

國立政治大學社會科學院經濟學系

碩士論文

Department of Economics

College of Social Sciences

National Chengchi University

Master Thesis

內生化市場結構與補貼政策

Endogenous Market Structure and Subsidy Policy

林鈺凱

Lin, Yu-Kai

指導教授：賴景昌 博士

蕭明福 博士

中華民國 107 年 7 月

July, 2018

## 摘要

本文建構了在內生化市場結構下的第二代 R&D 內生成長模型，並在此架構下探討四種不同補貼—最終財生產補貼、中間財生產補貼、內部研發補貼和進入補貼對經濟增長和內生市場結構的影響。

發現當短期廠商數目固定時，最終產品生產補貼、中間產品生產補貼及內部研發補貼與過去的文獻相同，都會增加經濟增長率；但短期廠商數目固定時，研發部門的進入之價格補貼不會影響經濟增長。而當市場結構內生調整，也就是長期下，最終財生產補貼和中間產品生產補貼將使得廠商進入市場，隨著每家廠商的市場規模降低的負向效果將抵消短期的正向效果，因此對長期經濟增長率沒有效果。另一方面，當市場結構內生調整時，內部研發補貼減少了廠商數目但增加了經濟增長率，而研發部門的進入價格補貼擴大了廠商數目卻降低了經濟增長率。因此，內部研發補貼可能是比其他補貼更好的政策工具，因為它可以刺激長期經濟增長率。

**關鍵字：**研發、內生化市場結構、補貼政策

# Abstract

This thesis builds up a second-generation R&D-based growth model featuring endogenous market structure, and uses it to explore the growth effect of four distinct styles of subsidies. The four subsidies this thesis consider include final goods production subsidies, intermediate goods productions subsidies, in-house R&D subsidies and entry subsidies. Several main findings emerge from the analysis. First, when the number of firms is fixed in the short run, final goods production subsidies, intermediate goods productions subsidies and in-house R&D subsidies will stimulate the economic growth rate. However, entry subsidies are powerless to affect economic growth. Second, when market structure adjusts endogenously in the long run, final goods production subsidies and intermediate goods productions subsidies will increase the number of firms, and this tends to lower economic growth. The induced negative growth effect arisen from a rise in the number of firms just exactly offsets the positive growth effect in the short run, leaving the economic growth rate intact. Third, when market structure adjusts endogenously in the long run, in-house R&D subsidies increase economic growth but decrease the number of firms, whereas entry subsidies expand the number of firms but reduce economic growth. As the result, in-house R&D subsidies is a better policy instrument compared to other subsidies since it can stimulate economic growth in the long run.

**Key words: R&D, Endogenous Market Structure, Subsidy Policy**

# 目錄

第一章 緒論.....	1
第一節 研究動機與文獻回顧.....	1
第二節 本文架構.....	3
第二章 理論模型.....	4
第一節 各部門之決策行為.....	4
第二節 一般均衡及動態分析.....	11
第三節 長期均衡及經濟成長.....	13
第三章 補貼政策之效果.....	15
第一節 補貼政策之長期均衡影響.....	15
第二節 圖形分析.....	17
第四章 結論.....	32
本文附錄.....	34
附錄 A.....	34
附錄 B.....	35
附錄 C.....	37
附錄 D.....	39
附錄 E.....	41
參考文獻.....	43

# 第一章 緒論

## 第一節 研究動機與文獻回顧

創新與研發為知識經濟發展的動力，在推動國家經濟成長上扮演著不可或缺的重要性，因此各國為了提升自身的競爭力，紛紛推動創新與研發。本國的產業創新條例中就明確地指出，各中央目的事業主管機關得以補助、獎勵或輔導方式，來推動產業創新或研究發展(R&D)等事項。從上述就可以得知，政府會使用補貼政策來提升廠商的研究發展，進而促進經濟成長，然而這樣的政策是否真的能有益經濟成長，抑或是抑制經濟成長，這類政府政策影響研發創新的問題在經濟研究中受到越來越多的關注。

過去探討 R&D 驅動的內生成長模型，主要由 Romer(1990)、Segerstrom、Anant and Dinopoulos (1990)、Grossman and Helpman (1991a) 以及 Aghion and Howitt (1992) 等開創性研究所領導。這些 R&D 內生成長模型大致上可以分成三種類型，第一種類型為 Romer(1990)、Grossman and Helpman(1991b)所提出，這類的內生成長模型被稱為第一代內生成長模型(first-generation endogenous growth model)，此理論的缺點在於，其存在規模效果(scale effect)的問題，也就是長期下人口數量將會影響經濟成長率，因此受到了後續研究的質疑，其中 Jones(1995a)就明確的指出第一代內生成長模型之設定與美國實證數據並不相符。

所以，經濟學家們為了解決此規模效果的問題，發展出另外兩種類型的理論——半內生成長理論(semi-endogenous theory)與第二代內生成長理論(second-generation endogenous growth theory)。其中，Jones (1995b)及 Segerstrom (1998)等學者提出了半內生成長理論，該類型理論的創意在於他們假定知識規模報酬遞減，在此假定下半內生成長理論認為持續的生產力成長需要持續的研發投入成長，同時人口成長率也必須持續增加。由此可知，雖然半內生成長模型雖然解決了規模

效果——人口數量影響經濟成長率的問題，但也隱含了長期下的經濟成長率決定於人口成長率，因此，這個結果也遭到部分研究的質疑。而由 Aghion and Howitt (1998)、Dinopoulos and Thompson (1998)及 Peretto (1998)等人所提出的第二代內生成長理論則維持了第一代內生成長理論知識規模報酬固定的假定，不同的是，他們的模型包含兩種維度的技術進步，水平創新(horizontal innovations)與垂直創新(vertical innovations)。其中 Peretto(2007,2011)所設計的內生化市場結構模型(endogenous market structure)更將這兩種類型分化在不同的部門，研發部門為水平創新，廠商透過研發新產品並同時間決定了中間財廠商之均衡數量；而垂直創新則為中間財廠商為了提高本身產品之品質而進行的內部研發。在他的模型裡面就強調經濟成長率決定於個別 R&D 廠商的市場規模(firm's market size)，而非整體經濟的市場規模(aggregate market size)，因而可以擺脫掉第一代內生成長模型之規模效果的缺失，且其長期的經濟成長率不再取決於人口成長率。因此，理論上會認為第二代內生成長模型更能貼近實證，但在實證結果上卻有各自的支持者，舉例來說，在 Ha and Howitt (2007)及 Madsen (2008)的時間序列的實證資料研究中，就與第二代內生成長模型的假定較為一致；而在 Barcenilla-Visus et al. (2014)的研究裡則提到，在其挑選的六個 OECD 國家中的十個生產部門之追蹤資料與半內生成長模型之假定相符。

Grossman and Helpman (1991a)、Segerstrom (1998) 以及 Zeng and Zhang (2007) 的 R&D 內生成長模型中，探討了補貼政策對經濟成長與福利的效果。其中 Zeng and Zhang (2007) 就比較了最終財、中間財生產補貼與研發補貼三項的效果，他們假定政府以勞動所得稅融通補貼支出，並假定有彈性的勞動供給，發現最終財及中間財之生產補貼對經濟成長率有相同的效果，而研發補貼比起生產補貼更能促進經濟成長率與改善社會福利。也就是說，在先前的研究當中，只要政府實施補貼政策就能促進經濟成長率；然而，在內生化市場結構模型中，補貼對經濟成長和市場結構將有不同的影響，具體來說，當短期廠商數量固定，補貼有利於經濟成長，但長期來看的話，在市場結構內生性調整的過程中，最終財、

中間財廠商之生產補貼及研發部門的水平研發補貼會吸引水平研發廠商進入市場，這會減少中間財廠商(垂直研發廠商)的市場規模，從而壓低經濟成長率；而內部垂直研發的補貼則會減少廠商的進入，進而提高經濟成長率。在 Chu et al.(2016)就以內生化市場結構下的熊彼得成長模型來觀察專利保護與研發補貼的長短期效果，他們發現由於研發補貼降低了內部研發投資的成本，因此，較高的研發補貼率能增加短期及長期的經濟成長。反之，若是增強專利保護(專利寬度)則提高了企業壟斷的利潤，短期內會增加研發而使經濟成長率提高，然而，從長遠的角度出發，更高的利潤壟斷會鼓勵新公司進入市場，進而降低每家廠商的市場規模，因此更大的專利保護在長期下反而降低了經濟成長率。也就是說，他們發現在長期下，研發補貼比起專利保護是更好的政策工具。

本文與Chu et al.(2016)一樣採用Peretto(2007,2011)所設計的內生化市場結構模型，與之不同的是，其比較了專利保護與研發補貼在長短期下的相反效果，而本文則專注於分析不同補貼政策對長短期經濟成長率之影響；除此之外，在政府融通方式上與Barro and Sala-i-Martin(2004)相同，採用不具扭曲性質的定額稅，而非容易造成資源分配扭曲的勞動所得稅，藉此來凸顯補貼政策本身造成的效果。依據本文模型的設定，分析最終財部門生產補貼、中間財部門的生產補貼、內部研發補貼與研發部門進入之價格補貼，何者有利於長期之經濟成長，何者不利於長期之經濟成長。

## 第二節 本文架構

本文的架構共分為四章，第一章為緒論，介紹研究動機與相關文獻回顧。第二章則為理論模型，建構內生化市場結構下的 R&D 模型，解釋上、中、下游廠商、家計單位及政府的最適決策，並推導總體經濟一般均衡與經濟體系之動態過程。第三章則專注於補貼政策之效果，並以圖形輔助說明之。最後，第四章則針對本文之結果作出結論。

## 第二章 理論模型

本文採用 Peretto(2007,2011)所設計的內生化市場結構模型，此模型屬於第二代內生成長模型，它包含了上、中、下游的廠商。上游是完全競爭的研發部門，研發部門從事水平創新，藉著研發更多種類的產品，促成中間財廠商數目增加；中游是獨占性競爭的中間財部門，從事垂直創新，既存的中間財廠商利用研發促成(同種)商品品質的提升，在此稱這種廠商內部從事的研發為內部研發(in-house R&D)；下游是完全競爭的最終財部門。此第二代的 R&D 模型強調成長率決定於個別 R&D 廠商的市場規模，而非整體經濟的市場規模，因而可以擺脫第一代 R&D 成長模型所擁有的規模效果 (人口數量會影響經濟成長率)之缺失。

### 第一節 各部門之決策行為

#### 2.1.1 家計單位

本文假定經濟體系為封閉體系，並設定經濟體系擁有許多無限期且同質 (identical)的家計單位，其目標為在既有的預算限制下，追求一生折現效用的極大，則家計單位的終身效用可表示成：

$$\int_0^{\infty} \ln C e^{-\rho t} dt, \quad \rho > 0 \quad (1a)$$

式(1a)中， $\rho$  為時間偏好率， $C$  為家計單位對最終財之消費。家計單位極大化式(1a)受限制於家計單位的資產累積方程式，則家計單位的預算限制式為：

$$\dot{A} = rA + wL - C - T \quad (1b)$$

其中，定義  $A$  為實質財富， $r$  為實質利率。家計單位提供  $L$  單位的無彈性勞動以賺取  $w$  的實質工資；同時，家計單位也會支付  $T$  單位的定額稅。家計單位極大化式(1a)，受限於式(1b)，則可以推得其消費的跨時決策 Keynes-Ramsey 法則為：



$$\frac{\dot{C}}{C} = r - \rho \quad (2)$$

## 2.1.2 最終財部門

本文遵循 Aghion and Howitt (2005, 2009) 和 Peretto (2007, 2011) 的假設，最終財  $Y$  為完全競爭廠商所生產；這些最終財可以被消費、生產中間產品、投資研發來提高現有中間產品的質量，或投資創造新的中間產品，其生產函數可表示成：

$$Y = \int_0^N X_i^\theta \left( Z_i^\alpha \bar{Z}^{1-\alpha} \frac{L_Y}{N} \right)^{1-\theta} di \quad ; \quad 0 < \alpha \leq 1, \quad 0 < \theta \leq 1 \quad (3)$$

式(3)中， $X_i$  為第  $i$  種中間財的使用數量； $L_Y$  是最終財廠商雇用的勞動數量； $N$  是中間財的數目(種類)； $L_Y/N$  為與第  $i$  種中間財搭配的勞動雇用數量； $Z_i$  為第  $i$  種中間財的品質； $\bar{Z} = \left[ \int_0^N Z_i di \right] / N$  為所有中間財的平均品質，捕捉了 R&D 外溢效果，因此  $1-\alpha$  代表著技術外溢的程度。依據式(3)的設計，中間財產品的替代程度為  $\Theta = 1/(1-\theta)$ ，故參數  $\theta$  反映中間財產品的替代程度。且由式(3)可以知道生產最終財必須由一系列的中間財及與其搭配之勞動作為投入，這些中間財之間具有替代性質。除此之外， $Z_i^\alpha \bar{Z}^{1-\alpha} (L_Y/N)$  可視為與第  $i$  種中間財  $X_i$  搭配的有效勞動力，描述了當中間財的品質與中間財的平均品質的增加都會使勞動生產力增加。

令最終財價格單位化為 1(即  $P_Y \equiv 1$ )， $p_i$  代表第  $i$  種中間財的價格， $s_Y$  為政府對最終財部門的生產補貼，則最終財廠商的利潤函數可寫成：

$$\pi_Y = (1 + s_Y)Y - wL_Y - \int_0^N p_i X_i di \quad (4)$$

將式(3)的最終財生產函數代入式(4)，即可推得最終財廠商的最適勞動雇用數量

及對於中間財的最適需求數量分別為：

$$L_y = (1 + s_y)(1 - \theta) \frac{Y}{w} \quad (5a)$$

$$X_i = (1 + s_y)^{\frac{1}{1-\theta}} \left( \frac{\theta}{p_i} \right)^{\frac{1}{1-\theta}} (Z_i^\alpha \bar{Z}^{1-\alpha} \frac{L_y}{N}) \quad (5b)$$

### 2.1.3 中間財部門

假定目前經濟體系有  $N$  種中間財，且每一家中間財廠商對它所生產的商品擁有專利權。再者，令中間財廠商以最終財為生產投入。為了簡化分析，令生產一單位的中間財，需要以一單位的最終財作為投入，並令  $y_i$  為第  $i$  家中間財廠商所使用的最終財，則中間財的生產函數可表示為：

$$X_i = y_i ; i \in [0, N] \quad (6)$$

依循 Peretto(2011)，除了生產成本之外，第  $i$  家中間財廠商每單位時間也必須負擔以最終財表示的營運成本  $\Lambda_i$ <sup>1</sup>：

$$\Lambda_i = \phi \bar{Z} \quad (7)$$

從第(7)式中可以看出，第  $i$  家中間財廠商的營運成本被設定為所有中間財的平均品質的增函數。舉例來說，如果中間財廠商的平均品質越高，則第  $i$  家中間財廠商為了要能凸顯自己的產品品質的優點，就必須消耗更多的廣告費用去宣傳，因此隨著品質的提升，營運成本也會跟著增加。

除此之外，中間財廠商為了提升中間財的品質，也會從事內部的研發投資。令  $R_i$  代表中間財廠商投入內部研發的最終財數量，則可設定以下的品質提升動態方程式：

$$\dot{Z}_i = R_i \quad (8)$$

<sup>1</sup> 營運成本是廠商為了持續營業活動所需耗費的全部成本。

假定政府對於中間財部門有生產補貼  $s_x$ ，並對內部研發之研發成本有  $s_I$  比例的補貼。由式(6)、(7)、(8)可以推得生產第  $i$  種中間財的廠商之實質利潤  $\pi_{X_i}$ ，可表示成：

$$\pi_{X_i} = ((1 + s_x)p_i - 1)X_i - \phi\bar{Z} - (1 - s_I)R_i \quad (9)$$

研發部門所研發的商品之藍圖將會賣給獨占性競爭的第  $i$  家中間財廠商，故 R&D 廠商所研發的藍圖價格  $V_i$  等於獲得該藍圖之中間財廠商由於生產商品未來可能獲得的利潤折現總和，即：

$$V_i = \int_t^{\infty} \pi_{X_i} e^{-\int_t^u r_v dv} du \quad (10)$$

式(10)中  $r$  代表實質利率。將式(9)代入式(10)，則中間財廠商的最適決策可表示成：

$$\text{Max}_{p_i, R_i, Z_i} V_i = \int_t^{\infty} \left[ ((1 + s_x)p_i - 1)X_i - \phi\bar{Z} - (1 - s_I)R_i \right] e^{-\int_t^u r_v dv} du \quad (11a)$$

$$\text{st. } \dot{Z}_i = R_i$$

$$X_i = (1 + s_Y)^{\frac{1}{1-\theta}} \left( \frac{\theta}{p_i} \right)^{\frac{1}{1-\theta}} (Z_i^\alpha \bar{Z}^{1-\alpha} \frac{L_Y}{N}) \quad (11b)$$

依據式(11a)和(11b)，可設定以下的現值 Hamiltonian 函數  $H$ ：

$$H = \left\{ ((1 + s_x)p_i - 1) \left( \frac{\theta}{p_i} \right)^{\frac{1}{1-\theta}} (Z_i^\alpha \bar{Z}^{1-\alpha} \frac{L_Y}{N}) - \phi\bar{Z} - (1 - s_I)R_i \right\} + \lambda_i R_i \quad (12)$$

而從上述的 Hamiltonian 函數可以求得中間財廠商的最適定價  $p_i$ 、最適內部 R&D 投資  $R_i$ 、最適品質  $Z_i$ 、及  $Z_i$  之共狀態變數  $\lambda_i$  的一階條件分別為：

$$\frac{\partial H}{\partial p_i} = (1 + s_Y)^{\frac{1}{1-\theta}} \left( \frac{\theta}{p_i} \right)^{\frac{1}{1-\theta}} (Z_i^\alpha \bar{Z}^{1-\alpha} \frac{L_Y}{N}) \left[ (1 + s_x) - \frac{(1 + s_x)p_i - 1}{(1 - \theta)p_i} \right] = 0 \quad (13a)$$

$$\frac{\partial H}{\partial R_i} = -(1 - s_I) + \lambda_i = 0 \quad (13b)$$

$$\frac{\partial H}{\partial Z_i} = \alpha((1+s_x)p_i - 1)(1+s_y)^{\frac{1}{1-\theta}} \left(\frac{\theta}{p_i}\right)^{\frac{1}{1-\theta}} (Z_i^{\alpha-1} \bar{Z}^{1-\alpha} \frac{L_Y}{N}) = -\dot{\lambda}_i + r\lambda_i \quad (13c)$$

$$\dot{Z}_i = R_i \quad (13d)$$

由式(13a)可推得中間財廠商的最適定價  $p_i$  為：

$$p_i = \frac{1}{(1+s_x)\theta} \quad (13a^*)$$

式(13c)可改寫成：

$$\frac{\alpha((1+s_x)p_i - 1)(1+s_y)^{\frac{1}{1-\theta}} \left(\frac{\theta}{p_i}\right)^{\frac{1}{1-\theta}} (Z_i^{\alpha-1} \bar{Z}^{1-\alpha} \frac{L_Y}{N})}{\lambda_i} + \frac{\dot{\lambda}_i}{\lambda_i} = r \quad (13c^*)$$

式(13c\*)陳述中間財廠商的內部研發的報酬率等於內部研發的成本，當中左式可以分成內部研發帶動的利潤增加率及內部研發所帶動的中間財品質之價值提升率。由於式(13b)可知共狀態變數  $\lambda_i = (1-s_l) = \lambda$ ，故可以推知  $\dot{\lambda}_i = 0$ ，且從式(13a)可知中間財廠商具有相同的加碼定價，所以每家廠商的最適決策具有對稱性質，因此會選擇相同的最適內部 R&D 投資  $R_i = R$  及相同的最適品質  $Z_i = Z = \bar{Z}$ ，即  $X_i = X$ 。據此，由(13c\*)可以推得內部研發報酬率  $r$  為：

$$r = \frac{\alpha}{1-s_l} \left[ \left(\frac{1-\theta}{\theta}\right)(1+s_y)^{\frac{1}{1-\theta}} (1+s_x)^{\frac{1}{1-\theta}} \theta^{\frac{2}{1-\theta}} \frac{L_Y}{N} \right] \quad (14)$$

上式顯示了幾個重要的意涵：(1)為了與每種中間財  $X$  搭配，最終財廠商所雇用的勞動搭配數量  $L_Y/N$  越多，則內部研發的報酬率越大。(2)政府增加內部研發補貼  $s_l$ 、最終財生產補貼  $s_y$  與中間財生產補貼  $s_x$ ，皆會提高內部研發的報酬率。

## 2.1.4 研發(R&D)部門

R&D 廠商研發出新種類的商品需要耗費以最終財表示的研發成本，且研發成本被設定為與新廠商的生產數量  $X_i$  有關，令為  $\beta X_i$  單位的最終財<sup>2</sup>，則此研發

<sup>2</sup>  $\beta$  為大於零的成本參數，

成本可視為廠商進入 R&D 部門的生產準備成本，這個生產準備成本使新的公司無法提供與既存廠商相同之產品，因此新的廠商進入隱含著產品的多樣化。

假定研發廠商為了進入市場，並須以發行股票的方式向家計募得資金，因此藍圖價格等於股票價格，若政府對新進入廠商有價格補貼  $s_r$ ，則當有利可圖時，R&D 廠商就有誘因研發新種類的商品，即<sup>3</sup>：

$$\dot{N} = \kappa[(1+s_r)V_i - \beta X_i] \quad ; \quad \kappa > 0 \quad (15a)$$

式(15a)中  $\dot{N}$  代表本期新增加的研發商品數目， $\kappa$  代表調整速度。令  $\kappa \rightarrow \infty$ ，則上式將退化為：

$$(1+s_r)V_i = \beta X_i \quad (15b)$$

同樣地，研發部門賣給中間財廠商之價格等於該商品經過折現後未來可能獲得的利潤總和，即：

$$V_i = \int_t^{\infty} \pi_{X_i} e^{-\int_t^u r_v dv} du = \int_t^{\infty} \left[ ((1+s_x)p_i - 1)X_i - \phi\bar{Z} - (1-s_l)R_i \right] e^{-\int_t^u r_v dv} du \quad (10)$$

將上式的第一個等號左右兩邊對時間( $t$ )求取微分，並利用 Leibniz 法則，可推得底下的關係式：

$$\dot{V}_i = rV_i - \pi_{X_i} \quad (16a)$$

由式(16a)加上對稱性質  $V_i = V$ 、 $p_i = p = 1/(1+s_x)\theta$ 、 $R_i = R$ 、 $Z_i = Z = \bar{Z}$ 、 $X_i = X$ ，

可以推得：

$$r = \frac{\pi_X}{V} + \frac{\dot{V}}{V} = \frac{\left(\frac{1-\theta}{\theta}\right)X - \phi\bar{Z} - (1-s_l)R}{V} + \frac{\dot{V}}{V} \quad (16b)$$

<sup>3</sup> 參考賴景昌(2017)。

### 2.1.5 政府

政府為了平衡預算，是以向民眾課徵定額稅來融通最終財生產補貼、中間財生產補貼、內部研發補貼及研發部門進入之價格補貼，即：

$$T = s_Y Y + s_x \int_0^N p_i X_i di + s_I \int_0^N R_i di + s_r V \dot{N} \quad (17)$$

在  $(s_Y, s_x, s_I, s_r)$  為外生政策參數的狀況下，透過  $T$  的調整，維持政府的平衡預算。



## 第二節 一般均衡及動態分析

總體經濟的一般均衡被定義為一系列分配  $\{A, C, Y, X_i, R_i, T\}_{t=0}^{\infty}$  及價格  $\{w, r, p_i, V_i\}_{t=0}^{\infty}$  之時間路徑，並且滿足下列條件：

1. 在給定  $\{w, r\}$  下，家計單位極大化其效用。
2. 在給定  $\{p_i, w\}$  下，完全競爭之最終財廠商極大化利潤。
3. 獨占性中間財廠商在給定  $\{r\}$  下，決定  $\{p_i, R_i\}$  來極大化其未來可能利潤折現總和  $\{V_i\}$ 。
4. 新進入廠商，給定  $\{V_i\}$  下決定是否進入市場。
5. 所有存在之獨占性競爭中間財廠商的利潤加總就是家計單位之實質財富，也就是說， $A = NV$ 。
6. 最終財市場、資產市場及勞動市場是結清的。
7. 政府為平衡預算： $T = s_y Y + s_x NX / (1 + s_x) \theta + s_l NR + s_r V\dot{N}$

透過家計單位的預算限制式、政府預算限制式、借貸市場均衡式及其相關的一階條件，則可以推得商品市場均衡條件(資源限制式)為<sup>4</sup>：

$$Y = C + N(X + \phi Z + R) + \beta X\dot{N} \quad (18)$$

式(18)為商品市場均衡式(最終財的資源限制式)，當中  $N(X + \phi Z + R)$  為中間財廠商所使用的最終財( $NX$  是中間財廠商生產中間財所使用的最終財， $N\phi Z$  是所有中間財廠商所耗費的營運成本， $NR$  是所有中間財廠商從事內部研發所使用的最終財)， $\beta X\dot{N}$  為研發部門所使用的最終財。

<sup>4</sup> 詳細推導，請參照附錄 A。

將式(5b)的中間財需求函數、勞動市場均衡條件及中間財廠商內部研發的對稱性質代入式(3)之最終財生產函數，我們可將最終財的生產函數改寫成：

$$\begin{aligned}
 Y &= \int_0^N X_i^\theta (Z_i^\alpha \bar{Z}^{1-\alpha} \frac{L_Y}{N})^{1-\theta} di \\
 &= (1+s_Y)^{\frac{\theta}{1-\theta}} (1+s_x)^{\frac{\theta}{1-\theta}} \theta^{1-\theta} L_Y Z \\
 &= (1+s_Y)^{\frac{\theta}{1-\theta}} (1+s_x)^{\frac{\theta}{1-\theta}} \theta^{1-\theta} LZ
 \end{aligned} \tag{19}$$

由式(19)可推得  $\dot{Y}/Y = \dot{Z}/Z$ ，且式(19)顯示當中間財廠商的內部研發促成品質的提升，將會帶動最終財的生產數量增加。

接著推導經濟體系之動態，首先改寫資源限制式，則可把式(18)表示成：

$$\frac{\dot{N}}{N} = \frac{\Gamma^{\theta-1}}{\beta} - \frac{1}{\Gamma\beta L} c - \frac{1}{\beta} - \frac{N\phi}{\Gamma\beta L} - \frac{N}{\Gamma\beta L} \frac{\dot{Z}}{Z} \tag{20}$$

其中，令  $\Gamma = (1+s_Y)^{\frac{1}{1-\theta}} (1+s_x)^{\frac{1}{1-\theta}} \theta^{\frac{2}{1-\theta}}$ ，則  $Y = \Gamma^\theta LZ$ ， $X = \Gamma LZ/N$ ，且令  $C/Z = c$  為轉換變數。接著，根據資產的非套利條件可知：

$$\frac{\alpha}{1-s_I} \left[ \left( \frac{1}{\theta} - 1 \right) \frac{\Gamma L}{N} \right] = \left[ \left( \frac{1}{\theta} - 1 \right) \frac{\Gamma L}{N} - \phi - (1-s_I) \frac{\dot{Z}}{Z} \right] \frac{(1+s_r)N}{\Gamma\beta L} + \frac{\dot{Z}}{Z} - \frac{\dot{N}}{N} \tag{21}$$

則可以透過資產的非套利條件、資源限制式、消費跨時最適條件，可得經濟體系的動態之兩個微分方程，表示如下<sup>5</sup>：

$$\begin{aligned}
 \dot{c} &= F(c, N, s_Y, s_x, s_I, s_r) \\
 &= c \left[ \frac{\alpha(1-\theta)\Gamma L}{(1-s_I)\theta N} - \rho - \frac{\Phi\Gamma\beta L}{\Gamma\beta L - (1-s_r)(1+s_r)N + N} \right]
 \end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{N} &= J(c, N, s_Y, s_x, s_I, s_r) \\
 &= N \left[ \frac{\Gamma^{\theta-1} - 1}{\beta} - \frac{1}{\Gamma\beta L} c - \frac{N\phi}{\Gamma\beta L} - \frac{\Phi N}{\Gamma\beta L - (1-s_r)(1+s_r)N + N} \right]
 \end{aligned} \tag{23}$$

其中，令  $\Phi(c, N) = \frac{\Gamma^{\theta-1} - 1}{\beta} - \frac{1}{\Gamma\beta L} c - \frac{(1-\theta)(1+s_r)}{\theta\beta} + \frac{s_r\phi N}{\Gamma\beta L} + \frac{\alpha(1-\theta)\Gamma L}{(1-s_I)\theta N}$ 。

<sup>5</sup> 詳細推導，請參照附錄 B。



假定期初政府沒有提供任何補貼，也就是  $s_y = s_x = s_l = s_r = 0$ ，則令  $\tilde{c}$  與  $\tilde{N}$  分別為  $c$  與  $N$  的期初初始值，並令  $q$  為滿足上述微分方程與期初條件之特性根，則可以推得下列特性方程式<sup>6</sup>：

$$\begin{vmatrix} F_c - q & F_N \\ J_c & J_N - q \end{vmatrix} = 0 \quad (24a)$$

展開上式可得：

$$q^2 - (F_c + J_N)q + F_c J_N - F_N J_c = 0 \quad (24b)$$

由根與係數關係即知：

$$q_1 \cdot q_2 = F_c J_N - F_N J_c < 0 \quad (24c)$$

從上式可以知道動態體性的特性根為一正根與一負根，為了分析起見，假定  $q_1 < 0 < q_2$ ，則  $q_1 = J_N$ 、 $q_2 = F_c$ ，特性根的正根數目正好等於跳躍變數的數目，因此經濟體系存在安定的唯一均衡解。

### 第三節 長期均衡及經濟成長

在了解經濟動態體系存在唯一均衡解下，進一步求解經濟體系的長期均衡解。將靜止均衡之條件  $\dot{c} = \dot{N} = 0$  代入式(22)、(23)，並依據(19)、(A2)之條件，則可知在靜止均衡時， $\tilde{\gamma}_N = 0$  且  $\tilde{\gamma} = \tilde{\gamma}_C = \tilde{\gamma}_Z = \tilde{\gamma}_Y = \tilde{\gamma}_A$ 。因此，長期經濟成長率可表示成：

$$\tilde{\gamma} = \tilde{\gamma}_Z = \tilde{\gamma}_Y = \tilde{\gamma}_C = \frac{\alpha(1-\theta)\theta^{\frac{2}{1-\theta}}L}{\theta\tilde{N}} - \rho \quad (25)$$

式(25)顯示了中間財廠商的內部研發(而非 R&D 部門的研發)是驅動整體經濟的關鍵因素，且內部研發廠商(中間財廠商)的數目  $N$  越大，則每家中間財廠商所分到的市場規模越小，因而每家內部研發廠商將減少研發，促成經濟成長率下降。

<sup>6</sup> 詳細推導，請參照附錄 C。

而在期初沒有任何的補貼情況下，可以解出  $\tilde{c}$  與  $\tilde{N}$ ，可表示成：

$$\tilde{c} = \theta^{1-\theta} \beta L \left( \rho + \frac{(1-\theta)}{\theta^2 \beta} \right) \quad (26)$$

$$\tilde{N} = \frac{\theta^{1-\theta} \beta L}{(\phi - \rho)} \left( \frac{(1-\theta)(1-\alpha)}{\theta \beta} - \rho \right) \quad (27)$$

由式(26)可知，消費-品質比將會跳到唯一且穩定之靜止均衡。且在給定期初沒有任何補貼的情況下，從式(23)之  $N$  的動態可知，當  $N$  逐漸走向靜止均衡，則由式(25)可知經濟成長率也會逐漸收斂至靜止均衡。

**命題一：**在參數  $\rho < \min\{\phi, (1-\theta)(1-\alpha)/\theta\beta\}$  限制之下， $N$  會逐漸收斂為正且唯一之靜止均衡。則靜止均衡下之經濟成長率如下：

$$\tilde{\gamma} = \tilde{\gamma}_z = \tilde{\gamma}_y = \tilde{\gamma}_c = \frac{\alpha(1-\theta)(\phi - \rho)}{(1-\theta)(1-\alpha) - \rho\theta\beta} - \rho \quad (28a)$$

由式(28a)可知當時間偏好率非常小的時候，也就是當下列不等式成立時，經濟成長率為正。

$$\theta\beta\rho^2 - (1-\theta)\rho + \phi\alpha(1-\theta) > 0 \quad (28b)$$

### 第三章 補貼政策效果

在前面章節所介紹的模型架構下，接著分析當政府在未來特定時點宣布增加補貼率，則對整個經濟體系相關變數有何種影響。

#### 第一節 補貼政策之長期均衡影響

從式(22)及(23)可將動態體系之微分方程表示成下列之函數：

$$\dot{c} = F(c, N, s_Y, s_x, s_I, s_r) \quad (29)$$

$$\dot{N} = J(c, N, s_Y, s_x, s_I, s_r) \quad (30)$$

對式(29)及(30)全微分即可求解外生變數 $(s_x, s_Y, s_I, s_r)$ 對 $\tilde{c}$ 及 $\tilde{N}$ 的影響：

$$F_c d\tilde{c} + F_N d\tilde{N} + F_{s_Y} ds_Y + F_{s_x} ds_x + F_{s_I} ds_I + F_{s_r} ds_r = 0$$

$$J_c d\tilde{c} + J_N d\tilde{N} + J_{s_Y} ds_Y + J_{s_x} ds_x + J_{s_I} ds_I + J_{s_r} ds_r = 0$$

令 $\Delta = q_1 q_2 = F_c J_N < 0$ ，則從Cramer's法則即可求得：

$$\frac{d\tilde{N}}{ds_Y} = -\frac{F_c J_{s_Y} - F_{s_Y} J_c}{\Delta} = -\frac{\tilde{c}\tilde{N}^2(\phi - \rho)}{(1 - \theta)(\theta^{1-\theta} \beta L)^2 \Delta} > 0 \quad (31a)$$

$$\frac{d\tilde{N}}{ds_x} = -\frac{F_c J_{s_x} - F_{s_x} J_c}{\Delta} = -\frac{\tilde{c}\tilde{N}^2(\phi - \rho)}{(1 - \theta)(\theta^{1-\theta} \beta L)^2 \Delta} > 0 \quad (31b)$$

$$\frac{d\tilde{N}}{ds_I} = -\frac{F_c J_{s_I} - F_{s_I} J_c}{\Delta} = -\frac{\rho \tilde{c}\tilde{N}^2}{\Delta(\theta^{1-\theta} \beta L)^2} < 0 \quad (31c)$$

$$\frac{d\tilde{N}}{ds_r} = -\frac{F_c J_{s_r} - F_{s_r} J_c}{\Delta} = -\frac{\rho \tilde{c}\tilde{N}}{\Delta \theta^{1-\theta} \beta L} > 0 \quad (31d)$$

$$\frac{d\tilde{c}}{ds_y} = \frac{F_N J_{s_y} - F_{s_y} J_N}{F_c J_N} = -\frac{F_{s_y} J_N}{F_c J_N} = -\frac{\rho\tilde{c}}{(1-\theta)\Delta} \left( \frac{(1-\theta)(1-\alpha)}{\theta\beta} - \rho \right) > 0 \quad (32a)$$

$$\frac{d\tilde{c}}{ds_x} = \frac{F_N J_{s_x} - F_{s_x} J_N}{F_c J_N} = -\frac{F_{s_x} J_N}{F_c J_N} = -\frac{\rho\tilde{c}}{(1-\theta)\Delta} \left( \frac{(1-\theta)(1-\alpha)}{\theta\beta} - \rho \right) > 0 \quad (32b)$$

$$\frac{d\tilde{c}}{ds_r} = \frac{F_N J_{s_r} - F_{s_r} J_N}{F_c J_N} = -\frac{F_{s_r} J_N}{F_c J_N} = -\frac{\tilde{c}\tilde{N}}{\theta^{1-\theta} \beta L \Delta} \left[ \frac{(1-\theta)}{\theta\beta} (\alpha\phi - \rho) + \rho^2 \right] < 0 \quad (32c)$$

$$\frac{d\tilde{c}}{ds_r} = \frac{F_N J_{s_r} - F_{s_r} J_N}{F_c J_N} = -\frac{F_{s_r} J_N}{F_c J_N} = -\frac{(\phi - \rho)\rho\tilde{c}\tilde{N}}{\theta^{1-\theta} \beta L \Delta} < 0 \quad (32d)$$

由式(31a)至(32d)可知，當政府增加最終財生產補貼 ( $s_y$ ) 或中間財生產補貼 ( $s_x$ ) 時，廠商家數  $N$  及消費-品質比  $c$  將會增加；當政府增加內部研發補貼 ( $s_r$ ) 時，廠商家數  $N$  及消費-品質比  $c$  將會減少；當政府增加廠商進入的價格補貼 ( $s_r$ ) 時，廠商家數  $N$  將會增加，而消費-品質比  $c$  則會減少。

從式(25)可知，影響長期穩定經濟成長率的方法有兩種，其一就是提高垂直研發部門的內部報酬率  $r$ ，其二就是影響長期廠商家數的進出，兩個反向效果的大小將決定補貼政策在長期下如何影響經濟成長率，則結果分別如下<sup>7</sup>：

$$\frac{d\tilde{\gamma}}{ds_y} = 0 \quad (33a)$$

$$\frac{d\tilde{\gamma}}{ds_x} = 0 \quad (33b)$$

$$\frac{d\tilde{\gamma}}{ds_r} = -\frac{\alpha\phi(1-\theta)}{\theta\beta\Delta} \left( \rho + \frac{(1-\theta)}{\theta^2\beta} \right) > 0 \quad (33c)$$

$$\frac{d\tilde{\gamma}}{ds_r} = \frac{\alpha(1-\theta)(\phi - \rho)\rho \left( \rho + \frac{(1-\theta)}{\theta^2\beta} \right)}{((1-\theta)(1-\alpha) - \rho\theta\beta)\Delta} < 0 \quad (33d)$$

<sup>7</sup> 詳細推導，請參照附錄 D。

由式(33a)至(33d)，本文歸納出各項補貼政策對長期經濟成長率的影響效果：

當政府增加最終財及中間財的生產補貼，對長期的經濟成長率沒有影響；當政府增加中間財部門的內部研發補貼時，則可以增加長期的經濟成長率；當政府增加研發部門之進入價格補貼時，則會減少長期的經濟成長率。

## 第二節 圖形分析

接著本節將銜接上一節，以圖形分析補貼政策下的長短期效果。

由式(29)、(30)可推導 $\dot{c}=0$ 與 $\dot{N}=0$ 線的斜率：

$$\left. \frac{\partial c}{\partial N} \right|_{\dot{N}=0} = -\frac{J_N}{J_c} > 0, \text{ 如果 } J_c > 0 \quad (34)$$

$$\left. \frac{\partial c}{\partial N} \right|_{\dot{c}=0} = -\frac{F_N}{F_c} = 0 \quad (35)$$

由特性根之正負值可知動態體系唯一的安定(收斂)條件是 $B_2 = 0$ ，我們將滿足 $B_2 = 0$ 所有的 $c$ 與 $N$ 的組合稱為馬鞍路徑(saddle path)。馬鞍路徑(SS線)的關係式為<sup>8</sup>：

$$c_t - \tilde{c}(\eta_0) = \frac{q_1 - J_N}{J_c} [N_t - N^*(\eta_0)] \quad (36a)$$

從上式可知馬鞍路徑的斜率為：

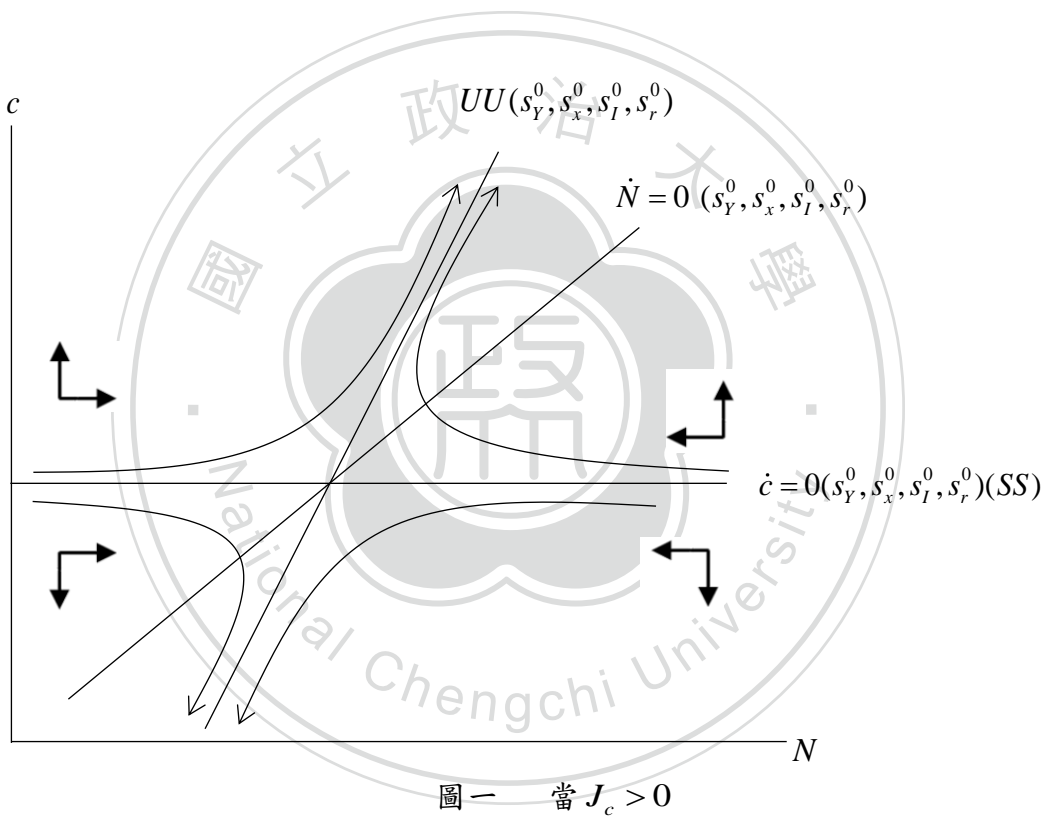
$$\left. \frac{\partial c}{\partial N} \right|_{ss} = \frac{q_1 - J_N}{J_c} = 0 \quad (36b)$$

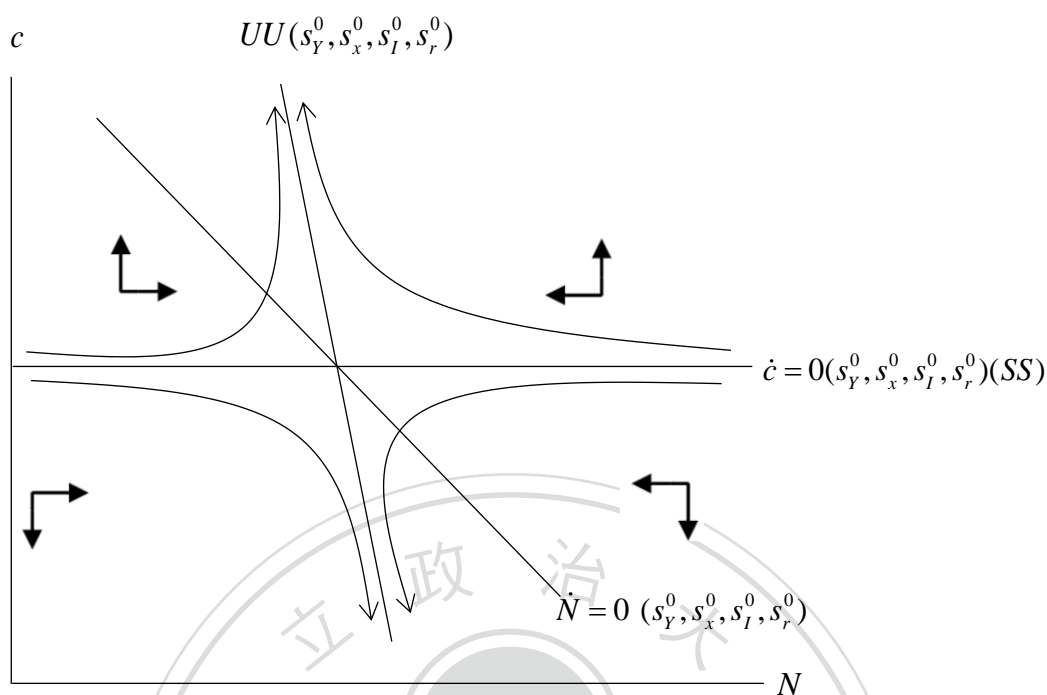
再者，由式(34)及(35)可知只有不安定根 $q_2$ 運作的條件是 $B_1 = 0$ ，我們將滿足 $B_1 = 0$ 所有的 $c$ 與 $N$ 的組合稱為不安定手臂(unstable arm)。則不安定手臂(UU線)的斜率為：

<sup>8</sup>  $\eta_0$ 表示政府尚未實施任何補貼。

$$\left. \frac{\partial c}{\partial N} \right|_{UU} = \frac{q_2 - J_N}{J_c} = \frac{F_c - J_N}{J_c} > 0, \text{ 如果 } J > 0 \quad (37)$$

從式(34)至(37)可知  $\dot{c}=0$  線為一水平線，與  $SS$  線重合，而  $\dot{N}=0$  線之斜率決定於  $J_c$  之正負值，因此本文分別畫出當  $\dot{N}=0$  線為正斜率(如圖一)與負斜率(如圖二)之圖形。比較式(34)與(37)即知  $UU$  線的斜率較  $\dot{N}=0$  線之斜率來的陡峭。





圖二 當  $J_c < 0$

前面提到，動態體系的兩個特性根有一根為正根，有一根為負根，且  $q_1 < 0 < q_2$ ，則由式(26)、(27)及(29)、(30)可以求得  $c$  與  $N$  的一般解為：

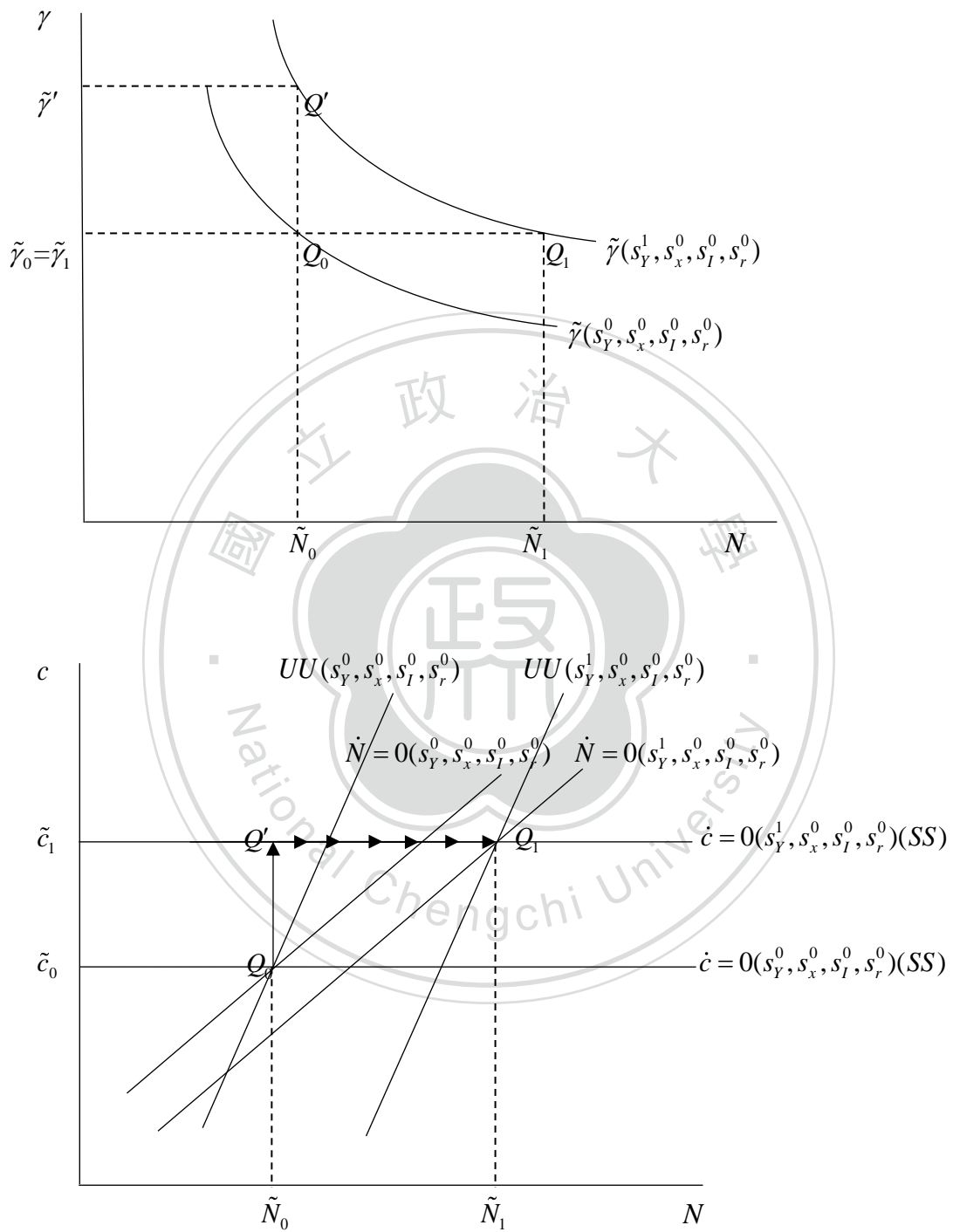
$$c_t = \begin{cases} \tilde{c}(\eta_0) & ; t=0^- \\ \tilde{c}(\eta_1) + \frac{q_1 - J_N}{J_c} B_1 e^{q_1 t} + \frac{q_2 - J_N}{J_c} B_2 e^{q_2 t} & ; t \geq 0^+ \end{cases} \quad (38)$$

$$N_t = \begin{cases} \tilde{N}(\eta_0) & ; t=0^- \\ \tilde{N}(\eta_1) + B_1 e^{q_1 t} + B_2 e^{q_2 t} & ; t \geq 0^+ \end{cases} \quad (39)$$

其中， $0^-$  與  $0^+$  表示外生參數的瞬時變化，而  $\eta_0$  則表示政府尚未實施任何補貼， $\eta_1$  表示政府實施  $(s_Y, s_x, s_I, s_r)$  其中一種補貼政策。

接著，底下圖三至圖六分別描述當  $J_c > 0$  時，政府提升最終財之生產補貼、中間財之生產補貼、內部研發補貼及研發部門進入之價格補貼所引發的  $c$  與  $N$  的調整，並據此說明經濟成長率  $\gamma$ 、消費-品質比  $c$  及內部研發廠商數  $N$  的決定與調整。<sup>9</sup>

<sup>9</sup> 當  $J_c < 0$  時，圖形分析與  $J_c > 0$  相似，因此將圖形放置於附錄 E。



圖三  $J_c > 0$  時  $s_Y$  政策衝擊的效果



圖三上半部分首先繪出對應期初沒有任何補貼政策，滿足式(25)的所有經濟成長率  $\gamma$  與內部研發廠商數目  $N$  之組合，並令這些組合所形成的軌跡為  $\tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線。<sup>10</sup> 假定原先的補貼水準分別為  $s_Y^0 = 0$ 、 $s_x^0 = 0$ 、 $s_I^0 = 0$ 、 $s_r^0 = 0$ ，圖三下半部分對應繪出期初沒有任何補貼下經濟體系動態調整之  $\dot{c} = 0(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線及  $\dot{N} = 0(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線交點  $Q_0$ ，決定了期初靜止均衡的消費-品質比  $\tilde{c}_0$  及中間財廠商數目  $\tilde{N}_0$ 。對應期初靜止均衡的  $\tilde{N}_0$ ，我們可於圖三上半部分  $\tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線上的  $Q_0$  點得知期初的靜止均衡經濟成長率為  $\tilde{\gamma}_0$ 。

對應政府提高最終財生產補貼，將  $s_Y^0 = 0$  提高為  $s_Y^1 > 0$ ，圖三上半部份的  $\tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線將因應地上移至  $\tilde{\gamma}(s_Y^1, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$ ，圖三下半部分的  $\dot{c} = 0(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線也將因應上移至  $\dot{c} = 0(s_Y^1, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$ ， $\dot{N} = 0(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線也將因應右移至  $\dot{N} = 0(s_Y^1, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$ ，兩者的交點決定了新的靜止均衡的中間財廠商數目  $\tilde{N}_1$ ，則圖三上半部分  $\tilde{\gamma}(s_Y^1, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線與  $\tilde{N}_1$  對應的點為  $Q_1$ ，則該點的縱軸座標決定了新的靜止均衡經濟成長率  $\tilde{\gamma}_1$ 。

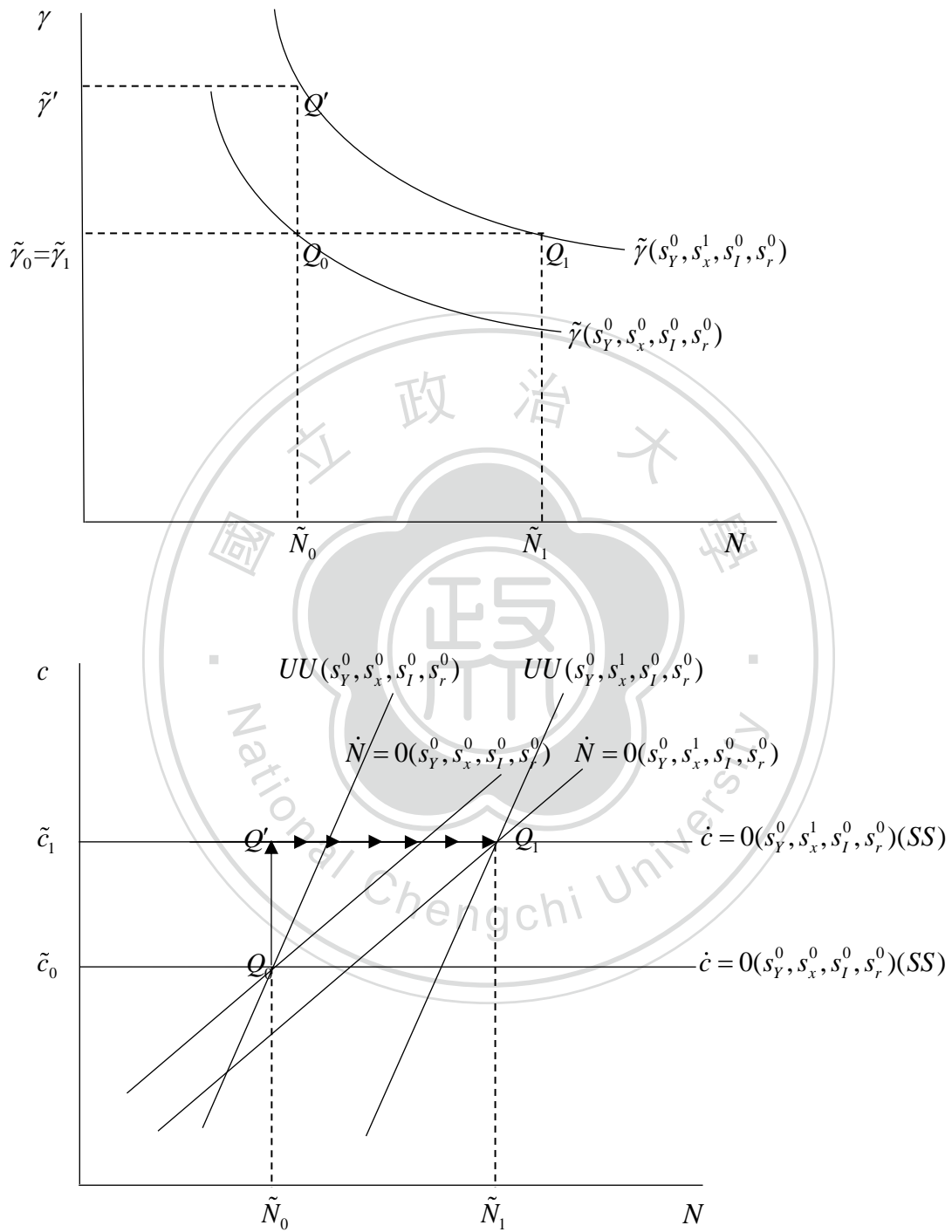
從圖三上部分可以觀察到，當最終財生產補貼由  $s_Y^0 = 0$  提高為  $s_Y^1 > 0$  時，短期中間財廠商數目固定於原先水準  $\tilde{N}_0$  的前提下，經濟體系會由  $\tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線上的  $Q_0$  點垂直往上跳動到  $\tilde{\gamma}(s_Y^1, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  上的  $Q'$  點，這會帶動經濟成長率瞬時從  $\tilde{\gamma}_0$  增加至  $\tilde{\gamma}'$ 。如圖三下半部所示，對應  $s_Y^0 = 0$  提高為  $s_Y^1 > 0$  之際，經濟體系會由  $\dot{c} = 0(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線的  $Q_0$  點跳動至  $\dot{c} = 0(s_Y^1, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線的  $Q'$  點。自此之後，經濟體系會沿著  $SS(s_Y^1, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線由  $Q'$  點逐漸移往  $Q_1$  點，準此，由橫軸座標可知，廠

<sup>10</sup> 由於  $\frac{\partial \tilde{\gamma}}{\partial \tilde{N}} = -\frac{\alpha(1-\theta)\theta^{1-\theta}L}{\theta\tilde{N}^2} < 0$  可知， $\tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線為負斜率。

商數目會由原先的  $\tilde{N}_0$  逐漸增加至  $\tilde{N}_1$ 。隨著中間財廠商的市場規模逐漸的減少，從而帶動經濟成長率的下跌。如圖三上半部分所示，隨著  $\tilde{N}_0$  逐漸增加至  $\tilde{N}_1$ ，經濟體系會沿著  $\tilde{\gamma}(s_Y^1, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線上的  $Q'$  點逐漸地移動到  $Q_1$  點，經濟成長率會由  $\tilde{\gamma}'$  下跌為  $\tilde{\gamma}_1$ ，由於中間財廠商數目增加對於經濟成長率的負向效果與提高內部報酬率對於經濟成長率的正向效果剛好抵銷，因此最終財生產補貼政策的實施並不會造成經濟成長率的變化。表現於圖三上半部分的是， $\tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線上  $Q_0$  點所對應的期初經濟成長率  $\tilde{\gamma}_0$  等於  $\tilde{\gamma}(s_Y^1, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線上  $Q_1$  點所對應的新的靜止均衡經濟成長率  $\tilde{\gamma}_1$ 。

#### 命題二：最終財生產補貼( $s_Y$ )

短期較高的最終財生產補貼提高內部研發報酬率，對經濟成長的效果是正向的。長期下，廠商進入市場生產新產品，新進入廠商分掉每家廠商的市場規模，此市場規模下降的負向效果與短期的正向效果相抵，使得其對長期均衡經濟成長率沒有影響。



圖四  $J_c > 0$  時  $s_x$  政策衝擊的效果

圖四上半部分首先繪出對應期初沒有任何補貼政策，滿足式(25)的所有經濟成長率  $\gamma$  與內部研發廠商數目  $N$  之組合，並令這些組合所形成的軌跡為  $\tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線。假定原先的補貼水準分別為  $s_Y^0 = 0$ 、 $s_x^0 = 0$ 、 $s_I^0 = 0$ 、 $s_r^0 = 0$ ，圖四下半部分對應繪出期初沒有任何補貼下經濟體系動態調整之  $\dot{c} = 0(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線及  $\dot{N} = 0(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線交點  $Q_0$ ，決定了期初靜止均衡的消費-品質比  $\tilde{c}_0$  及中間財廠商數目  $\tilde{N}_0$ 。對應期初靜止均衡的  $\tilde{N}_0$ ，我們可於圖四上半部分  $\tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線上的  $Q_0$  點得知期初的靜止均衡經濟成長率為  $\tilde{\gamma}_0$ 。

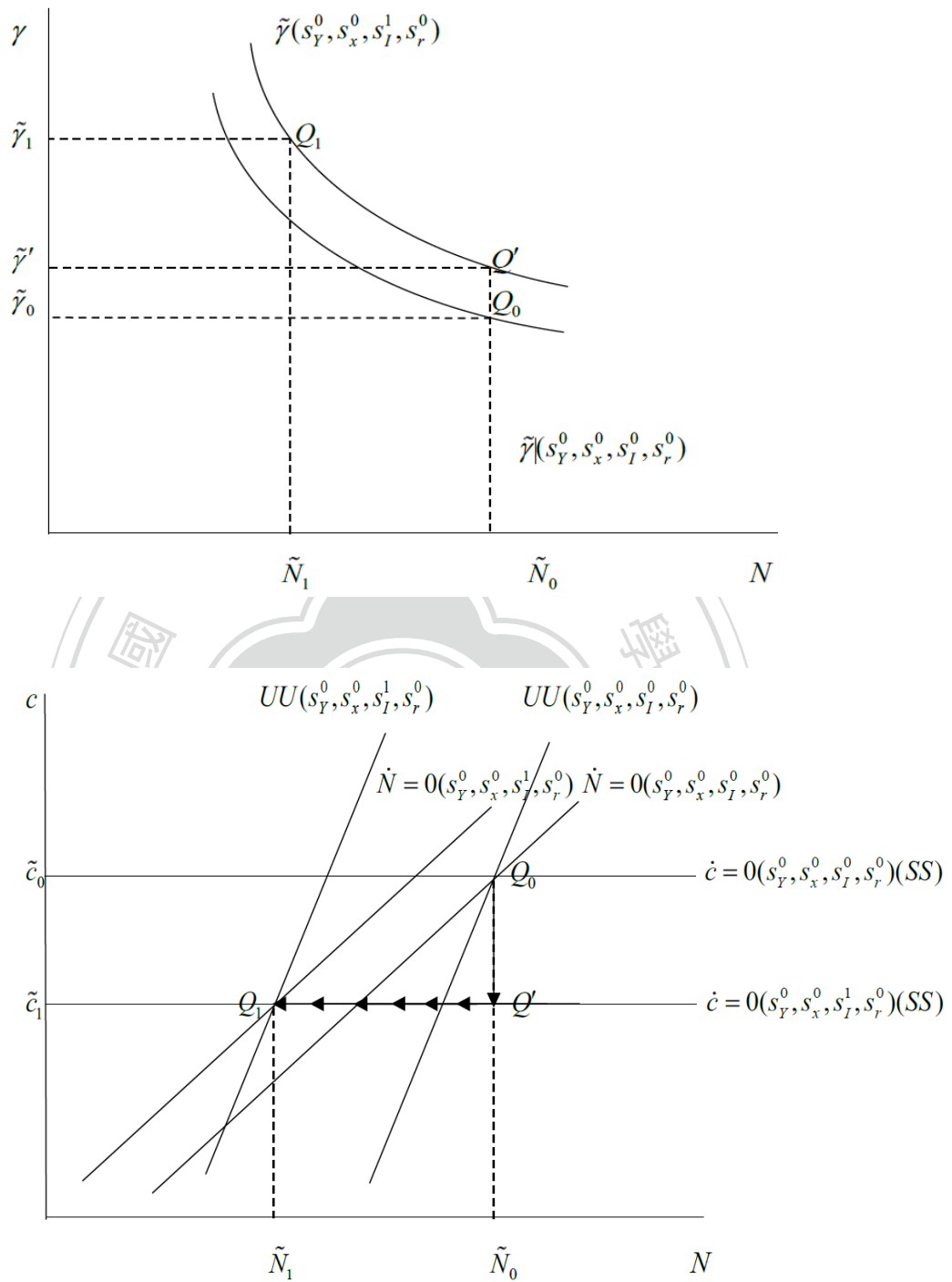
對應政府提高中間財生產補貼，將  $s_x^0 = 0$  提高為  $s_x^1 > 0$ ，圖四上半部份的  $\tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線將因應地上移至  $\tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^1, s_I^0, s_r^0)$ ，圖四下半部分的  $\dot{c} = 0(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線也將因應上移至  $\dot{c} = 0(s_Y^0, s_x^1, s_I^0, s_r^0)$ ， $\dot{N} = 0(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線也將因應右移至  $\dot{N} = 0(s_Y^0, s_x^1, s_I^0, s_r^0)$ ，兩者的交點決定了新的靜止均衡的中間財廠商數目  $\tilde{N}_1$ ，則圖三上半部分  $\tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^1, s_I^0, s_r^0)$  線與  $\tilde{N}_1$  對應的點為  $Q_1$ ，則該點的縱軸座標決定了新的靜止均衡經濟成長率  $\tilde{\gamma}_1$ 。

從圖四上部分可以觀察到，當中間財生產補貼由  $s_x^0 = 0$  提高為  $s_x^1 > 0$  時，短期中間財廠商數目固定於原先水準  $\tilde{N}_0$  的前提下，經濟體系會由  $\tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線上的  $Q_0$  點垂直往上跳動到  $\tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^1, s_I^0, s_r^0)$  上的  $Q'$  點，這會帶動經濟成長率瞬時從  $\tilde{\gamma}_0$  增加至  $\tilde{\gamma}'$ 。如圖四下半部所示，對應  $s_x^0 = 0$  提高為  $s_x^1 > 0$  之際，經濟體系會由  $\dot{c} = 0(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線的  $Q_0$  點跳動至  $\dot{c} = 0(s_Y^0, s_x^1, s_I^0, s_r^0)$  線的  $Q'$  點。自此之後，經濟體系會沿著  $SS(s_Y^0, s_x^1, s_I^0, s_r^0)$  線由  $Q'$  點逐漸移往  $Q_1$  點，準此，由橫軸座標可知，廠商數目會由原先的  $\tilde{N}_0$  逐漸增加至  $\tilde{N}_1$ 。隨著中間財廠商的市場規模逐漸的減少，

從而帶動經濟成長率的下跌。如圖四上半部分所示，隨著  $\tilde{N}_0$  逐漸增加至  $\tilde{N}_1$ ，經濟體系會沿著  $\tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^1, s_I^0, s_r^0)$  線上的  $Q'$  點逐漸地移動到  $Q_1$  點，經濟成長率會由  $\tilde{\gamma}'$  下跌為  $\tilde{\gamma}_1$ ，由於中間財廠商數目增加對於經濟成長率的負向效果與提高內部報酬率對於經濟成長率的正向效果剛好抵銷，因此中間財生產補貼政策的實施並不會造成經濟成長率的變化。表現於圖四上半部分的是， $\tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線上  $Q_0$  點所對應的期初經濟成長率  $\tilde{\gamma}_0$  等於  $\tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^1, s_I^0, s_r^0)$  線上  $Q_1$  點所對應的新的靜止均衡經濟成長率  $\tilde{\gamma}_1$ 。

### 命題三：中間財生產補貼( $s_x$ )

短期較高的中間財生產補貼提高內部研發報酬率，對經濟成長的效果是正向的。長期下，廠商進入市場生產新產品，新進入廠商分掉每家廠商的市場規模，此市場規模下降的負向效果與短期的正向效果相抵，使得其對長期均衡經濟成長率沒有影響。



圖五  $J_c > 0$  時  $s_I$  政策衝擊的效果

圖五上半部分首先繪出滿足式(25)的所有經濟成長率  $\gamma$  與內部研發廠商數目  $N$  之組合，假定原先的補貼水準分別為  $s_Y^0 = 0$ 、 $s_x^0 = 0$ 、 $s_I^0 = 0$ 、 $s_r^0 = 0$ ，圖五下半部分對應繪出期初沒有任何補貼下經濟體系動態調整之  $\dot{c} = 0(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線及  $\dot{N} = 0(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線交點  $Q_0$ ，決定了期初靜止均衡的消費-品質比  $\tilde{c}_0$  及中間財廠商數目  $\tilde{N}_0$ 。對應期初靜止均衡的  $\tilde{N}_0$ ，我們可於圖五上半部分  $\tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線上的  $Q_0$  點得知期初的靜止均衡經濟成長率為  $\tilde{\gamma}_0$ 。

若政府提高內部研發補貼，將  $s_I^0 = 0$  提高為  $s_I^1 > 0$ ，圖五上半部份的  $\tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線將因應地上移至  $\tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^0, s_I^1, s_r^0)$ ，圖五下半部分的  $\dot{c} = 0(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線也將因應下移至  $\dot{c} = 0(s_Y^0, s_x^0, s_I^1, s_r^0)$ ， $\dot{N} = 0(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線也將因應左移至  $\dot{N} = 0(s_Y^0, s_x^0, s_I^1, s_r^0)$ ，兩者的交點決定了新的靜止均衡的中間財廠商數目  $\tilde{N}_1$ ，則圖五上半部分  $\tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^0, s_I^1, s_r^0)$  線與  $\tilde{N}_1$  對應的點為  $Q_1$ ，則該點的縱軸座標決定了新的靜止均衡經濟成長率  $\tilde{\gamma}_1$ 。

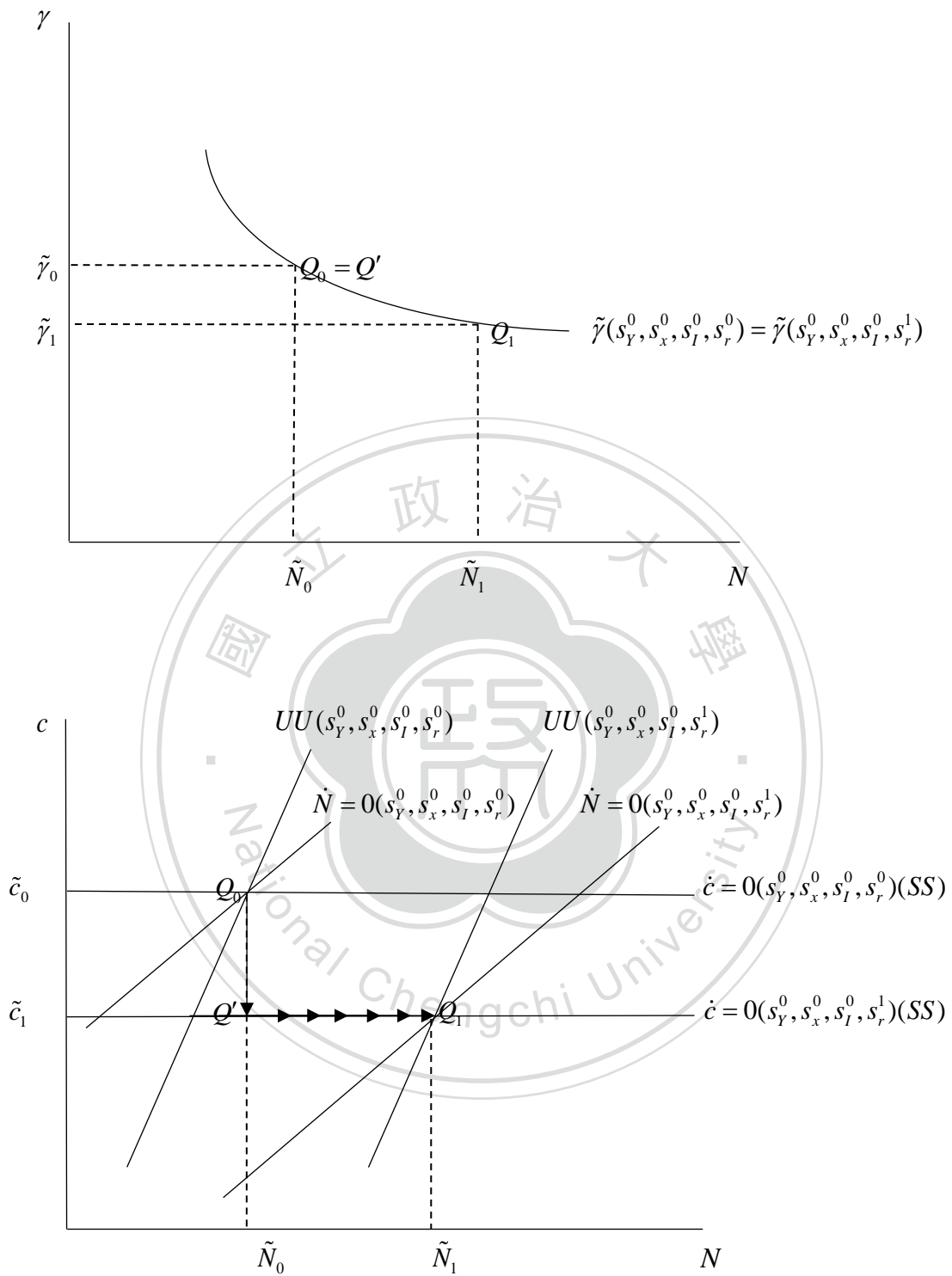
從圖四上部分可以觀察到，當內部研發補貼由  $s_I^0 = 0$  提高為  $s_I^1 > 0$  時，短期中間財廠商數目固定於原先水準  $\tilde{N}_0$  的前提下，經濟體系會由  $\tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線上的  $Q_0$  點垂直往上跳動到  $\tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^0, s_I^1, s_r^0)$  上的  $Q'$  點，這會帶動經濟成長率瞬時從  $\tilde{\gamma}_0$  增加至  $\tilde{\gamma}'$ 。如圖五下半部所示，對應  $s_I^0 = 0$  提高為  $s_I^1 > 0$  之際，經濟體系會由  $\dot{c} = 0(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線的  $Q_0$  點跳動至  $\dot{c} = 0(s_Y^0, s_x^0, s_I^1, s_r^0)$  線的  $Q'$  點。自此之後，經濟體系會沿著  $SS(s_Y^0, s_x^0, s_I^1, s_r^0)$  線由  $Q'$  點逐漸移往  $Q_1$  點，準此，由橫軸座標可知，廠商數目會由原先的  $\tilde{N}_0$  減少至  $\tilde{N}_1$ ，隨著中間財廠商的市場規模逐漸的增加，從而帶動經濟成長率的上揚。如圖五上半部分所示，隨著  $\tilde{N}_0$  逐漸減少至  $\tilde{N}_1$ ，經濟體

系會沿著  $\tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^0, s_I^1, s_r^0)$  線上的  $Q'$  點逐漸的移動到  $Q_1$  點，經濟成長率會由  $\tilde{\gamma}'$  增加至  $\tilde{\gamma}_1$ 。顯然，中間財廠商數目減少的正向效果更加強化了期初內部報酬率提高的正向效果，從而使得政府提高內部研發報酬率將會造成經濟成長率的上揚。表現於圖五上半部分的是， $\tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^0, s_I^1, s_r^0)$  線上  $Q_1$  點所對應的新的靜止均衡經濟成長率  $\tilde{\gamma}_1$  大於  $\tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線上  $Q_0$  點所對應的期初經濟成長率  $\tilde{\gamma}_0$ 。

#### 命題四：內部研發補貼( $s_I$ )

短期較高的內部研發補貼提高內部研發報酬率，對經濟成長的效果是正向的。長期下廠商離開市場，使得每家廠商的市場規模增加，此市場規模上升的正向效果強化了內部研發的動機，進而增加長期均衡經濟成長率。





圖六  $J_c > 0$  時  $s_r$  政策衝擊的效果

圖六上半部分首先繪出滿足式(25)的所有經濟成長率  $\gamma$  與內部研發廠商數目  $N$  之組合，假定原先的補貼水準分別為  $s_Y^0 = 0$ 、 $s_x^0 = 0$ 、 $s_I^0 = 0$ 、 $s_r^0 = 0$ ，圖六下半部分對應繪出期初沒有任何補貼下經濟體系動態調整之  $\dot{c} = 0(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線及  $\dot{N} = 0(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線交點  $Q_0$ ，決定了期初靜止均衡的消費-品質比  $\tilde{c}_0$  及中間財廠商數目  $\tilde{N}_0$ 。對應期初靜止均衡的  $\tilde{N}_0$ ，我們可於圖六上半部分  $\tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線上的  $Q_0$  點得知期初的靜止均衡經濟成長率為  $\tilde{\gamma}_0$ 。

當政府提高研發部門進入之價格補貼，將  $s_r^0 = 0$  提高為  $s_r^1 > 0$ ，圖六上半部份的  $\tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0) = \tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^1)$  線將不會有任何變化，因為研發部門進入之價格補貼並不會增加內部研發之報酬率；圖六下半部分的  $\dot{c} = 0(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線將因應下移至  $\dot{c} = 0(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^1)$ ， $\dot{N} = 0(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線也將因應右移至  $\dot{N} = 0(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^1)$ ，兩者的交點決定了新的靜止均衡的中間財廠商數目  $\tilde{N}_1$ ，則圖六上半部分  $\tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^1)$  線與  $\tilde{N}_1$  對應的點為  $Q_1$ ，則該點的縱軸座標決定了新的靜止均衡經濟成長率  $\tilde{\gamma}_1$ 。

從圖六上部分可以觀察到，當研發部門進入之價格補貼由  $s_r^0 = 0$  提高為  $s_r^1 > 0$  時，短期中間財廠商數目固定於原先水準  $\tilde{N}_0$  的前提下，經濟成長率不會有瞬時的變化，也就是說  $\tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0) = \tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^1)$  線上的  $Q_0$  點等於  $Q'$ 。如圖六下半部所示，對應  $s_r^0 = 0$  提高為  $s_r^1 > 0$  之際，經濟體系會由廠商數目會由  $\dot{c} = 0(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0)$  線的  $Q_0$  點跳動至  $\dot{c} = 0(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^1)$  線的  $Q'$  點。自此之後，經濟體系會沿著  $SS(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^1)$  線，由  $Q'$  點逐漸移往  $Q_1$  點，準此，由橫軸座標可知，廠商數目會由原先的  $\tilde{N}_0$  逐漸增加至  $\tilde{N}_1$ 。隨著中間財廠商的市場規模逐漸的減少，

從而帶動經濟成長率的下跌。如圖六上半部分所示，隨著  $\tilde{N}_0$  逐漸增加至  $\tilde{N}_1$ ，經濟體系會沿著  $\tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^1)$  線上的  $Q_0 = Q'$  點逐漸地移動到  $Q_1$  點，經濟成長率會由  $\tilde{\gamma}_0$  減少至  $\tilde{\gamma}_1$ 。也就是說，在短期經濟體系廠商數目固定下，研發部門進入之價格補貼並不會影響期初的經濟成長率，所以期初不存在正向效果，但此補貼會使長期廠商進入市場，由原先的  $\tilde{N}_0$  逐漸增加至  $\tilde{N}_1$ ，隨著中間財廠商的市場規模逐漸的減少，從而將使經濟成長率下跌。表現於圖六上半部地是  $\tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0) = \tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^1)$  線上  $Q_1$  點所對應新的靜止均衡經濟成長率  $\tilde{\gamma}_1$  低於  $\tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^0) = \tilde{\gamma}(s_Y^0, s_x^0, s_I^0, s_r^1)$  線上  $Q_0$  點所對應的期初靜止均衡經濟成長率  $\tilde{\gamma}_0$ 。

#### 命題五：研發部門進入之價格補貼( $s_r$ )

短期提高研發部門進入之價格補貼並不影響內部報酬率，因此對經濟成長率沒有影響。長期下，廠商進入市場生產新產品，新進入廠商分掉每家廠商的市場規模，隨著市場規模的下降，使得長期均衡經濟成長率下跌。

## 第四章 結論

本文採用 Peretto(2007,2011)所設計的內生化市場結構模型，但政府採用定額稅而非扭曲的勞動所得稅，分析最終財部門生產補貼、中間財部門的生產補貼，內部研發補貼與研發部門進入之價格補貼對廠商家數與經濟成長率之影響。根據本文的推論，可以歸納成下列三個結果：

(一)長期均衡經濟成長率等於消費成長率與品質提升率，由此可知，中間財廠商的內部研發(而非研發部門的研發)是驅動整體經濟成長率的關鍵因素。

(二)不論是對最終財部門或是中間財部門的生產補貼，皆不會影響長期的經濟成長率，因為兩者皆是使得對中間財的供給提高，進而提高短期的經濟成長率，亦或是說短期有了超額的利潤，而這個利潤會吸引廠商進入市場，最終使得廠商進入市場的負面效果等於補貼對經濟成長率的正面效果，因此長期下，經濟成長率並不會因為生產補貼而改變。

(三)當對中間財部門之內部研發補貼，會使內部研發相較於研發部門之研發來的有吸引力，也就是說，長期下中間財廠商數目會減少(研發部門之研發降低)，每家中間財廠商分到的市場規模增加後，內部研發之中間財廠商增加研發，促進了經濟成長率的增長。反之，若對研發部門價格補貼，短期不會影響內部研發的決策，但長期會吸引更多中間財廠商進入市場，進而每家中間財廠商分到的市場規模減少，因而每家中間財內部研發減少，使得經濟成長率的下跌。

從上述結論可知，在考量政府採用定額稅來進行各種補貼的時候，長期均衡的經濟成長率等於消費成長率與品質提升率，也就是說中間財廠商的內部垂直研發補貼則可以刺激經濟成長率，此結果與 Peretto (2007) 和 Chu et al. (2016) 一致。本文與過去文獻不同的地方是，當政府對研發部門的進入有價格補貼(水平研發補貼)時因為會分化掉每家中間財廠商之市場規模，因此會對長期的經濟成長不利；而對最終財或中間財進行生產補貼時並不影響長期的經濟成長率，僅在短期有正向效果。也就是說在此內生市場結構模型的假定下，唯有改善垂直的研發創新，才能促使長期的經濟成長率增加。



# 本文附錄

## 附錄 A

本附錄討論以最終財表示的資源限制式求解過程。透過家計單位的預算限制式、政府預算限制式及借貸市場均衡式來推得商品市場均衡條件(資源限制式)。首先，定義家計單位的財富為：

$$A = NV \quad (A1)$$

基於家計單位財富定義式  $A = NV$ 、借貸市場均衡  $(1+s_r)V = \beta X$ 、式(5a)，可推得：

$$A = NV = N \frac{\beta X}{1+s_r} = \frac{(1+s_y)(1+s_x)}{1+s_r} \theta^2 \beta Y \quad (A2)$$

由式(A1)、(A2)及家庭預算限制式、政府預算限制式、資產套利條件及可推得：

$$\begin{aligned} \dot{A} &= \dot{NV} + \dot{NV} = rNV + wL - C - T \\ &= rNV + wL - C - s_y Y - N \frac{s_x}{(1+s_x)\theta} X - s_l NR - s_r V\dot{N} \\ &= N \left[ \left( \frac{1-\theta}{\theta} \right) X - \phi Z - (1-s_l)R \right] + \dot{NV} + wL \\ &\quad - C - s_y Y - N \frac{s_x}{(1+s_x)\theta} X - s_l NR - s_r V\dot{N} \end{aligned} \quad (A3)$$

由式(5a)、式(5b)及勞動市場的均衡條件  $L_y = L$ 、中間財廠商的定價  $p_i = 1/(1+s_x)\theta$ ，

代入式(A3)則可得：

$$\begin{aligned} (1+s_r)V\dot{N} &= N \left( \frac{1-\theta}{\theta} \right) X - N\phi Z - NR + wL - C - s_y Y - N \frac{s_x}{(1+s_x)\theta} X \\ \Rightarrow \beta X\dot{N} &= \frac{1}{\theta} NX - NX - N\phi Z - NR + (1+s_x)(1+s_y)\theta Y - C - s_y Y - N \frac{s_x}{(1+s_x)\theta} X \\ \Rightarrow C + N(X + \phi Z + R) + \beta X\dot{N} &= (1+s_y)\theta Y + (1+s_y)(1-\theta)Y - s_y Y \end{aligned}$$

則以最終財表示之資源限制式可表示成：

$$Y = C + N(X + \phi Z + R) + \beta X \dot{N} \quad (\text{A4})$$

## 附錄 B

本附錄討論經濟體系動態微分方程之推導。由式(14)資產之非套利條件、資源限制式、消費跨時最適條件，可推得經濟體系的動態之兩個微分方程。

為了方便表示，令  $\Gamma = (1 + s_y)^{\frac{1}{1-\theta}} (1 + s_x)^{\frac{1}{1-\theta}} \theta^{\frac{2}{1-\theta}}$ ，則  $Y = \Gamma^\theta ZL$ ， $X = \Gamma ZL/N$ 。

內部研發報酬率：

$$r = \frac{\alpha}{1 - s_l} \left[ \left( \frac{1}{\theta} - 1 \right) \frac{\Gamma L}{N} \right] \quad (\text{B1})$$

式(16b)可改寫成：

$$\begin{aligned} r &= \left[ \frac{\left( \frac{1}{\theta} - 1 \right) X}{Z} - \phi - (1 - s_l) \frac{\dot{Z}}{Z} \right] \frac{(1 + s_r) Z + \frac{\dot{X}}{X}}{\beta X} \\ &= \left[ \left( \frac{1}{\theta} - 1 \right) \frac{\Gamma L}{N} - \phi - (1 - s_l) \frac{\dot{Z}}{Z} \right] \frac{(1 + s_r) N + \frac{\dot{Z}}{\Gamma \beta L} - \frac{\dot{N}}{N}}{\Gamma \beta L} \end{aligned} \quad (\text{B2})$$

從(B1)及(B2)之非套利條件可分別表示成下列兩式：

$$\begin{aligned} \frac{\dot{Z}}{Z} &= \frac{\Gamma \beta L}{(1 - s_l)(1 + s_r)N - \Gamma \beta L} \left[ \frac{(1 - \theta)(1 + s_r)}{\theta \beta} - \frac{\phi(1 + s_r)N}{\Gamma \beta L} - \frac{\alpha(1 - \theta)\Gamma L}{(1 - s_l)\theta N} \right] \\ &\quad - \frac{\Gamma \beta L}{(1 - s_l)(1 + s_r)N - \Gamma \beta L} \frac{\dot{N}}{N} \end{aligned} \quad (\text{B3a})$$

$$\frac{\dot{N}}{N} = \left[ \frac{(1 - \theta)(1 + s_r)}{\theta \beta} - \frac{\phi(1 + s_r)N}{\Gamma \beta L} - \frac{\alpha(1 - \theta)\Gamma L}{(1 - s_l)\theta N} \right] + \left( 1 - \frac{(1 - s_l)(1 + s_r)N}{\Gamma \beta L} \right) \frac{\dot{Z}}{Z} \quad (\text{B3b})$$

接著改寫資源限制式：

$$\frac{\dot{N}}{N} = \frac{Y}{N\beta X} - \frac{C}{N\beta X} - \frac{N(X+\phi Z+R)}{N\beta X} = \frac{\Gamma^{\theta-1}}{\beta} - \frac{1}{\Gamma\beta LZ} - \frac{C}{\beta} - \frac{N\phi}{\Gamma\beta L} - \frac{N}{\Gamma\beta LZ} \quad (\text{B4})$$

將式(B3a)及(B3b)分別代入(B4)，可分別表示成Z與N之微分方程：

$$\frac{\dot{Z}}{Z} = \frac{1}{\Gamma\beta L - (1-s_l)(1+s_r)N + N} \left[ \frac{\Gamma L(\Gamma^{\theta-1} - 1) - c - \frac{(1-\theta)(1+s_r)\Gamma L}{\theta}}{+s_r\phi N + \frac{\alpha\beta(1-\theta)\Gamma^2 L^2}{(1-s_l)\theta N}} \right] \quad (\text{B5a})$$

$$\frac{\dot{N}}{N} = \left[ \frac{\Gamma^{\theta-1} - 1}{\beta} - \frac{1}{\Gamma\beta L} c - \frac{N\phi}{\Gamma\beta L} \right] \frac{N}{\Gamma\beta L - (1-s_l)(1+s_r)N + N} \left[ \frac{\Gamma^{\theta-1} - 1}{\beta} - \frac{1}{\Gamma\beta L} c - \frac{(1-\theta)(1+s_r)}{\theta\beta} + \frac{s_r N\phi}{\Gamma\beta L} + \frac{\alpha(1-\theta)\Gamma L}{(1-s_l)\theta N} \right] \quad (\text{B5b})$$

令轉換變數  $c = C/Z$ ，則經濟體系的動態可由下列兩個微分方程表示：

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{\alpha(1-\theta)\Gamma L}{(1-s_l)\theta N} - \rho - \frac{1}{\Gamma\beta L - (1-s_l)(1+s_r)N + N} \left[ \frac{\Gamma L(\Gamma^{\theta-1} - 1) - c - \frac{(1-\theta)(1+s_r)\Gamma L}{\theta}}{+s_r\phi N + \frac{\alpha\beta(1-\theta)\Gamma^2 L^2}{(1-s_l)\theta N}} \right] \quad (\text{B6})$$

$$\frac{\dot{N}}{N} = \left[ \frac{\Gamma^{\theta-1} - 1}{\beta} - \frac{1}{\Gamma\beta L} c - \frac{N\phi}{\Gamma\beta L} \right] \frac{N}{\Gamma\beta L - (1-s_l)(1+s_r)N + N} \left[ \frac{\Gamma^{\theta-1} - 1}{\beta} - \frac{1}{\Gamma\beta L} c - \frac{(1-\theta)(1+s_r)}{\theta\beta} + \frac{s_r N\phi}{\Gamma\beta L} + \frac{\alpha(1-\theta)\Gamma L}{(1-s_l)\theta N} \right] \quad (\text{B7})$$



## 附錄 C

本附錄討論唯一的平衡成長路徑。首先，對(22)及(23)兩個經濟體系之微分方程做線性展開，並且假定期初政府沒有提供任何補貼，也就是  $s_x = s_Y = s_I = s_r = 0$ ，可表示成下兩式：

$$F_c d\tilde{c} + F_N d\tilde{N} + F_{s_Y} ds_Y + F_{s_x} ds_x + F_{s_I} ds_I + F_{s_r} ds_r = 0 \quad (C1)$$

$$J_c d\tilde{c} + J_N d\tilde{N} + J_{s_Y} ds_Y + J_{s_x} ds_x + J_{s_I} ds_I + J_{s_r} ds_r = 0 \quad (C2)$$

其中，

$$F_c = -\frac{\tilde{c}}{\theta^{1-\theta} \beta L} > 0 \quad (C1a)$$

$$F_N = 0 \quad (C1b)$$

$$F_{s_Y} = -\frac{\rho \tilde{c}}{(1-\theta)} < 0 \quad (C1c)$$

$$F_{s_x} = -\frac{\rho \tilde{c}}{(1-\theta)} < 0 \quad (C1d)$$

$$F_{s_I} = \frac{\tilde{c} \tilde{N}}{\theta^{1-\theta} \beta L} \left[ \frac{\alpha(1-\theta)\theta^{\frac{2}{1-\theta}} L}{\theta \tilde{N}} - \rho \right] > 0 \quad (C1e)$$

$$F_{s_r} = \rho \tilde{c} > 0 \quad (C1f)$$

$$J_c = -\frac{\tilde{N}}{(\phi - \rho)\theta^{\frac{2}{1-\theta}} \beta L} \left( \phi - \frac{(1-\theta)(1-\alpha)}{\theta\beta} \right) > 0 \text{ if } \phi < \frac{(1-\theta)(1-\alpha)}{\theta\beta} < 0 \text{ if } \phi > \frac{(1-\theta)(1-\alpha)}{\theta\beta} \quad (C2a)$$

$$J_N = -\frac{\tilde{N}}{\Gamma \beta L} (\phi - \rho) < 0 \quad (C2b)$$

$$\begin{aligned} J_{s_Y} &= \frac{\tilde{N}}{(1-\theta)\theta^{\frac{2}{1-\theta}} \beta L} \left[ \tilde{N}(\phi - \rho) + \rho(\theta^{\frac{2}{1-\theta}} \beta L - \tilde{N}) \right] \\ &= \frac{\tilde{N}}{(1-\theta)(\phi - \rho)} \left[ \rho^2 + (\phi - 2\rho) \frac{(1-\theta)(1-\alpha)}{\theta\beta} \right] > 0 \end{aligned} \quad (C2c)$$

因為  $\rho < \min\{\phi, (1-\theta)(1-\alpha)/\theta\beta\}$ ，所以

$$\rho^2 + (\phi - 2\rho) \frac{(1-\theta)(1-\alpha)}{\theta\beta} > \rho^2 + (\phi - 2\rho)\rho = \rho(\phi - \rho) > 0$$

$$\begin{aligned} J_{s_x} &= \frac{\tilde{N}}{(1-\theta)\theta^{\frac{2}{1-\theta}}\beta L} \left[ \tilde{N}(\phi - \rho) + \rho(\theta^{\frac{2}{1-\theta}}\beta L - \tilde{N}) \right] \\ &= \frac{\tilde{N}}{(1-\theta)(\phi - \rho)} \left[ \rho^2 + (\phi - 2\rho) \frac{(1-\theta)(1-\alpha)}{\theta\beta} \right] > 0 \end{aligned} \quad (C2d)$$

$$J_{s_l} = \frac{\tilde{N}^2}{\left[ \theta^{\frac{2}{1-\theta}}\beta L \right]^2} \left[ \frac{\alpha(1-\theta)\theta^{\frac{2}{1-\theta}}L}{\theta\tilde{N}} (\tilde{N} - \theta^{\frac{2}{1-\theta}}\beta L) - \rho\tilde{N} \right]$$

$$J_{s_l} < 0 \quad \text{如果 } \phi > \frac{(1-\theta)(1-\alpha)}{\theta\beta}$$

$$\text{當 } J_c > 0, \text{ 則 } \rho < \phi < \frac{(1-\theta)(1-\alpha)}{\theta\beta}$$

$$J_{s_l} > 0 \quad \text{如果 } \alpha(1-\theta)(\phi - \rho) \left( \frac{(1-\theta)(1-\alpha)}{\theta\beta} - \phi \right) > \rho\theta\beta \left( \frac{(1-\theta)(1-\alpha)}{\theta\beta} - \rho \right)^2 \quad (C2e)$$

$$J_{s_r} = \frac{\rho\tilde{N}^2}{\theta^{\frac{2}{1-\theta}}\beta L} > 0 \quad (C2f)$$

接著推導期初政府沒有提供任何補貼下的期初  $\tilde{c}$  值與  $\tilde{N}$  值，分別為：

$$\dot{c} = 0 \Rightarrow \tilde{c} = \theta^{\frac{2}{1-\theta}}\beta L \left( \rho + \frac{(1-\theta)}{\theta^2\beta} \right)$$

$$\dot{N} = 0 \Rightarrow \tilde{N} = \frac{\theta^{\frac{2}{1-\theta}}\beta L}{(\phi - \rho)} \left( \frac{(1-\theta)(1-\alpha)}{\theta\beta} - \rho \right)$$

## 附錄 D

本附錄主要為推導當政府增加補貼時，長期經濟成長率的變化。由式(33a)至(34d)可知全微分的結果如下：

$$\dot{c} = F(c, N, s_Y, s_x, s_I, s_r) \quad (D1)$$

$$\dot{N} = J(c, N, s_Y, s_x, s_I, s_r) \quad (D2)$$

由靜止均衡條件我們可以知道經濟變數於長期均衡時會收斂於相同的成長率，則本文從式(14)之內部研發報酬率與消費跨時最適決策可知經濟成長率為：

$$\gamma = \frac{1}{1-s_I} \frac{\alpha(1-\theta)\Gamma L}{\theta N} - \rho \quad (D3)$$

接著我們透過全微分，並代入期初政府沒有任何補貼之條件，則補貼對長期經濟成長率之影響如下：

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{\gamma}}{ds_Y} &= \frac{\alpha(1-\theta)\theta^{\frac{2}{1-\theta}}L}{\theta\tilde{N}^2} \left[ \frac{\tilde{N}}{(1-\theta)} \frac{d\tilde{N}}{ds_Y} \right] \\ &= \frac{\alpha(1-\theta)\theta^{\frac{2}{1-\theta}}L}{\theta\tilde{N}^2} \left[ \frac{\tilde{N}}{(1-\theta)} + \frac{\tilde{c}\tilde{N}^2(\phi-\rho)}{(1-\theta)(\theta^{\frac{2}{1-\theta}}\beta L)^2\Delta} \right] = 0 \end{aligned} \quad (D4)$$

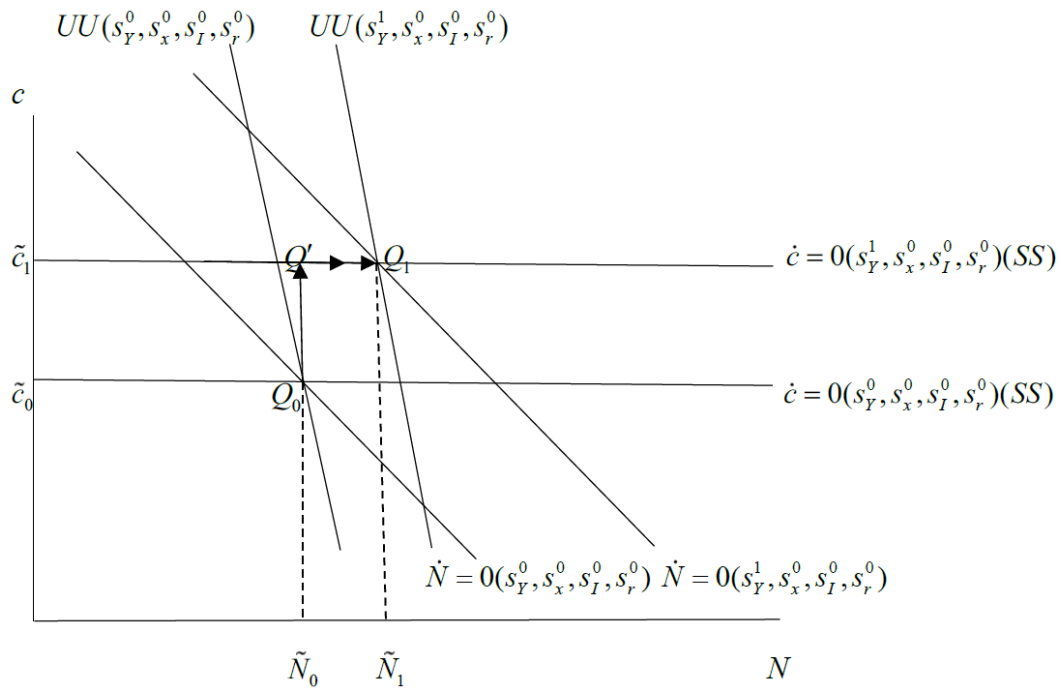
$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{\gamma}}{ds_x} &= \frac{\alpha(1-\theta)\theta^{\frac{2}{1-\theta}}L}{\theta\tilde{N}^2} \left[ \frac{\tilde{N}}{(1-\theta)} \frac{d\tilde{N}}{ds_x} \right] \\ &= \frac{\alpha(1-\theta)\theta^{\frac{2}{1-\theta}}L}{\theta\tilde{N}^2} \left[ \frac{\tilde{N}}{(1-\theta)} + \frac{\tilde{c}\tilde{N}^2(\phi-\rho)}{(1-\theta)(\theta^{\frac{2}{1-\theta}}\beta L)^2\Delta} \right] = 0 \end{aligned} \quad (D5)$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\tilde{\gamma}}{ds_l} &= \frac{\alpha(1-\theta)\theta^{\frac{2}{1-\theta}}L}{\theta\tilde{N}^2} \left( \tilde{N} - \frac{d\tilde{N}}{ds_l} \right) = \frac{\alpha(1-\theta)\theta^{\frac{2}{1-\theta}}L}{\theta\tilde{N}^2} \left( \tilde{N} - \frac{d\tilde{N}}{ds_l} \right) \\
&= \frac{\alpha(1-\theta)\theta^{\frac{2}{1-\theta}}L}{\theta\tilde{N}\Delta(\theta^{\frac{2}{1-\theta}}\beta L)^2} \left( \Delta(\theta^{\frac{2}{1-\theta}}\beta L)^2 - \rho\tilde{c}\tilde{N} \right) \\
&= \frac{\alpha(1-\theta)\theta^{\frac{2}{1-\theta}}L}{\theta\tilde{N}\Delta(\theta^{\frac{2}{1-\theta}}\beta L)^2} \left( -\tilde{c}\tilde{N}(\phi - \rho) - \rho\tilde{c}\tilde{N} \right) \\
&= \frac{\alpha(1-\theta)}{\theta\Delta\theta^{\frac{2}{1-\theta}}\beta^2L} (-\phi\tilde{c}) = -\frac{\alpha\phi(1-\theta)}{\theta\beta\Delta} \left( \rho + \frac{(1-\theta)}{\theta^2\beta} \right) > 0
\end{aligned} \tag{D6}$$

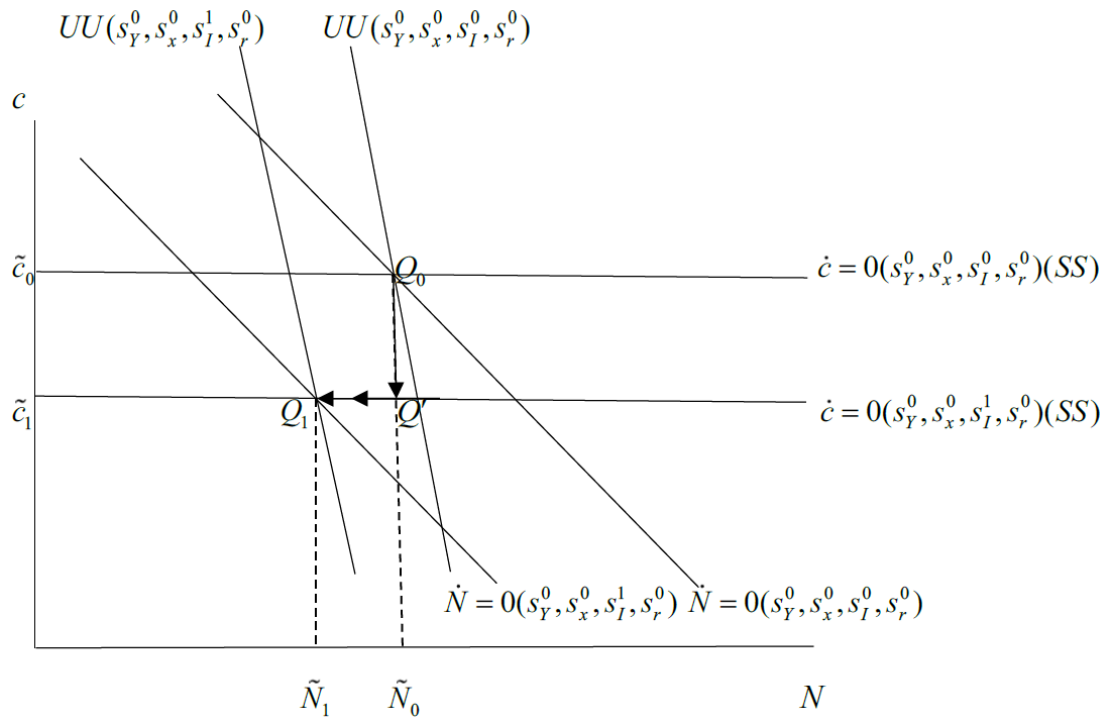
$$\begin{aligned}
\frac{d\tilde{\gamma}}{ds_r} &= -\frac{\alpha(1-\theta)\theta^{\frac{2}{1-\theta}}L}{\theta\tilde{N}^2} \frac{d\tilde{N}}{ds_r} = \frac{\alpha(1-\theta)\theta^{\frac{2}{1-\theta}}L}{\theta\tilde{N}^2} \frac{\rho\tilde{c}\tilde{N}}{\Delta\theta^{\frac{2}{1-\theta}}\beta L} \\
&= \frac{\alpha(1-\theta)\rho\tilde{c}}{\theta\beta\tilde{N}\Delta} < 0
\end{aligned} \tag{D7}$$

## 附錄 E

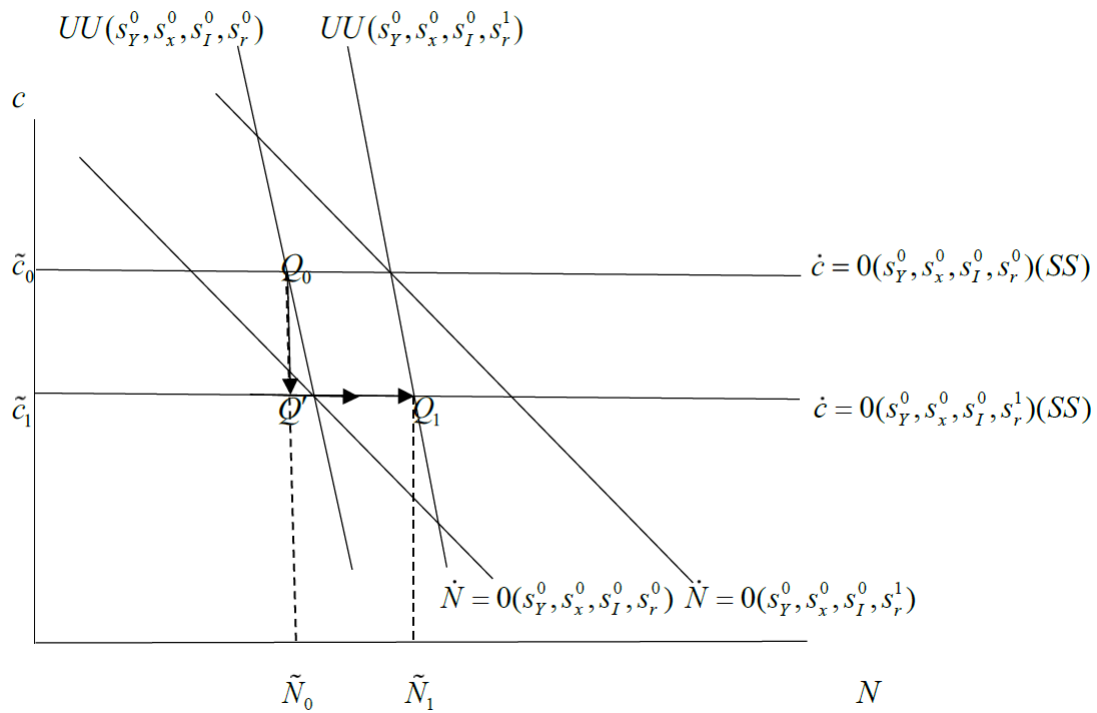
本附錄主要放置當  $J_c < 0$ ，政府增加最終財生產補貼、內部研發補貼及研發部門進入之價格補貼的圖形分析。由於當  $J_c < 0$  時，分析情況與當  $J_c > 0$  時雷同，因此為了節省篇幅，在此就不再贅述。



圖七  $J_c < 0$  時  $s_y$  政策衝擊的效果



圖八  $J_c < 0$  時  $s_t$  政策衝擊的效果



圖九  $J_c < 0$  時  $s_t$  政策衝擊的效果

## 參考文獻

### 一、中文部分

賴景昌(2017)。R&D 內生成長理論：內生化市場結構，講義。

### 二、英文部分

- Aghion, P., & Howitt, P. (1992). A Model of Growth through Creative Destruction. *Econometrica*, 60(2), 323-351.
- Aghion, P., & Durlauf, S. (Eds.) (2005). *Handbook of Economic Growth. Volume 1A*. Handbooks in Economics, vol. 22. Amsterdam: North-Holland.
- Aghion, P., & P. Howitt. (2008). *The Economics of Growth*. Cambridge, MA, MIT Press.
- Barro, R. J., & Sala-i-Martin, X. (2004). *Economic Growth*. Second edition. Cambridge, MA, MIT Press.
- Barcenilla-Visus, S., Lopez-Pueyo, C., & Sanau-Villarroya, J. (2014). Semi-Endogenous versus Fully Endogenous Growth Theory: A Sectoral Approach. *Journal of Applied Economics*, 17(1), 1-30.
- Chu, A. C., Furukawa, Y., & Ji, L. (2016). Patents, R&D Subsidies, and Endogenous Market Structure in a Schumpeterian Economy. *Southern Economic Journal*, 82(3), 809-825.
- Davidson, C., & Segerstrom, P. (1998). R&D Subsidies and Economic Growth. *RAND Journal of Economics*, 29(3), 548-577.
- Dinopoulos, E., & Thompson, P. (1998). Schumpeterian Growth without Scale Effects. *Journal of Economic Growth*, 3(4), 313-335.
- Grossman, G. M., & Helpman, E. (1991a). Quality Ladders in the Theory of Growth. *Review of Economic Studies*, 58(1), 43-61.
- Grossman, G. M., & Helpman, E. (1991b). *Innovation and Growth in the Global*

- Economy*. Cambridge, MA, MIT Press.
- Ha, J., & Howitt, P. (2007). Accounting for Trends in Productivity and R&D: A Schumpeterian Critique of Semi-endogenous Growth Theory. *Journal of Money, Credit, and Banking*, 39(4), 733-774.
- Madsen, J. B. (2008). Semi-endogenous versus Schumpeterian Growth Models: Testing the Knowledge Production Function Using International Data. *Journal of Economic Growth*, 13(1), 1-26.
- Jones, C. I. (1995a). Time Series Tests of Endogenous Growth Models. *Quarterly Journal of Economics*, 110(2), 495-525.
- Jones, C. I. (1995b). R&D-Based Models of Economic Growth. *Journal of Political Economy*, 103(4), 759-784.
- O'Donoghue, T., & Zweimuller, J. (2004). Patents in a Model of Endogenous Growth. *Journal of Economic Growth*, 9(1), 81-123.
- Peretto, P. F. (1998). Technological Change and Population Growth. *Journal of Economic Growth*, 3(4), 283-311.
- Peretto, P. F. (2007). Corporate Taxes, Growth and Welfare in a Schumpeterian Economy. *Journal of Economic Theory*, 137(1), 353-382.
- Peretto, P. F. (2011). The Growth and Welfare Effects of Deficit-Financed Dividend Tax Cuts. *Journal of Money, Credit, and Banking*, 43(5), 835-869.
- Romer, P. M. (1990). Endogenous Technological Change. *Journal of Political Economy*, 98(5), S71-102.
- Segerstrom, P. S. (1998). Endogenous Growth without Scale Effects. *American Economic Review*, 88(5), 1290-1310.
- Segerstrom, P. S. (2000). The Long-Run Growth Effects of R&D Subsidies. *Journal of Economic Growth*, 5(3), 277-305.
- Segerstrom, P. S., Anant, T. A., & Dinopoulos, E. (1990). A Schumpeterian Model of



the Product Life Cycle. *American Economic Review*, 80(5), 1077-1091.

Young, A. (1998). Growth without Scale Effects. *Journal of Political Economy*, 106(1), 41-63.

Zeng, J., & Zhang, J. (2007). Subsidies in an R&D Growth Model with Elastic Labor. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 31(3), 861-886.

