國立政治大學風險管理與保險學系研究所

碩士學位論文

SMITH-WILSON 模型利率曲線建構方式探討

Discussion on the Construction of Interest Rate Curve using Smith-Wilson Model

國立政治大學
National Chengchi University

指導教授：謝明華 博士

研究生：曾雅微 撰

中華民國一○七年七月

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

摘要

鑑於國際保險監理制度對於保險業者財務報表需反應現時之意識抬頭，迎來 IFRS 9 與 IFRS 17 之誕生。IFRS 規範以公允價值衡量之方式勢必對壽險業者帶來不小衝擊，然其係以原則為導向，故仍保有彈性能讓壽險業者從中發掘穩定負債波動之方式，而折現率之衡量即為值得探討方向之一。

本研究以 Smith-Wilson 模型—建立無風險利率期間結構模型之一—為核心，彙整國際保險監理制度於建立無風險利率期間結構之建議外，探究 Smith-Wilson 模型之優缺，並以參數敏感度分析檢視，當 Smith-Wilson 模型外生參數變動時，如何影響無風險利率期間結構，以作為壽險業者對長年期之未來現金流量以及合約服務邊際折現時之參考依據。

主要研究結果為最終遠期利率之變動對無風險利率期間結構之影響不若外生參數 α 明顯外，採用較大之最終遠期利率以及 α，有助長年期時將擁有較穩定之無風險利率期間結構。另外，若將終極利率之設定，改為與中國 C-ROSS 相同之最終即期利率，確實使無風險利率期間結構自收斂點起完全趨於穩定、波動度為零，使長年期之負債部位波動減少。對於台灣壽險業者而言，建構無風險利率曲線時可考慮以即期利率作為終極利率，或是參考中國 C-ROSS 採納之二次插值建構之，作為未來接軌 IFRS 17 時負債部位以公允價值呈現時能有較小的波動。

關鍵詞：Smith-Wilson, 無風險利率期間結構, 最終遠期利率, 最終即期利率,UFR, USR

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

目錄

第一章 緒論 4

第一節 研究背景與動機 4
第二節 研究目的 5

第二章 文獻回顧 6

第一節 IFRS 17—基本要素法 6
第二節 國際監理制度無風險利率期間結構之建立與相關文獻 10
第三節 SMITH-WILSON 模型 18

第三章 SMITH-WILSON 模型 21

第一節 以 SMITH-WILSON 模型建構無風險利率期間結構 21
第二節 SMITH-WILSON 模型意涵與參數介紹 26

第四章 數值分析 30

第一節 資料與情境假設 30
第二節 敏感度分析 36

第五章 建議與結論 48

第一節 結論 48
第二節 未來研究建議 50

參考文獻 51

國立政治大學 National Chengchi University

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

表格目錄

表 2-1 ICS 台幣、美元及澳幣之無風險利率曲線建構資訊.....12
表 2-2 SOLVENCY II 台幣、美元及澳幣之無風險利率曲線建構資訊.....13
表 2-3 C-ROSS 人民幣之無風險利率曲線建構資訊.....14
表 2-4 加拿大 LICAT 台幣、美元及澳幣之無風險利率曲線建構資訊.....15
表 2-5 國際無風險利率期間結構建構摘要.....15
表 3-1 CEIOPS(2010)與 EIOPA(2017) 最優化 ALPHA 比較.....29
表 4-1 各國幣別利率資料說明.....31
表 4-2 SMITH-WILSON 模型建構無風險利率期間結構之基礎情境.....35
表 4-3 敏感度分析情境假設與終極利率改變.....35

國立政治大學
National Chengchi University

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

圖形目錄

圖 2-1 由上而下（TOP-DOWN）與由下而上（BOTTOM-UP）折現率建構法 9
圖 2-2 三段式建構法 12
圖 3-1 現值函數中 WILSON 函數之變化情形 28
圖 4-1 台幣零息公債利率歷史資料(2005/01/03~2017/12/29).....31
圖 4-2 美元零息公債利率歷史資料(2005/01/03~2017/12/29) 32
圖 4-3 澳幣零息公債利率歷史資料(2005/01/03~2017/12/29) 33
圖 4-4 基礎情境 SW 模型建構之無風險利率期間結構與遠期利率曲線(台幣) ..36
圖 4-5 基礎情境 SW 模型建構之無風險利率期間結構與遠期利率曲線(美元)...37
圖 4-6 基礎情境 SW 模型建構之無風險利率期間結構與遠期利率曲線(澳幣)...37
圖 4-7 情況一下即期利率之波動度（台幣）.....39
圖 4-8 情況一即期利率之相對波動度（台幣）.....39
圖 4-9 情況一下即期利率之波動度（美元）.....40
圖 4-10 情況一下即期利率之相對波動度（美元）.....40
圖 4-11 情況一下即期利率之波動度（澳幣）.....41
圖 4-12 情況一下即期利率之相對波動度（澳幣）.....41
圖 4-13 三幣別於情境一上升情境下之即期利率波動.....42
圖 4-14 情境二下即期利率之波動度（台幣）.....43
圖 4-15 情境二下即期利率之相對波動度（台幣）.....43
圖 4-16 情境二下即期利率之波動度（美元）.....44
圖 4-17 情境二下即期利率之相對波動度（美元）.....44
圖 4-18 情境二下即期利率之波動度（澳幣）.....45
圖 4-19 情境二下即期利率之相對波動度（澳幣）.....45
圖 4-20 三幣別於情境二上升情境下之即期利率波動.....46
圖 4-21 三幣別於情境二下降情境下之即期利率波動.....46
圖 4-22 USR 下即期利率之波動度（台幣）.....47
圖 4-23 USR 下即期利率之波動度（美元）.....47
圖 4-24 USR 下即期利率之波動度（澳幣）.....48

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

第一章 緒論

第一節 研究背景與動機

隨著國際財務報告準則第 9 號《金融工具》（International Financial Reporting Standard 9；IFRS 9） 於西元 2018 年正式實施，以及 2017 年 5 月 18 日國際會計準則理事會（International Accounting Standards Board；IASB）發布之國際財務報告準則第 17 號《保險合約》（International Financial Reporting Standard 17；IFRS 17），未來保險業者於財務報表上將全面以公允價值呈現金融資產以及保險負債。為接軌國際，西元 2018 年 IFRS 9 已同步於台灣生效，未來同樣將於負債面採用 IFRS 17 衡量之。IFRS 實施之重要目的之一，即是透過公允價值的衡量反映企業體實際之財務以及保險本業經營狀況。就負債面而言， IFRS 17 規定之保險負債評價方式複雜外，採公允價值衡量亦顛覆以往以帳面價值之估算方法，對壽險業而言係一大挑戰。因此，即使 IFRS 17 尚未生效，該議題已受監管單位以及保險產業的重視，然由於 IFRS 17 側重原則性規範，故準則內僅對原則加以規定，未作出明確規範，也因此保險業者得以在容許範圍內選擇有利於己之經營方式，故有許多值得探究之議題。有鑒於壽險公司之本業係販售傳統保險商品，故相較於銀行業與產險業者而言，壽險公司之負債年期較長，因此對於人壽保險公司而言，折現率之些微變動即會對其負債部位產生嚴重之影響。

然於 IFRS 17 中對於折現率之採用方法，同樣採原則性說明而無強制規範。儘管如此，檢視大型之國際保險監理制度，包含全球保險資本標準（Insurance Capital Standards；ICS）以及歐盟國家清償能力制度第二代（Solvency II）均以 Smith-Wilson 模型作為建立無風險利率期間結構之建議與示範說明，故本研究認為有必要對 Smith-Wilson 模型、Smith-Wilson 模型建構之無風險利率期間結構近一步探究，以及其對壽險業者負債部位之可能影響。

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

第二節　研究目的

由於歐洲保險及職業年金管理局（European Insurance and Occupational Pensions Authority；EIOPA）與 ICS 對於採用 Smith-Wilson 模型建立無風險利率期間結構所採用之外生參數有不同之建議，且仍會隨時間而更新其外生參數。故本研究以 Smith-Wilson 模型外生參數之變化建立敏感度分析，檢視外生參數變動如何影響無風險利率期間結構之波動度，以及如何以無風險利率期間結構之建立使壽險業者負債部位波動減緩。

國立政治大學
National Chengchi University

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

第二章 文獻回顧

隨著 IFRS 9 之實施以及於 2017 年發布 IFRS 17 之最終版本，未來保險業者在保險負債之衡量上有較為明確的原則，就 IFRS 17 中主要之保險負債衡量模型—基本要素法而言，履約現金流量以及合約服務邊際，皆與折現率有關。再者，雖然 IFRS 17 係以係以準則係原則基準（Principle-Based），然 Solvency II 與 ICS 皆於其技術文件中以 Smith-Wilson 模型來建構無風險利率期間結構，再加計流動性貼水以作為折現率。Smith-Wilson 模型之選用，主要優勢在於其使用方便，能夠直接將市場利率適用於多種金融資產外，可同時用於內插與外插，且其要求收斂於最終遠期利率的特性，確實包含了對總體經濟之預期，較符合現實且體現 IFRS 17 之精神。

本章從 IFRS 17 談起，瞭解其實施之目的與主要之負債衡量模型—基本要素法，第二節則針對各國際監理制度—保險資本標準（ICS）、歐盟國家清償能力制度第二代（Solvency II）、中國風險導向的償付能力體系（C-ROSS），以及加拿大人壽保險資本適足性測試（LICAT）—在無風險利率期間結構之建立上，進行彙整，並探討近代較為著名之無風險利率期間結構模型。最後於第三節中，簡介 Smith-Wilson 模型及其優缺點，關於 Smith-Wilson 模型之詳細介紹於第三章呈現。

第一節 IFRS 17—基本要素法

2017 年 5 月 18 日國際會計準則理事會（International Accounting Standards Board；IASB）發布國際財務報告準則第 17 號《保險合約》（International Financial Reporting Standard 17；IFRS 17）以改善現行財務報表缺失。IFRS 17 核心目的為使保險人充分反映保險合約的真實財務狀況與績效表現，包含其對保戶之權利與義務。此外，採用同一套保險負債衡量模型來衡量各類型保險合約，能夠增加財務報表之可比性。總上，IFRS 17 針對保險合約的認列、衡量、揭露訂定規範，以增加保險人財務報表之透明度外，同時易於財報使用者的解讀。

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

保險負債衡量方法為 IFRS 17 受關注的重要議題之一，基本要素法（Building Block Approach；BBA）作為 IFRS 17 中衡量保險負債公允價值（Fair Value）之主要方法，相較於現時移轉價值模型（Current exit value model）中以保險合約負債移轉予第三人之價值來衡量保險合約負債之公允價值，BBA 採用現時清償模型（Current Fulfillment Model）概念，考量對於已發行之保險合約於未來保險事件發生時，保險人預計清償對保單持有之保障服務以及理賠給付之履約現金流量來估計保險合約負債之價值（高渭川與謝秋華，2016）。為反應「現時」之估計，保險人必須於每一財務報導日依據現時市場變數及經驗值更新保險合約負債衡量模型中的假設，如：折現率、死亡率、理賠率及費用率等。

BBA 衡量之負債公允價值由四個要素構成，分別為未來現金流量（Future cash flows）、貨幣時間價值（Time Value of money）、風險調整（Risk Adjustment; RA）與合約服務邊際（Contractual Service Margin; CSM）。以下參考中華民國精算學會於西元 2016 年發布之《保險合約負債允價值評價精算實務處理準則（105 年版草案）》以及高渭川與謝秋華 2016 年於會計月刊發佈之《保險會計變革－IFRS 4 Phase II 保險合約衡量模型之影響》，對四大要素做介紹：

一、未來現金流量（Future cash flows）

未來預計之現金流出包括保險給付與費用，再扣除保險人收取之保費收入即為淨現金流量，公式如下：

未來現金流量 ＝ 保險給付 ＋ 費用 – 保費收入

保險給付係指，保險合約中所約定之保險事件發生時保險人的給付義務，如身故/殘廢保險金、解約金、滿期金、生存年金、醫療保險金及紅利給付等。與履行保險合約組合具有高直接程度之費用，方可納入現金流量，於下方進一步說明。保費收入則指保險合約約定之扣除投資部分之收入。若費用經判斷與保險合約之銷售、承保、簽發活動無直接相關者，則不納入未來現金流量，應於發生時認列費用。費用主要可分為三：

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

(1) 可直接歸屬於履行保險合約組合之相關費用（directly attributable）。例：取得成本、理賠處理成本、維持成本、稅負。

(2) 依據保險合約之條款，可分開向保戶收取之成本（separately chargeable）。例：佣金、會計、人力資源、資訊部門之支援成本。

(3) 屬保險合約或保險合約活動不直接相關之費用，應於發生時認列費用。例：產品開發成本、訓練成本、企業形象廣告費用。

對於「可直接歸屬於履行保險合約組合之相關費用」之判斷方式，中華民國精算學會（2016）：「各公司可依保單受理、成立及後續服務流程為依據，同時檢視各費用項目與履行保險合約組合之直接程度進行判斷。」即不可單以部門類別作為判斷之依據，而係需依各公司部門職責劃分進一步判斷其相關人員與履行保險合約組合是否具直接相關。

二、貨幣時間價值（Time Value of money）

未來現金流量估計值所採用之折現率，除反映貨幣時間價值外，需反應負債之特性及保險合約之流動性。IFRS 17 可以自由選擇採用由上而下（Top-down）或由下而上（Bottom-up）兩種折現率建構方式：

(1) 由上而下（Top-down）：

保險人可選擇參照資產組合（a reference portfolio of assets）之市場報酬率，再針對該資產中與保險合約之差異進行調整，包括現金流量之金額、時間點以及不確定性。除此之外，亦應排除與負債無關之特性，例如信用風險之風險溢酬。

(2) 由下而上（Bottom-up）：

以市場上可觀察之金融工具作為無風險利率曲線，再加計流動性貼水以反應保險合約負債之特性。例如在衡量二十年保險商品之負債時，採用五年期公債利率為無風險利率，因為五年期公債流動性極佳，但二十年保險合約流動性不如五年期公債商品，因此折現率應調整流動性貼水以反應保險合約負債之特性。下圖簡介由上而下與由下而上之折現率建構方法。

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

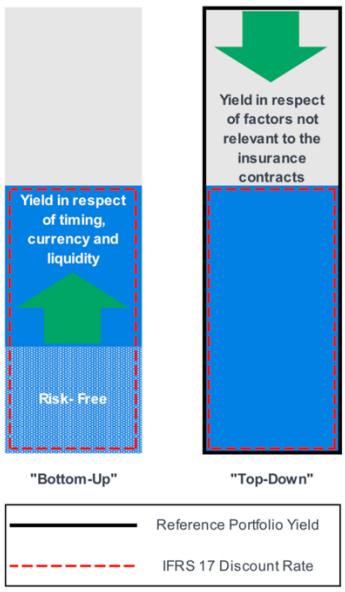


圖 2-1 由上而下（Top-down）與由下而上（Bottom-up）折現率建構法

（資料來源：Milliman(2018)）

實務上，因為市場資訊不充份，兩種方法估計之折現率可能存在差異，IFRS 17 亦指出保險人計算折現率時，不硬性要求兩方法估計結果相同。未來現金流量經過適當折現以反映貨幣之時間價值、財務風險後，稱為最佳估計負債（Best Estimate Liability; BEL），可以下數學式表達之：

$$\text{最佳估計負債}_t = \sum_{i \geq t}^{n} \text{淨現金流量}_i * v_i$$

三、風險調整（Risk Adjustment; RA）

保險人因履行保險合約所產生之現金流量在未來發生的時間點跟金額可能具有不確定性，相對於固定的未來現金流量現值，保險人因承擔非財務風險時所需獲得的補償。未來現金流量不確定性較高之保險合約，所要求之風險調整亦較高。IFRS 17 風險調整之衡量方法無特別規範，中華民國精算學會（2016）對長期健康險採用信賴水準法（Confidence Level Technique），而資本成本法（Cost of Capital Technique）則適用於非長期健康險。

信賴水準法係考量死亡風險、長壽風險及罹病率風險所計算之風險調整。不同之合約群組，公司得以依據其機率分配之特性而選擇不同之信賴水準。資本成

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

本法則依照現行 RBC 架構，考量 C2（保險風險資本）及 C4（其他風險資本）來衡量風險調整[1]。最佳估計負債經過對非財務風險之調整後又稱為履約現金流量（Fulfillment cash flow）。

四、合約服務邊際（Contractual Service Margin; CSM）

合約服務邊際屬未認列的利潤，故應於後續期間攤銷逐期認列為損益。CSM 於期初衡量時，由首日損益（Day one gain）決定 CSM 之值：

$$首日損益 = -\left(BEL_0 + RA_0\right)$$

(1) 首日損益>=0 時，因首日損益不認列，CSM 即為首日收益，並以未來各期之保險給付為基礎攤分於後續保險期間。代表該保險合約組合係為有利潤之合約，但此利潤因於履行保險合約組合義務之保障期間才逐期賺得，故首日利潤應認列為合約服務邊際，代表該保險合約組合尚未賺得之遞延利潤。

(2) 虧損性合約損失於原始認列時必須一次認列。

基本要素法中，對四大要素之衡量仍保有彈性，如第二個要素—貨幣時間價值—的折現率建構方法即是一例。有鑑於此，針對由下而上方法中無風險利率曲線之建構，國際間有不同看法，故本文於下一小節就各國際監理制度訂定之規範作出歸納與比較，以及介紹近代較為熟悉之無風險利率期間結構建立方法。最後一節簡介 Smith-Wilson 模型及其優缺點。

第二節　國際監理制度無風險利率期間結構之建立與相關文獻

從各國採用之清償能力制度與資本適足性測試規範中，可清楚了解各國保險業者之無風險利率曲線之建構方式各有不同，故本節參考國際監理制度官方文件及張蕙如（2017），對保險資本標準（ICS）、歐盟國家清償能力制度第二代（Solvency II）、中國風險導向的償付能力體系（C-ROSS，又稱償二代）、加

[1] C0 以及 C1 係資產風險，故無需在負債面考量之。C3（利率風險）不列入考量，係由於折現率為考量現時（current）之利率，故最佳估計負債已對利率風險作調整。

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

拿大之人壽保險資本適足性測試（LICAT）中無風險利率曲線之建構方法說明，最後簡介近代建立無風險利率期間結構之相關文獻。

一、國際監理制度無風險利率期間結構之建立

（一）保險資本標準（ICS）

2013 年國際保險監理官協會（International Association Insurance Supervisors；IAIS）宣布制定以風險為基礎之全球保險資本標準（Insurance Capital Standards；ICS），針對國際保險集團（Internationally Active Insurance Groups；IAIGs）及全球系統性重要保險公司（Globally Systemic Important Insurers；G-SIIs）訂定以風險為衡量基礎且具全球可比較性之資本適足性標準，並於 2016 年發佈全球保險資本標準 1.0 版公開諮詢文件（Risk-based Global Insurance Capital Standard Version 1.0 Public Consultation Document, 2016），其以三段式建構法（Three Segment Approach）建構無風險利率期間結構[2]，可以下圖 2-2 了解三段式建構法全貌：

(1) 第一區段：以政府公債（Government Bonds）或交換（Swaps）之利率作為市場利率資訊。若採用交換利率，則需經過信用風險（Credit Risk）之調整。可觀察之市場利率中，到期日最長之金融工具年期為最終流動性觀察點（Last Liquid Point；LLP）。

(2) 第二區段：由最終流動性觀察點開始外插至收斂點（convergent point），採用 Smith-Wilson 模型進行外插。

(3) 第三區段：從收斂點 60 年開始收斂至長期遠期利率（Long Term Forward Rate；LTFR）。依照 ICS(2016)，長期遠期利率代表經濟體系到達長期總經均衡時預期之名目利率，由長期預期之經濟成長與各幣別不同之通貨膨脹所組成。

[2] 全球保險資本標準 1.0 版公開諮詢文件之建構方式與參數，與 IAIS 於 2017 年發佈之實際測試技術規範（Public 2017 Field Testing Technical Specifications, 2017）相同。

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

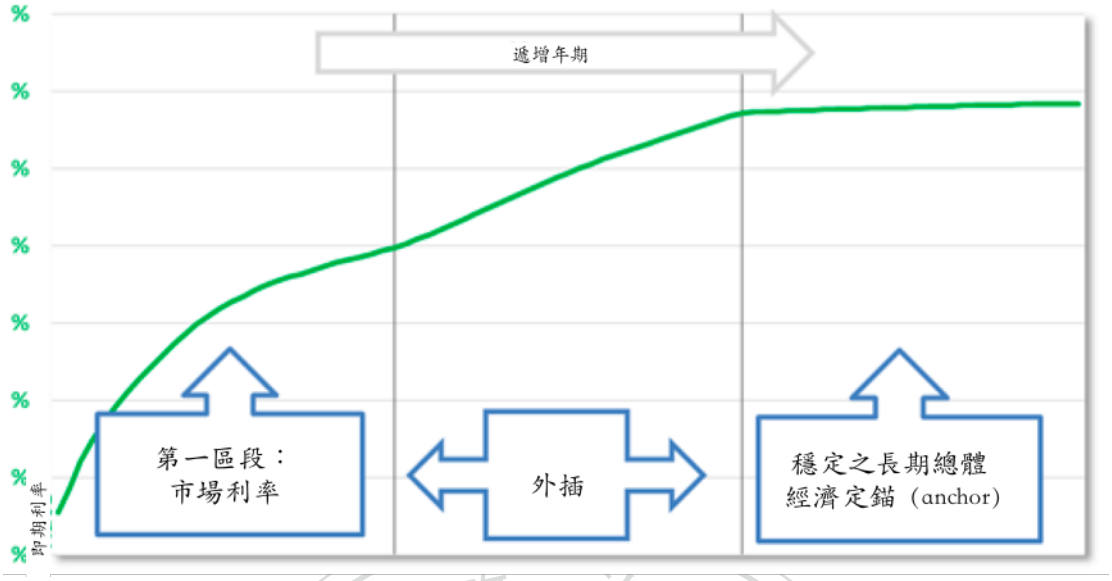


圖 2-2 三段式建構法

（資料來源：ICS(2016)與本研究修改）

透過三段式建構法將建構出一現值曲線，其隱含之遠期利率應收斂於 LTFR。本研究以台幣、美元以及澳幣作為代表，將 ICS 建議採用之無風險利率曲線建構資訊彙整如下表 2-1：

表 2-1 ICS 台幣、美元及澳幣之無風險利率曲線建構資訊

幣別	台幣	美元	澳幣
市場利率	政府公債	政府公債	政府公債
利率年期	1~10 年	1~10、20、30 年	1~10、20、30 年
最終流動性觀察點（LLP）	10	30	30
收斂點	60	60	60
長期遠期利率（LTFR）	6.8%	3.5%	4.0%

（資料來源：張蕙如（2017）及本研究自行彙整）

（二）歐盟國家清償能力制度第二代（Solvency II）

本文根據歐洲保險及職業年金管理局（European Insurance and Occupational Pensions Authority；EIOPA）於 2017 年發佈建構無風險利率曲線方法之技術文件（Technical documentation of the methodology to derive EIOPA’s risk-free interest rate term structures, 2017），其亦以三段式建構法將無風險利率期間結構分為三個區段：

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

(1) 第一區段：市場利率之資訊來源具有三種選擇，分別為政府公債、交換以及公司債（Corporate Bonds）之利率，需經過信用風險調整（Credit Risk Adjustment；CRA），或對特定幣別做貨幣風險（Currency Risk）之調整。

(2) 第二區段：在最終流動性觀察點與收斂點之間以 Smith-Wilson 模型外插。

(3) 第三區段：從收斂點 60 年開始收斂至最終遠期利率（Ultimate Forward Rate；UFR），最終遠期利率由長期平均實質利率加計預期通貨膨脹而得。

EIOPA(2017) 在 LLP 加 40 年以及 60 年兩者間取大者作為收斂點，故收斂點依各幣別之 LLP 不同而異。依 EIOPA 於 2017 年發布之《採用 2018 年適用之最終遠期利率（Risk-free interest rate term structures Calculation of the UFR for 2018）》，本研究彙整 Solvency II 建構無風險利率期間結構之資訊，包含市場利率之建議彭博代碼（Bloomberg Ticker）與其他資訊，詳見下表 2-2 以台幣、美元以及澳幣之整理：

表 2-2 Solvency II 台幣、美元及澳幣之無風險利率曲線建構資訊

幣別	台幣	美元	澳幣
市場利率（彭博代碼）	政府公債（BI0594Z BVLI Curncy）	政府公債（USSW CMPN Curncy）	政府公債（EUSA CMPL Curncy）
利率年期	1~10 年	1~12、15、20、25、30、40、50 年	1~10、12、15、20、25、30 年
最終流動性觀察點（LLP）	10	50	30
收斂點	60	90	70
最終遠期利率（UFR）	4.05%	4.05%	4.05%

（資料來源：張蕙如（2017）及本研究自行彙整）

（三）中國風險導向的償付能力體系（C-ROSS）

根據中國風險導向的償付能力體系（China Risk Oriented Solvency System：C-ROSS；又稱償二代）所發佈之《保險公司償付能力監管規則第 3 號：壽險合

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

同負債評估》第十九條規定，同樣以三段式方法建構中國之無風險利率期間結構：

(1) 第一區段：以國債收益率之 750 天移動平均作為市場利率，有別於 ICS 以及 Solvency II 直接以政府公債作為市場利率之資訊。

(2) 第二區段：在最終流動性觀察點以二次插值進行外插至收斂點 40 年，其最終流動性觀察點設定為 20 年。

(3) 第三區段：從收斂點 40 年開始收斂至終極利率（Ultimate Rate）4.5%。終極利率考量中國經濟長期自然增長率以及物價之長期變動，其代表即期利率，而非如 ICS 以及 Solvency II 於第三區段收斂至最終遠期利率的方法。

鑑於資料缺失，本研究無在 C-ROSS 架構下對台幣、美元及澳幣建構無風險利率曲線所需之資訊進行彙整，僅彙整人民幣之建構資訊於下表 2-3。

表 2-3 C-ROSS 人民幣之無風險利率曲線建構資訊

幣別	人民幣
市場利率	政府公債 (750 天移動平均)
最終流動性觀察點（LLP）	20
收斂點	40
終極即期利率（UIR）	4.5%

（資料來源：本研究自行彙整）

（四）加拿大人壽保險資本適足性測試（LICAT）

加拿大聯邦金融監管局(Office of the Superintendent of Financial Institutions；OSFI)已於 2018 年 1 月 1 日起，全面適用《人壽保險資本適足性測試（Life Insurance Capital Adequacy Test；LICAT）》，作為 OSFI 衡量保險人財務狀況的指標之一，其同樣採取三段式建構法：

(1) 第一區段：建議之市場利率資訊來源包括政府公債、主權債券（sovereign bonds），最終流動性觀察點為 20 年。

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

(2) 第二區段：在最終流動性觀察點（Last Liquid Point；LLP）與收斂點之間做線性外插。

(3) 第三區段：從收斂點 70 年開始收斂至最終即期利率（Ultimate Interest Rate；UIR，或 Ultimate Spot Rate；USR）。其中加拿大、美國與英國之最終即期利率設為 4.5%，歐盟（不含英國）為 2.8%，以及日本為 1%。上述未提及國家之 USR 預設與美國相同。

下表 2-4 以台幣、美元以及澳幣，彙整在加拿大 LICAT 下建構無風險利率期間結構之資訊：

表 2-4 加拿大 LICAT 台幣、美元及澳幣之無風險利率曲線建構資訊

幣別	台幣	美元	澳幣
市場利率	政府公債	政府公債	政府公債
最終流動性觀察點（LLP）	20	20	20
收斂點	70	70	70
最終即期利率（USR）	6.8%	3.5%	4.0%

（資料來源：本研究自行彙整）

由上可知，國際間對於無風險利率期間結構皆採用三段式建構方法，但針對最終流動性觀察點 LLP、收斂點，甚至是終極利率（Ultimate Rate）則有不同之看法，故本文整理四者建構方式之差異如下表：

表 2-5 國際無風險利率期間結構建構摘要

國際監理制度	ICS	Solvency II	C-ROSS	LICAT
市場利率	政府公債/交換	政府公債/交換	政府公債	政府公債
第一區段利率	當點利率	當點利率	750 天移動平均	當點利率
外插方法	Smith-Wilson	Smith-Wilson	二次插值	線性外插
最終流動性觀察點（LLP）	依幣別	依幣別	20	20
收斂點	60	max(40+LLP,60)	40	70
終極利率	依幣別	依幣別	4.5%	依幣別

（資料來源：本研究自行彙整）

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

二、無風險利率期間結構相關文獻

歐洲保險及勞工退休基金監理官委員會 (The Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors；CEIOPS) 於 2010 年 8 月對 Solvency II 進行之第 5 次量化衝擊研究（the fifth Quantitative Impact Study；QIS5）設立相關規範，其中針對無風險利率期間結構之規定中（QIS 5 Risk-free interest rates－Extrapolation method, 2010）以 Smith-Wilson 模型進行外插，並要求以線性外插做交叉驗證（cross-checking），以增強 Smith-Wilson 模型外插結果之穩健性。而 ICS（2017） 中明確指出不硬性要求以 Smith-Wilson 模型進行外插，可考慮使用其他模型如 Nelson- Siegel 模型或 Svensson 模型。故本節將先介紹利率期限結構主要之估算模型，並簡介實證模型中較為著名之文獻。

（一）利率期限結構模型

利率期限結構之估計，主要可以兩種模型估算之：均衡模型（Equilibrium Model）以及實証模型（Empirical Models）。均衡模型係在假設經濟變數服從隨機過程下，以無套利原則推導之利率期間結構，以此建構利率期限結構之模型主要有 Vasicek (1977)、Dothan (1978)、Brennan and Schwartz (1979, 1982)、Cox, Ingersoll, and Ross (1985a, 1985b)、Longstaff(1989)、Constantinides(1992)、Longstaff and Schwartz(1992) 等。實證模型則係以實際可觀察之市場利率，如政府附息公債曲線為基準，透過曲線配適技巧估計出完整之利率期限結構，主要研究學者包含 McCulloch (1971)、Carleton and Cooper (1976)、Schaefer (1981)、Vasicek and Fong (1982)、Chambers, Carleton and Waldman (1984)、Nelson and Siegel (1987)、Steeley (1991)、Lin (2002) 等。

相較於實証模型依市場利率資料為基底之建構方法，以均衡模型推估之利率期間結構理論值，經常與實際觀察之市場利率資料不一致。然周建新、于鴻福與胡德榮（2008） 指出因實證模型之估計方式著重於曲線的彈性（flexibility）以及平滑度（smoothness），且兩者之間具有互抵（trade-off）之關係。CEIOPS(2010)

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

亦說明以 Smith-Wilson 模型建構之無風險利率期間結構，同樣面臨曲線配適度與平滑度之取捨問題。

（二）實證模型

利用曲線配適技巧建構利率期限結構時，不同的實證模型間主要差異在於（1）是否採用分段配適；（2）配適之函數形式（多項式或指數形式）；（3）配適標的為折現函數、即期利率或遠期利率；（4）利率期限結構連續與否； (5) 參數估計方法（線性迴歸、非線性迴歸、最大概似法，或其他計量方法），以下將從上述五點簡介較為著名之實證模型。

Vasicek and Fong (1982) 以指數函數配適利率期限結構，分段建構折現函數，並以廣義最小平方法（Generalized Least Squares；GLS） 求解迴歸式中的參數。估計出一連續且平滑的隱含遠期利率曲線。然 Shea (1985) 之實證結果指出在 Vasicek & Fong(1982) 模型下之兩大缺失，一為遠期利率曲線有短期劇烈波動，二為必須格外注意市場資料之正確性，因其參數估計方法—最小平方法—對資料敏感性極大。而 Chambers, Carleton, and Waldman (1984) 則採不分段方法，以指數多項式配適折現函數，再以最大概似估計法（Maximum Likelihood Method） 估算回歸式參數，實證結果獲得配適能力佳，但利率期限結構到期日較短部分之部分，將存在誤差較大狀況。

Nelson and Sigel (1987)（以下稱 NS 模型）亦不採分段配適的方法，而由二階微分方程推導利率期限結構與實證模型，並以最小平方法估計模型中的參數。此模型可反映市場殖利率曲線內含的水平移動（level）、斜率變化（slope）及曲度變化（curvature）。其優勢為（1）不分段特性下，以較少之參數即可求得連續且平滑的即期與遠期利率曲線；（2） 估計出之殖利率期間結構能反應單調性（monotonic）、駝峰（humped）以及 S 形（S shaped），較能呈現實際市場變化；以及（3）Diebold and Li(2006) 指出 NS 模型之參數具有經濟意涵，分別代表長期、短期與中期利率因子，可用於分析總體經濟或投資決策上。

Svensson(1994) 擴充 NS 模型，以六參數型態多考慮一駝峰，增加遠期利率曲線

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

之彈性。Subramanian(2001) 實證結果發現 NS 模型與 Svensson(1994) 在低流動性較低的債券市場仍有良好的估計表現。

第三節 Smith-Wilson 模型

Smith-Wilson 模型係從可觀察之市場利率建構出利率期間結構，意即其係以實證模型之概念，不分段的以非線性條樣函數（nonlinear spline）配適現值函數（pricing function），再將其轉換成即期利率曲線，以獲得無風險利率期間結構。鑑於其目前為 ICS 與 Solvency II 建構無風險利率期限結構之建議方法，以下將初步簡介 Smith-Wilson 模型，並針對其優點做詳細說明。有關 Smith-Wilson 模型之求解方式與概念，將於第三章詳述之。

（一）模型介紹

CEIOPS 自 2010 年始發佈 Smith-Wilson 模型（以下簡稱 SW 模型）之文件，於 2017 年發佈之無風險利率期間結構建之建立同樣採取 SW 模型進行外插與內插，然兩文件採用之數學表示法（notation）存在差異，故本段試以 EIOPA(2017) 之數學表示符號，重新改寫 CEIOPS(2010) 下之 SW 模型。首先介紹以零息債做為可觀察之市場利率的簡化模型，再將其拓展至多付息日金融工具之完整模型，可用之金融工具包括零息債券、一般債券及交換等。

假設於具備深度、流動性以及透明度（Depth, Liquidity and Transparency; DLT）之金融市場中，有 N 個到期日不同之金融工具，共計擁有M個付息日分別為 $u_1, u_2, u_3, \dots, u_M$，其中 N 即稱為最終流動性觀察點（LLP）。

(1) 以零息債券作為可觀察之市場利率

若選擇之金融工具為零息債券，此時各零息債券之到期日即為其付息日 $u_1, u_2, u_3, \dots, u_N$。在三段式建構法中，透過市場利率建構完成第一區段，並決定第三區段之最終遠期利率後，透過市場利率求解估計參數b_i及現值函數P(v) 後，即可以 SW 模型對缺乏市場資訊之到期期間（time to maturity）做插值估計，再

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

透過公式轉換為即期利率，以建構完整之無風險利率期間結構。以零息債券為市場利率之 SW 模型現值函數（pricing function）如下：

$$P(\mathrm{v}) = e^{-\omega \cdot v} + \sum_{j=1}^{N} b_j \cdot W(v, u_j) \qquad (1)$$

其中，$W(\mathrm{v}, u_j)$ 為 Wilson 函數，其為一對稱函數：

$$W(\mathrm{v}, u_j) = e^{-\omega \cdot (v+u_j)}\left\{\alpha \cdot \min(v, u_j) - e^{-\alpha \max(v, u_j)} \cdot \sinh(\alpha \cdot \min(v, u_j))\right\} \qquad (2)$$

N 代表可觀察市場價格之零息債券數量；

m_j 為零息債券的市場價格，其中$j = 1, 2, \ldots, N$；

u_j 指已知市價零息債券之到期日，其中$j = 1, 2, \ldots, N$；

v 代表該現值函數之到期期間；

ω 係最終遠期利率之密度（Ultimate Forward Intensity），又可寫成$\omega = \ln(1 + UFR)$，其用意在於將年複利率改以連續型態表示。

α 係用來衡量模型收斂至 UFR 速度之參數；

b_j 指用來配適殖利率曲線之參數，其中$j = 1, 2, \ldots, N$。

(2) 以多筆付息之金融工具（Multiple Cash Flows）作為可觀察之市場利率

若將適用之金融工具從零息債券擴大至有多筆付息之債券、交換上。在三段式建構法中，透過市場利率建構完成第一區段，並決定第三區段之最終遠期利率後，透過市場利率求解估計參數b_i及現值函數 P(v) 後，即可以 SW 模型對缺乏市場資訊之到期期間做插值估計，再透過公式轉換為即期利率，以建構完整之無風險利率期間結構。以多筆付息金融工具為市場利率之 SW 模型現值函數如下：

$$P(\mathrm{v}) = e^{-\omega \cdot v} + \sum_{j=1}^{N} b_j \cdot \left[\sum_{i=1}^{M} c_{i,j} \cdot W(v, u_i)\right] \qquad (3)$$

其中，$W(\mathrm{v}, u_i)$ 為 Wilson 函數，其為一對稱函數：

$$W(\mathrm{v}, u_i) = e^{-\omega \cdot (v+u_i)}\left\{\alpha \cdot \min(v, u_i) - e^{-\alpha \max(v, u_i)} \cdot \sinh(\alpha \cdot \min(v, u_i))\right\} \qquad (4)$$

N 代表可觀察市場利率之金融工具數量；

m_j 為零息債券的市場價格，其中$j = 1, 2, \ldots, N$；

u_i 指已可觀察金融工具之付息日，其中$i = 1, 2, \ldots, M$；

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

v 代表該現值函數之到期期間；

ω 係最終遠期利率之密度(Ultimate Forward Intensity)，又可寫成$\omega = \ln(1 + UFR)$，其用意在於將年複利率改以連續型態表示；

α 係用來衡量模型收斂至 UFR 速度之參數；

b_j 指用來配適殖利率曲線之參數，其中$j = 1, 2, \ldots, N$；

$c_{i,j}$ 為第 j 個金融資產於第 i 個付息日時之現金流。

（二）優點與缺點

與其他模型相比，SW 模型之主要優點在於，在 SW 估計之期限結構中，對流動性市場資料（Market Data）完美配適。前文中曾提及，曲線配適度（goodness of fit）與期間結構之平滑性（smoothness）之間存在抵換關係，故 SW 模型在完全考量市場數據真實性下，勢必會犧牲利率曲線之平滑度；第二為與最小化等方法相比，SW 模型以求解線性方程組之方式係一大優點，不會有最小平方法中可能存在多個局部最小值之狀況；第三，SW 模型可直接適用金融市場上給定之原始資料，不需再以拔靴法或其他方式將市場上之票面交換利率轉換成零息債券殖利率。舉例而言，若要使用線性方法進行外插，則必須將輸入的市場資料(Market Data) 從票面交換利率轉換成零息債券殖利率；再者，SW 模型可用於整條利率期間結構之內插（Interpolation）與外插（Extrapolation），較為一致。部分模型會將內插和外插以不同方式分開估計，可能導致同一曲線的內插和外插部分之間產生不一致；最後，在 SW 模型中，遠期利率曲線（forward rate curve）將逐漸收斂至最終遠期利率（UFR），而其收斂速度有多快將取決於期限結構之可觀察的流動性市場利率以及外生參數α。對於較高的α，遠期利率將更快地收斂至 UFR，即受流動性可觀察市場利率之影響相較小。

SW 模型亦有其缺點，第一點為參數α係一外生參數，應隨著幣別與時間之不同而有差異，且其大小需要專業人員判定。然而，Solvency II 中對所有貨幣採取統一之方法，即不分幣別統一給定一基礎之α，再透過容忍度（tolerance）之設定找到各幣別之最佳α。CEIOPS(2010) 將基礎α定為 0.1，EIOPA(2017) 則

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

採用 0.05；此外，折現函數 P(v)不一定嚴格遞減。若觀察之市場利率中，兩相鄰期間之利率差異較小時，會產生曲線彎曲的現象。舉例而言，當 P(0)=1、P(1)=0.95001、P(2)=0.95000，以及 P(0)=0.9，此時若 α 值夠大，會使 P(1)和 P(2)之間的曲線彎曲（即 P(t) < P(2)= 0.95，對於某些 1 <t < 2），這是由於 P(0)和 P(1)之間強制要求平穩延續所造成。其他外插方法亦可能產生此問題；另外，P(t) 可能為負值。

第三章 Smith-Wilson 模型

在第二章瞭解 Smith-Wilson 模型之基本概念與其優缺點後，本章將於第一節詳細說明 Smith-Wilson 模型係如何一步步建構出完整之無風險利率期間結構，並於第二小節說明 Smith-Wilson 模型之外生參數對建構之無風險利率期間結構的影響。

第一節 以 Smith-Wilson 模型建構無風險利率期間結構

本節詳述如何以可觀察之市場利率資訊以求得估計參數 b 的解析解（analytical solution）及 SW 模型現值函數，以及如何透過現值函數轉換為無風險利率期間結構。同樣地，會個別針對零息債券與多筆付息之金融工具做說明。

假設於具備深度、流動性以及透明度之金融市場中，有 N 個到期日不同之金融工具，共計擁有M個付息日分別為$u_1, u_2, u_3, \dots, u_M$，其中 N 即稱為最終流動性觀察點(LLP)。

一、以零息債券作為可觀察之市場利率

若選擇之金融工具為零息債券，此時各零息債券之到期日即為付息日$u_1, u_2, u_3, \dots, u_N$。透過此 N 無風險利率零息債券殖利率之轉換，即可獲得此 N 個金融工具之價格，轉換方式依觀察之市場利率複利方式不同，又可以等式(5)或等式(6)表達：

$$m_j = P(u_j) = \exp(-u_j \cdot r_{cc}) \text{ 若採連續複利方法；} \qquad (5)$$

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

$$m_j = P(u_j) = (1 + r_{ac})^{-u_j} \text{若為年複利。} \quad (6)$$

其中 m_i 為到期日 u_i 之零息債券價格，r_{cc} 為採用連續複利（continuous compounding，以 cc 簡稱）之零息債券殖利率，r_{ac} 為年複利（annual compounding，以 ac 簡稱）之零息債券殖利率。透過以上方式，建構完成三段式建構法之第一區段，接下來將以 SW 模型對缺乏市場資訊之到期期間（time to maturity）做插值估計，回顧此時 SW 模型之現值函數即為等式(1)：

$$P(\mathrm{v}) = e^{-\omega \cdot v} + \sum_{j=1}^{N} b_j \cdot W(v, u_j) \quad (1)$$

等式(1)中，N 係市場上之零息債券數量；m_j 為零息債券的市場價格，u_j 指已知市價零息債券之到期日，其中 $j = 1, 2, \ldots, N$；v 代表該現值函數之到期期間；ω 係最終遠期利率之密度(Ultimate Forward Intensity)，又可寫成 $\omega = \ln(1 + UFR)$。α 係衡量模型收斂至 UFR 速度之參數；b_j 指用來配適殖利率曲線之參數，其中 $j = 1, 2, \ldots, N$；$W(\mathrm{v}, u_j)$ 為 Wilson 函數：

$$W(\mathrm{v}, u_j) = e^{-\omega \cdot (v + u_j)} \left\{ \alpha \cdot \min(v, u_j) - e^{-\alpha \max(v, u_j)} \cdot \sinh\left(\alpha \cdot \min(v, u_j)\right) \right\} \quad (2)$$

SW 模型係先求解現值現值函數 P(v) 後，再透過等式(10)或等式(11)代換成即期利率，以建構完整之無風險利率期間結構。等式(1)中除 $b_1, b_2, \ldots, b_N$ 為未知數外，其他外生參數皆已知，故將現值函數中v 帶入 $u_1, u_2, u_3, \ldots, u_N$ 共 N 個市場利率，即得到 N 個線性方程式，此聯立方程組如等式(7)：

$$\begin{cases} m_1 = P(u_1) = e^{-\omega \cdot u_1} + \sum_{j=1}^{N} b_j \cdot W(u_1, u_j) \\ m_2 = P(u_2) = e^{-\omega \cdot u_2} + \sum_{j=1}^{N} b_j \cdot W(u_2, u_j) \\ \vdots \\ m_N = P(u_N) = e^{-\omega \cdot u_N} + \sum_{j=1}^{N} b_j \cdot W(u_N, u_j) \end{cases} \quad (7)$$

求解該聯立方程組(7) 找出估計參數 $b_1, b_2, \ldots, b_N$ 之唯一解。以向量形式改寫等式(7)，得

$$\mathbf{m} = \boldsymbol{P} = \boldsymbol{d} + \boldsymbol{W}\boldsymbol{b} \quad (8)$$

其中 $\mathbf{m} = (m_1, m_2, \ldots, m_N)^T$；

$\mathbf{P} = (P(u_1), \mathrm{P}(u_2), \ldots, P(u_N))^T$；

$\boldsymbol{d} = (e^{-\omega \cdot u_1}, e^{-\omega \cdot u_2}, \ldots, e^{-\omega \cdot u_N})^T$；

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

$\mathbf{b} = (b_1, b_2, \dots, b_N)^T$；

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_{1,1} & w_{1,2} & \cdots & w_{1,N} \\ w_{2,1} & w_{2,2} & \cdots & w_{2,N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ w_{N,1} & w_{N,2} & \cdots & w_{N,N} \end{bmatrix}$$，$w_{i,j} = W(u_i, u_j)$，W 是一 N-by-N 對稱矩陣。

透過向量間的基本運算求得線性方程式唯一解，即 SW 模型現值函數之參數

$$\boldsymbol{b} = \boldsymbol{W}^{-1}(\mathbf{m} - \boldsymbol{d}) \tag{9}$$

將$b_1, b_2, \dots, b_N$帶回等式(1) 建構完成現值函數，再將任一到期日u_j帶入現值函數中，即能找出其相應之零息債券價格。零息債券價格可再轉換為年化即期利率（Spot Rate for Annual Compounding；z_{ac}）以獲得完整之無風險利率期間結構，轉化方式如等式(10)：

$$z_{ac}(v) = \left(\frac{1}{P(v)}\right)^{\frac{1}{v}} - 1 \tag{10}$$

同樣地，現值函數亦可轉化為連續即期利率（Spot Rate for Continuous Compounding；z_{cc}），抑或是年化遠期利率（Forward Rate for Annual Compounding；f_{ac}）與連續遠期利率（Forward Rate for Continuous Compounding；f_{cc}），如等式(11)、等式(12)以及等式(13)：

$$z_{cc}(v) = \frac{1}{v} \cdot ln\left(\frac{1}{P(v)}\right) \tag{11}$$

$$f_{ac}(v) = \frac{P(v-1)}{P(v)} - 1 \tag{12}$$

$$f_{cc}(v) = \ln\left(\frac{P(v-1)}{P(v)}\right) \tag{13}$$

二、以多筆付息之金融工具作為可觀察之市場利率

假設共計 N 個可觀察金融工具之市場價格m_j已知，然其零息債券價格$P(u_j)$未知，共有M個付息日$u_1, u_2, u_3, \dots, u_M$。第 j 個金融工具在付息日$u_i$之現金流量為$c_{i,j}$，其中$i = 1, 2, \dots, M$且$j = 1, 2, \dots, N$。故可寫成一 M-by-N 矩陣 **C**：

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} c_{1,1} & C_{1,2} & \cdots & C_{1,N} \\ c_{2,1} & C_{2,2} & \cdots & C_{2,N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{M,1} & C_{M,2} & \cdots & C_{N,N} \end{bmatrix} \tag{14}$$

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

回顧等式(3)，即為 Smith-Wilson 現值函數$P(\mathrm{v})$：

$$P(\mathrm{v}) = e^{-\omega\cdot v} + \sum_{j=1}^{N} b_j \cdot \left[\sum_{i=1}^{M} c_{i,j} \cdot W(v, u_i)\right] \qquad (3)$$

其中，

$$W(\mathrm{v}, u_i) = e^{-\omega\cdot(v+u_i)}\left\{\alpha \cdot \min(v, u_i) - e^{-\alpha\max(v,u_i)} \cdot \sinh(\alpha \cdot \min(v, u_i))\right\} \qquad (4)$$

金融工具市場價格應等同於其所有現金流量現值之和，等式(3)中除$b_1, b_2, \dots, b_N$為未知數外，其他外生參數皆已知，故帶入已知之市場價格m_j，即得聯立方程組如等式(15)：

$$\begin{cases} m_1 = \sum_{i=1}^{M} c_{i,1} \cdot P(u_i) = \sum_{i=1}^{M} c_{i,1}\left\{e^{-\omega\cdot u_i} + \sum_{l=1}^{N} b_l \sum_{k=1}^{M} c_{k,l} \cdot w(u_i, u_k)\right\} \\ m_2 = \sum_{i=1}^{M} c_{i,2} \cdot P(u_i) = \sum_{i=1}^{M} c_{i,2}\left\{e^{-\omega\cdot u_i} + \sum_{l=1}^{N} b_l \sum_{k=1}^{M} c_{k,l} \cdot w(u_i, u_k)\right\} \\ \vdots \\ m_N = \sum_{i=1}^{M} c_{i,N} \cdot P(u_i) = \sum_{i=1}^{M} c_{i,N}\left\{e^{-\omega\cdot u_i} + \sum_{l=1}^{N} b_l \sum_{k=1}^{M} c_{k,l} \cdot w(u_i, u_k)\right\} \end{cases} \qquad (15)$$

展開聯立方程組(15)，得聯立方程組(16)

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{M} c_{i,1} \cdot P(u_i) = \sum_{i=1}^{M} c_{i,1} \cdot e^{-\omega\cdot u_i} + \sum_{l=1}^{N}\left(\sum_{k=1}^{M}\left(\sum_{i=1}^{M} c_{i,1} \cdot w(u_i, u_k)\right) c_{k,l}\right) b_l \\ \sum_{i=1}^{M} c_{i,2} \cdot P(u_i) = \sum_{i=1}^{M} c_{i,2} \cdot e^{-\omega\cdot u_i} + \sum_{l=1}^{N}\left(\sum_{k=1}^{M}\left(\sum_{i=1}^{M} c_{i,2} \cdot w(u_i, u_k)\right) c_{k,l}\right) b_l \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{M} c_{i,N} \cdot P(u_i) = \sum_{i=1}^{M} c_{i,N} \cdot e^{-\omega\cdot u_i} + \sum_{l=1}^{N}\left(\sum_{k=1}^{M}\left(\sum_{i=1}^{M} c_{i,N} \cdot w(u_i, u_k)\right) c_{k,l}\right) b_l \end{cases} \qquad (16)$$

以向量形式改寫(16)，等式左邊為

$$\mathbf{m} = \boldsymbol{C^T} \cdot P[\boldsymbol{u}]，其中 \boldsymbol{u}_{\mathbf{Mx1}} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_M \end{bmatrix} \qquad (17)$$

右式為

$$\boldsymbol{C^T} \cdot P[\boldsymbol{u}] = \boldsymbol{C^T d} + (\boldsymbol{C^T W C})\boldsymbol{b} \qquad (18)$$

其中 $\mathbf{m} = (m_1, m_2, \dots, m_N)^T$；

$\mathbf{P} = (P(u_1), \mathrm{P}(u_2), \dots, P(u_M))^T$；

$\boldsymbol{C^T} = \begin{bmatrix} c_{1,1} & C_{2,1} & \dots & C_{M,1} \\ c_{1,2} & C_{2,2} & \dots & C_{M,2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{1,N} & C_{2,N} & \dots & C_{M,M} \end{bmatrix}$ 為一 N-by-M 矩陣

$\boldsymbol{d} = (e^{-\omega\cdot u_1}, e^{-\omega\cdot u_2}, \dots, e^{-\omega\cdot u_M})^T$；

$\mathbf{b} = (b_1, b_2, \dots, b_N)^T$；

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

$$\mathbf{W}=\begin{bmatrix} w_{1,1} & w_{1,2} & \cdots & w_{1,M} \\ w_{2,1} & w_{2,2} & \cdots & w_{2,M} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ w_{M,1} & w_{N,2} & \cdots & w_{M,M} \end{bmatrix}$$，$w_{i,j}=W(u_i,u_j)$，W 為 M-by-M 對稱矩陣。

結合等式(17)與(18)，求得估計參數$\boldsymbol{b}$

$$\boldsymbol{b}=(\boldsymbol{C}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{C})^{-\mathbf{1}}(\boldsymbol{m}-\boldsymbol{C}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{d}) \qquad (19)$$

若為零息政府公債，則 M=N 且現金流量矩陣為一單位矩陣，得到與等式(9)相同之解。EIOPA(2017) 將 Wilson 函數改寫成 H(u,v) 核函數（Heart function）之形式，且指出以核函數表達下能將ω釋出，僅反應參數α之變化：

$$W(\mathrm{v},u)=e^{-\omega\cdot(v+\mathrm{u})}H(v,u) \qquad (20)$$

其中，

$$H(v,u)=\alpha\cdot\min(v,u_i)-e^{-\alpha\max(v,u_i)}\cdot\sinh(\alpha\cdot\min(v,u_i)) \qquad (21)$$

以下將以 H(u,v) 核函數改寫等式(19)，首先介紹接下來會用到之輔助矩陣（auxiliary matrix）：

$\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{d}_{\triangle}\boldsymbol{C}$，其中$\boldsymbol{d}_{\triangle}$為一使向量對角化之矩陣，以及

$\boldsymbol{q}=\boldsymbol{Q}^{\boldsymbol{T}}\mathbf{1}$

$\boldsymbol{Q}$矩陣係由現金流量現值所構成之現金流矩陣，$\boldsymbol{q}$則代表每一金融工具之價格。

現值函數可以改寫

$$P(\mathrm{v})=e^{-\omega\cdot v}+W(v,\boldsymbol{u})\boldsymbol{C}\boldsymbol{b}=e^{-\omega\cdot v}+e^{-\omega\cdot\mathrm{v}}\boldsymbol{H}(v,\boldsymbol{u})\boldsymbol{Q}\boldsymbol{b} \qquad (22)$$

等式(18)則改寫為

$$\boldsymbol{C}^{\boldsymbol{T}}\cdot P[\boldsymbol{u}]=\boldsymbol{C}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{d}+(\boldsymbol{C}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{C})\boldsymbol{b}=\boldsymbol{q}+\boldsymbol{Q}\boldsymbol{H}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{b} \qquad (23)$$

以核心函數表達之估計參數$\boldsymbol{b}$之解為

$$\boldsymbol{b}=(\boldsymbol{Q}\boldsymbol{H}\boldsymbol{Q})^{-\mathbf{1}}(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{q}) \qquad (24)$$

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

第二節　Smith-Wilson 模型意涵與參數介紹

Smith-Wilson 模型係以自收斂點起收斂至最終遠期利率之概念出發，並要求最終估計之無風險利率期間結構必須與可觀察之市場利率完美擬合。本研究試透過簡易推導，瞭解 Wilson 函數於現值函數中所扮演之角色，以及其意涵。故本節將首先對 Wilson 函數進行推論，再對 Smith-Wilson 模型之參數做說明，包括收斂速度（speed of convergence; α） 與容忍度（tolerance; τ） 間之關係，以及最終遠期利率（Ultimate Forward Rate; UFR）。

一、Wilson 函數

假設 N 個金融工具共計 M 個付息日 $u_1, u_2, \dots, u_M$，參數ω、α、$c_{i,j\ for\ i=1,\dots,M;j=1,\dots,N}$ 且$m_{i\ for\ i=1,\dots,N}$ 已知下，透過本章第一節之說明可解出估計參數 b 並獲得現值函數如下：

$$P(\mathrm{v}) = e^{-\omega\cdot v} + \sum_{j=1}^{N} b_j \cdot \left[\sum_{i=1}^{M} c_{i,j} \cdot W(v, u_i)\right] \tag{25}$$

若 N=M=1，等式(25)中之現值函數 P(v) 如下：

$$P(v) = e^{-\omega\cdot v} + b_1(c_{1,1} \cdot w(\mathrm{v}, u_1))$$

當 $v = 0$ 時$w(\mathrm{v} = 0, u_1)$ 為零[3]；

當 $v = u_1$ 時 $m_1 = e^{-\omega\cdot u_1} + b_1(c_{1,1} \cdot w(u_1, u_1))$，其中市價$(m_1)$與近似因子(asymptotic factor，指$e^{-\omega\cdot u_1}$) 之差應與校準項 $b_1(c_{1,1} \cdot w(u_1, u_1))$ 相等。校準項可寫成：

$$\begin{aligned}
& b_1 \cdot c_{1,1} \cdot e^{-\omega\cdot(u_1+u_1)} H(u_1, u_1) \\
&= b_1 \cdot c_{1,1} \cdot e^{-\omega\cdot(u_1+u_1)} \left\{\alpha \cdot \min(u_1, u_1) - e^{-\alpha \max(u_1,u_1)} \cdot \sinh(\alpha \cdot \min(u_1, u_1))\right\} \\
&= b_1 \cdot c_{1,1} \cdot e^{-\omega\cdot(u_1+u_1)} \left\{\alpha \cdot u_1 - e^{-\alpha u_1} \cdot \frac{e^{\alpha u_1} - e^{-\alpha u_1}}{2}\right\}
\end{aligned}$$

b_1為用於完美配適市場利率之參數，而該校準項係針對各付息日之現金流做校正，以$e^{-\omega\cdot(u_1+u_1)}$ 對於現金流$c_{1,1}$ 以及u_1到期之零息債券現金流 1 元折現外，以 H 函數控制現金流折現值大小，意即以 H 函數控制終極收斂之速度。

[3] 可以推廣至 $w(\mathrm{v}, u_i) = 0\ \forall\ u_i$

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

若 N=M=2，透過本章第一節之說明可解出估計參數 b 並獲得現值函數如下：

$$P(v) = e^{-\omega \cdot v} + b_1(c_{1,1} \cdot w(\mathrm{v}, u_1) + c_{2,1} \cdot w(\mathrm{v}, u_2)) + b_2(c_{1,2} \cdot w(\mathrm{v}, u_1) + c_{2,2} \cdot w(\mathrm{v}, u_2))$$

當 $v = u_1$ 時校正項應等於$P(u_1) - e^{-\omega \cdot u_1}$，其中$b_1$與$b_2$為用於完美配適市場利率之參數，以下將分開對個別金融工具檢視：

$$b_1\left(c_{1,1} \cdot w(u_1, u_1) + c_{2,1} \cdot w(u_1, u_2)\right) = b_1\left(\begin{array}{l} c_{1,1} \cdot e^{-\omega \cdot (u_1+u_1)}\left\{\alpha \cdot u_1 - e^{-\alpha u_1} \cdot \dfrac{e^{\alpha u_1} - e^{-\alpha u_1}}{2}\right\} \\ +c_{2,1} \cdot e^{-\omega \cdot (u_2+u_1)}\left\{\alpha \cdot u_1 - e^{-\alpha u_2} \cdot \dfrac{e^{\alpha u_1} - e^{-\alpha u_1}}{2}\right\} \end{array}\right)$$

觀察上式可得其係，對於第一個金融工具之現金流$c_{1,1}$ 及$v = u_1$到期之零息債券現金流以$e^{-\omega \cdot (u_1+u_1)}$折現，以及其於$u_2$ 到期之現金流$c_{2,1}$ 及$v = u_1$到期之零息債券現金流以$e^{-\omega \cdot (u_1+u_2)}$折現，同樣地 H 函數則以α 控制其收斂致終極價格之速度。再觀察第二個金融工具：

$$b_2(c_{1,2} \cdot w(u_1, u_1) + c_{2,2} \cdot w(u_1, u_2)) = b_2\left(\begin{array}{l} c_{1,2} \cdot e^{-\omega \cdot (u_1+u_1)}\left\{\alpha \cdot u_1 - e^{-\alpha u_1} \cdot \dfrac{e^{\alpha u_1} - e^{-\alpha u_1}}{2}\right\} \\ +c_{2,2} \cdot e^{-\omega \cdot (u_2+u_1)}\left\{\alpha \cdot u_1 - e^{-\alpha u_2} \cdot \dfrac{e^{\alpha u_1} - e^{-\alpha u_1}}{2}\right\} \end{array}\right)$$

係對現金流$c_{1,2}$ 及$v = u_1$到期之零息債券現金流以 UFR 折現，並以同樣方式對現金流$c_{2,2}$及$v = u_1$到期之零息債券現金流折現。綜上， SW 模型中之現值函數可直觀地視為，將實際市場價值以各期現金流量以長期遠期均衡利率折現值表達之，再加上一校正項（correction）。該校正項會收斂至零，即當年期越長校正之幅度愈小，理論與實際價格慢慢靠攏，可以下式表達之：

實際現值＝UFR 下之折現值 ＋ 校正項

為瞭解於現值函數中 Wilson 函數之變化情形，本研究以參數設定 LLP 為 20、α=0.05 且 UFR 為 4.2%，觀察下圖 Wilson 函數變化情形，發現在 20 年（LLP））

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

時會有最大值產生，且開始往兩端收斂至零，故可知最終流動性觀察點確實會影響 SW 模型之收斂速度。隨著時間（v）漸增至 120 年，Wilson 函數趨於零，亦即市場價格近似 UFR 收斂價格，故幾乎不需要校正項。

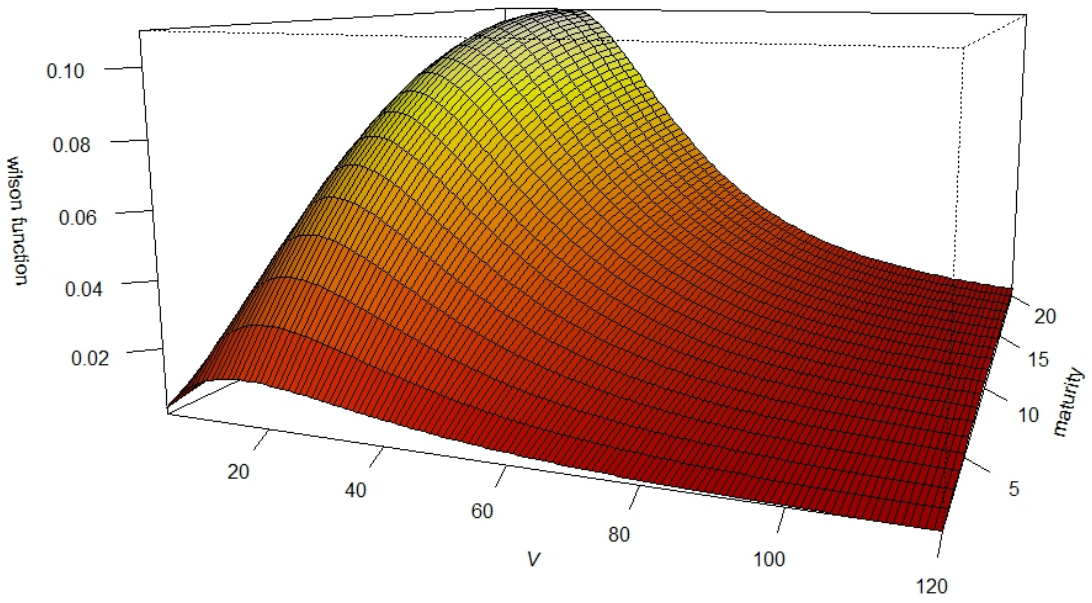


圖 3-1 現值函數中 Wilson 函數之變化情形

二、外生參數介紹

SW 模型係透過參數之設定，建構出完整之零息債券現值曲線，再透過公式轉換出無風險利率期間結構及遠期利率曲線。參數之變動會影響轉換之遠期利率曲線的收斂狀況，故本小節將對外生參數作進一步介紹。在三段式建構法中，第一區段可觀察之市場利率中到期日最大者即稱為最終流動性觀察點（LLP），透過上方之說明，已清楚瞭解 LLP[4]會影響遠期利率曲線之收斂。

收斂點（convergent point，又稱 T） 係指第三區段中的起始點，亦為遠期利率曲線開始收斂至最終遠期利率（UFR）之年期。

[4] EIOPA(2017) 又將其稱為 S。

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

α係 SW 模型中相當重要的參數，代表控制收斂速度之起始點，將逐漸增加直到找到最佳解使 UFR 與收斂點之遠期利率兩者之差在容忍範圍[5](tolerance; τ)，即視為收斂。當α愈大、τ 愈小時，遠期利率曲線越早收斂。以下為找出最佳α所用之函式：

$$g(\alpha) = |f(T) - \omega| = \frac{\alpha}{|1-\kappa e^{\alpha T}|} \qquad (26)$$

其中 $\kappa = \frac{1+\alpha \boldsymbol{u}'\boldsymbol{Q}\boldsymbol{b}}{\sinh[\alpha \boldsymbol{u}']\boldsymbol{Q}\boldsymbol{b}}$，$f(T)$為遠期密度函數（forward intensity function），而ω為最終遠期利率密度。下表為整理 CEIOPS(2010)與 EIOPA(2017)中對於最優化α之比較：

表 3-1 CEIOPS(2010)與 EIOPA(2017) 最優化 alpha 比較

	CEIOPS(2010)	EIOPA(2017)
α(下界)	0.1	0.05
T(收斂點)	100	60
τ (容忍度)	3 bps	1 bps

（資料來源：保發中心)

SW 模型建構下轉換之遠期利率曲線，將收斂至最終遠期利率，其係從總體經濟之角度，期望得到長期穩定之利率曲線，故作為 SW 模型之重要變數，UFR 係從總體經濟學角度對每種幣別各自設定，由預期實質利率與預期通膨所構成之方式，同時體現以經濟觀點端視缺乏市場資訊的長期利率如何變動。UFR 越早收斂，長年期之遠期利率曲線就越穩定，相對的轉換之無風險利率期間結構也會越穩定。然而，越早「收斂」意味著遠期利率曲線對 UFR 變化越敏感。對於 UFR 之採用，國際上亦有不同之聲浪，世界精算學會(International Actuarial Association, IAA） 於 2017 年發布探討 IFRS 折現議題之國際精算註解第十號（International Actuarial Note X, IAN X）中，對於缺乏流動性之終極利率做出說明，指出採用最終即期利（USR）的想法更符合 IFRS 17 之指導原則：應著重長期估計，更勝

[5] CEIOPS(2010)將其差額設定為 3bp 以內，EIOPA(2017) 將容忍度設為 1bp。

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

於短期波動。此外，加拿大之資本適足性測試草案與中國之 C-ROSS，則是目前直接採用 USR 作為終極利率之國家。

第四章 數值分析

隨著國際監理制度對SW模型外生參數所建議之值會不斷更新以反映現時、考量經濟環境變動等所的調整，且上節已知參數變化對建構無風險利率曲線之影響，故本章將進行敏感度分析以實際了解 SW 模型建構之無風險利率期間結構。第一節為資料說明與情境假設，第二節透過實作觀察，外生參數之改變對無風險利率期間結構的影響，包括最終遠期利率大小波動，以及外生參數α改變，嘗試探討各情境下，以及以即期利率作為終極利率時，無風險利率期間結構之波動。

第一節 資料與情境假設

一、資料說明

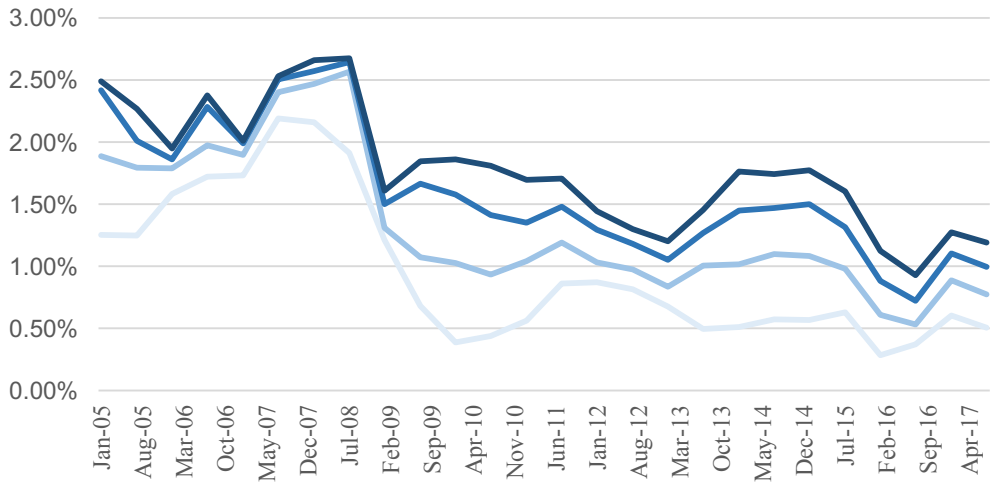
本研究依據中華民國精算學會發佈之保險合約負債公允價值評價精算實務處理準則(2016)，選取台幣、美元以及澳幣零息債券，自西元 2005 年 1 月 3 日起至西元 2017 年 12 月 29 日共計 13 年，使用以半年為週期之利率日資料，選取之交易時點包括西元 2005 年 1 月 3 日、西元 2005 年 7 月 1 日、西元 2006 年 1 月 3 日，直至西元 2017 年 7 月 3 日共計 26 筆利率資料。各幣別均採彭博資訊（Bloomberg）之歷史資料，台幣利率係彭博資訊代碼 F126TTY 中，1 年期至 10 年期之零息公債利率;美元利率使用彭博資訊代碼 F082TTY， 1 年期至 10 年期、15 年期、20 年期以及 30 年期共計 13 個年期之零息公債利率；以及澳幣利率為 1 年期至 10 年期之零息公債利率，彭博資訊代碼係 F127TTY。各幣別之零息債券利率資訊彙整於表 4-1：

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

表 4-1 各國幣別利率資料說明

幣別	台幣	美元	澳幣
彭博資訊代碼	F126TTY	F082TTY	F127TTY
內容	零息公債利率		
資料頻率	半年為週期之日資料		
資料期間	2005/01/03~2017/12/29		
資料筆數	26 筆	26 筆	26 筆
利率年期	1~10 年	1~10、20、25、30 年	1~10 年

由圖 4-1 台幣零息公債利率的歷史資料可以發現，在金融海嘯(西元 2008 年)以後，長年期公債與短期公債兩者利差大幅縮小，如西元 2009 年 1 月 10 年期公債利率為 1.61%與 1 年期公債利率 1.21%，相差 0.4%，為經濟陷入萎縮之徵兆。1 年期公債利率自西元 2005 年 1 月 1.25%，跌至西元 2017 年 7 月 0.51%，可見利率之下降趨勢，其餘 4 年期、7 年期以及 10 年期公債亦可觀察到同樣現象。

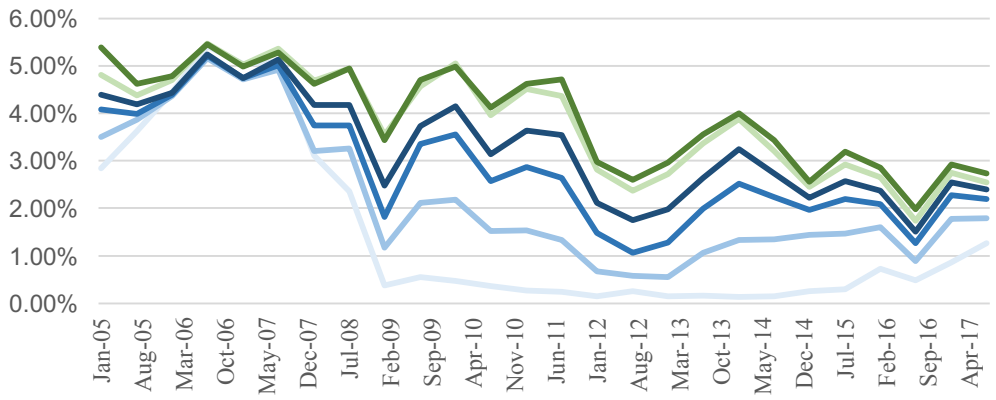


	Jan-05	Jul-05	Jan-06	Jul-06	Jan-07	Jul-07	Jan-08	Jul-08	Jan-09	Jul-09	Jan-10	Jul-10	Jan-11	Jul-11	Jan-12	Jul-12	Jan-13	Jul-13	Jan-14	Jul-14	Jan-15	Jul-15	Jan-16	Jul-16	Jan-17	Jul-17
1年期	1.2	1.2	1.5	1.7	1.7	2.1	2.1	1.9	1.2	0.6	0.3	0.4	0.5	0.8	0.8	0.8	0.6	0.5	0.5	0.5	0.5	0.6	0.2	0.3	0.6	0.5
4年期	1.8	1.7	1.7	1.9	1.9	2.4	2.4	2.5	1.3	1.0	1.0	0.9	1.0	1.1	1.0	0.9	0.8	1.0	1.0	1.1	1.0	0.9	0.6	0.5	0.8	0.7
7年期	2.4	2.0	1.8	2.2	1.9	2.5	2.5	2.6	1.5	1.6	1.5	1.4	1.3	1.4	1.3	1.1	1.0	1.2	1.4	1.4	1.5	1.3	0.8	0.7	1.1	1.0
10年期	2.4	2.2	1.9	2.3	2.0	2.5	2.6	2.6	1.6	1.8	1.8	1.8	1.6	1.7	1.4	1.3	1.2	1.4	1.7	1.7	1.7	1.6	1.1	0.9	1.2	1.1

圖 4-1 台幣零息公債利率歷史資料(2005/01/03~2017/12/29)

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

觀察美元零息公債利率的歷史資料（圖 4-2），同樣地在金融海嘯以後，零息公債利率大幅下跌，自西元 2008 年 7 至西元 2009 年 1 月，1 年期公債利率從 2.36%驟跌至 0.38%，10 年期公債與 30 年期公債之跌幅同樣多達 1.71%與 1.95%。觀察公債利率之歷史變化，發現 1 年期公債利率自西元 2005 年 1 月 2.85%，跌至至西元 2017 年 7 月 1.26%，可見利率之下降趨勢，其餘 4 年期、7 年期以及 10 年期公債亦有同樣現象。此外，比較 15 年期公債與 20 年期公債曲線可以發現，兩者殖利率差異不大，甚至出現 20 年期公債利率低於 15 年期公債利率之狀況，如西元 2009 年 1 月，可見美元長年期零息債券，對於有穩定獲利需求之投資人如保險公司與養老基金而言，係具有吸引力的。

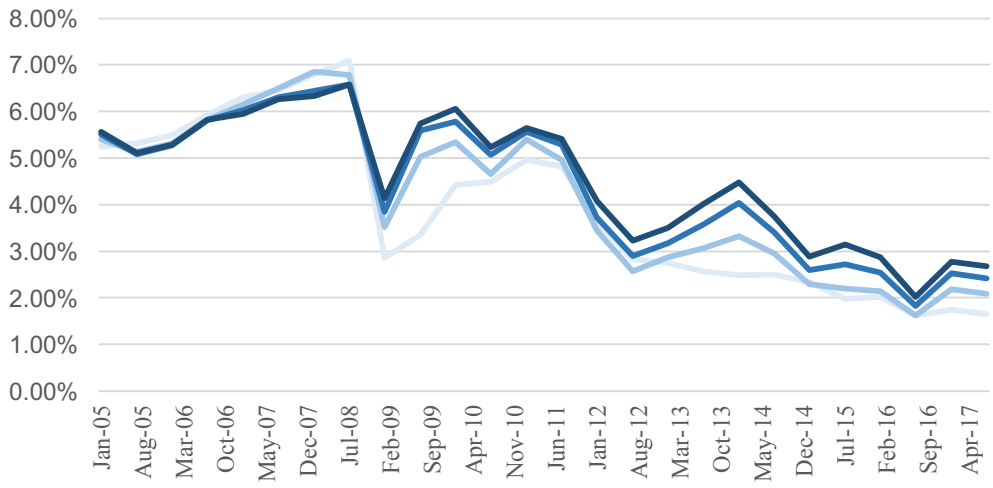


	Jan-05	Jul-05	Jan-06	Jul-06	Jan-07	Jul-07	Jan-08	Jul-08	Jan-09	Jul-09	Jan-10	Jul-10	Jan-11	Jul-11	Jan-12	Jul-12	Jan-13	Jul-13	Jan-14	Jul-14	Jan-15	Jul-15	Jan-16	Jul-16	Jan-17	Jul-17
1年期	2.8	3.6	4.4	5.4	5.0	5.0	3.1	2.3	0.3	0.5	0.4	0.3	0.2	0.2	0.1	0.2	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.3	0.7	0.4	0.8	1.2
4年期	3.5	3.8	4.3	5.1	4.7	4.9	3.2	3.2	1.1	2.1	2.1	1.5	1.5	1.3	0.6	0.5	0.5	1.0	1.3	1.3	1.4	1.4	1.6	0.8	1.7	1.7
7年期	4.0	3.9	4.4	5.2	4.7	5.0	3.7	3.7	1.8	3.3	3.5	2.5	2.8	2.6	1.4	1.0	1.2	1.9	2.5	2.2	1.9	2.2	2.0	1.2	2.2	2.2
10年期	4.3	4.1	4.4	5.2	4.7	5.1	4.1	4.1	2.4	3.7	4.1	3.1	3.6	3.5	2.1	1.7	1.9	2.6	3.2	2.7	2.2	2.5	2.3	1.5	2.5	2.4
15年期	4.8	4.3	4.7	5.4	5.0	5.3	4.6	4.9	3.5	4.5	5.0	3.9	4.5	4.3	2.8	2.3	2.7	3.3	3.8	3.2	2.4	2.9	2.6	1.7	2.7	2.5
20年期	5.3	4.6	4.7	5.4	4.9	5.2	4.6	4.9	3.4	4.6	4.9	4.1	4.6	4.7	2.9	2.6	2.9	3.5	4.0	3.4	2.5	3.2	2.8	1.9	2.9	2.7

圖 4-2 美元零息公債利率歷史資料(2005/01/03~2017/12/29)

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

圖 4-3 為澳幣零息公債之歷史利率，同樣地在金融海嘯以後，零息公債利率大幅下跌，自西元 2008 年 7 月至西元 2009 年 1 月，1 年期公債利率從 7.08%驟跌至 2.85%，其餘年期公債同樣有此現象。在 2008 年 7 月，出現 1 年期公債利率 7.08%，大於 6.58%的 10 年期公債之狀況，意味經濟衰退狀況。另外，1 年期公債利率自西元 2005 年 1 月 5.24%，跌至至西元 2017 年 7 月 1.65%，其餘 4 年期、7 年期以及 10 年期公債亦有同樣現象。此外，比較台幣、美元以及澳幣於 2008 年金融海嘯後之表現，可以發現美元及澳幣均立即於市場上反應出金融事件的影響，然台幣市場卻有延遲之跡象。



	Jan-05	Jul-05	Jan-06	Jul-06	Jan-07	Jul-07	Jan-08	Jul-08	Jan-09	Jul-09	Jan-10	Jul-10	Jan-11	Jul-11	Jan-12	Jul-12	Jan-13	Jul-13	Jan-14	Jul-14	Jan-15	Jul-15	Jan-16	Jul-16	Jan-17	Jul-17
1年期	5.2	5.3	5.4	5.9	6.3	6.4	6.7	7.0	2.8	3.3	4.4	4.5	4.9	4.8	3.6	2.8	2.7	2.5	2.4	2.5	2.3	1.9	2.0	1.6	1.7	1.6
4年期	5.3	5.1	5.3	5.8	6.1	6.4	6.8	6.7	3.5	5.0	5.3	4.6	5.4	4.9	3.4	2.5	2.8	3.0	3.3	2.9	2.3	2.2	2.1	1.6	2.1	2.0
7年期	5.5	5.0	5.2	5.8	6.0	6.3	6.4	6.5	3.8	5.5	5.7	5.0	5.5	5.2	3.7	2.8	3.1	3.5	4.0	3.4	2.6	2.7	2.5	1.8	2.5	2.4
10年期	5.5	5.1	5.2	5.8	5.9	6.2	6.3	6.5	4.1	5.7	6.0	5.2	5.6	5.4	4.0	3.2	3.5	4.0	4.4	3.7	2.8	3.1	2.8	2.0	2.7	2.6

圖 4-3 澳幣零息公債利率歷史資料(2005/01/03~2017/12/29)

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

二、分析步驟與情境假設

本研究將於本章第二節以敏感度分析探究當 Smith-Wilson 模型之外生參數發生變動，所造成之無風險利率期間結構波動以及變化。實作步驟如下

(1) 步驟一：以搜集之歷史利率資料建構出完整之無風險利率期間結構，所用歷史資料為第一節中提及共計 26 筆以半年為週期之日資料。

(2) 步驟二：從步驟一建構之 26 條無風險利率期間結構中，將到期日相同之利率視為一組，並挑選具有代表性之 1 年期、5 年期、10 年期、15 年期，直至 60 年期，以及 70 年期、80 年期與 100 年期共計 16 組，分別計算各組波動度。以利率之變動為衡量方式：

$$X_i = \Delta \mathrm{r}_i = \mathrm{r}_{i+1} - \mathrm{r}_i \qquad (27)$$

(27) 式中，X_i 係 SW 模型估計之零息債券殖利率差，r_i是基期零息債券殖利率，r_{i+1}是當期零息債券殖利率。求出各組標準差σ，其中 N 係觀察值數量：

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(X_i - \bar{X})^2}{N-1}} \qquad (28)$$

(3) 步驟三：以基礎情境下之外生參數作為 SW 模型參數，完成步驟一與步驟二求得基礎情境下之波動度。再以情境假設中之情境一與情境二，以及改以即期利率作為終極利率下，重複執行步驟一與步驟二。最終，比較不同情境與不同終極利率下之年化波動度。

接下來將對步驟三提及之基礎情境與情境假設做說明及彙整。參考中華民國精算學會(2016)建立 Smith-Wilson 模型之基礎參數設定，並針對需反映現實並更新之參數—最終遠期利率（UFR），比照 EIOPA(2017)發佈 2018 年適用之參數值 4.05%，而非精算學會之 4.5%。最終遠期利率除反映現時經濟狀況外，應依各幣別做調整，在此係由於台幣、美元以及澳幣三者洽巧有相同之 UFR。

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

表 4-2 Smith-Wilson 模型建構無風險利率期間結構之基礎情境

幣別	台幣(TWD)	美元(USD)	澳幣(AUD)
市場利率 （彭博代碼）	政府公債 （F126TTY）	政府公債 （F082TTY）	政府公債 （F127TTY）
終極遠期利率(UFR)	4.05%	4.05%	4.05%
α	0.05	0.05	0.05
最終流動性點 （LLP）	10	30	10
容忍度（τ）	1 bps	1 bps	1 bps
收斂點(T)	60	60	60

(註：基點（1 basis points；bps）)

本研究假設情境一為對基礎情境之最終遠期利率作出調整，由於 EIOPA 自 2010 年起發佈之 SW 模型技術文件中將最終遠期利率一致設定為 4.2%，至西元 2017 年起依照幣別做出調整，亦提出西元 2018 年及西元 2019 年各幣別適用之最終遠期利率，洽巧本研究使用之三幣別於 2018 適用之 UFR 皆為 3.9%。故以此作為依據，設定情境一之上升情況為，UFR 上升至 4.2%，以及情境一之下降情況，UFR 為 3.9%。情境二為改變基礎情境中的α參數，同樣參考 EIOPA(2010) 以 0.1 作為α之上升情況，並自行加入 0.025 作為α之下降情況。最後，有鑒於 C-ROSS 與 LICAT 皆以最終即期利率，作為建構無風險利率期間結構時之終極利率，故本文在最後亦試將終極利率改以最終即期利率 4.5%收斂，並檢視兩種情境下，及不同的終極利率，對於各幣別之波動度，及參數變化帶來之影響。

表 4-3 敏感度分析情境假設與終極利率改變

•	情境假設 情境一：UFR 改變	情境二：α 變動	終極利率為即期利率
上升	4.20%	0.1	4.50%
下降	3.90%	0.025	

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

第二節　敏感度分析

一、基礎情境

本節針對 26 筆交易日中的第一筆資料西元 2005 年 1 月 3 日、西元 2017 年 1 月 3 日以及金融海嘯過後之交易日西元 2009 年 1 月 5 日共三筆資料，以基礎情境作為 SW 模型之參數，估計之無風險利率期間結構（即期利率曲線）與遠期利率曲線做探討。基礎情境假設為，由彭博資訊所提供之政府零息公債做為市場利率，且第三區段之最終遠期利率為 4.05%，並於最終流動性觀察點開始至收斂點 60 年以 SW 模型進行外插。各幣別之最終流動性觀察點因採用之市場利率不同而有異，如台幣與澳幣之最終流動性觀察點為 10 年，美元之最終流動性觀察點則為 30 年。

有關台幣、美元與澳幣於基礎情境下，SW 模型建構之無風險利率期間結構與遠期利率曲線，請見下圖 4-4、圖 4-5 以及圖 4-6。相較於台幣與澳幣，美元之即期利率曲線與遠期利率曲線在短年期時，明顯較不平穩，原因係 SW 模型要求在在第一區段完美配適市場資料（Market Data），且採用之美元市場資料年期亦較長，故產生較大之震盪幅度。相較之下，由於台幣與澳幣之零息債券之市場歷史價格則較為平穩，且採用之零息債券年期最長者為十年，即不若美元採用 20 年期或 30 年期等長年期零息債券作為歷史資料，故估算曲線明顯較美元平穩。

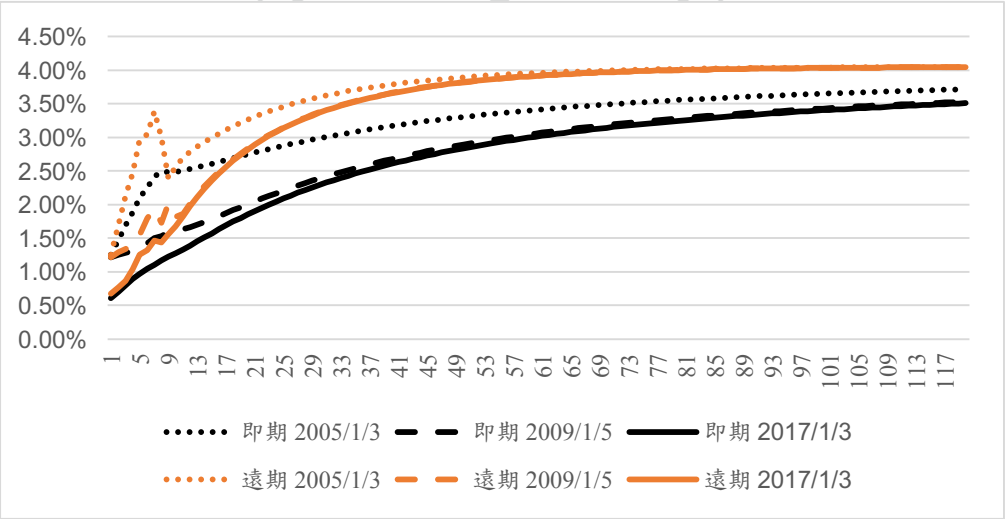


圖 4-4 基礎情境 SW 模型建構之無風險利率期間結構與遠期利率曲線(台幣)

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

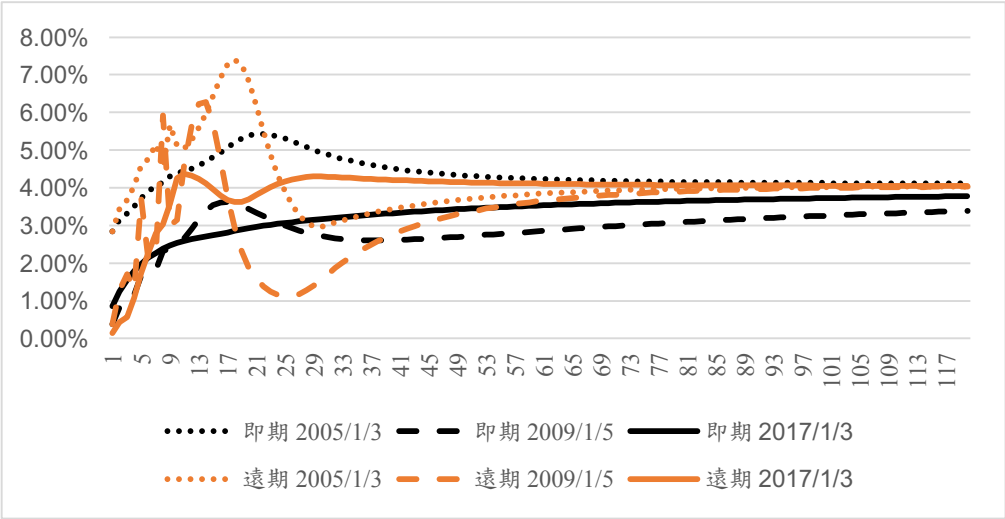


圖 4-5 基礎情境 SW 模型建構之無風險利率期間結構與遠期利率曲線(美元)

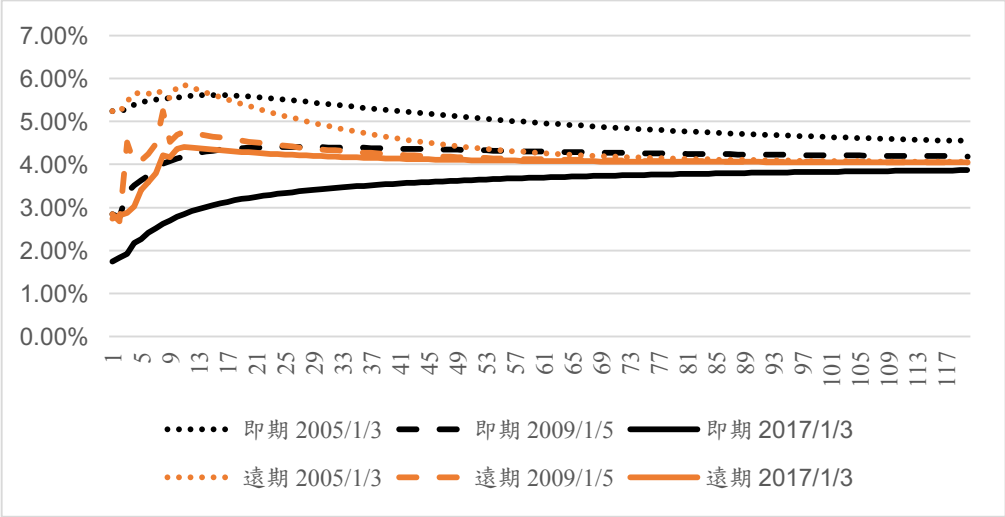


圖 4-6 基礎情境 SW 模型建構之無風險利率期間結構與遠期利率曲線(澳幣)

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

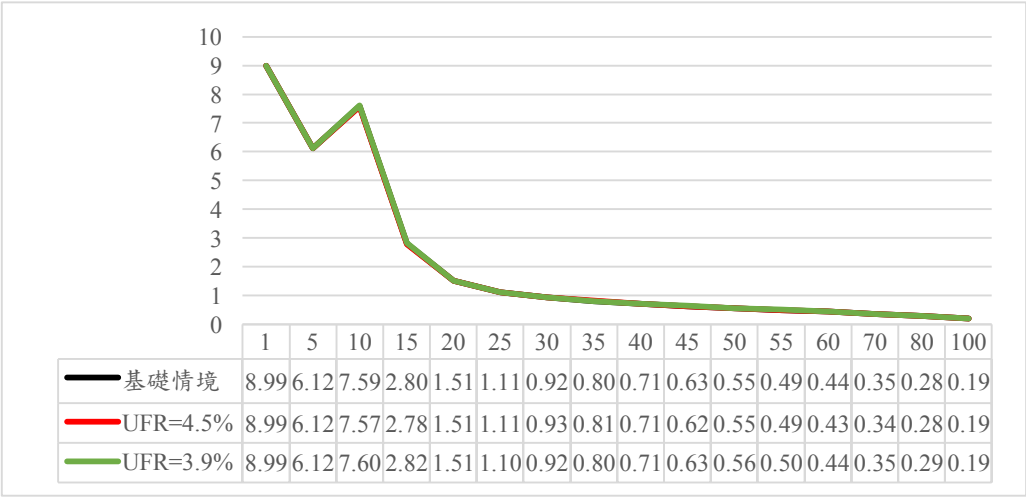
二、不同情境下之波動度分析

接下來將探討在不同情境下，共 26 筆資料建構之無風險利率期間結構於各年期之波動度，並針對 1,5,10,15,…,60,70,80 及 100 年期共 16 組進行說明。挑選的 16 個年期，可以同時觀察到市場利率之波動，SW 模型用於估計無風險利率期間結構之穩定度以及收斂狀況。

情境一為對最終遠期利率外生參數做調整，探討最終遠期利率（UFR）之不同對無風險利率期間結構之影響。其他外生參數維持不變，於最終流動性觀察點（LLP）開始至收斂點 60 年以 SW 模型進行外插，α 為 0.05。情況一中最終遠期利率從 4.05% 上升至 4.5%（上升情境），或自 4.05% 下跌至 3.9%（下降情境）。以下分別對台幣、美元以及澳幣探討之。

觀察圖 4-7，可以發現台幣於市場利率部分之波動度，大於以 SW 模型外插之 10 年期至 60 年期部分。此外，在情境一下最終遠期利率之變動對無風險利率期間結構造成之波動影響不大。故本文改以其波動度相對基礎情境波動度觀察之，如圖 4-8，可見上升與下降情境之相對波動為反向關係，下降情境（UFR=3.9%）於短年期與長年期時波動幅度較基礎情境與上升情境（UFR=4.5%）大，而上升情境則於中期有較大幅度的波動，隨後於長年期則擁有穩定之即期利率，同時意味長年期遠期利率收斂至最終遠期利率。綜上可知在情況一下之台幣無風險利率期間結構而言，較大之最終遠期利率於長年期與短年期之波動度較低，波動亦較下降情境更穩定。

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08



	1	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	100
基礎情境	8.99	6.12	7.59	2.80	1.51	1.11	0.92	0.80	0.71	0.63	0.55	0.49	0.44	0.35	0.28	0.19
UFR=4.5%	8.99	6.12	7.57	2.78	1.51	1.11	0.93	0.81	0.71	0.62	0.55	0.49	0.43	0.34	0.28	0.19
UFR=3.9%	8.99	6.12	7.60	2.82	1.51	1.10	0.92	0.80	0.71	0.63	0.56	0.50	0.44	0.35	0.29	0.19

圖 4-7 情況一下即期利率之波動度（台幣）

（單位：基點(basis points；bps) ）

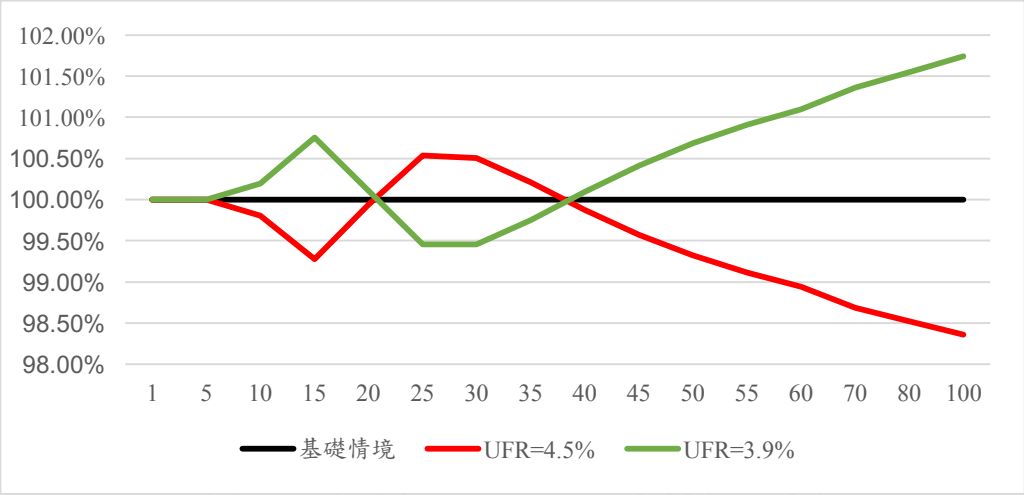
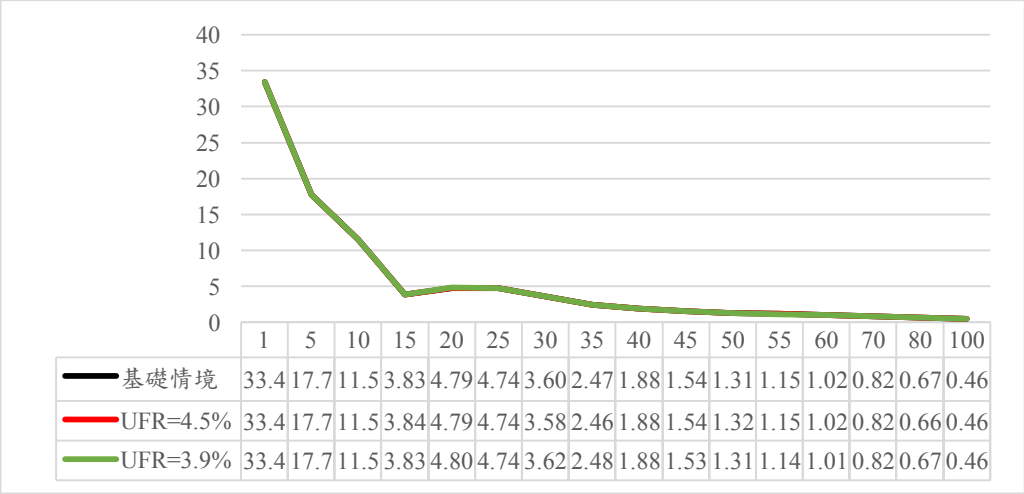


圖 4-8 情況一即期利率之相對波動度（台幣）

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

美元狀況與台幣相當，在情境一下最終遠期利率之變動對無風險利率期間結構造成之波動影響不大，可見圖 4-9。觀察即期利率之相對波動度圖 4-10，發現上升與下降情境之相對波動度亦仍呈反向相關。在長年期部分，上升情境擁有收斂速度較快之即期利率。綜上可知就情況一之美元無風險利率期間結構，較大之最終遠期利率於長年期之波動度較下降情境更穩定。



	1	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	100
基礎情境	33.4	17.7	11.5	3.83	4.79	4.74	3.60	2.47	1.88	1.54	1.31	1.15	1.02	0.82	0.67	0.46
UFR=4.5%	33.4	17.7	11.5	3.84	4.79	4.74	3.58	2.46	1.88	1.54	1.32	1.15	1.02	0.82	0.66	0.46
UFR=3.9%	33.4	17.7	11.5	3.83	4.80	4.74	3.62	2.48	1.88	1.53	1.31	1.14	1.01	0.82	0.67	0.46

圖 4-9 情況一下即期利率之波動度（美元）

（單位：基點(basis points；bps) ）

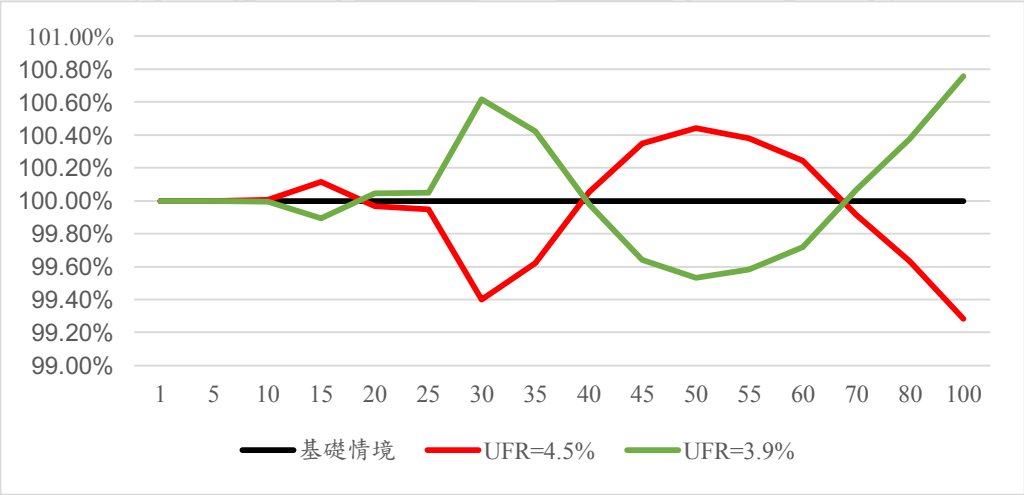
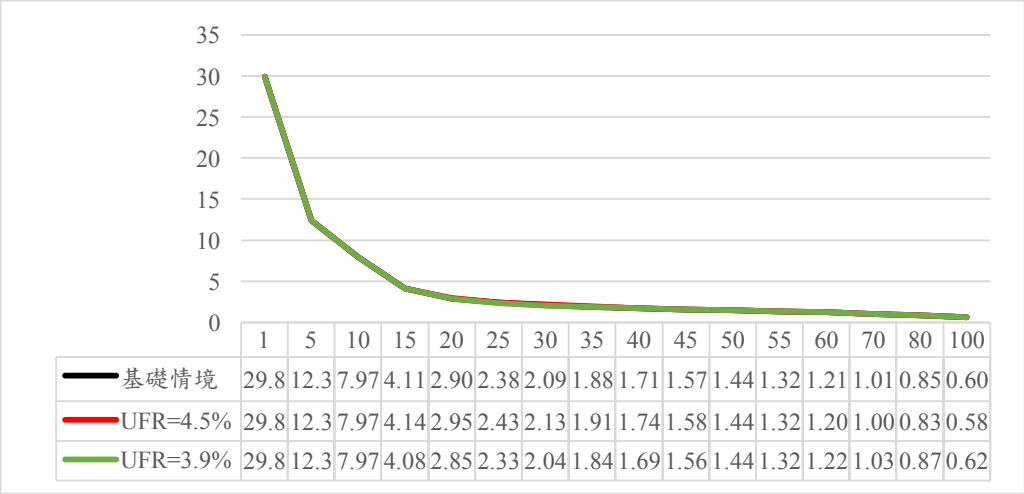


圖 4-10 情況一下即期利率之相對波動度（美元）

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

澳幣無風險利率期間結構之表現與上述台幣及美元相似，在情境一對無風險利率期間結構來說，最終遠期利率變動之影響不大外，較大之最終遠期利率於長年期之波動度較低，亦較下降情境更早收斂。有關澳幣無風險利率期間結構之波動情形，詳見圖 4-11 與圖 4-12。



	1	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	100
基礎情境	29.8	12.3	7.97	4.11	2.90	2.38	2.09	1.88	1.71	1.57	1.44	1.32	1.21	1.01	0.85	0.60
UFR=4.5%	29.8	12.3	7.97	4.14	2.95	2.43	2.13	1.91	1.74	1.58	1.44	1.32	1.20	1.00	0.83	0.58
UFR=3.9%	29.8	12.3	7.97	4.08	2.85	2.33	2.04	1.84	1.69	1.56	1.44	1.32	1.22	1.03	0.87	0.62

圖 4-11 情況一下即期利率之波動度（澳幣）

（單位：基點(basis points；bps) ）

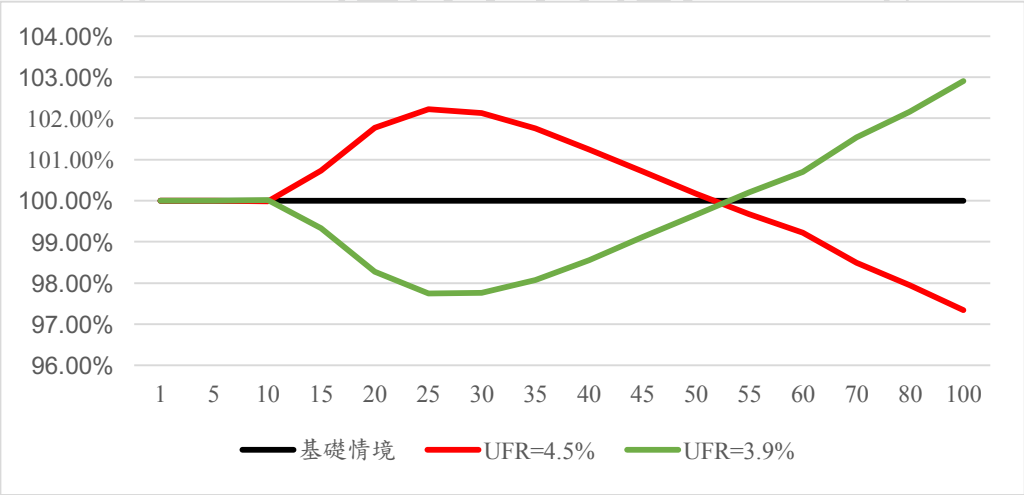


圖 4-12 情況一下即期利率之相對波動度（澳幣）

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

最後本文將三種幣別於情境一上升情境（UFR=4.5%）中無風險利率期間結構之波動度繪製繪於圖 4-13，可清楚見得於第一區段之市場利率部分，美元與澳幣之波動均高於台幣，然於長年期部分（60 年期至 100 年期）雖然市場資料（Market Data）影響致使波動度仍較台幣高，但波動度差異不大，例如於第 1 年期年期台幣與美元相差約 24 個基點，而第 100 年期僅差距約 0.3 個基點(bps)。

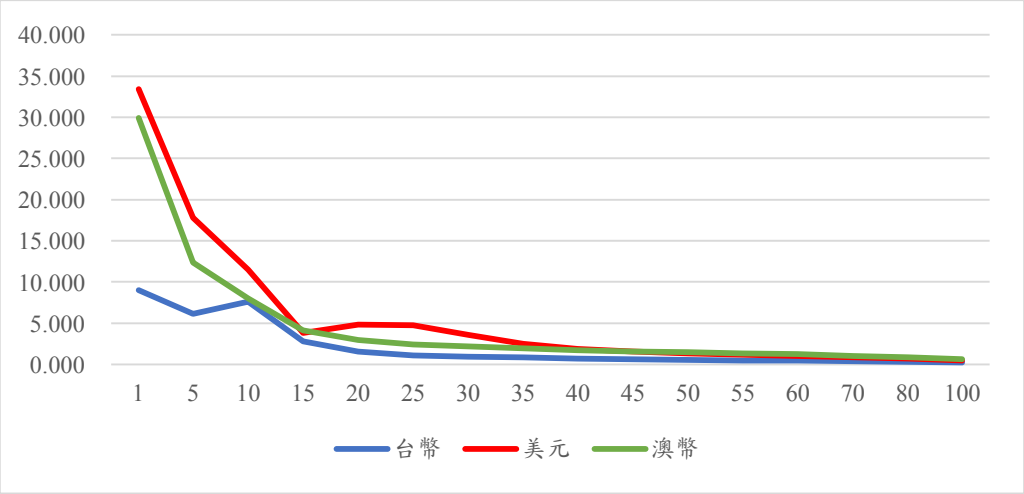


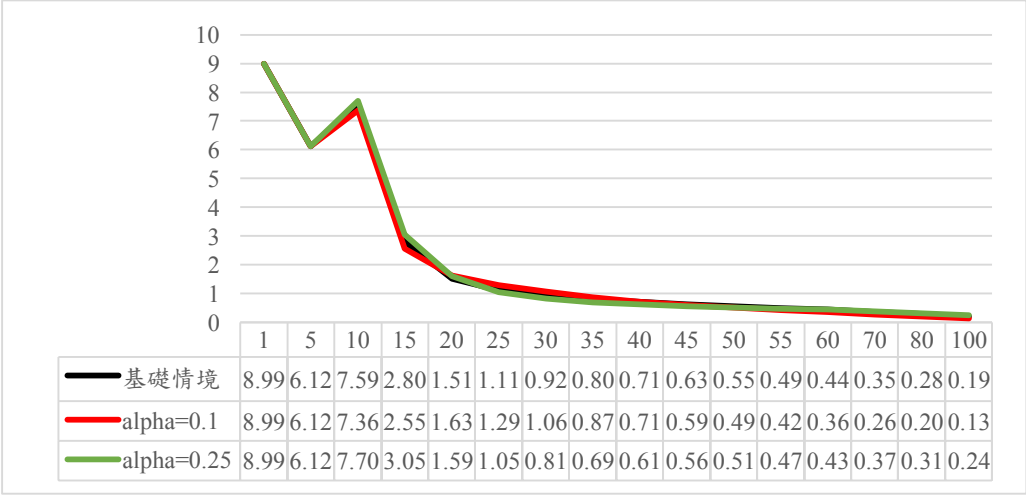
圖 4-13 三幣別於情境一上升情境下之即期利率波動

（單位：基點(basis points；bps)

情境二係對控制收斂速度之外生參數 α 做調整，探討無風險利率期間結構受 α 之影響。假設於最終流動性觀察點開始至收斂點 60 年以 SW 模型進行外插，並收斂至最終遠期利率 4.5%。在情境二下，α 可能變為 0.1（上升情境），或自 0.05 下跌至 0.025（下降情境）。以下分別對台幣、美元以及澳幣探討之。

相較於情境一，情境二下台幣無風險利率期間結構明顯受 α 變動之影響，例如於圖 4-14 中 15 年期上升情境（α=0.1）與下降情境（α=0.025）相差 0.5 個基點。此外，上升情境（α=0.1）於長年期部分較快收斂至最終遠期利率亦更為平穩。美元之無風險利率期間結構同樣較情境一下波動更大。觀察圖 4-15 與圖 4-17，就上升情境（α=0.1）而言，本文發現相較於台幣，美元於較為後期（40 年期）才開始使產生大幅度相對波動，並迅速收斂至最終遠期利率，其係源自短年期有較台幣長之市場利率所影響。

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08



	1	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	100
基礎情境	8.99	6.12	7.59	2.80	1.51	1.11	0.92	0.80	0.71	0.63	0.55	0.49	0.44	0.35	0.28	0.19
alpha=0.1	8.99	6.12	7.36	2.55	1.63	1.29	1.06	0.87	0.71	0.59	0.49	0.42	0.36	0.26	0.20	0.13
alpha=0.25	8.99	6.12	7.70	3.05	1.59	1.05	0.81	0.69	0.61	0.56	0.51	0.47	0.43	0.37	0.31	0.24

圖 4-14 情境二下即期利率之波動度（台幣）

（單位：基點(basis points；bps) ）

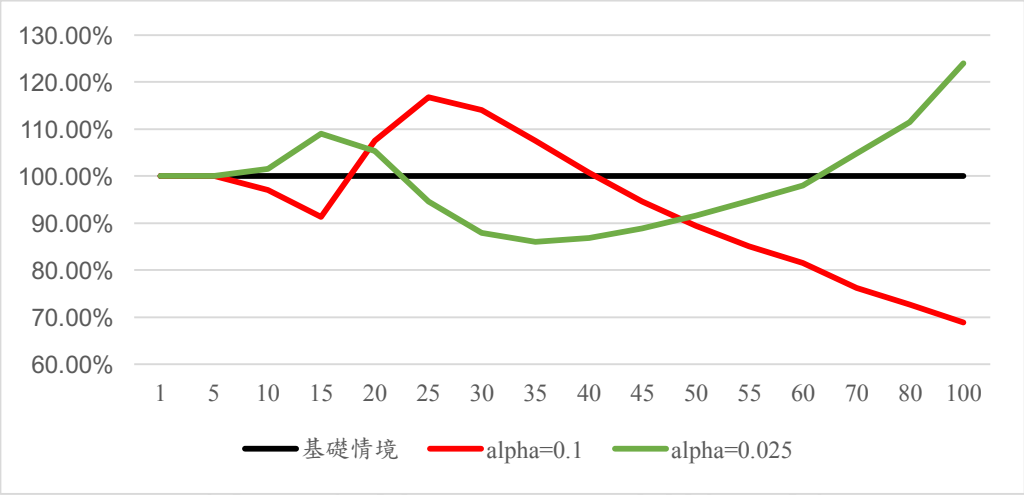
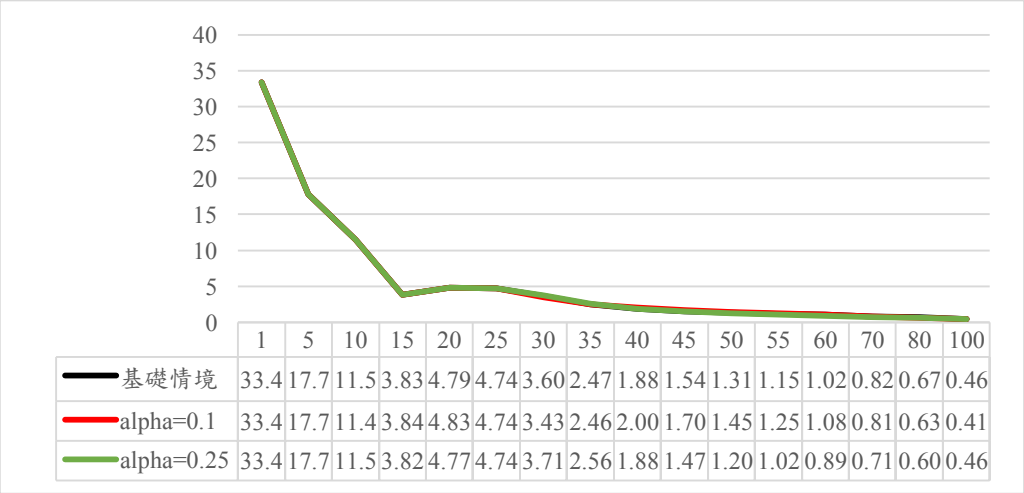


圖 4-15 情境二下即期利率之相對波動度（台幣）

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08



	1	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	100
基礎情境	33.4	17.7	11.5	3.83	4.79	4.74	3.60	2.47	1.88	1.54	1.31	1.15	1.02	0.82	0.67	0.46
alpha=0.1	33.4	17.7	11.4	3.84	4.83	4.74	3.43	2.46	2.00	1.70	1.45	1.25	1.08	0.81	0.63	0.41
alpha=0.25	33.4	17.7	11.5	3.82	4.77	4.74	3.71	2.56	1.88	1.47	1.20	1.02	0.89	0.71	0.60	0.46

圖 4-16 情境二下即期利率之波動度（美元）

（單位：基點(basis points；bps) ）

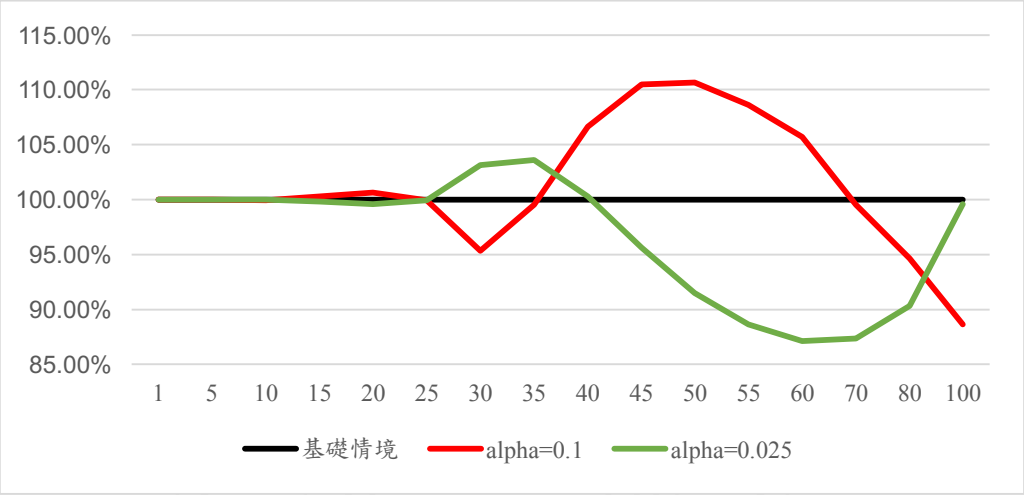
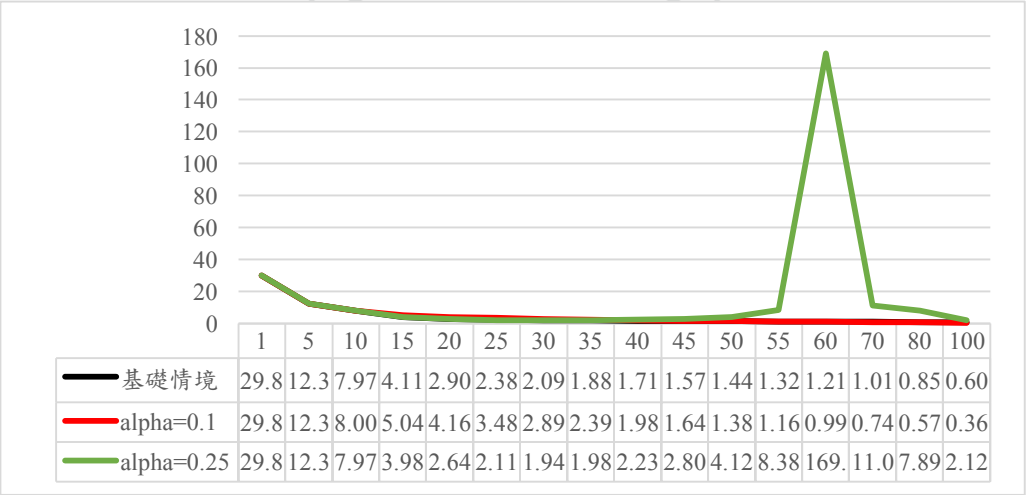


圖 4-17 情境二下即期利率之相對波動度（美元）

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

情境二下澳幣無風險利率期間結構受α變動亦較情境一大，於 15 年期上升情境（α=0.1）與基礎情境相差 0.9 個基點。詳見圖 4-18，在下降情境中（α=0.025）於 60 年期產生大幅度波動，其係因α過小導致前期收斂速過較慢，然為符合於收斂點收斂之特性而造成之震盪。圖 4-18 及圖 4-19 中皆可見第 60 年期之大幅震盪。本研究彙整三幣別於情境二上升情境（α=0.1）中得到與情況一相同之結果，如圖 4-20，美元與澳幣之市場利率波動均高於台幣，於長年期部分均為收斂；在情境二下降情境（α=0.025）中，與上昇情境下之想法相同，惟在第 60 年期有因α過小導致造成的大幅震盪，見圖 4-21。



	1	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	100
基礎情境	29.8	12.3	7.97	4.11	2.90	2.38	2.09	1.88	1.71	1.57	1.44	1.32	1.21	1.01	0.85	0.60
alpha=0.1	29.8	12.3	8.00	5.04	4.16	3.48	2.89	2.39	1.98	1.64	1.38	1.16	0.99	0.74	0.57	0.36
alpha=0.25	29.8	12.3	7.97	3.98	2.64	2.11	1.94	1.98	2.23	2.80	4.12	8.38	169.	11.0	7.89	2.12

圖 4-18 情境二下即期利率之波動度（澳幣）

（單位：基點(basis points；bps) ）

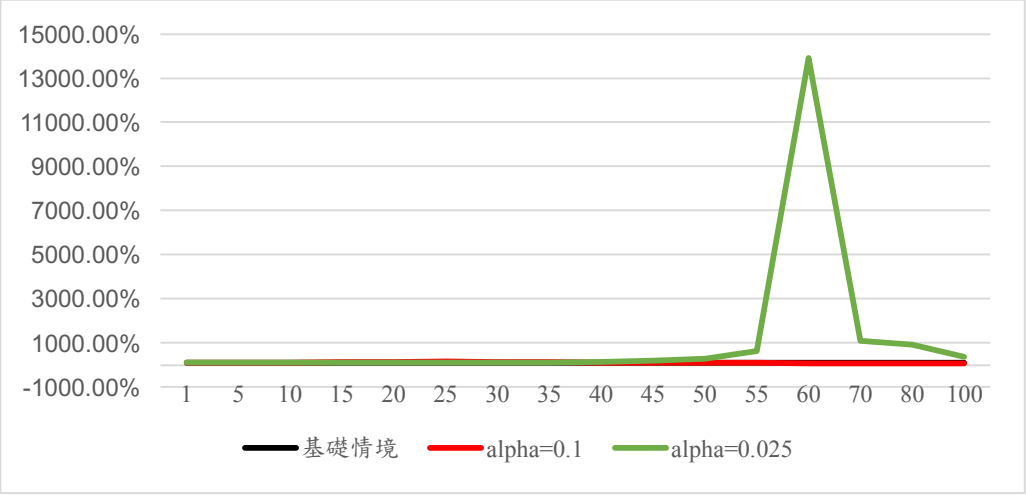


圖 4-19 情境二下即期利率之相對波動度（澳幣）

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

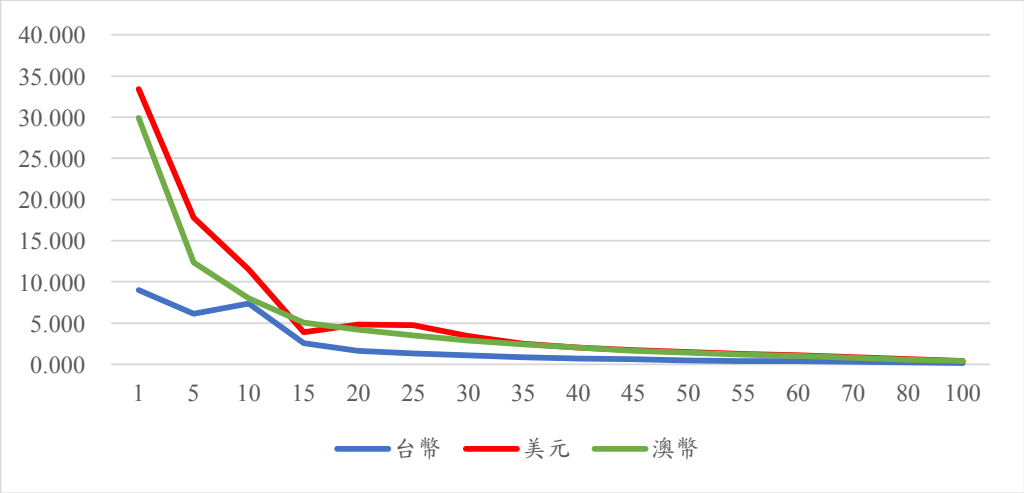


圖 4-20 三幣別於情境二上升情境下之即期利率波動

（單位：基點(basis points；bps)

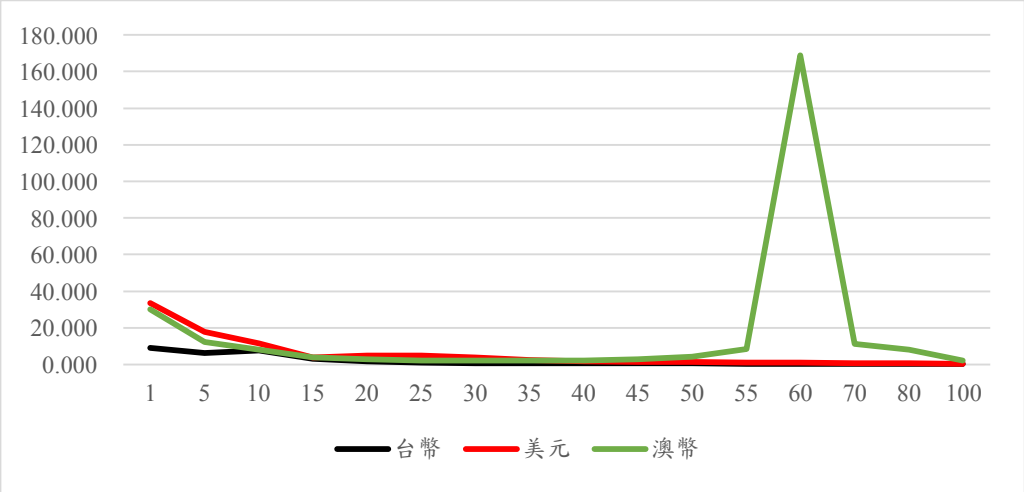


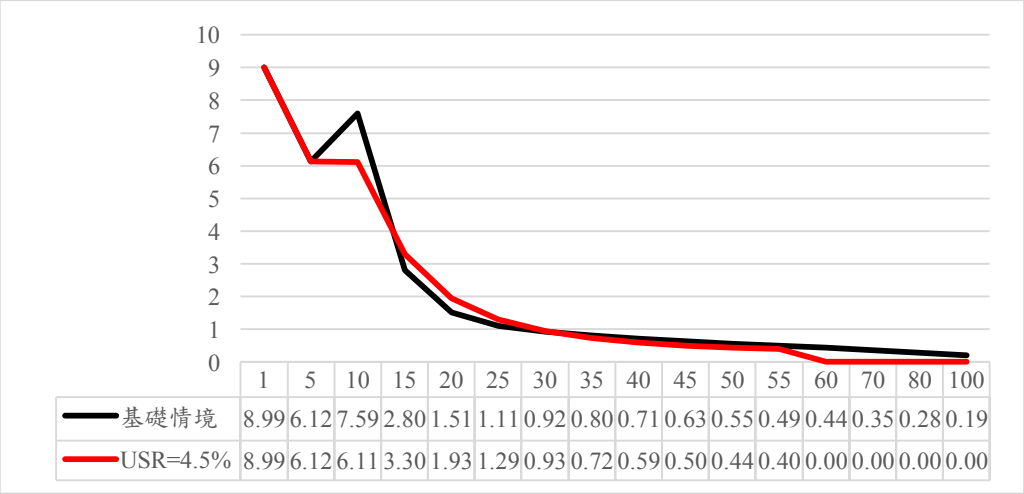
圖 4-21 三幣別於情境二下降情境下之即期利率波動

（單位：基點(basis points；bps)

接下來，本文將 SW 模型收斂至最終遠期利率之想法，改為收斂至最終即期利率（以下簡稱，USR 下），探討其對無風險利率期間結構之影響。同樣地，其他外生參數維持不變，於最終流動性觀察點開始至 60 年以 SW 模型進行外插，α 為 0.05。無論係何種幣別，採用即期利率作為終極利率讓第 60 年開始之殖利率波動度為零。再觀察最終流動性觀察點至第 60 年間之殖利率曲線，顯見美元之殖利率曲線波動度較台幣與澳幣大，舉例美元之基礎情境於第 40 年期時之波

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

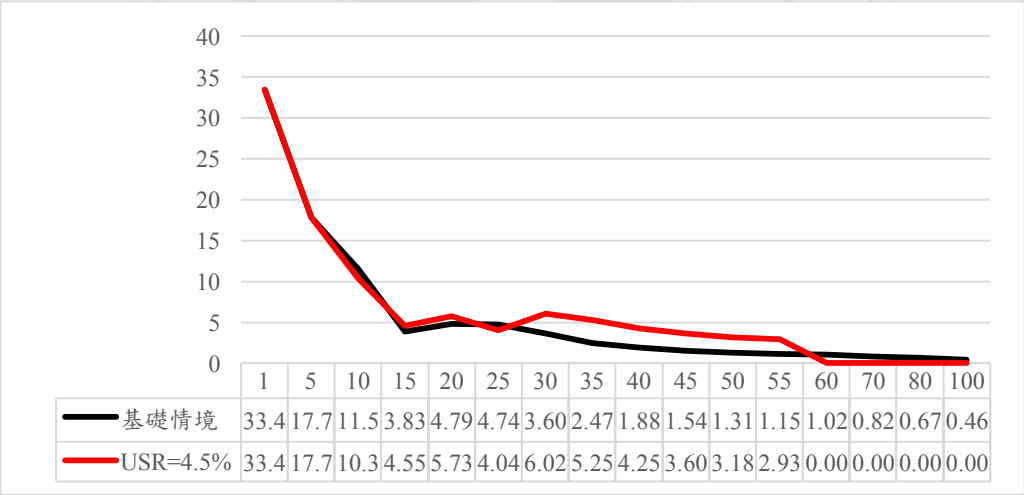
動度較情境三小 2.4 個基點，然而台幣與澳幣之基礎情境波動度則較情境三多 0.1 個基點。綜上，可以發現採用最終即期利率能夠穩定後期之殖利率曲線，然美元有中期（最終流動性觀察點至第 60 年）間之曲線存在較大之波動，係因美元存在較長之最終流動性觀察點，故較缺乏彈性並於中期產生較大波動。圖 4-23、圖 4-24 及圖 4-25 分別為台幣、美元以及澳幣於 USR 下，即期利率之波動度。



	1	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	100
基礎情境	8.99	6.12	7.59	2.80	1.51	1.11	0.92	0.80	0.71	0.63	0.55	0.49	0.44	0.35	0.28	0.19
USR=4.5%	8.99	6.12	6.11	3.30	1.93	1.29	0.93	0.72	0.59	0.50	0.44	0.40	0.00	0.00	0.00	0.00

圖 4-22 USR 下即期利率之波動度（台幣）

（單位：基點(basis points；bps) ）

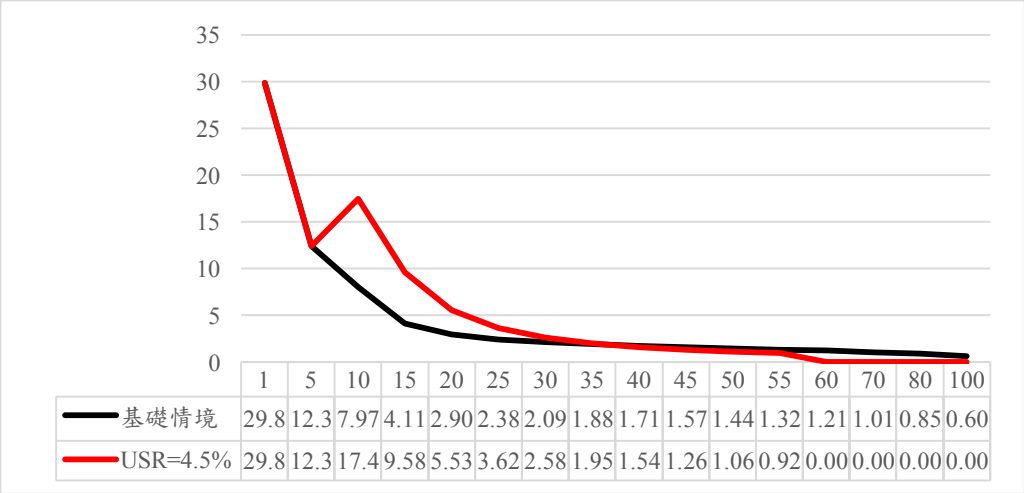


	1	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	100
基礎情境	33.4	17.7	11.5	3.83	4.79	4.74	3.60	2.47	1.88	1.54	1.31	1.15	1.02	0.82	0.67	0.46
USR=4.5%	33.4	17.7	10.3	4.55	5.73	4.04	6.02	5.25	4.25	3.60	3.18	2.93	0.00	0.00	0.00	0.00

圖 4-23 USR 下即期利率之波動度（美元）

（單位：基點(basis points；bps) ）

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08



	1	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	100
基礎情境	29.8	12.3	7.97	4.11	2.90	2.38	2.09	1.88	1.71	1.57	1.44	1.32	1.21	1.01	0.85	0.60
USR=4.5%	29.8	12.3	17.4	9.58	5.53	3.62	2.58	1.95	1.54	1.26	1.06	0.92	0.00	0.00	0.00	0.00

圖 4-24 USR 下即期利率之波動度（澳幣）

（單位：基點(basis points；bps) ）

第五章 建議與結論

第一節 結論

作為 ICS 以及 Solvency II 於負債適足性測試與保險負債衡量時，所建議使用之無風險利率期間結構建立模型，Smith-Wilson 模型之主要優勢有二：

（1） 使用便利，僅需求解線性方程即可求得現值函數，且能同時用於內插以及外插。此外，Smith-Wilson 模型可將多種金融工具之市場利率直接運用於三段式建構法之第一區段，無需再透過拔靴法等方式進行轉換。

（2） 符合現實，要求市場資料完美擬合外，以最終遠期利率作為無風險利率期間結構轉換為遠期利率曲線時，於長年期之收斂值，符合現實經濟環境。另外，國際保險監理制度亦會定時對最終遠期利率做資料之更新，符合 IFRS 17 下保險負債需考量現時之要求。

本文亦彙整國際保險監理制度對無風險利率期間結構之建立方式，並透過 Smith-Wilson 模型外生參數的變動建立敏感度分析，了解在最終遠期利率大小波動與外生參數 α 改變兩情境，以及由最終遠期利率改為收斂至最終即期利率共計

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

三種變化下，針對台幣、美元以及澳幣三幣別探討無風險利率期間結構之波動及 Smith-Wilson 模型下之收斂狀況：

（1） 在本研究之情境一下，最終遠期利率之變動，對於 Smith-Wilson 模型建構之無風險利率期間結構之影響極小，約落在 0.01bps。進一步分析，若採用較大之最終遠期利率，於長年期將擁有較穩定之無風險利率期間結構，無論對於台幣、美元以及澳幣皆適用。

（2） 在情境二本研究對外生參數 α 做調整，發現相較於最終遠期利率，控制收斂速度之外生參數 α 確實對無風險利率期間結構之波動度影響較大。比較台幣與美元，發現美元於中後期（40 年期）因加速收斂而產生大幅波動，主要係因其於市場上之最終流動性觀察點年期較長所致。而澳幣則在較小的外生參數 α 設定下，因前期收斂速度過慢而於六十年期產生劇烈波動，可見外生參數 α 設定之重要性。此外，若採用之 α 越大，則越早收斂至最終遠期利率，意味在短期會有較為劇烈之變動，至長年期時將擁有較穩定之無風險利率期間結構，無論對於台幣、美元以及澳幣皆適用。

（3） 於最後將收斂至最終遠期利率，改為收斂至最終即期利率。無論採用何種幣別，可以發現自六十年期起無風險利率期間結構完全穩定，不會產生任何變動。此種考量係由於壽險公司在衡量保險負債時，係採用即期利率而非遠期利率，故即期利率曲線（即為無風險利率期間結構）之穩定性顯見較遠期利率曲線重要。惟此情境下須額外注意，於三段式建構法中的第二區段將產生較遠期利率曲線大之波動。

從存續期間（duration）角度來看，由於台灣壽險業主要販售商品以長年期傳統型保險商品為主，故在負債面擁有較長之存續期間，然而資產面的配置年限大多短於保單年限。為恰當配適資產與負債的存續期間，可見國內壽險業者多將資金配置於國外市場，以尋求新的投資標的並增加資金運用效率。加上近年來處在低利率環境，為履行早年發行之高利率保單之或有保險給付，壽險業者配置較多之美元資以提升投資報酬率，然而其保險負債合約卻多以新台幣為主。

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

在 IFRS 17 下由於負債面須以公允價值呈現，而影響其變動之主要因素在於利率，故壽險業者勢必將部份債券投資分類至 FVOCI 或 FVTPL 來抵消保險合約負債因利率變化而產生的變動數。然而，由於長年期保險的特性，資產配置年限仍舊多短於保單年限，故若以公允價值呈現時，長年期負債所造成的公允價值變動仍相當重要。本文認為除增加資產面存續期間、減少負債面存續期間外，透過建構穩定波動幅度較小的無風險利率曲線與折現率亦是一可考方法，而以即期利率作為終極利率以建構無風險利率曲線的方式，即可獲得一長期穩定之無風險利率曲線，有助於後續建構出較為平穩的折現率曲線，甚至是穩定負債公允價值之波動數。此外，中國 C-ROSS 採用之二次插值方式亦為另一可考方式。

第二節　未來研究建議

本研究仍有許多值得精進之部分，以下將就無風險利率期間結構模型、敏感度分析以及其他部分說明之。

除 Smith-Wilson 模型外，可加入其他近代較為著名之模型以及線性方法比較之，如 Svensson 模型以及 Nelson-Siegel 模型，其中 Dynamic Nelson-Siegel 模型亦為 ICS 於全球保險資本標準 1.0 版公開諮詢文件所建議之方法。在敏感度分析部分，可以納入容忍度以及收斂點變化情境對無風險利率期間結構可能的影響。此外，亦可將 Smith-Wilson 模型建構之無風險利率曲線，運用於 IFRS 17 下保險負債之折現，實際觀察負債之波動情形。

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

參考文獻

一、中文文獻

中國保監會關於正式實施中國風險導向的償付能力體係有關事項的通知(2016)。中國：德勤聯合會計師事務所。

李賢源、林慧貞（1998）。 最大平滑度遠期利率曲線配適模型之再探討。中國財務學刊，6(1)，45-75。

周建新、于鴻福、鍾韻琳(2004)。台灣公債市場之利率期限結構估計：Nelson and Siegel 家族之比較。財金論文叢刊，1(2004/06)，25-50。

保險合約負債公允價值評價精算實務處理準則(105 年版草案)（2016）。 臺北市: 中華民國精算學會。

保險公司償付能力監管規則第 3 號：壽險合同負債評估（2017）。 北京市: 中國銀行保險監督管理委員會。

無風險利率及利率情境說明 (2016)。臺北市：財團法人保險事業發展中心。

黃雅文主持（2011）。保險業資產配置之決定及其影響（財團法人保險安定基金委託研究計畫）。臺北市：中華民國風險管理學會。

高渭川與謝秋華（2016）。保險會計變革－IFRS 4 Phase II 保險合約衡量模型之影響。會計研究月刊，364（2016 / 03 / 01），104-113。

張蕙茹（2017）。新版國際會計準則對壽險公司財務報表影響分析(碩士論文)。國立政治大學風險管理與保險研究所碩士論文。

蔡釗旻 (2017)。臺灣殖利率曲線之建構分析與利率傳遞機制之驗證--兼論臺美利率關聯性。中央銀行季刊，39:4，47-76。

無風險利率及利率情境說明 (2016)。臺北市：財團法人保險事業發展中心。

謝承熹 (2000)。以分段三次方指數函數配適台灣公債市場之利率期限結構：線性最適化與非線性最適化之比較。中國財務學刊，8(2)，25-47。

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

二、英文文獻

Chambers, D. R., Carleton, W. T., & Waldman, D. W. (1984). A new approach to estimation of the term structure of interest rates. *Journal of financial and quantitative analysis, 19*(3), 233-252.

Diebold, F. X., & Li, C. (2006). Forecasting the term structure of government bond yields. *Journal of econometrics, 130*(2), 337-364.

International Actuarial Association. *Discounting in the Context of IFRS for Insurers and Insurance Contracts*. (2017).

Office of the Superintendent of Financial Institutions *Life Insurance Capital Adequacy Test*. (2016). OSFI.

Nelson, C. R., & Siegel, A. F. (1987). Parsimonious modeling of yield curves. *Journal of business*, 473-489.

International Association Insurance Supervisors. *Public 2017 Field Testing Technical Specifications*. (2017). IAIS.

European Insurance and Occupational Pensions Authority. *QIS 5 Risk-free interest rates – Extrapolation method*. (2010). CEIOPS.

International Association Insurance Supervisors. *Risk-based Global Insurance Capital Standard Version 1.0 Public Consultation Document*. (2016). IAIS.

European Insurance and Occupational Pensions Authority. *Risk-free interest rate term structures Calculation of the UFR for 2018*. (2017). EIOPA.

Shea, G. S. (1985). Interest rate term structure estimation with exponential splines: a note. *The Journal of Finance, 40*(1), 319-325.

Subramanian, K. (2001). Term structure estimation in illiquid markets. *The Journal of Fixed Income, 11*(1), 77-86.

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08

Svensson, L. E. (1994). *Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992-1994*. Retrieved from

European Insurance and Occupational Pensions Authority. *Technical documentation of the methodology to derive EIOPA's risk-free interest rate term structures*. (2017). EIOPA.

Vasicek, O. A., & Fong, H. G. (1982). Term structure modeling using exponential splines. *The Journal of Finance, 37*(2), 339-348.

國立政治大學
National Chengchi University

DOI:10.6814/THE.NCCU.RMI.007.2018.F08