forward)等；而間接避險係以一籃子貨幣避險(Currency Basket Hedge)為主，其利用一籃子貨幣組合配置方法，以模擬新台幣兌美元之匯率走勢。故為研究各匯率避險工具對於壽險公司清償能力之影響，本文將依不同匯率避險方式之模型進行比較與分析。

## 第二節 研究目的及方法

提及匯率避險策略，本文將採取自然避險、無本金交割遠期外匯以及一籃子貨幣避險，以茲研究各匯率避險工具對於壽險公司清償能力之影響；此外，我國亦有針對匯率風險而設置外匯價格變動準備金(Foreign Exchange Valuation Reserve)，其係於壽險公司之負債下增提一筆法定準備金，當匯率上升而出現匯兌收益時，將需增提一定金額進入準備金項，但若匯率下降而出現匯兌損失時，則損失金額即須用外匯準備金進行沖銷。故本研究將採取四種匯率避險策略，除比較各匯率避險工具對於壽險業影響外，亦與不採取任何匯率避險策略情境相比，確認採取匯率避險策略是否確實對壽險業之營運有顯著幫助。

自 2008 年全球金融風暴後，市場利率大幅下跌，保單預定利率亦隨之降低而無法吸引消費者購買，故利率變動型商品伺機竄起，而本研究將以利率變動型商品做為壽險公司之所售商品，其中保險給付及其準備金為壽險公司之負債端。因此，本文即可進行資產及負債價值組合之動態過程模擬分析，其中資產部位係以現行壽險業之資產配置作為參考，當中特別考慮於國外投資，除有美元資產外，亦涵蓋人民幣及歐元資產，不僅更貼近壽險公司之實際經營方法，也包含自然避險的意涵在內；負債方面則以宣告利率方式成長，並同時考量死亡、解約等脫退因子以建構負債模型；另外，考慮上述四種匯率避險策略，分別將其納入後與不採取任何匯率避險策略之情境相互比較；最後，則用淨現金流量方式評估壽險公司之清償能力，並使用經濟資本與風險基礎資本總額作為清償能力之衡量基準，比較兩者間差異。

本研究之架構可分為五大章，第一章為緒論，敘述現行保險市場之概況，以及研究動機、研究目的與研究方法；第二章為文獻回顧，有關利率、匯率、匯率避險策略及其它資產與負債之相關研究探討；第三章為模型介紹，分析資產及負債模型之動態過程；第四章為實證結果，說明數值呈現及對敏感度分析作出解釋；第五章則陳述結論並對未來研究提出建議。

## 第二章 文獻回顧

本研究目的在於探討壽險業受匯率風險之影響，其未來所面臨之破產風險以及清償能力之評估，故壽險公司須於經資產及負債模擬後，亦同時考量數種匯率避險策略，以分析其未來清償風險。

本文係主要延續自張士傑等(2017)之內容，其於壽險業之資產面考量國內外債券基金組合、股票、約當現金及不動產的投資標的，並以 CIR 利率模型、匯率模型及股票之 Heston 模型進行資產價值之變動模擬；負債面則假設利變型壽險為保險公司之所售商品，其中考量死亡率與解約率之風險因子以建構負債主要模型，當中解約率會受到宣告利率的影響，且使用保險市場經驗資料進行數值模擬及分析；而結果顯示壽險公司之財務槓桿比為最具影響其未來清償能力之重要因素，投資策略亦有顯著影響力，故顯示保險公司應具有適足資本與審慎投資策略以確保對保戶之給付義務；此外，負債因子則以宣告利率之影響力最為顯著，顯現壽險公司應合理進行宣告利率之計算，以降低未來破產風險。

本文與先前研究存在差異與貢獻，主要有三個延伸方向，首先則依據現行壽險公司之資金運用表，考量國外投資已成為其主要之資產配置而對匯率風險之重要性的前提，納入諸多匯率避險策略以了解其對保險公司未來清償能力之影響，並依各個匯率避險策略之單一因子執行敏感度分析，研究壽險業經濟資本之主要因素。

再者，則針對資產之 CIR 利率模型進行增補，由原先單因子模型轉變為雙因子模型，目的於同時反映長期及短期之利率走勢，負債則沿用先前研究之宣告利率、死亡及解約率模型，並依此計算出死亡及解約給付。

最後則是經濟資產負債模型，其於資產價值變動係假設存在擾動項，惟本研究則於死亡及解約人數之假設皆遵從二項式分配，並由中央極限定理(Central Limit Theorem)以常態分配近似，以茲描述資產每期變化，爾後則用淨現金流量方式，描繪出每期股東權益之變動。因此，以下將分別為資產、負債、匯率避險策略及經濟資產負債模型之文獻加以探討。

## 第一節 資產相關文獻

依財團法人保險事業發展中心在 2018 年 5 月公布之人身保險業資金運用表，可發現壽險業之主要資產配置分別為國外投資、有價證券、不動產以及銀行存款等等，本文將根據現行壽險公司之主要資產配置作為參考，以便假設本研究之資產模型；惟實務上壽險公司之資產不計可數，若將之全盤考慮恐使得本文之研究過程太過耗時且工程過於浩大，故假設資產為簡化模型，當中涵蓋國外投資、國內債券基金組合、約當現金以及國內股票，其中設定國外投資部份包含美元、人民幣及歐元計價之債券基金組合。因此，需針對前述債券之利率及國外投資之匯率進行模擬，並於風險中立測度下進行各資產之評價。

首先假設利率將服從 Cox-Ingersoll-Ross(1985)之模型(以下簡稱 CIR 模型)，其有均數回歸之特性，且波動度項設定為與短期利率平方根成正比之參數，可使利率不包含負值，且存在當利率上升時，利率波動度亦隨之增加的經濟意涵；而過往文獻係僅考慮單一因子之 CIR 模型，惟本研究認為可再多考慮一因子以使利率模擬方法更周全，且期望可同時反映長期及短期之利率走勢，故另外於原模型引用 Brigo & Mercurio(2007)當中 CIR 雙因子模型，其中雙因子可納入長期及短期利率以實現本文之初始發想。

匯率模型主要係引用利率平價理論(Interest Rate Parity)之概念，其為當兩個不同國家於相同期間之利率出現差距時，投資者可進行市場套利(Arbitrage)之方式賺取價差，而利率平價理論可分為拋補平價理論(Covered Interest Rate Parity)以及無拋補平價理論(Uncovered Interest Rate Parity)，本研究即採用無拋補平價理論為核心進行匯率模擬，其概念則純粹以兩國名目利率之差作為預期匯率之變動，即為幾何布朗運動(Geometric Brownian Motion)當中之漂移項(drift)。

股票模型於過去皆採用 Black-Scholes(1973)模型模擬其變動價值，惟其波動度項設為定值已無法確實反映現行市場之實際狀況，且許多研究發現其模擬價格與市場價格呈現大幅度之落差，故本研究採用 Heston(1993)模型來描述股票價值變動，其概念即為波動度項改採隨機變數之假設，以更能貼近市場之股價變化。

最後為進行國內外債券及股票之評價，須先將各國利率、匯率和股票之隨機模擬過程，轉換為風險中立測度下之隨機模擬過程，而使上述 CIR 雙因子利率、匯率以及 Heston 模型引用 Clark(2010)概念，進行風險中立測度之轉換以執行各資產之評價。

## 第二節 負債相關文獻

壽險業之財務槓桿比例頗高，亦即資產面之絕大部份皆來自於負債，截至 2018 年第一季壽險公司之資產負債表，可看出壽險業之財務槓桿高達 94.41%，而上述已提到臺灣市場長年來處於一個低利率的環境，傳統型保單之預定利率亦隨市場利率逐年降低，故逐漸在市場上式微，繼之興起的則是利率變動型保單，其依給付條件可分利率變動型壽險及利率變動型年金，前者於預定利率有最低保障倍數之設定，且宣告利率亦可按保單持有人分享區隔之資產報酬率所計算，而因此頗受市場上的青睞；後者則較無最低利率之保障。

本研究於負債面即假設壽險公司之所售商品為利率變動型壽險，其中考慮死亡率及解約率之兩項風險因子，死亡率之資料來源為第五回經驗生命表(2011 TSO)；解約率係參考 Hao(2011)提出利變型商品之解約率模型，此模型考量利變型商品解約率與市場利率呈現高度相關性，其用以反映當市場利率過高時，保單持有人有較高誘因而進行解約之情況，因保戶可能認為將資金放於金融市場投資之報酬率將超出以購買利率變動型保單之方式。

## 第三節 匯率避險策略相關文獻

本研究之探討重點在於匯率風險，因此找尋最有效之匯率避險策略為本文之研究目的。由於現行資本市場存在不少匯率避險工具，故本研究將考慮市面上最為通用之匯率避險策略，設定其中包含四種，分別為自然避險、無本金交割遠期外匯、外匯價格變動準備金及一籃子貨幣避險，故以下將分作探討。

自然避險部份，本文於資產方面之國外投資，已包含美元、人民幣及歐元為計價之債券基金組合，故此三種資產之間即可依據相互之負相關性，以降低損益之波動度，而考慮現行壽險公司之國外投資配置，係以美元資產為主，因此本研究將以美元為基準，設定美元兌人民幣以及美元兌歐元之匯率為研究對象，進行此兩項相關係數之模擬。本文參考蔡政憲(2015)之模擬方式，並採用 Emmerich(2007)及 Gouriéroux(2004)之隨機相關係數模型及參數估計方法模擬未來各國間匯率之相關係數，其中根據 Freddy(2002)，其概念為該模型最初用於具上下界之利率模型，故將此應用於本研究之相關係數模型，使其於模擬過程中，仍介於[-1,1]之範圍間而保持此係數之性質。

另我國對於匯率風險，亦有提出外匯價格變動準備金之制度，其於 2012 年 3 月開始實施，而本文參考賴本隊(2010)外匯價格變動準備金提存方式及蔡政憲等(2015)外匯價格變動準備金之介紹，其概念為負債項下增提一筆準備金，用於當壽險公司出現匯兌損失時，即可將之用來沖抵該損失部份，而有匯兌收益時則挪移局部進行增提；此外，並根據現行國內人身保險業外匯價格變動準備金應注意事項更新之計算方式加入模型，以探討經修正後之外匯價格變動準備金制度對壽險公司清償能力的影響。

最後則考慮一籃子貨幣避險，其為間接匯率避險之主要工具，亦稱為替代避險(Proxy Hedge)，係因為現行傳統型匯率避險工具之避險成本居高不下，若成本過高恐也已失去避險之原有意義，故須找尋其它避險策略進行，而一籃子貨幣避險可適時反映匯率市場變化、增加避險策略彈性以及降低對於傳統型避險工具之依賴，長期而言亦可達到節省避險成本的效果，因此也逐漸廣為接受。而本研究係參考陳振桐 & 梁正德(2010)，建構美元兌他國匯率之多元線性回歸模型，以替代避險方式規避新台幣兌美元之匯率波動，進而降低風險。

#### 第四節 經濟資產負債模型相關文獻

本研究係透過 Gerstner et al.(2008)方式建立壽險公司資產負債模型，而該經濟資產負債模型(Economic Balance Sheet)以設定壽險業之期初槓桿比與本文之期初資產假設作為起始建構方式，爾後分別將資產及負債所受死亡給付及解約給付之履約條件進行模擬，其中負債部份則依上述死亡率及解約率之風險因子，以精算評價法分別計算該兩項保險給付。

資產部份即假設死亡人數會遵從二項式分配，其中參數包含當年度核保人數以及死亡率，死亡率為第五回經驗生命表(2011 TSO)提供，而此兩項參數會因性別的不同而做調整，解約人數亦會假設遵從二項式分配，為簡化起見，設定解約時間僅於每年年底，故人數部份需於當年核保人數扣除當年死亡人數後再進行考慮，且亦依性別不同而不同，另一參數則為上述負債相關文獻當中解約率模型之模擬數值所提供，以此模擬每年解約人數。

最後則依據二項式分配分別所模擬之死亡及解約人數，計算兩項保險給付，並將每期之資產扣除負債，而算出的數值則代表壽險公司每年之淨現金流量，以衡量壽險公司未來所展現的清償能力。

## 第三章 模型介紹

本章將分資產模型、投資策略、負債模型、匯率避險策略、經濟資產負債模型及風險衡量六小節，先以過去歷史資料模擬未來投資標的之價值，再參考現行壽險公司資產配置，並按配置比例計算各年度資產價值；負債面為簡化設定，假設所售商品為躉繳型利率變動型壽險，並使被保險人投保年齡與性別設定服從常態分配，且考量宣告利率會受投資報酬率所影響；最後，再加入數種匯率避險策略，討論壽險公司之清償能力會受到哪些因子的作用，並進行風險分析。

### 第一節 資產模型

根據財團法人保險事業發展中心之人身保險業資金運用表，最新資料中可見 2018 年第一季壽險公司投資之標的占比分別為：國外投資(65.94%)、有價證券(19.99%)、不動產(5.44%)、放款(3.48%)、壽險貸款(2.6%)、銀行存款(2.15%)、其它資金運用(0.4%)。本研究為簡化資產模型，將以國外投資、國內債券基金組合、約當現金及國內股票做為資產模型之投資標的，其中國外投資包含美元、人民幣及歐元計價的債券基金組合，但不考慮國外股票之部位，而在計算其價值時，考慮以該年度匯率轉換為新台幣之投資組合價值。

#### 一、短期利率

在國內、國外債券評價部份，本文假設其利率會服從 Cox-Ingersoll-Ross(1985) 模型(以下簡稱 CIR 模型)，再以該模型之封閉解(Closed-Form Solution)得其價值，且因 CIR 模型有均數回歸特性，較適合壽險業投資長期資產之特性，亦兼具穩定成長特性。惟本研究認為，若只用單一因子來考慮債券之報酬率，恐顯得不精確且考慮不周全，故決定採 CIR 雙因子模型，其中雙因子分別為十年期利率及三十年期利率，如此一來，即可同時考慮長期與短期之債券報酬。而在波動項係數部份，

亦設定為與短期利率平方根成正比之參數，可使利率不包含負值，且存在當利率上升時，利率波動度也隨之增加的經濟涵義。

各國短期利率應用 Brigo & Mercurio(2007)之二因子模型假設為：

$$dr_t = K_r(\theta_r - r_t)dt + \Lambda_r dW_t^{(r; Q^f)}$$

其中， $K_r =$

$$\begin{pmatrix} \kappa_r^{d1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \kappa_r^{d2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \kappa_r^{A1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \kappa_r^{A2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \kappa_r^{C1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \kappa_r^{C2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \kappa_r^{E1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \kappa_r^{E2} \end{pmatrix}$$

$$\theta_r = \begin{pmatrix} \theta_r^{d1} \\ \theta_r^{d2} \\ \theta_r^{A1} \\ \theta_r^{A2} \\ \theta_r^{C1} \\ \theta_r^{C2} \\ \theta_r^{E1} \\ \theta_r^{E2} \end{pmatrix}, \quad r_t = \begin{pmatrix} r_t^{d1} \\ r_t^{d2} \\ r_t^{A1} \\ r_t^{A2} \\ r_t^{C1} \\ r_t^{C2} \\ r_t^{E1} \\ r_t^{E2} \end{pmatrix}$$

$$\Lambda_r =$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_r^{d1} \sqrt{r_t^{d1}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_r^{d2} \sqrt{r_t^{d2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_r^{A1} \sqrt{r_t^{A1}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_r^{A2} \sqrt{r_t^{A2}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_r^{C1} \sqrt{r_t^{C1}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_r^{C2} \sqrt{r_t^{C2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_r^{E1} \sqrt{r_t^{E1}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_r^{E2} \sqrt{r_t^{E2}} \end{pmatrix}$$

$$dW_t^{(r:Q^f)} = \left( dW_r^{(d1:d)} dW_r^{(d2:d)} dW_r^{(A1:A)} dW_r^{(A2:A)} dW_r^{(C1:C)} dW_r^{(C2:C)} dW_r^{(E1:E)} dW_r^{(E2:E)} \right)^T$$

當中  $dW_r^{(ij:i)}$  為第  $i$  個國家以及第  $j$  個因子在  $i$  國下風險中立測度之利率布朗運動。本文假設 CIR 雙因子之布朗運動獨立，即  $Corr_t(dW_r^{(i1:i)}, dW_r^{(i2:i)}) = 0$ ，其中  $i \in \{d, A, C, E\}$ ， $j = 1, 2$ 。

根據 Clark(2010)之測度轉換：

$$dW_r^{(ij:i)} = dW_r^{(ij:d)} - \rho_{e^{i,r}ij} \sigma_e^i dt, \quad i \in \{A, C, E\}, j = 1, 2$$

其中， $dW_r^{(ij:i)}$  為國外風險中立測度下之布朗運動

$dW_r^{(ij:d)}$  為國內風險中立測度下之布朗運動

下標包含  $e$  之符號將於匯率模型說明

故在國內風險中立測度下：

$$dr_t = [K_r(\theta_r - r_t) - \Omega] dt + \Lambda_r dW_t^{(r:Q^d)}$$

其中， $\Omega =$

$$\left( 0 \quad 0 \quad \rho_{e^A r A1} \sigma_r^{A1} \sigma_e^A \quad \rho_{e^A r A2} \sigma_r^{A2} \sigma_e^A \quad \rho_{e^C r C1} \sigma_r^{C1} \sigma_e^C \quad \rho_{e^C r C2} \sigma_r^{C2} \sigma_e^C \quad \rho_{e^E r E1} \sigma_r^{E1} \sigma_e^E \quad \rho_{e^E r E2} \sigma_r^{E2} \sigma_e^E \right)^T$$

## 二、匯率

本文於國外資產配置中，包含美元、人民幣及歐元計價之債券基金組合，故在匯率部份需考慮三種匯率，其中有新台幣兌美元、新台幣兌人民幣以及新台幣兌歐元，符號分別以  $e^A$ 、 $e^C$  及  $e^E$  記之。假設匯率之動態過程如下所示：

$$de_t = e_t \Xi_t dt + e_t \Sigma_t^e dW_t^{(e:P)}$$

$$\text{其中， } e_t = \begin{pmatrix} e_t^A \\ e_t^C \\ e_t^E \end{pmatrix}, \quad \Xi_t = \begin{pmatrix} \xi_{eA} & 0 & 0 \\ 0 & \xi_{eC} & 0 \\ 0 & 0 & \xi_{eE} \end{pmatrix}, \quad \Sigma_t^e = \begin{pmatrix} \sigma_e^A & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_e^C & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_e^E \end{pmatrix}$$

$dW_t^{(e:P)} = (dW_e^{(A:P)} \quad dW_e^{(C:P)} \quad dW_e^{(E:P)})^T$  為 P 測度下，美元、人民幣及歐元之布朗運動

惟本研究欲評價未來資產負債之價值，並估算現時經濟成本，故動態過程須建立在國內風險中立測度之下，因此上述之動態過程需進行測度轉換，結果如下：

$$de_t = e_t \Xi'_t dt + e_t \Sigma_t^e dW_t^{(e:Q^d)}$$

$$\text{其中，} e_t = \begin{pmatrix} e_t^A \\ e_t^C \\ e_t^E \end{pmatrix}, \quad \Xi'_t = \begin{pmatrix} r_t^d - r_t^A & 0 & 0 \\ 0 & r_t^d - r_t^C & 0 \\ 0 & 0 & r_t^d - r_t^E \end{pmatrix}$$

$$\Sigma_t^e = \begin{pmatrix} \sigma_e^A & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_e^C & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_e^E \end{pmatrix}$$

$dW_t^{(e:Q^d)} = (dW_e^{(A:d)} \quad dW_e^{(C:d)} \quad dW_e^{(E:d)})^T$  為  $Q^d$  測度下，美元、人民幣及歐元之布朗運動

### 三、相關係數

本研究之國外投資包含美元、人民幣及歐元計價的債券基金組合，於各國幣別之間，假設其匯率存在相關性，並設定該相關係數會是隨機變數；而因現行壽險公司所持有之國外投資多以美元為主，故以美元為基準，觀察其與人民幣及歐元之相關程度。

考慮美元兌人民幣及兌歐元相關係數  $\rho_{e^A e^C}$  及  $\rho_{e^A e^E}$ ，本文用 Emmerich(2007) 及 Gouriéroux (2004) 之隨機相關係數模型，假設動態過程如下：

$$d\rho_t = K_\rho (\Theta_\rho - \rho_t) dt + \Lambda_\rho dW_t^{(\rho:P)}$$

$$\text{其中，} K_\rho = \begin{pmatrix} \kappa_\rho^{e^A e^C} & 0 \\ 0 & \kappa_\rho^{e^A e^E} \end{pmatrix}, \quad \Theta_\rho = \begin{pmatrix} \theta_\rho^{e^A e^C} \\ \theta_\rho^{e^A e^E} \end{pmatrix}, \quad \rho_t = \begin{pmatrix} \rho_t^{e^A e^C} \\ \rho_t^{e^A e^E} \end{pmatrix}$$

$$A_\rho = \begin{pmatrix} \sigma_\rho^{e^A e^C} \sqrt{1 - (\rho_t^{e^A e^C})^2} & 0 \\ 0 & \sigma_\rho^{e^A e^E} \sqrt{1 - (\rho_t^{e^A e^E})^2} \end{pmatrix}$$

$dW_t^{(\rho:P)} = (dW_{\rho^{e^A e^C}} \quad dW_{\rho^{e^A e^E}})^T$  為獨立標準布朗運動

#### 四、債券基金組合

國內、外債券基金組合於到期日  $T$ ，在時間  $t$  之價格  $(B_{t,T}^d, B_{t,T}^i)$ ，本文應用 CIR 模型之封閉解，得出結果如下：

$$B_{t,T}^d = b_1^{d1}(t, T) b_1^{d2}(t, T) e^{-b_2^{d1}(t, T) * r_t^{d1} - b_2^{d2}(t, T) * r_t^{d2}}$$

$$B_{t,T}^i = b_1^{i1}(t, T) b_1^{i2}(t, T) e^{-b_2^{i1}(t, T) * r_t^{i1} - b_2^{i2}(t, T) * r_t^{i2}}$$

其中， $b_1(t, T) = \left[ \frac{2\gamma e^{\frac{(\kappa_r + \gamma)(T-t)}{2}}}{(\kappa_r + \gamma)(e^{\gamma(T-t)} - 1) + 2\gamma} \right]^{2\kappa_r \hat{\theta}_r / \sigma_r^2}$

$$b_2(t, T) = \frac{2(e^{\gamma(T-t)} - 1)}{(\kappa_r + \gamma)(e^{\gamma(T-t)} - 1) + 2\gamma}$$

$$\gamma = \sqrt{\kappa_r^2 + 2\sigma_r^2}$$

$$\hat{\theta}_r^d = \theta_r^d, \quad \hat{\theta}_r^i = \theta_r^i - \rho_{e^{i_r i_j}} \sigma_r^{ij} \sigma_e^i / \kappa_r^i, \quad i \in \{A, C, E\}, \quad j = 1, 2$$

本研究為簡化模型，假設於期初時銷售之利變壽商品不再有新契約加入，且以銷售時所收取之躉繳保費，立即進行資產配置與投資，因此將持有到期日之時點固定為  $T$ ，以此評價各時點之債券價格。

#### 五、約當現金

約當現金通常包含投資日起三個月到期或清償之國庫券、商業本票、貨幣市場基金、可轉讓定期存單、商業本票及銀行承兌匯票等等，其具有隨時可轉換為定額

現金、即將到期、利息變動對其價值影響少等特性，同時也是指短期且具高度流動性之短期投資，因其變現容易且交易成本低，因此可視為現金。

本研究之約當現金動態過程如下：

$$dM_t = r_t^d M_t dt$$

其中， $r_t^d$ 為該期國內短期利率

## 六、股票

在過去數篇文章中，股票多半假設會服從 Black-Scholes 模型；惟本文認為，該模型當中之波動度為定值，恐顯得不符合現實情形，且此資產價值易受市場風險影響而產生巨幅改動，為更能反映其變動，本研究採用 Heston(1993)模型來描述股票之價值變動，此模型考慮了波動度 $v_t$ 和標的資產價值變動 $dS_t$ 之間的相關性，此時相關係數 $\rho$ 所扮演的角色至關重要，它呈現資產價值變動的偏度，也很大程度上顯示波動度將隨著價值變動而變動，且對該變動產生增大與縮小之作用。

股票採用 Heston 模型如下：

$$\frac{dS_t}{S_t} = r_t^d dt + \sqrt{v_t} dW_t^{(S:d)}$$

$$dv_t = \kappa_v(\theta_v - v_t) + \sigma_v \sqrt{v_t} dW_t^{(v:d)}$$

$$E^P(dW_t^{(S:d)}, dW_t^{(v:d)}) = \rho dt$$

其中， $r_t^d$ 為國內短期利率

$v_t$ 為股票價值變異數

$\kappa_v$ 為股票價值變異數之均數回歸速度

$\sigma_v$ 為股票價值變異數之波動度

$\theta_v$ 為股票價值變異數之均數回歸長期均衡

$\rho$ 為相關係數

## 七、資產相關性

本文欲討論各資產間之相關性對於資產組合動態過程波動項的影響，故假設各項資產之國內風險中立測度布朗運動如下：

$$\left( W_r^{(d1:d)} \ W_r^{(d2:d)} \ W_r^{(A1:d)} \ W_r^{(A2:d)} \ W_r^{(C1:d)} \ W_r^{(C2:d)} \ W_r^{(E1:d)} \ W_r^{(E2:d)} \ W_e^{(A:d)} \ W_e^{(C:d)} \ W_e^{(E:d)} \ W_t^{(S:d)} \ W_t^{(v:d)} \right)^T$$

$$\text{Corr}_t(dW^{(i:d)}, dW^{(j:d)}) = \rho_{ij} dt, \forall i, j \in \{d1, d2, A1, A2, C1, C2, E1, E2, A, C, E, S, v\}$$

其中， $dW^{(i:d)}$ 係將 $W^{(i:d)}$ 之下標簡略以簡化符號表示

$d$ 、 $A$ 、 $C$ 、 $E$ 分別代表新台幣、美元、人民幣、歐元

$S$ 、 $v$ 分別代表股票、股票波動度

$r^k = r^{k1} + r^{k2}$ 為 CIR 雙因子模型之短期利率

$e^k$ 為外國對本國之匯率， $k \in \{A, C, E\}$

## 第二節 投資策略

在資產配置之投資策略部份，假設保險公司將資產配置於國內債券基金組合、美元、人民幣及歐元債券基金組合、約當現金與股票六種投資標的，以上六種投資標的之資產比例分別為 $\omega_{B^d}$ 、 $\omega_{\hat{B}^A}$ 、 $\omega_{\hat{B}^C}$ 、 $\omega_{\hat{B}^E}$ 、 $\omega_M$ 及 $\omega_S$ ，上述各投資比例於投資期間內皆為固定常數，且 $\sum_{i \in I} \omega_i = 1$ ， $\omega_i \geq 0$ ， $I \in \{B^d, \hat{B}^A, \hat{B}^C, \hat{B}^E, M, S\}$ 。而保險公司持有 $\phi_{B^d}$ 單位國內債券、 $\phi_{\hat{B}^A}$ 單位美元債券、 $\phi_{\hat{B}^C}$ 單位人民幣債券、 $\phi_{\hat{B}^E}$ 單位歐元債券、 $\phi_M$ 單位約當現金以及 $\phi_S$ 單位股票，則：

$$A_t = \phi_{B^d} \cdot B_{t,T}^d + \phi_{\hat{B}^A} \cdot \hat{B}_{t,T}^A + \phi_{\hat{B}^C} \cdot \hat{B}_{t,T}^C + \phi_{\hat{B}^E} \cdot \hat{B}_{t,T}^E + \phi_M \cdot M_t + \phi_S \cdot S_t$$

依上述比例可得資產報酬率為：

$$r_{A,t} = \omega_{B^d} \frac{dB_{t,T}^d}{B_{t,T}^d} + \omega_{\hat{B}^A} \frac{d\hat{B}_{t,T}^A}{\hat{B}_{t,T}^A} + \omega_{\hat{B}^C} \frac{d\hat{B}_{t,T}^C}{\hat{B}_{t,T}^C} + \omega_{\hat{B}^E} \frac{d\hat{B}_{t,T}^E}{\hat{B}_{t,T}^E} + \omega_M \frac{dM_t}{M_t} + \omega_S \frac{dS_t}{S_t}$$

其中， $\frac{dB_{t,T}^d}{B_{t,T}^d} = r_t^{d1} dt - b_2^{d1}(t, T) \sigma_r^{d1} \sqrt{r_t^{d1}} dW_r^{(d1:d)} + r_t^{d2} dt - b_2^{d2}(t, T) \sigma_r^{d2} \sqrt{r_t^{d2}} dW_r^{(d2:d)}$

$$\frac{dB_{t,T}^k}{B_{t,T}^k} = r_t^{k1} dt - b_2^{k1}(t,T)\sigma_r^{k1} \sqrt{r_t^{k1}} dW_r^{(k1:k)} + r_t^{k2} dt - b_2^{k2}(t,T)\sigma_r^{k2} \sqrt{r_t^{k2}} dW_r^{(k2:k)}$$

$$\hat{B}_{t,T}^k = B_{t,T}^k * e_t^k, k \in \{A,C,E\}$$

### 第三節 負債模型

壽險業負債主要來自與保單持有人所簽訂之保單合約，而前述已假設壽險公司所售商品僅為利變型壽險商品，此商品於被保險人身故時，依累積之保單價值準備金，與所繳保費的 103%，兩者取其大做為保險金額給付予身故指定受益人，而解約給付須依保單年度扣除一定解約費用。

其中保單現金價值係依壽險公司於各月公布之宣告利率進行保單價值累積及成長，當中宣告利率則視各壽險公司依據利變型商品之區隔資產投資組合收益扣除相關費用後，再參考當時市場利率水準而定，然而為吸引民眾購買，通常宣告利率會高於市場利率，但為避免壽險公司藉由抬高宣告利率大量銷售保單，因此金管會亦規範宣告利率之上限，要求其不得高於前十二個月移動平均投資報酬率加計兩碼。此外，為避免因市場利率上升導致利變壽商品大量解約，亦要求此商品在第六保單年度期滿前皆有解約費用之設定，且其須大於 1%。

由上述可知，宣告利率受市場利率與資產配置組合之影響甚鉅，亦影響該商品之解約機率，另外保險給付也受死亡率與解約率影響；因此，本文在參考現行壽險公司實際操作經驗後，假設該商品會依不同性別及投保年齡之分布下，進行負債組合現金流量之模擬與分析。

#### 一、商品基礎假設

表 1、利率變動型壽險商品基礎假設

商品別	利變型壽險
-----	-------

投保年齡	1 歲至 80 歲
繳費方式	躉繳保費 2.5 萬
預定利率	1.5%
死亡給付	Max(保單價值準備金、所繳保費*1.03)
死亡率	第五回經驗生命表(2011 TSO)
原始解約率	1%

市場參考利率 台灣十年期公債殖利率

解約敏感度 1

解約費用率	保單年度	1	2	3	4	5	6	≥ 7
	費率(%)	4	3	2	1	1	1	0

## 二、宣告利率

依上述宣告利率之說明，可得出計算公式如下：

$$r_{p,t} = \max(r_g, \min(r_{A,t} - S + E, F_t))$$

其中， $r_g$  為預定利率

$r_{A,t}$  為利變型壽險之保單持有人分享區隔資產報酬率之獲利

$S$  為公司相關費用及公司之合理利潤

$E$  為短期調整項(介於±1%)

$F_t$  為當期前十二個月移動平均投資報酬率加計二碼

### 三、解約率

解約率為參考 Hao (2011)之實證假設，可得出計算公式如下：

$$q_{x+t}^{(w)} = \min\{1, q_{x+t}^{(w')} + \beta \max\{(r_{m,t} - r_{p,t} - SC_t), (r_{m,t} - r_{A,t} - SC_t), 0\}\}$$

其中， $q_{x+t}^{(w)}$ 與 $q_{x+t}^{(w')}$ 分別為調整後與原始之解約率

$SC_t$ 為解約費用率

$r_{m,t}$ 為市場參考利率

$\beta$ 為解約敏感度

### 四、給付與準備金

假設期初躉繳保費為 $NP$ ，共 100,000 人投保，而因為本文壽險公司之商品屬壽險險種，故投保年齡如果大於一定年齡則不承保，因此在本研究中，假設投保年齡上限為 80 歲。若第  $i$  位投保人為  $x$  歲，則被保險人第  $t$  年之死亡給付及解約給付，可分別得出以下公式：

$$DB_t^i = NP \cdot {}_tq_x^{(d)} \cdot \max\left\{\prod_{i=1}^t (1 + r_{p,i}), G\right\}$$
$$SB_t^i = NP \cdot {}_tq_x^{(w)} \cdot (1 - SC_t) \prod_{i=1}^t (1 + r_{p,i})$$

其中  $G$  為最低保證倍數

可得知總給付之計算公式以及準備金之計算公式為：

$$B_t^i = DB_t^i + SB_t^i$$

$$V_0^i = NP$$

$$V_t^i = V_{t-1}^i (1 + r_{p,t}) - B_t^i$$

## 第四節 匯率避險策略

文中資產配置之國外投資部份，包含美元、人民幣及歐元計價之債券；因此，本研究著重於匯率避險，且在現行壽險公司之資產配置中，絕大部份之占比都在國外投資，若不考慮匯率避險，則當外幣升值時，以外幣為計價之資產價值會上升，換算回新台幣時就會多出「匯兌收益」；反觀來說，當外幣貶值時，以外幣為計價之資產價值則會下降，即會出現所謂的「匯兌損失」，嚴重的話，恐甚至影響整體國外債券基金組合之投資報酬率，由此不難體會匯率避險之重要性。

為使壽險公司於國外投資中，避免因匯率風險所造成的匯兌損失，本研究於現行資本市場諸多匯率避險工具中，考慮四種匯率避險策略，分別是自然避險、無本金交割遠期外匯、外匯價格變動準備金以及一籃子貨幣避險，以下分別就四種匯率避險策略進行討論。

### 一、自然避險

所謂自然避險，指的是投資人不需透過積極主動的選擇配置，而是採取投資組合的方式，運用所謂「分散配置 (Diversification)」，基於每個投資部位報酬變化不會完全一致，在彼此相關程度不為完全正相關的情況下，整體投資組合的風險將可以有效獲得降低。簡要來說，係利用各項資產之間的負相關性，進而降低損益之波動度，達到匯率風險分散之效果。

依本節前段而言，本文資產配置之國外投資部份，已包含美元、人民幣及歐元計價之債券；因此，可利用美元、人民幣及歐元彼此之間的相關性，使得壽險公司之國外債券基金組合的風險下降，進而降低匯率風險。

### 二、無本金交割遠期外匯

無本金交割遠期外匯，亦可稱作 NDF，屬遠期外匯商品及具有避險功能。當合約到期時，交易雙方不需交割本金，只就合約議定遠期匯率與到期時的即期匯率

間的差額，進行交割。因為 NDF 交割採差價的方式，具高槓桿的效果，投機意味較濃。

在國外債券基金組合中，需考慮以美元、人民幣及歐元為計價的債券，故需以新台幣兌美元、人民幣及歐元之匯率來進行 NDF 避險。而由於實務上，NDF 之契約期間多半為短期，約一個月至十二個月之間，因此假設我們所購買之 NDF 之契約期間為六個月。倘若要預估十年後之 Surplus，則由期初時點開始，每半年需購買一次 NDF，因此總共需購買二十次；若是要預估二十年後之 Surplus，同理，需購買四十次的 NDF。

在 NDF 中，需要考慮遠期匯率的訂定與到期時的即期匯率，本研究分別定義遠期匯率與即期匯率，如下所示：

即期外匯→匯率模型在每期期初所估出半年後的匯率

遠期外匯→期初匯率\*(外幣債券/台幣債券)

其中，債券到期日皆為半年

外幣包含美元、人民幣及歐元

### 三、外匯價格變動準備金

根據人身保險業外匯價格變動準備金應注意事項，外匯價格變動準備金，亦可稱作本準備金，其累積上限為當年度年底國外投資總額之百分之九點五。本注意事項所稱之國外投資總額不包含外幣收付之非投資型人身保險商品資產。本準備金提存及沖減方式如下：

(一)提存額度：當月除以國外投資總額乘以曝險比率再乘以萬分之五計算應提存金額外，當月有未避險外幣資產兌換利益時，應以該金額之百分之五十，提存本準備金。

(二)沖抵額度：當月有未避險外幣資產兌換損失時，應以該金額之百分之五十沖抵本準備金；本準備金每月月底餘額不得低於前一年底累積餘額與自一百零一年至前一年各年之年底累積餘額平均值孰高之百分之二十(以下簡稱沖抵下限)。

(三)本準備金之提存，必要時，人身保險業得報經主管機關核准後，增提本準備金。

(四)本準備金餘額下降至沖抵下限且持續達三個月時，人身保險業應提高第一款未避險外幣資產兌換利益之提存比率為百分之七十五，並至少使本準備金累積餘額回復至沖抵下限之三倍為止。

前項第一款所定之曝險比率係指國外投資總額扣除傳統避險本金金額後除以國外投資總額之比率。其傳統避險包括外幣兌新台幣之遠期外匯、換匯、換匯換利及無本金交割遠期外匯等避險交易。

第一項第一款及第二款所定之未避險外幣資產兌換利益及損失係指國外投資排除外匯避險後，因匯率變化所產生之兌換利益及損失。

因此，可得出外匯價格變動準備金提存方式如下：

$$L_{t+1/12}^E = \text{Min}(L_t^E + K\% \times 0.05\% * \hat{B}_{t+1/12}^f + K\% \times 50\% * \hat{B}_t^f * (e_{t+1/12} - e_t), \hat{B}_{t+1/12}^f * 9.5\%)$$

其中， $L_t^E$  為外匯價格變動準備金

$K$  為曝險比率

$\hat{B}_t^f$  為國外投資換算為台幣之總額

$e_t$  為匯率

沖抵下限為：

$$\text{Max}(L_{t-1}^E, M) \times 20\%$$

其中， $M$  為自一百零一年至前一年各年之年底累積餘額平均值

當準備金餘額下降至沖抵下限且持續達三個月時計算如下：

$$L_{t+1/12}^E = \text{Min}(L_t^E + K\% \times 0.05\% * \hat{B}_{t+1/12}^f + K\% \times 75\% * \hat{B}_t^f * (e_{t+1/12} - e_t), \hat{B}_{t+1/12}^f * 9.5\%)$$

要回復原本提存方式，準備金餘額回復值需至以下值：

$$\text{Max}(L_{t-1}^E, M) \times 20\% * 3$$

#### 四、一籃子貨幣避險

一籃子貨幣避險，是利用不同貨幣與美元之間的相關性，組成波動性與新台幣兌美元相似的組合，進而降低匯率風險。由於本文之資產包含人民幣以及歐元外幣債券，故採用人民幣兌美元以及歐元兌美元之組合而近似新台幣兌美元之組合。

本研究進行無本金交割遠期外匯(NDF)做為一籃子貨幣避險的組成元素，來規避新台幣兌美元( $NTD/USD$ )之匯率風險，而組成貨幣包含人民幣兌美元( $RMB/USD$ )以及歐元兌美元( $EUR/USD$ )，上述之組成貨幣皆以美元為基底貨幣；爾後，模擬出最適一籃子貨幣避險之貨幣組合。

其中一籃子貨幣避險元素當中的 NDF，本文將其契約期間、遠期匯率與即期匯率的訂定，與上述之 NDF 假設相同。因此，為模擬出最適之貨幣組合，我們採用以下模型：

$$e^{(NTD/USD)}it = \alpha_t + \beta_{1t} * e^{(RMB/USD)}it + \beta_{2t} * e^{(EUR/USD)}it + \varepsilon_{it}$$

其中， $e^{(NTD/USD)}$ ,  $e^{(RMB/USD)}$ ,  $e^{(EUR/USD)}$  分別為台幣、人民幣及歐元兌美元之每期期初所估出半年後的匯率

$$\varepsilon_{it} \sim \text{IIDN}(0, \sigma^2)$$

$$i=1,2,\dots,6$$

$$t=1,2,\dots,40$$

$\beta_{1t}, \beta_{2t}$  採用最小平方法估計

因此，可得出每期一籃子貨幣避險之避險效果如下：

$$\widehat{\beta}_{1t} * NDF(RMB/USD)_t + \widehat{\beta}_{2t} * NDF(EUR/USD)_t$$

其中，NDF 表示每半年即期外匯和遠期外匯之差額

$$t=1,2,\dots,40$$

$\widehat{\beta}_{1t}$ 及 $\widehat{\beta}_{2t}$ 為參數估計值

## 第五節 經濟資產負債模型

本研究模擬架構以經濟資產負債模型衡量股東權益，假設壽險公司期初之槓桿比為 $1 - \pi$ ， $\pi \in [0,1]$ ， $A_0$ 為初始資產，則期初股東權益為 $Q_0 = (1 - \pi) \cdot A_0$ ，負債為 $\pi \cdot A_0$ ，如圖 5 所示。

而負債面，假設第  $k$  組模擬情境，第  $t$  年之年齡為  $i$  之男性投保人數為  $N_{i,k}^m(t)$ ，而女性投保人數為  $N_{i,k}^f(t)$ ；因此，在第  $t$  年之總投保人數可表示成：

$$N_k(t) = \sum_{i=1}^{80} [N_{i,k}^m(t) + N_{i,k}^f(t)], t = 0,1,2, \dots, 20$$

考慮各年齡之死亡率，假設其服從第五回經驗生命表，在第  $k$  組模擬情境中，第  $t$  年之年齡為  $i$  之男性死亡人數為  $d_{i,k}^{(m,d)}(t)$ ，而女性死亡人數為  $d_{i,k}^{(f,d)}(t)$ ；因此，在第  $t$  年之總死亡人數可表示成：

$$d_{i,k}^{(d)}(t) = d_{i,k}^{(m,d)}(t) + d_{i,k}^{(f,d)}(t)$$

其中， $d_{i,k}^{(m,d)}(t) \sim B(N_{i,k}^m(t), q_{i+t}^{(m,d)})$ ， $d_{i,k}^{(f,d)}(t) \sim B(N_{i,k}^f(t), q_{i+t}^{(f,d)})$

B 為二項式分配

$q_{i+t}^{(m,d)}$ 及 $q_{i+t}^{(f,d)}$ 分別為第五回經驗生命表  $i+t$  歲之男性與女性死亡率

$$t=1,2,\dots,20$$

故第  $t$  年之死亡總給付  $DB'_k(t)$  為：

$$\sum_{i=1}^{80} NP * \{ \min[d_{i,k}^{(m,d)}(t), N_{i,k}^m(t)] + \min[d_{i,k}^{(f,d)}(t), N_{i,k}^f(t)] \} * \max \left\{ \prod_{j=1}^t (1 + r_{p,j}^k), G \right\}$$

考慮各年齡之解約率，解約率為單項減縮(single decrement)且僅發生於每年年底，在第 k 組模擬情境中，第 t 年之年齡為 i 之男性解約人數為  $d_{i,k}^{(m,w)}(t)$ ，而女性解約人數為  $d_{i,k}^{(f,w)}(t)$ ；因此，在第 t 年之總解約人數可表示成：

$$d_{i,k}^{(w)}(t) = d_{i,k}^{(m,w)}(t) + d_{i,k}^{(f,w)}(t)$$

其中， $d_{i,k}^{(m,w)}(t) \sim B(\max(N_{i,k}^m(t) - d_{i,k}^{(m,d)}(t), 0), q_{t,k}'^{(w)})$

$d_{i,k}^{(f,w)}(t) \sim B(\max(N_{i,k}^f(t) - d_{i,k}^{(f,d)}(t), 0), q_{t,k}'^{(w)})$

B 為二項式分配

t=1,2,...,20

故第 t 年之解約總給付  $SB'_k(t)$  為：

$$\sum_{i=1}^{80} NP * \{ \min[d_{i,k}^{(m,w)}(t), N_{i,k}^m(t)] + \min[d_{i,k}^{(f,w)}(t), N_{i,k}^f(t)] \} * \prod_{j=1}^t (1 + r_{p,j}^k) * (1 - SC_t)$$

此外，由於資產與負債每期模擬時間需一致，因此假設 t 與 t+1 之時間長度為一年，最後，透過資產與負債每期之變化，資產負債模型之表示如下：

$$A_{t+1} = A_t(1 + r_{A,t}) - DB'_t - SB'_t$$

$$L_{t+1} = L_t(1 + r_{p,t}) - DB_t - SB_t$$

其中， $r_{A,t}$  為利變型壽險之保單持有人分享區隔資產報酬率之獲利

$r_{p,t}$  為宣告利率

$DB_t$  為死亡給付， $SB_t$  為解約給付

$DB'_t$  為上述  $DB'_k(t)$  模擬 k 次後之平均死亡給付

$SB'_t$  為上述  $SB'_k(t)$  模擬 k 次後之平均解約給付

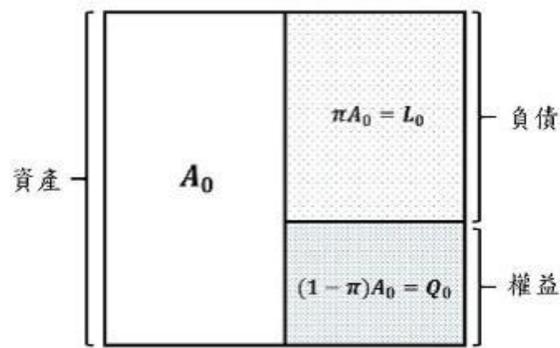


圖 5、期初資產負債圖

## 第六節 風險衡量

本研究於進行資產及負債模擬後，即以淨現金流量方式評估壽險公司之未來清償能力，而本文除使用模擬方法針對經濟資本進行風險衡量外，亦以其與資本適足率之風險基礎資本總額進行比較，探討兩者之間的差異並了解壽險業於其經營模式下可能得面臨之破產風險。

### 一、經濟資本

設定資產與負債模型後，即可根據模擬結果進行風險衡量，本文著重公司發行李變型壽險商品之虧損風險，因此應用二種風險衡量指標—風險值(VaR)和條件尾端期望值(CTE)來衡量虧損風險。當經濟資本算出來為正，代表需要提撥一定的金額以維持清償能力；而當經濟資本為負，則代表無須提撥經濟資本，且不會有面對破產風險之壓力。

所謂風險值(VaR)之概念，係在一定的水準中，未來特定時間下之最大可能損失金額；而條件尾端期望值(CTE)相較於風險值(VaR)，其更能表現尾端風險發生之可能性與幅度，兩者定義分別如下：

$$VaR_{\alpha}(Q_t) = \inf\{l, P(-Q_t > l) < 1 - \alpha\} = \inf\{l, P(-Q_t \leq l) \geq \alpha\}$$

$$CTE_{\alpha}(Q_t) = E[-Q_t | Q_t \leq VaR_{\alpha}(Q_t)]$$

## 二、資本適足率

本文將考量 RBC 中風險基礎資本總額，RBC 是保險公司反映其所承擔的風險下，所需之最低資本額，計算的結果可供主管機關衡量保險公司在這最低資本額之要求下，推估保險公司破產的機率以及風險承擔能力。透過財團法人保險事業發展中心提供之 RBC 計算方法，其考慮壽險公司在經營時，所承受的風險可細分為四種，分別是資產風險、保險風險、利率風險及其它風險，以下進行討論：

(一)資產風險：係指當資產價值發生變動而導致壽險公司有財務問題，甚至產生清償能力下降之風險，其中資產為壽險公司在會計帳上的資產，如股票、公債、公司債及不動產等等均是，若有國外資產，則匯率所產生的匯兌差額亦會使資產價值產生變化而有資產風險。而主管機關再將此風險分為兩類，分別是關係人風險及非關係人風險，係因實務上關係人之清償能力多半具有舉足輕重的影響力，此也表明其重要性，以下分別定義：

$C_0$ ：資產風險—關係人風險

$C_1$ ：資產風險—非關係人風險

其中再依非關係人交易所持有之資產，細分為三項，分別是：

$C_{1c}$ ：非關係人匯率風險

$C_{1s}$ ：非關係人股票風險

$C_{10}$ ：非關係人除匯率與股票外之其它資產風險

(二)保險風險：係指保險業經營業務時，對於負債之評價被低估，或是保費收取不合理而導致壽險公司可能發生潛在損失之風險。若定價過程中產生估計誤差，如死亡率或經驗率被錯估，則可能使得保險金額或準備金不足，而無法確實履行保險義務，如下定義之：

$C_2$ ：保險風險

(三)利率風險：係指當利率發生異動，導致影響資產以及負債帳面上的價值，而利率風險的產生往往是資產面與負債面現金流量的配置不當所造成。由於壽險公

司所經營之業務多半為長年期保單，因此利率風險之影響力甚鉅，如下定義：

$C_3$ ：利率風險

(四)其它風險：係指除上述各種風險之外的風險則歸類於本項，如作業風險及系統風險等等均是，以下進行定義：

$C_4$ ：其它風險

經由上述各類風險的衡量，建構出風險基礎資本總額之基本架構，再考量各類風險之間的相關性，組合而成的計算公式為壽險公司之風險基礎資本總額；爾後，即可算出壽險公司之資本適足率，而兩者公式分別如下所示：

$$\text{風險基礎資本總額} = \frac{1}{2} * (C_0 + C_4 + \sqrt{(C_{10} + C_3)^2 + C_{1c}^2 + C_{1s}^2 + C_2^2})$$

$$\text{資本適足率} = (\text{自有資本總額} / \text{風險基礎資本總額}) * 100\%$$

其中自有資本總額包含權益總額、特別準備金以及未實現評價利益等等...

## 第四章 實證結果

### 第一節 參數估計與基本假設

#### 一、資產模型

(一)短期利率：本文短期利率模型部份，係以 CIR 雙因子模型描述利率動態過程，其中雙因子分別為十年期與三十年期之公債殖利率，國家包含台灣、美國、中國及德國，本研究係以德國代表歐洲之殖利率，而資料來源有二處，分別為 Investing.com 及 Datastream；惟本研究於資料找尋過程中，在獲取數據部份顯有困難，故在各個國家及不同年期之數據總筆數存在些許差異，時間選取皆約從 2000 年至 2018 年 3 月。

國內十年期與三十年期利率之數據共有 4,611 筆及 2,810 筆台灣各年期公債殖利率之日資料，參數估計結果如表 2 所示：

表 2、國內利率 CIR 雙因子模型參數估計結果

年期	$\kappa_r^d$	$\theta_r^d$	$\sigma_r^d$
十年期	0.5666	0.0157	0.0492
三十年期	3.1722	0.0247	0.1348

國外利率部份，共有三個國家，分別是美國、中國及德國，而在各年期公債殖利率之日資料，十年期利率之數據，美國共有 4,586 筆、中國共有 4,035 筆及德國共有 4,856 筆；三十年期利率之數據，美國共有 4,895 筆、中國共有 2,261 筆及德國共有 4,950 筆，對於  $i \in \{A, C, E\}$ ，參數估計結果如表 3 所示：

表 3、國外利率 CIR 雙因子模型參數估計結果

國家	年期	$\kappa_r^i$	$\theta_r^i$	$\sigma_r^i$
----	----	--------------	--------------	--------------

美國	十年期	0.4592	0.0297	0.0550
	三十年期	0.4123	0.0373	0.0419
中國	十年期	1.9583	0.0366	0.0521
	三十年期	3.4562	0.0421	0.0450
德國	十年期	0.0042	0.0046	0.0294
	三十年期	0.1472	0.0173	0.0444

(二)匯率：本文匯率模型部份，漂移項(drift)係依無拋補利率評價理論(UIP)之假設，以本國及國外之短期利率差( $r_t^d - r_t^f$ )為之，其表示成  $\mu_e$ ，而波動度(volatility)為  $\sigma_e$ 。因國外部份有美國、中國及德國，故匯率包含新台幣兌美元、人民幣及歐元，資料來源及時間選取與上述短期利率部份相同，三種匯率皆共有 4,716 筆各年度匯率之日資料，參數估計結果如表 4 所示：

表 4、匯率模型參數估計結果

國外幣別	$\mu_e$	$\sigma_e$
美元	-0.099	0.0449
人民幣	0.4715	0.0477
歐元	-0.6019	0.1102

(三)相關係數：本文於國外投資之幣別部份，有美元、人民幣及歐元，因為現行壽險公司於國外投資係以美元為主，故以美元為基準，模擬其與人民幣及歐元之相關係數動態過程。假設此兩者相關係數之符號表示分別為  $\rho_{eA_eC}$  及  $\rho_{eA_eE}$ ，首先利用 Emmerich(2007)之移動相關(rolling correlation)方法求得相關係數之時間序列，再參考 Gouriéroux (2004)之 Jocabi 模型參數估計方法先以最小平方法初步求得。而因為兩者相關係數是從美元與人民幣及美元與歐元之匯率算出，故資料部份與上述匯率之說明相同，參數估計結果如表 5 所示：

表 5、相關係數模型參數估計結果

相關係數	$K_\rho$	$\theta_\rho$	$\sigma_\rho$
$\rho_{e^A e^C}$	0.0222	0.0366	0.6260
$\rho_{e^A e^E}$	0.0640	0.0046	0.3045

(四)股票：本研究股票模型部份，係採用 Heston(1993)模型來描述股票之價值動態過程，資料來源為台灣經濟新報資料庫(TEJ)，時間選取從 2016 年 1 月 1 日至 2016 年 12 月 31 日，共有 39,791 筆上下市之台股指數買權日資料。其中參數估計之流程，本文係使用校準法(Calibration methods)之理論，其需先給定起始值、上界及下界，再使用 Matlab 程式中非線性最小平方法之指令，最後再由最小化市場價格與模型價格之誤差，估計最佳參數。參數估計結果如表 6 所示：

表 6、股票 Heston 模型參數估計結果

參數	$v_t$	$\kappa_v$	$\theta_v$	$\sigma_v$	$\rho$
起始值	0.5	0.5	0.5	0.05	0.5
上界	1	100	1	0.5	0.9
下界	0	0	0	0	-0.9
估計結果	0.0675	99.6344	0.0089	0.3076	0.6280

(五)資產相關性：本研究各項資產之布朗運動，共有 13 個隨機過程，為  $(W_r^{(d1:d)} W_r^{(d2:d)} W_r^{(A1:d)} W_r^{(A2:d)} W_r^{(C1:d)} W_r^{(C2:d)} W_r^{(E1:d)} W_r^{(E2:d)} W_e^{(A:d)} W_e^{(C:d)} W_e^{(E:d)} W_t^{(S:d)} W_t^{(v:d)})^T$  其中各項資產之間相關係數之計算方法，係使用 Cholesky 分解來處理多項資產之相關性，而因本文隨機過程之數量不少，故採取簡化假設，除自身相關係數等於一之外，假設  $W_e^{(A:d)}$  與  $W_e^{(C:d)}$ 、 $W_e^{(A:d)}$  與  $W_e^{(E:d)}$  以及  $W_t^{(S:d)}$  與  $W_t^{(v:d)}$  之三個相關係數不為零，其餘皆為零，而此三者相關係數之計算結果分別為：

$$[\rho_{AC}, \rho_{AE}, \rho_{Sv}] = [-0.0863, -0.3687, 0.6280]$$

## 二、投資策略

本研究將資產配置於國內債券基金組合、國外債券基金組合、約當現金以及股票，其中國外部份包含美元、人民幣及歐元為計價之債券基金組合，共有六種投資標的，以上六種投資標的之資產權重分別為 $\omega_{B^d}$ 、 $\omega_{B^A}$ 、 $\omega_{B^C}$ 、 $\omega_{B^E}$ 、 $\omega_M$ 及 $\omega_S$ 。而因本文在匯率避險策略部份，有考慮自然避險，故在資產配置之處須說明無自然避險以及含自然避險下之配置比例，在參考財團法人保險事業發展中心之人身保險業資金運用表數據之後，擬定其配置比例，無自然避險之投資策略如表 7，而含自然避險之投資策略如表 8 所示：

表 7、投資策略(無自然避險)

資產權重	配置比例
$\omega_{B^d}$	18%
$\omega_{B^A}$	73%
$\omega_{B^C}$	0%
$\omega_{B^E}$	0%
$\omega_M$	4.5%
$\omega_S$	4.5%

表 8、投資策略(含自然避險)

資產權重	配置比例	配置算式
$\omega_{B^d}$	18%	
$\omega_{B^A}$	36.5%	$73\% * 50\%$
$\omega_{B^C}$	24.3333%	$73\% * 50\% * \frac{2}{3}$
$\omega_{B^E}$	12.1667%	$73\% * 50\% * \frac{1}{3}$

$\omega_M$	4.5%
$\omega_S$	4.5%

其中自然避險係為配合經濟資本之情境比較而如上表所配置。

### 三、負債模型

負債面係以利率變動型壽險商品之基礎假設進行討論，當中假設第  $k$  組模擬情境，第  $t$  年之年齡為  $i$  之男性投保人數為  $N_{i,k}^m(t)$ ，而女性投保人數為  $N_{i,k}^f(t)$ ；因此，在第  $t$  年之總投保人數可表示成：

$$N_k(t) = \sum_{i=1}^{80} [N_{i,k}^m(t) + N_{i,k}^f(t)]$$

其中， $t=0,1,2,\dots,20$

根據現行壽險公司銷售概況，男性投保比例為 33.74%，年齡期望值為 46.62、標準差為 16.87；而女性投保比例為 66.26%，投保年齡期望值為 49.89、標準差為 14.24；故於期初假設 100,000 位投保人，男性為 33,740 人，女性則為 66,260 人，並假設投保年齡為服從參數依男女而異之常態分配，投保年齡限制一到八十歲，剔除範圍外樣本後得總投保人數為  $N_k(0) = 94,818$  人，各投保年齡之人數分配  $N_{i,k}^m(0)$  及  $N_{i,k}^f(0)$  如圖 6 表示：

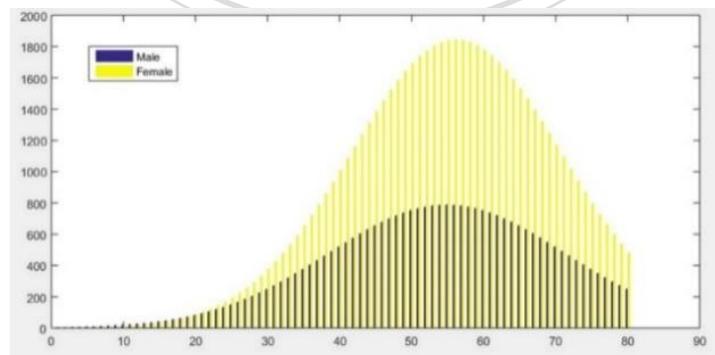


圖 6、男性、女性投保人數分配圖

#### 四、匯率避險策略

本研究於匯率避險策略部份，包含自然避險、無本金交割遠期外匯、外匯價格變動準備金以及一籃子貨幣避險，其中四種避險策略模型有含參數估計之處，僅於一籃子貨幣避險模型當中之 $\beta_{1t}$ 及 $\beta_{2t}$ 。而此兩個參數之模擬次數皆為 10,000 次， $t=1,2,\dots,40$ ，且該參數亦可代表一籃子貨幣避險之部位變動，以下分別為其模擬結果之走勢圖，如圖 7 及圖 8 所示：

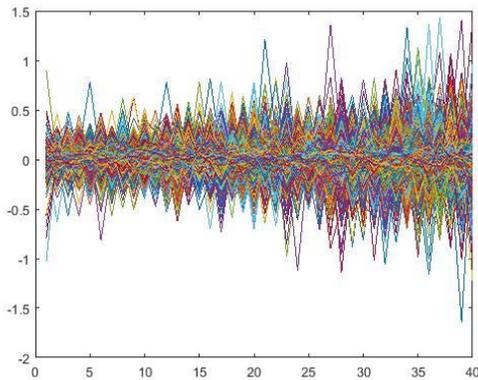


圖 7、 $\beta_{1t}$ 走勢圖

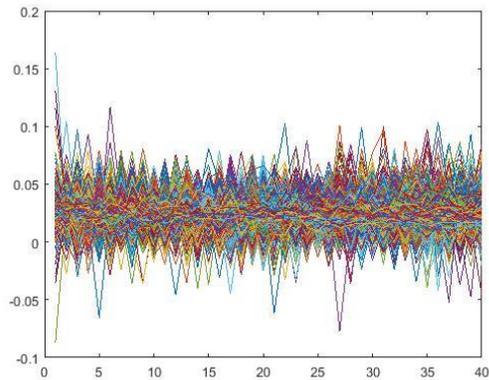


圖 8、 $\beta_{2t}$ 走勢圖

### 第二節 資產與負債模擬

本文假設評價之第  $t$  期與第  $t+1$  期時點之時間跨度為一年，並設定  $\Delta t=1/252$  以模擬各交易日之利率及資產價格，使  $t=0$  為評價起始點。

#### 一、資產模擬

本研究資產部份，包含國內債券基金組合、國外債券基金組合、約當現金與股票，其中國外部份包含美元、人民幣及歐元為計價之債券基金組合。債券係以 CIR 雙因子模型之參數估計建構未來短期利率，包括國內短期利率( $r_t^{d1}$ 與 $r_t^{d2}$ )及國外短期利率( $r_t^{A1}$ 與 $r_t^{A2}$ 、 $r_t^{C1}$ 與 $r_t^{C2}$ 以及 $r_t^{E1}$ 與 $r_t^{E2}$ )；再以匯率模型建構未來匯率，包括新

台幣兌美元( $e_t^A$ )、新台幣兌人民幣( $e_t^C$ )以及新台幣兌歐元( $e_t^E$ )，短期利率與匯率之模擬如下表示：

$$r_{t+\Delta t}^{d1} = |r_t^{d1} + \kappa_r^{d1}(\theta_r^{d1} - r_t^{d1})\Delta t + \sigma_r^{d1} \sqrt{r_t^{d1} \Delta t Z_r^{d1}}|$$

$$r_{t+\Delta t}^{d2} = |r_t^{d2} + \kappa_r^{d2}(\theta_r^{d2} - r_t^{d2})\Delta t + \sigma_r^{d2} \sqrt{r_t^{d2} \Delta t Z_r^{d2}}|$$

$$r_{t+\Delta t}^{A1} = |r_t^{A1} + \kappa_r^{A1}(\theta_r^{A1} - r_t^{A1})\Delta t + \sigma_r^{A1} \sqrt{r_t^{A1} \Delta t Z_r^{A1}}|$$

$$r_{t+\Delta t}^{A2} = |r_t^{A2} + \kappa_r^{A2}(\theta_r^{A2} - r_t^{A2})\Delta t + \sigma_r^{A2} \sqrt{r_t^{A2} \Delta t Z_r^{A2}}|$$

$$r_{t+\Delta t}^{C1} = |r_t^{C1} + \kappa_r^{C1}(\theta_r^{C1} - r_t^{C1})\Delta t + \sigma_r^{C1} \sqrt{r_t^{C1} \Delta t Z_r^{C1}}|$$

$$r_{t+\Delta t}^{C2} = |r_t^{C2} + \kappa_r^{C2}(\theta_r^{C2} - r_t^{C2})\Delta t + \sigma_r^{C2} \sqrt{r_t^{C2} \Delta t Z_r^{C2}}|$$

$$r_{t+\Delta t}^{E1} = |r_t^{E1} + \kappa_r^{E1}(\theta_r^{E1} - r_t^{E1})\Delta t + \sigma_r^{E1} \sqrt{r_t^{E1} \Delta t Z_r^{E1}}|$$

$$r_{t+\Delta t}^{E2} = |r_t^{E2} + \kappa_r^{E2}(\theta_r^{E2} - r_t^{E2})\Delta t + \sigma_r^{E2} \sqrt{r_t^{E2} \Delta t Z_r^{E2}}|$$

$$e_{t+\Delta t}^A = e_t^A + e_t^A [(r_t^d - r_t^A)\Delta t + \sigma_e^A \sqrt{\Delta t} Z_e^A]$$

$$e_{t+\Delta t}^C = e_t^C + e_t^C [(r_t^d - r_t^C)\Delta t + \sigma_e^C \sqrt{\Delta t} Z_e^C]$$

$$e_{t+\Delta t}^E = e_t^E + e_t^E [(r_t^d - r_t^E)\Delta t + \sigma_e^E \sqrt{\Delta t} Z_e^E]$$

依 CIR 模型之債券價格封閉解進行評價，其中包含國內債券基金組合價格( $B_{t,T}^d$ )及國外債券基金組合價格( $B_{t,T}^i$ )，而國外債券基金組合價格評價後再以當期匯率( $e_t^i$ )換算為台幣價格( $\hat{B}_{t,T}^i$ )，其中  $i \in \{A, C, E\}$ ，因此可得出以下模擬：

$$B_{t,T}^d = b_1^{d1}(t, T) b_1^{d2}(t, T) e^{-b_2^{d1}(t, T) * r_t^{d1} - b_2^{d2}(t, T) * r_t^{d2}}$$

$$B_{t,T}^A = b_1^{A1}(t, T) b_1^{A2}(t, T) e^{-b_2^{A1}(t, T) * r_t^{A1} - b_2^{A2}(t, T) * r_t^{A2}}$$

$$B_{t,T}^C = b_1^{C1}(t, T) b_1^{C2}(t, T) e^{-b_2^{C1}(t, T) * r_t^{C1} - b_2^{C2}(t, T) * r_t^{C2}}$$

$$B_{t,T}^E = b_1^{E1}(t,T)b_1^{E2}(t,T)e^{-b_2^{E1}(t,T)*r_t^{E1}-b_2^{E2}(t,T)*r_t^{E2}}$$

$$\hat{B}_{t,T}^A = B_{t,T}^A * e_t^A$$

$$\hat{B}_{t,T}^C = B_{t,T}^C * e_t^C$$

$$\hat{B}_{t,T}^E = B_{t,T}^E * e_t^E$$

此外，本文於國外投資之幣別包含美元、人民幣及歐元，故於各國間之匯率有考慮其相關係數之模擬，共有美元兌人民幣及美元兌歐元兩種匯率之相關係數，符號分別以 $\rho_{e^A e^C}$ 及 $\rho_{e^A e^E}$ 記之，而模擬如下所示：

$$\rho_{t+\Delta t}^{e^A e^C} = \rho_t^{e^A e^C} + k^{e^A e^C} (\theta^{e^A e^C} - \rho_t^{e^A e^C}) \Delta t + \sigma_{\rho}^{e^A e^C} \sqrt{(1 + \rho_t^{e^A e^C})(1 - \rho_t^{e^A e^C}) \Delta t} Z_{\rho^{e^A e^C}}$$

$$\rho_{t+\Delta t}^{e^A e^E} = \rho_t^{e^A e^E} + k^{e^A e^E} (\theta^{e^A e^E} - \rho_t^{e^A e^E}) \Delta t + \sigma_{\rho}^{e^A e^E} \sqrt{(1 + \rho_t^{e^A e^E})(1 - \rho_t^{e^A e^E}) \Delta t} Z_{\rho^{e^A e^E}}$$

其中若 $\rho_{t+\Delta t} > 1$ ，則修正為 0.99；若 $\rho_{t+\Delta t} < -1$ ，則修正為-0.99。

最後部份，則為約當現金( $M_t$ )，其以國內短期利率為基準成長；以及股票( $S_t$ )和股票變異數( $v_t$ )，以 Heston 模型進行模擬，而股票模型之漂移項，亦係以國內短期利率為基準成長，其中股票變異數( $v_t$ )亦有動態過程，故約當現金、股票及股票變異數之模擬過程如下所示：

$$M_{t+\Delta t} = M_t + r_t^d M_t \Delta t$$

$$S_{t+\Delta t} = S_t + S_t [r_t^d \Delta t + \sqrt{v_t \Delta t} Z_s]$$

$$v_{t+\Delta t} = |v_t + \kappa_v (\theta_v - v_t) \Delta t + \sigma_v \sqrt{v_t \Delta t} Z_v|$$

計算出各年期資產價值後，即可計算出壽險公司各年度之投資報酬率( $r_{A,t}$ )，而其模擬成長如下所示：

$$r_{A,t} = \omega_{B^d} \frac{dB_{t,T}^d}{B_{t,T}^d} + \omega_{\hat{B}^A} \frac{d\hat{B}_{t,T}^A}{\hat{B}_{t,T}^A} + \omega_{\hat{B}^C} \frac{d\hat{B}_{t,T}^C}{\hat{B}_{t,T}^C} + \omega_{\hat{B}^E} \frac{d\hat{B}_{t,T}^E}{\hat{B}_{t,T}^E} + \omega_M \frac{dM_t}{M_t} + \omega_S \frac{dS_t}{S_t}$$

經模擬次數 10,000 次後，各年度投資報酬率之走勢圖，如下頁圖 9 所示：

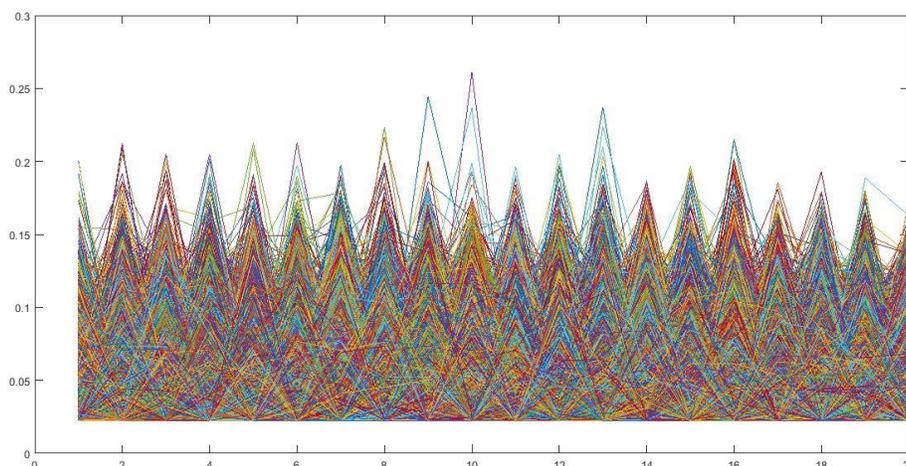


圖 9、未來二十年投資報酬率走勢圖

## 二、經濟資產負債模型

本文於收取保費後即為壽險公司之初始負債( $L_0$ )，而將期初收入之金額就立即投入資產部位進行投資( $A_0$ )，其中資產係以上述各年度之投資報酬率( $r_{A,t}$ )為基準進行成長；惟負債係以宣告利率( $r_{p,t}$ )為基準進行成長。

考慮第  $t$  年之年齡為  $i$  之男性死亡人數為  $d_{i,k}^{(m,d)}(t)$  與女性死亡人數為  $d_{i,k}^{(f,d)}(t)$ ，為便於計算，每年以常態近似模擬後再取高斯符號，其分別模擬如下：

$$d_{i,k}^{(m,d)}(t) \simeq \left[ \max(0.5 + N_{i,k}^m(t) * q_{i+t}^{(m,d)} + Z * \sqrt{N_{i,k}^m(t) * q_{i+t}^{(m,d)} * (1 - q_{i+t}^{(m,d)})}, 0) \right]$$

$$d_{i,k}^{(f,d)}(t) \simeq \left[ \max(0.5 + N_{i,k}^f(t) * q_{i+t}^{(f,d)} + Z * \sqrt{N_{i,k}^f(t) * q_{i+t}^{(f,d)} * (1 - q_{i+t}^{(f,d)})}, 0) \right]$$

其中， $Z$  為標準常態之隨機變數

考慮第  $t$  年之年齡為  $i$  之男性解約人數為  $d_{i,k}^{(m,w)}(t)$  與女性解約人數為  $d_{i,k}^{(f,w)}(t)$ ，假設  $N_{i,k}^m(t) = N_{i,k}^m(t) - d_{i,k}^{(m,d)}$ ， $N_{i,k}^f(t) = N_{i,k}^f(t) - d_{i,k}^{(f,d)}$ ，為便於計算，每年以常態近似模擬後再取高斯符號，其分別模擬如下：

$$d_{i,k}^{(m,w)}(t) \simeq \left[ \max(0.5 + N'_{i,k}(t) * q'_{i+t,k}(w) + Z * \sqrt{N'_{i,k}(t) * q'_{i+t,k}(w) * (1 - q'_{i+t,k}(w))}, 0) \right]$$

$$d_{i,k}^{(f,w)}(t) \simeq \left[ \max(0.5 + N'_{i,k}(t) * q'_{i+t,k}(w) + Z * \sqrt{N'_{i,k}(t) * q'_{i+t,k}(w) * (1 - q'_{i+t,k}(w))}, 0) \right]$$

其中，Z 為標準常態之隨機變數

故依此可得出以下經濟資產負債模型之模擬情境，如下表示：

$$A_{t+1} = A_t(1 + r_{A,t}) - B'_t$$

$$L_{t+1} = L_t(1 + r_{p,t}) - B_t$$

$$Q_{t+1} = A_{t+1} - L_{t+1}$$

$$\text{其中，} B'_t = DB'_t + SB'_t$$

$$B_t = DB_t + SB_t$$

### 三、經濟資本與風險基礎資本總額比較

本文對國內外短期利率、匯率、資產及負債模型進行 10,000 次模擬，觀察其模擬路徑下資產及負債的變動，之後分析此利變壽商品在未來十年期、十五年期及二十年期盈餘之經濟資本，即風險值(VaR)和條件尾端期望值(CTE)，其中盈餘係以各模擬路徑之國內短期利率，將期末時點折現至評價起始點，而風險忍受度為固定值( $\alpha = 5\%$ )，因模擬次數為 10,000 次，故是選取自最小值起算第 500 個值，作為其經濟資本之衡量。

而現行壽險公司之資產配置中，國外投資占大宗，故本研究特意著重在匯率避險策略部份，故以此作為不同情境，進行其經濟資本之間的比較。由於文中匯率避險策略共四種，分別是自然避險、無本金交割遠期外匯、外匯價格變動準備金以及一籃子貨幣避險，為觀察各個避險策略在利變壽商品之經濟資本，並與無匯率避險策略之結果做比較，於是進行五種情境分析，分別是：

情境一：無任何匯率避險策略

情境二：只含自然避險，其中資產配置之權重與表 8 相同

情境三：只含無本金交割遠期外匯，避險比例為 50%

情境四：只含外匯價格變動準備金，避險比例為 50%

情境五：只含一籃子貨幣避險，避險比例為 50%

其中，避險比例 =  $\frac{\text{被避險標的本金金額}}{\text{當月國外投資總額}}$

自然避險之避險比例亦為 50%，可對照本文表 8 說明

本研究之經濟資本結果，其中 $\alpha = 5\%$ ，如表 9 所示：

表 9、經濟資本結果比較

衡量指標	風險值(VaR)			條件尾端期望值(CTE)		
	十年期	十五年期	二十年期	十年期	十五年期	二十年期
情境一	-0.1333	0.1608	0.3940	0.1094	0.3999	0.6166
情境二	-1.3710	-1.3404	-1.2965	-1.2643	-1.2270	-1.1831
情境三	27.820	39.830	49.230	182.17	93.380	115.82
情境四	-0.2515	0.0407	0.2575	0.0058	0.3040	0.5271
情境五	35.170	45.780	59.010	564.77	792.70	923.20

單位：新台幣萬元

依上表情境二觀察，在所有時間點下的風險值(VaR)或條件尾端期望值(CTE)，經濟資本之結果皆為負值，代表壽險公司如果考慮自然避險為避險策略，其在二十年內無須提撥一定的金額以維持其清償能力；而情境三與情境五之數值皆為正值，且相較其它情境明顯存在不小差異，表示若考慮無本金交割遠期外匯或一籃子貨幣避險為避險策略，需有更多考量以改善兩者所可能造成壽險業未來之營運風險。

另外可發現到一共通之處，不論是以風險值(VaR)或是條件尾端期望值(CTE)作為經濟資本之衡量指標，在所有時間點下，經濟資本之大小由情境排序，為情境五>情境三>情境一>情境四>情境二。前述結果代表，有自然避險之情境下，其經濟資本之值最低，即壽險公司所需提撥之金額最小，表現也是最佳；爾後，則是外匯價格變動準備金之情境的表現次之；而經濟資本最高者，為有一籃子貨幣避險之情境，也代表若考慮一籃子貨幣避險之匯率避險策略，恐導致比無任何匯率避險策略之情境還要更不樂觀，其所面對的公司營運有更顯著地威脅。

而我國現行之資本監理方式—資本適足率(RBC)，係為保險公司反映其所承擔的風險下，所需之最低資本總額，RBC 之概念亦為壽險公司於營運時，應付未來一年內考慮資產風險、保險風險、利率風險及其它風險之下所需之最低風險基礎資本總額，其意涵與上述經濟資本相似，故本研究於兩者間進行比較，其中僅考慮基礎情境下經濟資本與資本適足率(RBC)之異同，亦即於國外投資部份僅包含美元債券之情況，而選用係數為參照保發中心於 2018 年 2 月公布用以計算 2017 年 RBC 之填報手冊中數據。

在計算 RBC 之前提中，假設資產風險不包含關係人資產風險，故僅考慮非關係人資產風險，並以本文投資策略之表 7 所示將各項資產數值填入報表；而保險風險係以總保費收入填進壽險保險項；利率風險則依利變型商品屬強制分紅特性再依本研究假設之預定利率進行填報；其它風險則以壽險保費收入填表。各項風險資本額及風險基礎資本總額，以及其與一年期經濟資本之比較，其中經濟資本包含風險值(VaR)和條件尾端期望值(CTE)，如表 10 所示：

表 10、RBC 之風險基礎資本總額

風險項目	風險資本額
非關係人資產風險 $C_1$	9,290
匯率之資產風險 $C_{1c}$	5,089
股票之資產風險 $C_{1s}$	2,920

非匯率、股票之資產風險 $C_{10}$	1,281
保險風險 $C_2$	38
利率風險 $C_3$	375
其它風險 $C_4$	125
<hr/>	
風險基礎資本總額	3,111
一年期經濟資本(VaR 95%)	-9,707
一年期經濟資本(CTE 95%)	-7,900

單位：新台幣元

由上表可見，RBC 制度下風險基礎資本總額為新台幣 3,111 元，而一年期經濟資本之值皆為負，與 RBC 之結果存在不小差異。其因保單年度僅經過一年，故壽險公司於第一年度之經濟資本方面，無須提撥金額以維持清償能力；惟於 RBC 制度下之風險基礎資本總額，壽險公司則須提撥新台幣 3,111 元以維持下一年之清償能力，故可看出 RBC 制度於衡量未來保險公司之破產風險較為嚴峻。

### 第三節 敏感度分析

本節將觀察投資策略、匯率波動度及匯率避險策略當中哪些因子會影響資產及負債變動，其中匯率避險策略包含自然避險、無本金交割遠期外匯、外匯價格變動準備金以及一籃子貨幣避險，並以不同情境對於經濟資本進行敏感度分析，故在此細分三項影響因素進行討論。

#### 一、投資策略

本研究欲探知投資策略對於壽險公司之影響，故於基礎情境中，亦即於國外投資部份僅包含美元債券之情境下，將在約當現金以及股票之投資配置比例不變的前提下，觀察國內債券及國外債券之投資配置比例的變化，對於壽險公司未來十年期、

十五年期及二十年期盈餘之經濟資本變動的概況進行分析。本文將於國內及國外債券之投資配置比例，以表 7 之所示為基準，分別上下調整 5% 及 10% 進行比較，而改變投資策略之敏感度分析如表 11 所示：

表 11、投資策略下經濟資本之敏感度分析

配置比例 $\omega_{BA}/\omega_{Bd}$	風險值(VaR)			條件尾端期望值(CTE)		
	十年期	十五年期	二十年期	十年期	十五年期	二十年期
83%/ 8%	-75.676	-69.874	-65.946	-69.655	-62.945	-59.125
78%/13%	-27.777	-23.912	-21.124	-24.188	-20.121	-17.695
73%/18%	-1.3333	1.6083	3.9397	1.0935	3.9990	6.1655
68%/23%	15.832	18.646	21.128	17.708	20.482	23.001
63%/28%	28.311	31.424	34.286	29.967	33.291	36.453

單位：新台幣千元

由上表可知，在固定約當現金及股票之投資配置比例的情況下，無論是風險值(VaR)或是條件尾端期望值(CTE)，當國外投資之比重越高，經濟資本隨之降低，即代表壽險公司在未來之營運風險能有所緩解；而當國外投資之比重越低，經濟資本隨之升高，表示壽險公司須提撥額外金額以維持清償能力。依前述結果，可觀察出壽險公司若增加在國外之投資占比，在未來二十年中甚至無須面對破產風險，且將會帶來可觀收益。

## 二、匯率波動度

本研究亦欲了解匯率波動度對於壽險公司之影響，因此也於基礎情境中，即僅考慮新台幣兌美元之匯率，以原匯率波動度為基準點，分別上下調整 50% 為其變動量，對於壽險公司未來十年期、十五年期及二十年期盈餘之經濟資本的變化進行討論，而改變匯率波動度之敏感度分析如表 12 所示：

表 12、匯率波動度下經濟資本之敏感度分析

匯率波動度 $\widehat{\sigma}_e$	風險值(VaR)			條件尾端期望值(CTE)		
	十年期	十五年期	二十年期	十年期	十五年期	二十年期
$150\% * \sigma_e$	5.9500	10.582	14.464	8.8590	13.414	17.247
$100\% * \sigma_e$	-1.3333	1.6083	3.9397	1.0935	3.9990	6.1655
$50\% * \sigma_e$	-7.8315	-6.4090	-5.6676	-5.9504	-4.5151	-3.7064

單位：新台幣千元

由上表可知，可發現當匯率波動度上升時，經濟資本將會大幅增加；而當匯率波動度下降時，經濟資本亦會大幅減少。前述結果代表若壽險公司遭遇較大之匯率波動，需提撥更多金額以維持清償能力，而亦觀察出匯率風險對於壽險公司可能導致其於未來收益將會產生不良影響，且影響力甚鉅。

### 三、匯率避險策略

現行壽險公司之資產配置，國外投資占絕大比例，故本文特意著重在匯率避險策略，除經濟資本於不同情境間之比較外，本研究亦於敏感度分析，討論所有匯率避險策略中，其避險比例之變動對於壽險公司經濟資本之影響，以下分別就自然避險、無本金交割遠期外匯、外匯價格變動準備金以及一籃子貨幣避險進行敏感度分析。

首先是自然避險，依據表 8 之配置比例，即以避險比例 50% 作為其基準點，分別上下調整 10% 作為其變動量，對於壽險公司未來十年期、十五年期及二十年期盈餘之經濟資本的變化進行分析，而改變自然避險之避險比例的敏感度分析如表 13 所示：

表 13、自然避險下經濟資本之敏感度分析

自然避險 避險比例	風險值(VaR)			條件尾端期望值(CTE)		
	十年期	十五年期	二十年期	十年期	十五年期	二十年期
60%	-1.4283	-1.4123	-1.3733	-1.3261	-1.3018	-1.2617
50%	-1.3710	-1.3404	-1.2965	-1.2643	-1.2270	-1.1831
40%	-1.2361	-1.1782	-1.1126	-1.1123	-1.0488	-0.9882

單位：新台幣萬元

由上表可觀察，無論是風險值(VaR)或是條件尾端期望值(CTE)作為壽險公司之經濟資本的衡量，在三種避險比例之數值皆為負值，表示無須提撥一定的金額以維持清償能力；而亦可看出當避險比例越高，經濟資本越低，反之避險比例越低則經濟資本上升，因此壽險公司可考慮增加自然避險之比重，其可為壽險業於未來收益帶來正面影響，並緩解營運風險。

再來，則是無本金交割遠期外匯，本研究亦於避險比例 50%作為其基準點，分別上下調整 10%之避險比例變動量，對於壽險公司未來十年期、十五年期及二十年期盈餘之風險值(VaR)及條件尾端期望值(CTE)的變化進行探討，而改變無本金交割遠期外匯之避險比例的敏感度分析如表 14 所示：

表 14、無本金交割遠期外匯下經濟資本之敏感度分析

NDF 避險比例	風險值(VaR)			條件尾端期望值(CTE)		
	十年期	十五年期	二十年期	十年期	十五年期	二十年期
60%	46.700	64.550	73.660	249.86	273.25	296.43
50%	27.820	39.830	49.230	182.17	93.380	115.82
40%	16.327	23.444	30.131	25.959	39.076	47.440

單位：新台幣萬元

由上表可知，無論是風險值(VaR)或是條件尾端期望值(CTE)作為壽險公司之經濟資本的衡量，可觀察出當無本金交割遠期外匯之避險比例越高，經濟資本越高；反之，當其避險比例越低，經濟資本則越低，且三種避險比例之結果代表壽險公司皆須提撥一定金額以維持其清償能力。而綜觀討論，可得出無本金交割遠期外匯於匯率避險策略中，提高避險比例即可為壽險公司之未來營運風險帶來更大威脅，且於十年期、十五年期甚至於二十年期之時間下皆有顯著效果。

爾後，則針對外匯價格變動準備金進行討論，本文也於避險比例 50%作為基準點，分別上下調整 10%之避險比例變動量，觀察其對於壽險公司未來十年期、十五年期以及二十年期盈餘之風險值(VaR)與條件尾端期望值(CTE)的變化並進行分析，改變外匯價格變動準備金之避險比例的敏感度分析如表 15 所示：

表 15、外匯價格變動準備金下經濟資本之敏感度分析

外匯價格準備金 避險比例	風險值(VaR)			條件尾端期望值(CTE)		
	十年期	十五年期	二十年期	十年期	十五年期	二十年期
60%	-0.2261	0.0674	0.2904	0.0376	0.3389	0.5634
50%	-0.2515	0.0407	0.2575	0.0058	0.3040	0.5271
40%	-0.2779	0.0104	0.2309	-0.0238	0.2716	0.4927

單位：新台幣萬元

由上表可觀察出，當外匯價格變動準備金之避險比例越高，經濟資本將隨之上升；而當外匯價格變動準備金之避險比例越低，經濟資本將隨之下降，其代表壽險公司在未來所面對之破產風險亦減少。而可依據上表及前述結果得知，外匯價格變動準備金於匯率避險策略中，提高避險比例會為壽險公司之未來清償能力帶來不良影響，與上述自然避險之匯率避險策略大相逕庭，但相較無本金交割遠期外匯之匯率避險策略則不顯著，即敏感度較低。

最後，則為一籃子貨幣避險之情境進行分析，似如上述，本研究於避險比例 50%作為其基準點，以 10%進行上下調整，對於壽險公司未來十年期、十五年期及

二十年期盈餘之經濟資本的變化加以探討，而改變一籃子貨幣避險之避險比例的敏感度分析如表 16 所示：

表 16、一籃子貨幣避險下經濟資本之敏感度分析

一籃子貨幣避險 避險比例	風險值(VaR)			條件尾端期望值(CTE)		
	十年期	十五年期	二十年期	十年期	十五年期	二十年期
60%	436.00	592.00	749.00	767.30	1167.9	1371.5
50%	35.170	45.780	59.010	564.77	792.70	923.20
40%	25.810	32.560	42.480	432.50	589.27	690.21

單位：新台幣萬元

由上表可知，當一籃子貨幣避險之避險比例越高，經濟資本之值越高；反之，當一籃子貨幣避險之避險比例越低，經濟資本則越低，代表壽險公司以維持清償能力所需之提撥金額亦降低。綜觀分析，一籃子貨幣避險於匯率避險策略中，結果與上述兩種匯率避險策略，包含無本金交割遠期外匯與外匯價格變動準備金，經比較後大同小異，其避險比例越高皆導致壽險公司在面對未來之破產風險將有所增長，且敏感度亦是最為顯著，因此須對其做出進一步之考量，以改善一籃子貨幣避險對公司的影響。

## 第五章 結論與未來建議

### 第一節 結論

本研究除以國內外短期利率、匯率、資產及負債模型，透過歷史數據模擬壽險公司未來資產及負債價值變動外，亦特意考慮四種匯率避險策略分作情境觀察其經濟資本之變化，其中係因現行壽險公司資產配置之絕大占比為位於國外投資部份，故不可不察匯率避險之重要性，另外亦引入風險基礎資本總額與經濟資本於基礎情境下之比較，以衡量壽險公司未來之清償能力，綜合上述可得以下結論：

- I. 考慮匯率避險策略分作五種情境之經濟資本下，可得出自然避險之經濟資本最低；其次則為外匯價格變動準備金之情境；爾後為基礎情境之順位為第三；接著是無本金交割遠期外匯之情境次之；最後係以一籃子貨幣避險情境下之經濟資本為最高。
- II. 假設不考量任何匯率避險策略之情況下，衡量壽險公司未來一年之清償能力，係以風險基礎資本總額之制度較為嚴格之標準，因經濟資本於壽險公司未來短年期之營運較無法觀察出其潛在破產風險。
- III. 若國外投資之資產配置比例上升，則經濟資本將會大幅下降，甚至可為壽險公司帶來不少獲益；惟匯率波動度上升之情況，經濟資本則急遽上升，恐導致壽險公司存在諸多營運風險，且其清償能力亦有不小疑慮。
- IV. 考量四種匯率避險策略，自然避險之避險比例越高，壽險業之清償能力可得到有效地改善；而無本金交割遠期外匯、外匯價格變動準備金以及一籃子貨幣避險之避險比例越高，壽險公司所面臨未來之破產風險將會劇增，故對其需納入更多謹慎的考慮。

## 第二節 未來建議

本文於考慮各資產間之動態過程相關性時，採取簡化假設，使國內外雙因子短期利率之相關係數為零，故於之後從事類似研究可找尋不同利率間相關模型，以更體現其周全性，以及包含利率和股票之間相關程度之文獻研究。另外本研究雖於匯率避險策略部份，已考量四種避險工具，惟坊間存在許多其它匯率避險工具，其中涵蓋換匯交易、貨幣交易、換匯換利交易以及有本金交割遠期外匯等等，因此之後可嘗試多考慮上述數種匯率避險策略，以更能了解匯率避險之重要性，且亦能比較各種匯率避險策略間之優劣及適用程度。



## 參考文獻

中文文獻：

張士傑、黃雅文、洪銳棋、曾曄筑，2017。公司之風險及清償能力評估：檢視利率變動型人壽保險，管理學報(接受刊登)。

陳振桐 & 梁正德，2010。一籃子避險策略之實證研究，風險管理學報，12(1)，p.133-154。

蔡政憲，2015。強化保險業國外投資之匯率風險管理與監理機制之研究。國立政治大學保險業永續發展研究中心。

賴本隊，2010。壽險業「外匯價格變動準備金」評析。壽險季刊，155期。

英文文獻：

Andersen, L. B., 2007. Efficient Simulation of the Heston Stochastic Volatility Model.

Brigo, D., Mercurio, F., 2007. Interest Rate Models: Theory and Practice, Springer, Berlin Heidelberg New York.

Carlo Zarattini, 2014. An Arbitrage Application of the Longstaff and Schwartz Model.

Cox, J., Ingersoll, J. and Ross, A., 1985. A Theory of the Term Structure of Interest Rates, *Econometrica*, vol.53, p.385-407.

C. van Emmerich, November 2007. A Square Root Process for Modelling Correlation, Dissertation, University of Wuppertal.

Freddy Delbaen, 2002. An Interest Rate Model with Upper and Lower Bounds.

Gouriéroux, C., Valéry, P., 2004. Estimation of a Jacobi Process.

Hao, J. C., 2011. The Pricing for Interest Sensitive Products of Life Insurance Firms, *Modern Economy*, No.2, p.194-202.

Heston, S. L., 1993. A Closed-Form Solution for Options with Stochastic Volatility with Applications to Bond and Currency Options, *The Review of Financial Studies*, vol.6(2), p.327-343.

I. J. Clark, 2010. *Foreign Exchange Option Pricing: A Practitioner's Guide*, J. Wiley & Sons.

Kladivko, K., 2007. *Maximum Likelihood Estimation of the Cox-Ingersoll-Ross Process: The Matlab Implementation*, *Technical Computing Prague*.

Longstaff, F.A. and E.S. Schwartz, 1993. *Interest Rate Volatility and Bond Prices*, *Financial Analysts Journal*, July-August, p.70-74.

Marliese Uhrig, 1996. *Examination of a Two-Factor Bond Option Valuation Model*.

