國立政治大學風險管理與保險研究所

碩士學位論文

指導教授：張士傑 博士

匯率避險與保險安定基金公平費率

Currency Hedge and Fair Premiums in Life Insurance Guaranty Schemes

研究生：王皓

中華民國一零八年六月

DOI:10.6814/NCCU201900219

摘要

台灣長期低利率環境下，壽險業為滿足過去高報酬率之保單承諾，增加外幣資產的投資，伴隨而來是匯率風險的增加。因應台美利差變化，壽險業避險成本的波動上升，金融監督管理委員會公布，2018年台灣壽險業匯兌損失已達2,309億元，約為該年稅前損益842億元之2.5倍，足顯示匯率風險成為台灣壽險業必須面對的課題。

本文研究安定基金之公平費率，以隨機模型之方式評價保費，並加入國外債券投資及外匯交換避險影響，其主要貢獻為：(1)著重於國外投資與避險程度間的交互影響；(2)加入國外投資與避險策略，量化壽險業之匯率風險；(3)於各種情境下，分析保單持有人權益與股東價值之關係。

研究結果發現：(1)避險比例提高時，安定基金保費會隨之下降；(2)當匯率波動幅度增加時，保費會隨之提升；(3)避險程度低時，匯率風險影響大於利率風險，反之亦然；(4)若以保費最低為控制外匯風險之目標，最適國外投資比例並非為0，且會隨避險比例上升而增加；(5)在上述情況下，股東價值皆與安定基金風險保費有同向關係，亦即股東價值最大化與保戶權益最大化有衝突之關係。

關鍵字：外匯交換、避險策略、風險保費、股東價值

DOI:10.6814/NCCU201900219

Abstract

Due to the low interest rate environment, Taiwan life insurance companies have to increase investments in offshore assets to meet the claim obligations from the past which commit policyholders to higher rates. As a result, insurance companies are facing huge foreign exchange risks. The recent currency hedge costs have dramatically increased due to the fluctuation of interest rate spreads between the U.S. and Taiwan. According to Financial Supervisory Commission, exchange loss for life insurance in 2018 is 230.9 billion, about 2.5 times of that year's EBIT(84.2 billion), which shows foreign exchange risks have become a major issue for insurance firms in Taiwan.

This paper studies the fair premiums in life insurance guaranty schemes. We value such premiums by stochastic processes methods and consider foreign bond investments and foreign exchange swaps in our model. Our research provides：(1) Focus on the influences from foreign investments and hedge strategies. (2) Calculate the foreign exchange risks in life insurance. (3) Analyze interests of both policyholders and shareholders in various scenarios.

We find that： (1) As the hedge ratio goes up, the fair premiums will drop. (2) As the volatility of the exchange rate increases, the premiums will also increase. (3) The foreign exchange risks affect premiums more than the interest rate risks do if the hedge ratio is low, and vice versa. (4) If we aim to minimize the premiums, the optimizing foreign investments ratio won't be 0 and will increase with the hedge ratio. (5) Under above scenarios, the shareholder options and insurance guaranty premiums share the same direction movements, which indicates the conflict between shareholders and policyholders.

Keywords：foreign exchange swap；hedge strategies；risk premium；shareholder value

DOI:10.6814/NCCU201900219

目錄

DOI:10.6814/NCCU201900219

圖目錄

DOI:10.6814/NCCU201900219

表目錄

DOI:10.6814/NCCU201900219

第一章、 緒論

第一節 研究動機、目的與方法

壽險業為一高財務槓桿行業，其負債主要由保單持有人所繳之保費組成，使得公司對保單持有人有長期之承諾給付，為滿足此類長年責任，壽險公司多將資產置於長年期固定收益投資，如政府公債等。我國十餘年前已正式進入低利率環境(如圖 1-1)，同時受債券市場狹小之限制(如圖 1-2)，壽險業為了緩和龐大之利差損，逐漸將投資標的移往國外債券市場，其中又以美元計價債券為多[1]。目前壽險業平均國外投資佔比已達 60%以上[2]，使得壽險業面臨新的挑戰─匯率風險。

圖 1- 1 我國 2000-2018 年之公債殖利率變化

我國公債利率由 2000 年初近 6%之高利率，快速下降至去年(2018)不到 1%。

資料來源：中華民國中央銀行全球資訊網

近年來受到台幣升值(如圖 1-3)、美國聯準會利率持續調升等因素影響，匯

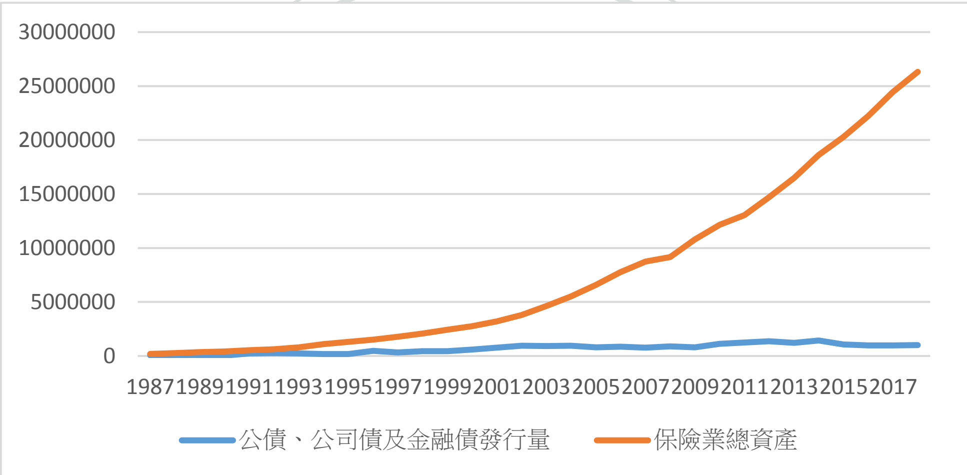
[1] 依金管會統計，截至 108 年 3 月底止，壽險業國外投資金額 16 兆 9,483 億元，其中投資美國債券金額 5 兆 5,313 億元，佔比約 33%

[2] 資料來源：財團法人保險事業發展中心

DOI:10.6814/NCCU201900219

率避險成本大幅增加，嚴重侵蝕壽險業之獲利，甚至可能影響其清償能力，有鑑於此，金融監督管理委員會(以下簡稱金管會)於近期多次討論該議題[3] [4]。若公司減少避險比例，雖會降低避險支出，但如遇上短期的劇烈波動，則會影響公司的財務表現；若減少國外投資，雖可減少匯率波動對財務狀況之影響，但報酬率也會隨之降低，影響對保單持有者之承諾履行。因此，國內外投資的配置與避險的策略，為今日我國壽險業經營者之一大課題。

圖 1- 2 債券發行量與壽險業總資產比較(百萬元)



我國債券發行量雖然逐年增加，相較於壽險業總資產仍屬杯水車薪。

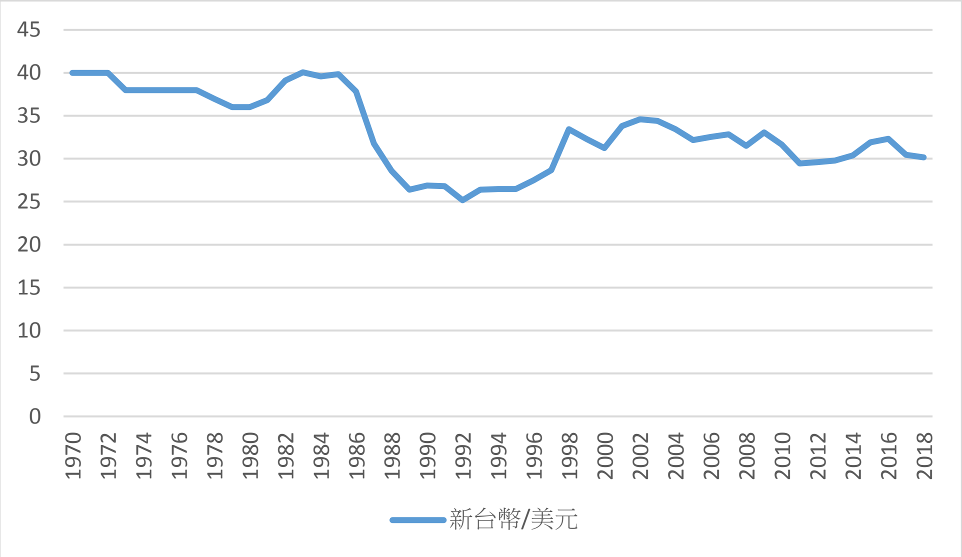
資料來源：中華民國中央銀行全球資訊網

[3] 金管會修正人身保險業外匯價格變動準備金應注意事項第 3 點規定，當外匯市場避險成本達百分之二以上時，每月固定提存比率由萬分之五提高為萬分之六、每月額外提存比率及額外沖抵比率由百分之五十提高為百分之六十，以提升保險業外匯風險管理成效。

[4] 金管會於 5 月 22 日舉辦「壽險業負責人座談會」，會議中針對壽險業調整商品結構、強化資本結構、提升業者資產負債面與匯率風險之管理機制，以及協助與督促業者順利接軌國際財務報導準則第 17 號「保險合約」（下稱 IFRS 17）等議題，提出相關因應對策措施。

DOI:10.6814/NCCU201900219

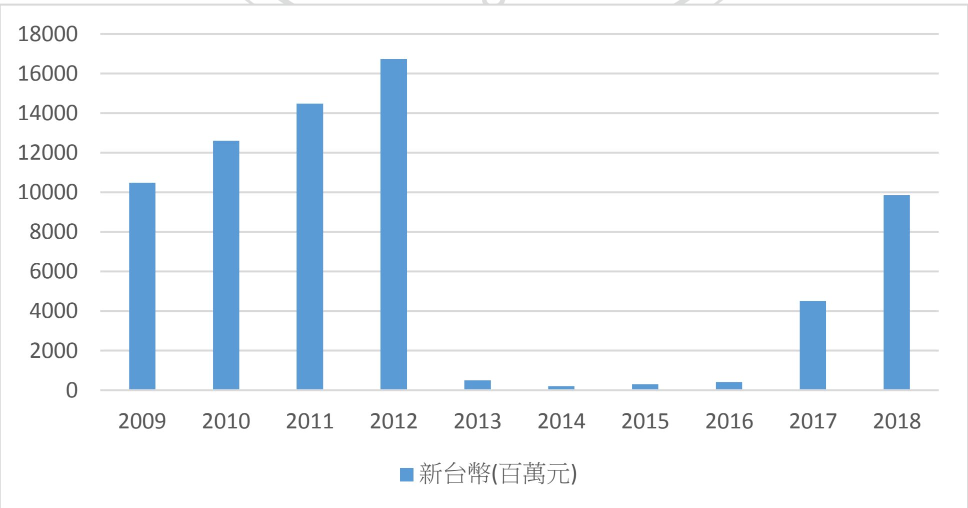
圖 1- 3 台美歷年平均匯率



資料來源：中華民國中央銀行全球資訊網

安定基金之設立目的為保障被保險人之權益，與穩定金融之安定，其功能有提供貸款於經營不善之業者、代受接管之公司墊付契約相關之請求等。圖 1-4 為安定基金歷年之累積情形，由圖可知，保險公司之接管，將耗盡累積數年之基金額度，可見其費率計算方法需再改善，因此安定基金也於去年更改其收費標準。

圖 1- 4 人身保險安定基金累積提撥表



2013 年至 2016 年受國華人壽等接管費用之影響而使安定基金餘額大幅下降。

資料來源：財團法人保險事業發展中心

DOI:10.6814/NCCU201900219

我國現行之安定基金提撥標準，由該公司之經營管理績效指標及資本適足率而定，其中經營管理績效指標又可分為五類指標，分別為風險管理、財務結構、指標業務、法令遵循及資訊安全，然其中並未放入明確之匯率風險因子。近年來，受匯率波動之影響，壽險業之獲利往往被避險成本大幅侵蝕，甚至可能影響公司之清償能力，足顯示匯率風險之嚴重性。

本研究首先從安定基金出發，以隨機模型之方式模擬公司資產中權益投資、國內債權投資、國外債券投資、約當現金及外匯交換避險與負債部分，考慮該等因子對安定基金合理保費之影響，以此衡量壽險業面對的匯率風險，並討論在不同資產配置的情境下，匯率與利率風險的變化，最後從股東報酬的角度，以買權的方式將該價值定價，重新討論上述情境，並比較股東(提高報酬)與保戶(降低破產機率)間的利益衝突。

第二節 文獻回顧

Duncan (1987)研究產險之安定基金，並對基金之提撥方式：事前提撥(*ex ante*)與事後徵收(*ex post*)有所介紹；Oxera(2007)則對歐洲之保險安定基金有更深入之研究，並分析當時基金系統之差異與建立該制度之花費；Han et al. (1997)則討論四種安定基金架構，並發現在代理成本理論下，事前提撥制較事後徵收制為優。我國安定基金為事前提撥制，本文則採用該制。

Merton (1977)以股票選擇權中之賣權定價方式來評價存款保險之成本；之後Duan and Yu (1994, 1999)將該模型導入我國之存款保險計算，並加入資本標準與監理寬容之影響，同時將模型從單期延伸至多期；Duan and Simonato (2002)則加入利率風險之探討； Lee et al. (2005)則以內嵌選擇權之方式，表示監理寬容對存款保險之影響，並得出其封閉解。本文以 Merton 模型為基準，將安定基金保費以賣權評價。

Cummins (1988)研究保險安定基金之風險保費；Duan and Yu (2005)將以上模

DOI:10.6814/NCCU201900219

型運用於安定基金之保費評價，並討論資本監理、利率風險及巨災風險之影響；Yang et al. (2012)同樣以 Merton 模型評價保險安定基金風險保費，也以內嵌選擇權方式表達監理寬容之影響，該研究發現資產波動程度對風險保費之影響較其它因子為高，並發現監理寬容會使安定基金成本上升；Hwang et al. (2015)則考慮利率因子對安定基金之影響，並採用封閉解之形式表示該賣權，該研究發現未考量利率風險會使風險保費低估，同時發現財務波動之影響，在監理寬容存在下會更為劇烈；Chang et al.(2019)以數值方法評估我國保險業受外匯風險之影響，並發現以外匯準備金之方式避險最能穩定資產負債表之波動。

本文研究方法，則參考 Chang and Lee(2019)之安定基金風險保費評價模型，該模型接續 Hwang et al. (2015)之研究，並在保險公司資產端加入匯率風險及匯率避險因子。本文將聚焦於匯率風險與避險政策，量化兩者對安定基金公平保費之風險程度，並將匯率風險與利率風險作比較；同時，探討上述因子對股東價值之影響，並進一步討論公司追求股東利益最大化時，是否會與安定基金之風險最小化有所衝突。

本文第二章說明壽險公司之資產負債模型、安定基金運作模式及股東價值；第三章分就安定基金與股東選擇權探討數值結果；第四章則為結論及建議。

DOI:10.6814/NCCU201900219

第二章、 安定基金風險保費評價模型

第一節 壽險公司之財務結構

本文假設財務市場是一完全且連續之市場，無任何稅務及交易成本。接續 Briys and Varenne (1994, 1997)、 Grosen and Jørgensen (2002)及 Chen and Suchanecki (2007)等研究，我們簡化模型，假設公司初始的債務持有人(保單持有人)僅為一人，可以 $L(0) \equiv l \cdot A(0)$ 表達，其中 $l \in [0,1]$ 為槓桿比率，股東權益則以 $E(0) \equiv (1-l) \cdot A(0)$ 表達。

根據現實的經濟狀況，我們將公司的資產配置簡化，假設公司資產包括無險增值之約當現金 $C(t)$、十年期之國內滾動債券[5](Rolling Bond) $B_R(t)$、十年期之國外滾動債券 $B_{R_f}(t)$、半年期之外匯交換避險合約 $FX(t)$ 及指數型股票基金 $S(t)$。

將 $C(t)$、$B_R(t)$、$B_{R_f}(t)$、$FX(t)$ 及 $S(t)$ 定義於機率空間 $(\Omega, \boldsymbol{F}, P)$ 上，$\boldsymbol{F}$ 為其訊集(Filtration)、P 為真實測度(Physical Measure)。T 為一固定時間。定義 $\sigma(S(u),\ t \geq u \geq 0)$ 為包含所有可能 $S(t)$ 之最小σ代數、$\sigma(r(u),\ t \geq u \geq 0)$ 則為包含所有可能 $r(t)$ (瞬時短期國內利率)與 $r_f(t)$ (瞬時短期國外利率)之最小σ代數，則$\boldsymbol{F}(t) = \sigma(S(u),\ t \geq u \geq 0) \vee \sigma(r(u),\ t \geq u \geq 0)$ 包含所有資產組合的訊息。我們把訊集 $\boldsymbol{F}$ 定義為 $\boldsymbol{F}(t)$，則各資產價格的隨機過程可用以下式子表達：

$$\frac{dC(t)}{C(t)} = r(t)dt \cdots\cdots (1)$$

$$\frac{dS(t)}{S(t)} = \mu(t)dt + \sigma_1 dW_r(t) + \sigma_2 dW_S(t) \cdots\cdots (2)$$

$$\frac{dB_R(t)}{B_R(t)} = r(t)dt + \sigma_R(dW_r(t) + \lambda_r dt) \cdots\cdots (3)$$

其中 $dW_r^Q(t) = dW_r(t) + \sigma_R \lambda_r dt$。

[5] 滾動債券一詞由 Rutkowski (1999)提出。該債券之存續期間為一常數，因此可降低計算上之複雜度。

DOI:10.6814/NCCU201900219

為了得到國外債券的價格公式，我們先將即期匯率以 $e(t)$ 表達，其隨機過程為：

$$\frac{de(t)}{e(t)} = \xi(t)dt + \sigma_e(dW_e(t) + \lambda_e dt)$$

其中 σ_e 與 λ_e 為一預設常數，$W_e(t)$ 為一維納過程(Wiener Process)； $\lambda_e = \frac{-\xi(t)+r(t)-r_f(t)}{\sigma_e}$ ，$dW_e^Q(t) = dW_e(t) + \lambda_e dt$。

國外債券則可以下列過程表示：

$$\frac{d\widehat{B_{R_f}}(t)}{\widehat{B_{R_f}}(t)} = r_f(t)dt + \sigma_{R_f}\left(dW_{r_f}(t) + \lambda_{r_f}dt\right)$$

其中 $dW_{r_f}(t) + \sigma_{R_f}\lambda_{r_f}dt$ 、$\mathrm{Corr}\left[dW_{r_f}^Q(t), dW_e^Q(t)\right] = \rho_{r_f,e}dt$。

由於上述價格是以國外貨幣計價，需轉換回本國貨幣，因此，我們可以將匯率與國外貨幣相乘得出國外債券在本國之價格，即為

$B_{R_f}(t) = \widehat{B_{R_f}}(t) \times e(t)$，經伊藤引理(Ito's Lemma)計算[6]，可得

$$\frac{dB_{R_f}(t)}{B_{R_f}(t)} = r(t)dt + \sigma_{R_f}dW_{r_f}^Q(t) + \sigma_e dW_e^Q(t) \quad \cdots\cdots (4)$$

其中$dW_{r_f}^Q(t) = dW_{r_f}^{Q_f}(t) + \sigma_{R_f}\rho_{r_f,e}dt$。

匯率交換合約的價格為兩國間即期短率的變化，可由以下過程表示：

$$\frac{dFX(t)}{FX(t)} = \frac{dB'_R(t)}{B'_R(t)} - \frac{d\widehat{B_{R_f}'}(t)}{\widehat{B_{R_f}'}(t)} = (r(t) - r_f(t))dt + \sigma'_R dW_r^Q(t) - \sigma'_{R_f}dW_{r_f}^Q(t) \quad \cdots\cdots (5)$$

其中

$$\frac{dB'_R(t)}{B'_R(t)} = r(t)dt + \sigma'_R dW_r^Q(t)$$

$$\frac{d\widehat{B_f}'(t)}{\widehat{B_{R_f}}'(t)} = r_f(t)dt + \sigma'_{R_f}dW_{r_f}^{Q_f}(t)$$

$\sigma'_R = \frac{1-e^{-\kappa R'}}{\kappa}\sigma_r, \sigma'_{R_f} = \frac{1-e^{-\kappa_f R'_f}}{\kappa_f}\sigma_{r_f}, R' = R'_f = 0.5$。

---

[6] $B_{R_f}(t) = \widehat{B_{R_f}}(t) \times e(t) \rightarrow dB_{R_f}(t) = e(t)d\widehat{B_{R_f}}(t) + \widehat{B_{R_f}}(t)de(t) + d\widehat{B_{R_f}}(t)de(t)$

$\rightarrow \frac{dB_{R_f}(t)}{B_{R_f}(t)} = (r(t) + \sigma_{R_f}\rho_{r_f,e})dt + \sigma_{R_f}dW_{r_f}^{Q_f}(t) + \sigma_e dW_e^Q(t)$

DOI:10.6814/NCCU201900219

國內及國外之利率波動則以下列模型描述：

$$dr(t) = \kappa(\theta - r(t))dt + \sigma_r dW_r(t)$$

$$dr_f(t) = \overline{\kappa}_f(\overline{\theta}_f - r_f(t))dt + \sigma_{r_f} dW_{r_f}^{Q_f}(t)$$

其中 $\sigma_R = \frac{1-e^{-\kappa R}}{\kappa}\sigma_r$、$\sigma_{R_f} = \frac{1-e^{-\kappa_f R_f}}{\kappa_f}\sigma_{r_f}$

再來，我們以 ω_1 表示投資於國內債券的比例；ω_2 表示投資於國外債券的比例；ω_3 表示投資於指數型股票基金之比例；ω_{FX} 則代表國外債券之避險比例；剩餘部分 $(1-\omega_1-\omega_2-\omega_3)$ 為約當現金之佔比，由此可得出壽險公司資產部分之隨機過程：

$$\frac{dA(t)}{A(t)} = \omega_1 \frac{dB_R(t)}{B_R(t)} + \omega_2 \left[(1-\omega_{FX})\frac{dB_{R_f}(t)}{B_{R_f}(t)} + \omega_{FX}\left(\frac{d\widehat{B_{R_f}}(t)}{\widehat{B_{R_f}}(t)} + \frac{dFX(t)}{FX(t)}\right)\right]$$

$$+\omega_3 \frac{dS(t)}{S(t)} + (1-\omega_1-\omega_2-\omega_3)\frac{dC(t)}{C(t)}$$

$$= r(t)dt + \sigma'_{A,R}dW_r^Q(t) + \sigma'_{A,R_f}dW_{r_f}^Q(t) + \sigma'_{A,e}dW_e^Q(t) + \sigma_{A,S}dW_S^Q(t) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

其中 $\sigma'_{A,R} = (\omega_1\sigma_R + \omega_3\sigma_1) + \omega_2\omega_{FX}\sigma'_R$

$\sigma'_{A,R_f} = (1-\omega_{FX})\left(\omega_2\sigma_{R_f}\right) + \omega_2\omega_{FX}(\sigma_{R_f} - \sigma'_{R_f})$

$\sigma'_{A,e} = (1-\omega_{FX})(\omega_2\sigma_e)$

$\sigma_{A,S} = \omega_3\sigma_2$

在債務面，我們假設負債之公允價值會受利率波動的影響，因此，負債可由 $L(T) = L(0)\exp\left(\int_0^T r(s)ds\right)$ 表達。

第二節 安定基金運作模式

在壽險公司出現債務問題時，安定基金會介入並維護保戶的權益，因此監管機關必須定期監測公司之財務狀況。本文假設監理者於每 T 時間間隔觀察公

DOI:10.6814/NCCU201900219

司之資產負債表，並設立一最小資本需求 α[7]，即公司之資產 $A(T)$ 於 T 時必須大於 α 倍之負債 $L(T)$。但公司有可能於監理窗口中破產，因此本文討論以下兩種狀況：(1) 公司於 T 時前倒閉；(2) 公司於 T 時未達資本需求。

一般而言，保險公司倒閉是指公司無力清償其對保戶之債務，本文假設公司之資產低於負債一定比例時，公司即宣布倒閉，亦即 $A(t) < \eta L(t)$，而倒閉時間 τ 即為公司初次達到上述情況之時，以數學式表達為：

$$\tau = \inf\{t | A(t) < \eta L(t)\}$$

同時，假設安定基金之賠償上限為 γ，安定基金於提前破產情況下之支出為

$$P(\tau) = (\gamma - \eta) L(\tau)$$

當保險人於監理時點未達標準，但其情節並非嚴重，政府可能不會進行接管，而會提供一寬限期 ϵ 要求保險人於時限內改善狀況，此即為監理寬容。本文假設此標準為 β，若公司於 T 時，其資產小於負債該比例，即 $A(T) < \beta L(T)$，政府旋即進行接管。安定基金在此時點所需之支出可用以下式子表示：

$$P(T) = \begin{cases} 0, & A(T) \geq \alpha L(T) \\ F(T), & \alpha L(T) > A(T) \geq \beta L(T) \\ \gamma L(T) - A(T), & otherwise \end{cases}$$

其中 $F(T)$ 為進入寬限期之支出。

保險人在監理寬容期間必須以增資等方式滿足最低資本需求，若保險人於寬限期終止時($T + \epsilon$)，仍未滿足最低資本需求 α，則有兩種情況：(1) 保險人資本不需安定基金補充，監管者可能會限制該保險人之業務範圍，然此措施難以量化，因此不在本文討論範圍內；(2) 保險人資本過低需安定基金補充，該公司可能被接管或清算。因此，寬限期之安定基金支出可用以下式子表示：

$$F(T+\epsilon) = \begin{cases} 0, & A(T+\epsilon) \geq \gamma L(T+\epsilon) \\ \gamma L(T+\epsilon) - A(T+\epsilon), & otherwise \end{cases}$$

由前文可知，我們安定基金之支出可分為三部分：提前接管部分、監理寬容部分及一般監理部分，則安定基金之總支出 P 可由下列式子表示：

---

[7] 我國採用風險資本比例(Risked-based Capital Ratio;RBC Ratio)作為企業清償能力之標準，然 RBC 之要求繁複，放入模型計算有其難度；因此本研究以 α 比例代替。

DOI:10.6814/NCCU201900219

$$P=(\gamma-\eta)^{+}L(\tau)I_{\{\tau<T\}}+(\gamma L(T)-A(T))^{+}I_1+(\gamma L(T+\epsilon)-A(T+\epsilon))^{+}I_2$$

其中 $I_1 = I_{\{\tau\geq T,\beta L(T)>A(T)\}}$， $I_2 = I_{\{\tau\geq T,\alpha L(T)>A(T)\geq\beta L(T),\gamma L(T+\epsilon)>A(T+\epsilon)\}}$

第三節 安定基金風險保費評價

本節我們將計算安定基金之公平保費，其計算方式為將上節導出之安定基金總支出折現並計算其期望值。

首先，給定國內外利率之相關係數 $\mathrm{Corr}\left[dW_r^Q(t),dW_{r_f}^Q(t)\right]=\rho_{r,r_f}dt$、國內利率與匯率之相關係數 $\mathrm{Corr}\left[dW_r^Q(t),dW_e^Q(t)\right]=\rho_{r,e}dt$，則根據 Cholesky 分解我們將國內利率、國外利率及匯率之過程替換成互相獨立之隨機過程[8]，
然後解出保險人資產，並用以下式子表示：

$$A(T)=A(0)\exp\left\{\int_0^{\mathrm{T}} r(s)ds+aT+\sigma_A W_A^Q(T)\right\}$$

其中$a=-\frac{1}{2}\left(\tilde{\sigma}_{A,R}^2+\tilde{\sigma}_{A,R_f}^2+\tilde{\sigma}_{A,e}^2+\sigma_{A,S}^2\right)$，

$\sigma_A^2=\tilde{\sigma}_{A,R}^2+\tilde{\sigma}_{A,R_f}^2+\tilde{\sigma}_{A,e}^2+\sigma_{A,S}^2$，

$\tilde{\sigma}_{A,R}=\sigma'_{A,R}+\rho_{r_f,r}\sigma'_{A,R_f}+\rho_{r,e}\sigma'_{A,e}$，

$\tilde{\sigma}_{A,R_f}=\sqrt{1-\rho_{r,r_f}^2}\sigma'_{A,R_f}+\frac{\rho_{r_f,e}-\rho_{r,r_f}\rho_{r,e}}{\sqrt{1-\rho_{r,r_f}^2}}\sigma'_{A,e}$，

$\tilde{\sigma}_{A,e}=\sqrt{1-\rho_{r,e}^2-\left(\frac{\rho_{r_f,e}-\rho_{r,r_f}\rho_{r,e}}{\sqrt{1-\rho_{r,r_f}^2}}\right)^2}\sigma'_{A,e}$，

且 $\sigma_A W_A^Q(t)\overset{d}{=}\tilde{\sigma}_{A,R}\widetilde{W}_r^Q(t)+\tilde{\sigma}_{A,R_f}\widetilde{W}_{r_f}^Q(t)+\tilde{\sigma}_{A,e}\widetilde{W}_e^Q(t)+\sigma_{A,S}W_S^Q(t)$。

Q 測度下之安定基金保費則可用以下式子表示：

$$P(0)=E^Q\left[M(\tau)^{-1}P(\tau)I_{\{\tau<T\}}\right]+E^Q\left[M(T)^{-1}P(T)I_{\left\{\tau\geq T,\beta>\frac{A(T)}{L(T)}\right\}}\right]+E^Q\left[M(T)^{-1}P(T)I_{\left\{\tau\geq T,\alpha>\frac{A(T)}{L(T)}\geq\beta\right\}}\right]$$

---

[8] $dW_r^Q(t)=d\widetilde{W}_r^Q(t)$、$dW_{r_f}^Q(t)=\rho_{r,r_f}d\widetilde{W}_r^Q(t)+\sqrt{1-\rho_{r,r_f}^2}d\widetilde{W}_{r_f}^Q(t)$、

$dW_e^Q(t)=\rho_{r,e}d\widetilde{W}_r^Q(t)+\frac{\rho_{r_f,e}-\rho_{r,r_f}\rho_{r,e}}{\sqrt{1-\rho_{r,r_f}^2}}d\widetilde{W}_{r_f}^Q(t)+\sqrt{1-\rho_{r,e}^2-\left(\frac{\rho_{r_f,e}-\rho_{r,r_f}\rho_{r,e}}{\sqrt{1-\rho_{r,r_f}^2}}\right)^2}d\widetilde{W}_e^Q(t)$,

DOI:10.6814/NCCU201900219

其中等式右側第一項代表提前接管部分、第二項代表一般部分、最後一項代表寬限期部分；$M(T)=\exp\left\{\int_0^{\mathrm{T}} r(s)ds\right\}$

我們解得：

$$
\begin{aligned}
P(0) = &\{(\gamma-\eta)L(0)[\Phi(c_1)+e^{-B}\Phi(c_2)]\} \\
&+\begin{Bmatrix}\gamma L(0)\left[\left(\Phi(d_1)-\Phi(c_1)\right)-e^{-B}\left(\Phi(d_3)-\Phi(c_3)\right)\right] \\ -A(0)\left[\left(\Phi(d_2)-\Phi(c_2)\right)-e^{B}\left(\Phi(d_4)-\Phi(c_4)\right)\right]\end{Bmatrix} \\
&+\begin{Bmatrix}\gamma L(0)\left[\left(N(c_5,e_1,\delta)-N(d_1,e_1,\delta)\right)-e^{-B}\left(N(d_7,e_2,\delta)-N(d_3,e_2,\delta)\right)\right] \\ -A(0)\left[\left(N(c_6,e_3,\delta)-N(d_2,e_3,\delta)\right)-e^{B}\left(N(c_8,e_4,\delta)-N(d_4,e_4,\delta)\right)\right]\end{Bmatrix}
\end{aligned}
$$

其中$\Phi(x)$代表累積標準常態分配；$N(x,y,z)$代表累積雙變數標準常配分配;

$B=\ln\frac{\eta L(0)}{A(0)}$、$B_1=\ln\frac{\alpha L(0)}{A(0)}$、$B_2=\ln\frac{\beta L(0)}{A(0)}$ 及 $B_3=\ln\frac{\gamma L(0)}{A(0)}$；$\delta=\sqrt{\frac{T}{T+\epsilon}}$；

$c_1=\frac{B-aT}{\sigma_A\sqrt{T}}$、$c_2=\frac{B+aT}{\sigma_A\sqrt{T}}$、$c_3=\frac{-B-aT}{\sigma_A\sqrt{T}}$、$c_4=\frac{-B+aT}{\sigma_A\sqrt{T}}$；$c_5=\frac{B_1-aT}{\sigma_A\sqrt{T}}$、$c_6=\frac{B_1+aT}{\sigma_A\sqrt{T}}$、

$c_7=\frac{B_1-2B-aT}{\sigma_A\sqrt{T}}$、$c_8=\frac{B_1-2B+aT}{\sigma_A\sqrt{T}}$；

$d_1=\frac{B_2-aT}{\sigma_A\sqrt{T}}$、$d_2=\frac{B_2+aT}{\sigma_A\sqrt{T}}$、$d_3=\frac{B_2-2B-aT}{\sigma_A\sqrt{T}}$、$d_4=\frac{B_2-2B+aT}{\sigma_A\sqrt{T}}$；

$e_1=\frac{B_3-a(T+\epsilon)}{\sigma_A\sqrt{T+\epsilon}}$、$e_2=\frac{B_3-2B-a(T+\epsilon)}{\sigma_A\sqrt{T+\epsilon}}$、$e_3=\frac{B_3+a(T+\epsilon)}{\sigma_A\sqrt{T+\epsilon}}$ 及 $e_4=\frac{B_3-2B+a(T+\epsilon)}{\sigma_A\sqrt{T+\epsilon}}$

詳細推導過程請見附錄一。

第四節 股東價值

本節我們以買權方式來為股東價值定價，以與上一節安定基金保費比較。我們在此將股東價值定義為股東權益，即資產減去負債之剩餘部分。在監理寬容存在下，可將股東價值分成兩部分，一為一般部分，即公司至 T 時仍未發生提前接管之情形，可表示為：

$$E^Q\left[\frac{A(T)-L(T)}{M(T)}I_{\left\{T\le\tau,\frac{A(T)}{L(T)}\ge 1\right\}}\right]$$

另一部分則是在公司進入寬限期之狀況，可表示為一內嵌選擇權：

$$E^Q\left[\frac{A(T+\epsilon)-L(T+\epsilon)}{M(T+\epsilon)}I_{\left\{T\le\tau,\beta\le\frac{A(T)}{L(T)}<1,\frac{A(T+\epsilon)}{L(T+\epsilon)}\ge 1\right\}}\right]$$

DOI:10.6814/NCCU201900219

將上兩式加總即可計算出股東價值：

$$= A(0)[\Phi(f_1) - e^B\Phi(f_3)] - L(0)[\Phi(f_2) - e^{-B}\Phi(f_4)]$$

$$+A(0)\begin{bmatrix} N(d_5, e_5, \delta) - N(f_1, e_5, \delta) \\ -e^B[N(d_7, e_6, \delta) - N(f_3, e_6, \delta)] \end{bmatrix}$$

$$-L(0)\begin{bmatrix} N(d_6, e_7, \delta) - N(f_2, e_7, \delta) \\ -e^{-B}[N(d_8, e_8, \delta) - N(f_4, e_8, \delta)] \end{bmatrix}$$

其中$B_4 = \ln\frac{L(0)}{A(0)}$

$d_5 = \dfrac{-B_2 - aT}{\sigma_A\sqrt{T}}$、$d_6 = \dfrac{-B_2 + aT}{\sigma_A\sqrt{T}}$、$d_7 = \dfrac{-B_2 + 2B - aT}{\sigma_A\sqrt{T}}$、$\mathrm{d}_8 = \dfrac{-B_2 + 2B + aT}{\sigma_A\sqrt{T}}$；

$e_5 = \dfrac{-B_4 - a(T+\epsilon)}{\sigma_A\sqrt{T+\epsilon}}$、$e_6 = \dfrac{-B_4 + 2B - a(T+\epsilon)}{\sigma_A\sqrt{T+\epsilon}}$、$e_7 = \dfrac{-B_4 + a(T+\epsilon)}{\sigma_A\sqrt{T+\epsilon}}$、$e_8 = \dfrac{-B_4 + 2B + a(T+\epsilon)}{\sigma_A\sqrt{T+\epsilon}}$；

$f_1 = \dfrac{-B_4 - aT}{\sigma_A\sqrt{T}}$、$f_2 = \dfrac{-B_4 + aT}{\sigma_A\sqrt{T}}$、$f_3\dfrac{-B_4 + 2B - aT}{\sigma_A\sqrt{T}}$、$f_4 = \dfrac{-B_4 + 2B + aT}{\sigma_A\sqrt{T}}$

詳細推導過程請見附錄二。

DOI:10.6814/NCCU201900219

第三章、 數值分析

本章第一節分別討論 1. 財務架構(資產配置及槓桿比例)對於風險保費的影響評估 2. 國外投資策略(國外投資比例與避險避比例)對於風險保費的影響評估。第二節則討論各參數之偏微分，並比較匯率與利率波動對保費之影響。第三節探討相同情境下，各參數對股東價值與安定基金保費影響之異同。

第一節 參數敏感度分析

表 3-1 為各參數的基本假設，根據我國壽險業過去之資產配置，我們將約當現金占比固定為 5%、股票投資佔比設為 10%、國內外債券投資合計為 85%，避險比例假設為 60%；我國之風險資本比例一年需提報兩次，因此將寬限期定為半年，而監理窗口則根據會計年度定為 1 年；我們根據 Lee et al. (2005)之研究將 α 定為 1.087、 β 定為 0.95，並將 γ 設為 100%以涵蓋所有風險，並假設 η 為 0.5；債券年期設定為 10 年以符合市場之交易習慣，匯率交換合約長度定為半年以符合交易實務，其餘財務參數則參照 Boulier et al. (2001)之假設。

表 3-2 為安定基金公平保費在不同資產配置及財務槓桿情況下的變化，其中括號內為未進行避險時之數據，未括號部分則為 60%避險之情境。可以發現 60%避險下之保費皆較無避險下的保費高，顯示外匯避險能降低公司破產之風險；同時，國外投資 w_2 佔比越高，保費越高，此結果符合一般對國外投資風險之期待。此外，避險效果在槓桿比例較低的情況更為有效，例如，國外投資比例為 65%之情境下，資產負債比率等於 100/100 時，在有避險情況下保費約為未避險情形之 75%；而在資產負債比等於 120/100 時，避險下之保費僅有原本之 17%。

表 3-3 為安定基金保費受國外投資與避險比例之影響，與前述相同，避險比例提高能有效降低風險保費；同時，在避險比例較高之情況下，因國外投資提高而增加之保費較少，例如在 $\boldsymbol{w_{FX}}$= 0.6 時，國外投資從 65%提高至 75%時提升 28%之保費；而在 $\boldsymbol{w_{FX}}$= 1 時，相同程度之提高則僅增加 21%之保費。

DOI:10.6814/NCCU201900219

表 3- 1 各參數與其假設數值

參數	符號	值
初始資產	$A(0)$	110
初始負債	$L(0)$	100
國內債券投資比例	w_1	0.20
國外債券投資比例	w_2	0.65
指數型股票基金投資比例	w_3	0.1
外匯交換避險比例	w_{FX}	0.6
監理窗口	T	1
寬限期	ϵ	0.5
一般資本標準	α	1.087
監理寬容標準	β	0.95
提前接管標準	η	0.5
安定基金墊償比例	γ	1
國內債券年期	R	10
初始國內利率	$r(0)$	0.0267
國內利率回歸速度	κ	0.2
國內平均利率	θ	0.02
國內利率波動程度	σ_r	0.02
國外債券年期	R_f	10
初始國外利率	$r_f(0)$	0.0267
國外利率回歸速度	κ_f	0.2
國外平均利率	θ_f	0.02
國外利率波動程度	σ_{r_f}	0.02
利率對權益投資之波動程度 $\mathrm{W_r(t)}$ on $\frac{\mathrm{dS(t)}}{\mathrm{S(t)}}$	σ_1	0.06
股票對權益投資之波動程度 $\mathrm{W_S(t)}$ on $\frac{\mathrm{dS(t)}}{\mathrm{S(t)}}$	σ_2	0.1908
匯率之波動程度	σ_e	0.1
匯率交換合約年期(國內)	R'	0.5
匯率交換合約年期(國外)	R'_f	0.5
國內利率與匯率之相關係數	$\rho_{r,e}$	0
國內外利率之相關係數	ρ_{r,r_f}	0
國外利率與匯率之相關係數	$\rho_{r_f,e}$	0

DOI:10.6814/NCCU201900219

表 3-2 財務架構對於安定基金保費之影響評估

國外投資比例(w_1, w_2)%		(30,55)	(20,65)	(10,75)
資產負債比率 = 100/100				
保費	$\mathbf{P(0)}$	3.0878(3.9281)	3.2581(4.3565)	3.5143(4.8508)
提前接管部分	$\mathbf{P^a}$	0	0	0
一般部分	$\mathbf{P^c}$	1.8352(2.6748)	2.0063(3.0987)	2.2628(3.5858)
監理寬容部分	$\mathbf{P^\varepsilon}$	1.2527(1.2534)	1.2518(1.2578)	1.2515(1.2650)
資產負債比率 = 110/100				
保費	$\mathbf{P(0)}$	0.4304(0.9228)	0.5184(1.2199)	0.6629(1.5908)
提前揭露部分	$\mathbf{P^a}$	0	0	0
一般部分	$\mathbf{P^c}$	0.0814(0.3192)	0.1153(0.5053)	0.1800(0.7665)
寬限期部分	$\mathbf{P^\varepsilon}$	0.3490(0.6036)	0.4031(0.7147)	0.4829(0.8243)
資產負債比率 = 120/100				
保費	$\mathbf{P(0)}$	0.0253(0.1321)	0.0384(0.2322)	0.0658(0.3880)
提前揭露部分	$\mathbf{P^a}$	0	0	0
一般部分	$\mathbf{P^c}$	0.0009(0.0174)	0.0019(0.0452)	0.0051(0.1040)
寬限期部分	$\mathbf{P^\varepsilon}$	0.0244(0.1147)	0.0365(0.1871)	0.0606(0.2840)

表 3-3 國外投資政策對安定基金公平保費之影響評估

國外投資比例(w_1, w_2)%		(30,55)	(20,65)	(10,75)
避險程度 w_{FX} = 0%				
保費	$\mathbf{P(0)}$	0.9228	1.2199	1.5908
提前接管部分	$\mathbf{P^a}$	0	0	0
一般部分	$\mathbf{P^c}$	0.3192	0.5053	0.7665
監理寬容部分	$\mathbf{P^\varepsilon}$	0.6036	0.7147	0.8243
避險程度 w_{FX} = 60%				
保費	$\mathbf{P(0)}$	0.4304	0.5184	0.6629
提前揭露部分	$\mathbf{P^a}$	0	0	0
一般部分	$\mathbf{P^c}$	0.0814	0.1153	0.1800
寬限期部分	$\mathbf{P^\varepsilon}$	0.3490	0.4031	0.4829
避險程度 w_{FX} = 100%				
保費	$\mathbf{P(0)}$	0.3370	0.3725	0.4522
提前揭露部分	$\mathbf{P^a}$	0	0	0
一般部分	$\mathbf{P^c}$	0.0508	0.0617	0.0894
寬限期部分	$\mathbf{P^\varepsilon}$	0.2862	0.3108	0.3628

DOI:10.6814/NCCU201900219

第二節 參數偏微分之敏感度分析

本節之偏微分由於其計算過於複雜，因此採用直線內插法衡量：

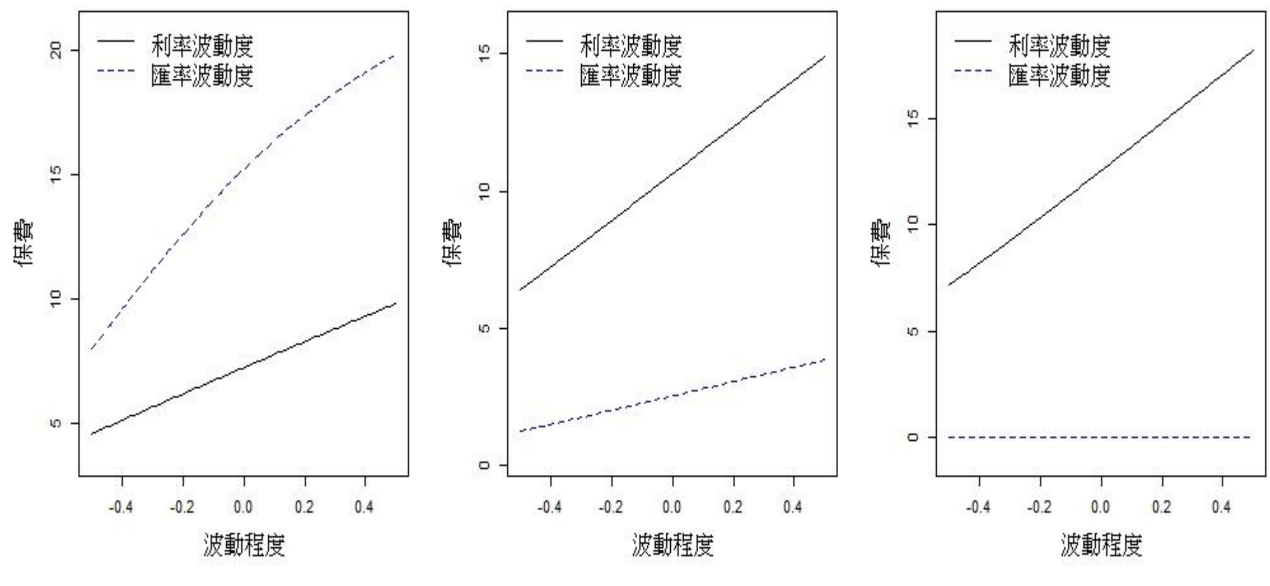
$$\frac{\partial y}{\partial x_1} \doteq \frac{f(x_1 + \Delta x_1, x_2, \dots) - f(x_1, x_2, \dots)}{\Delta x_1}$$

其中$\Delta x_1 = 0.000000001$。

圖 3-1 為利率波動程度與匯率波動程度對保費之偏微分($\frac{\partial P}{\partial \sigma_r}$、$\frac{\partial P}{\partial \sigma_e}$)，我們發現隨著避險比例增加，匯率波動對保費之影響逐漸下降且趨近於 0，符合避險之目的；同時，若在不進行外匯避險之情形下，匯率風險波動之影響是大於利率的，而隨著避險增加，匯率風險之影響性逐降下降。

(左為無避險情境、中為 60%避險情境、右為完全避險情境)

(橫軸為百分比)



圖中偏微分皆為正數，表示兩者之波動度增加皆會使保費提升；同時觀察避險程度不同可以發現，避險程度越高利率之影響也越大；反之亦然。

圖 3- 1 波動程度對保費之偏微分($\frac{\partial P}{\partial \sigma_r}$、$\frac{\partial P}{\partial \sigma_e}$)

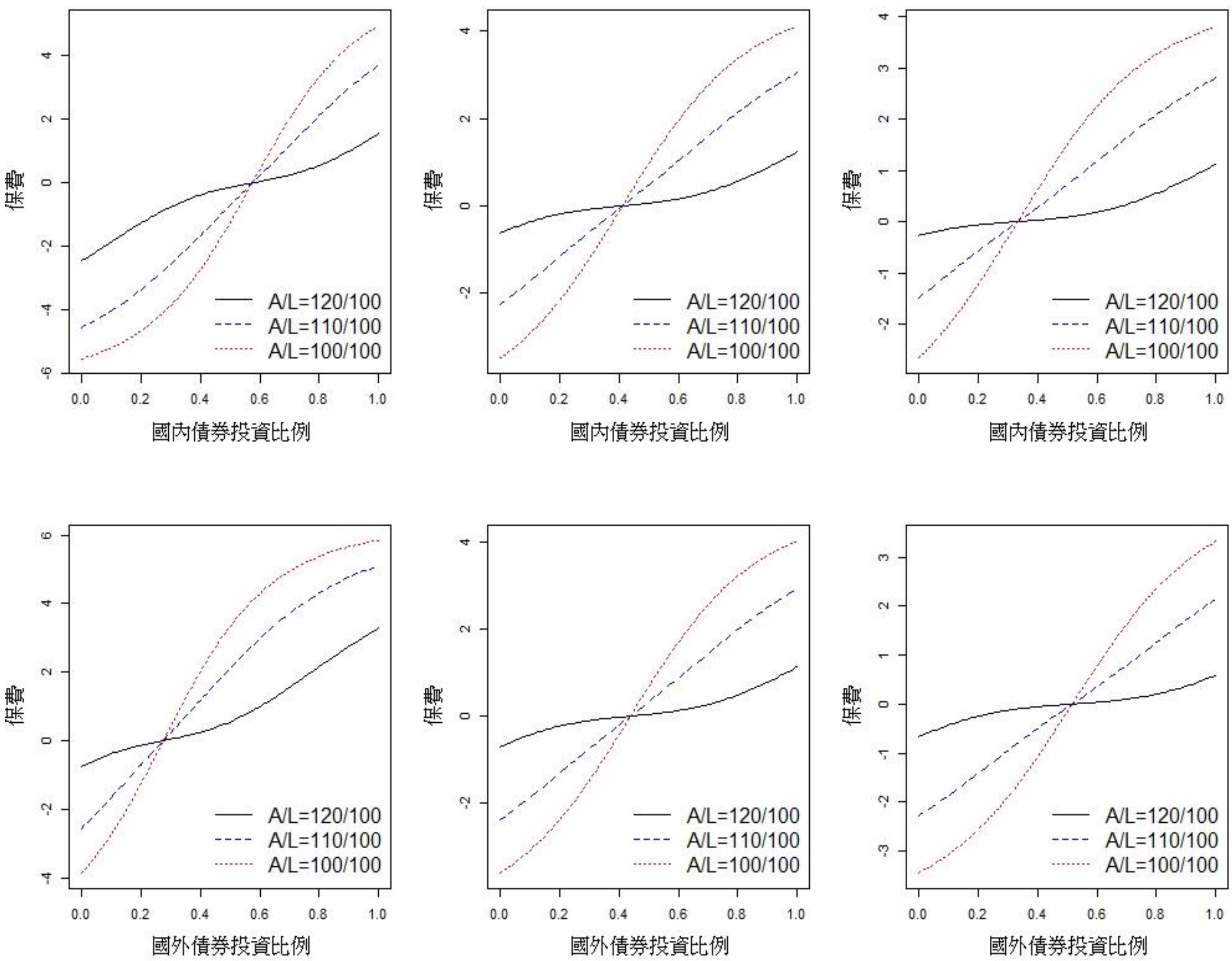
DOI:10.6814/NCCU201900219

歸納數值結果於推論一，

推論 1：利率與匯率風險對於風險保費的影響

納入匯率交換避險的資產組合的隨機過程如第 ***2*** *章第* ***1*** *節，安定基金風險保費如第* ***2*** *章第* ***2*** *節，在固定其他因素下，利率波動及匯率波動的增加皆會使安定基金風險保費上升****(****偏微分係數上升****)****；而避險比例上升則會使利率之影響增加、匯率之影響減少，反之亦然。*

(由左至右分別為：無避險、60%避險、完全避險之情境)



首先，我們可以發現財務槓桿並不影響均衡點；其次，避險比例提高可使最適國外投資比例提高。

圖 3- 2 國內外債券投資比例對保費之偏微分($\frac{\partial P}{\partial w_1}$、$\frac{\partial P}{\partial w_2}$)

DOI:10.6814/NCCU201900219

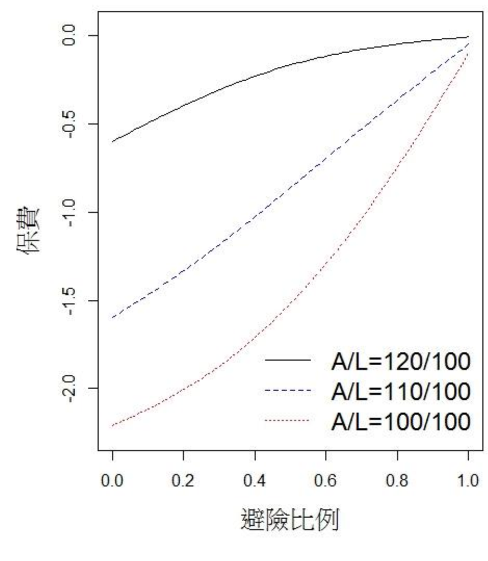
由圖 3-2 可以發現，隨著財務槓桿的增加，偏微分的斜率也跟著增加，表示高財務槓桿會使投資之風險變動程度增加，不論是國內債券抑或是國外債券。此外，投資比例低於均衡點時，保費會隨著比例上升而下降；反之，保費則是同向發展。而隨著避險程度上升，國內債券的交會點逐漸往左偏移，而國外債券則是相反，顯示若避險比例上升，風險最低之國外債券投資比例也會上升，在完全避險下，該比例約為 50%。

由此結果可歸納出推論 2，

推論 2：避險比例對於風險保費的影響

納入匯率交換避險的資產組合的隨機過程如第 2 章第 1 節，安定基金風險保費如第 2 章第 2 節，在固定其他因素下，最適國外投資比例不受財務槓桿比率影響，且會隨避險程度提高而上升。

圖 3-3 為避險比例對保費之偏微分($\frac{\partial P}{\partial w_{FX}}$)，數值皆小於 0 顯示，避險比例與安定基金保費為一反向關係，避險比例提高能降低風險，同時在高財務槓桿下，下降情況更為明顯。



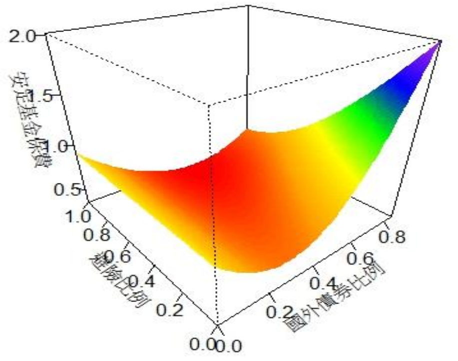
避險比例偏微分皆為負值，表示避險能降低破產風險；同時在高槓桿情況下降低幅度更大。

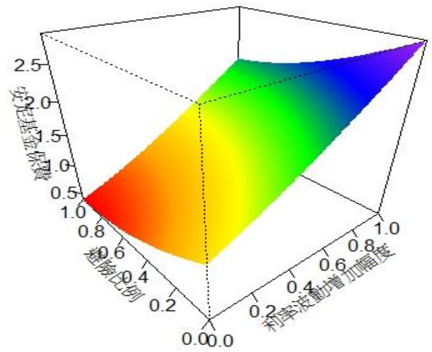
圖 3- 3 外匯避險比例對保費之偏微分($\frac{\partial P}{\partial w_{FX}}$)

DOI:10.6814/NCCU201900219

圖 3- 4 外匯避險及國外投資對保費之影響

由圖可知，利率波動(國內與國外)與減少避險皆會增加保費。





越往紅色數值越低(該曲面左上處)，可以發現最低值並非出現於 0 國外投資之情形。

圖 3- 5 外匯避險及利率波動對保費之影響

圖 3-4 顯示避險程度、國外債券投資比例及保費三者之間的關係，我們可以發現，在低國外投資下，避險對保費幾乎沒有影響。同時，與圖 3-2 相符，保費之最低點出現於完全避險、國外投資比例 50%之情況下。圖 3-5 則探討國內、外利率波動度上升時之情境，由圖可知，兩者與風險保費皆是同向關係，而兩者並無明顯互相影響之關係。

第三節 股東選擇權

由表 3-4 可知，國外投資佔比越多、槓桿比例越高及避險程度越低，股東之價值越高，此結果與安定基金保費相同，而安定基金保費越高代表保戶面臨之風險越大，可顯示股東價值最大化與保戶風險最小化之衝突。

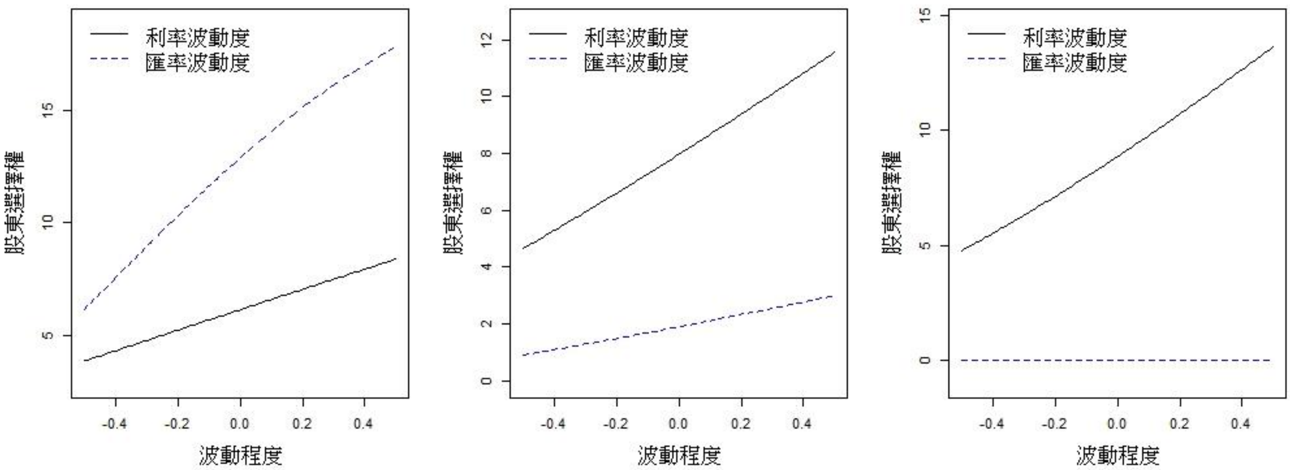
DOI:10.6814/NCCU201900219

表 3- 4 資產配置及避險程度對股東選擇權之影響

國外投資比例(w_1, w_2)%		(30,55)	(20,65)	(10,75)
資產負債比率 **= 100/100**				
股東選擇權				
無避險	**C**	0.3146	0.3351	0.3557
60%避險	**C**	0.2655	0.2765	0.2920
完全避險	**C**	0.2521	0.2574	0.2684
資產負債比率 **= 110/100**				
股東選擇權				
無避險	**C**	0.1289	0.1632	0.2009
60%避險	**C**	0.0629	0.0756	0.0956
完全避險	**C**	0.0491	0.0544	0.0661
資產負債比率 **= 120/100**				
股東選擇權				
無避險	**C**	0.0179	0.0332	0.0564
60%避險	**C**	0.0025	0.0042	0.0080
完全避險	**C**	0.0013	0.0017	0.0029

圖 3- 6 波動程度對保費之偏微分($\frac{\partial C}{\partial \sigma_r}$、$\frac{\partial C}{\partial \sigma_e}$)

(橫軸為百分比) (左為無避險情境、中為 60%避險情境、右為完全避險情境)



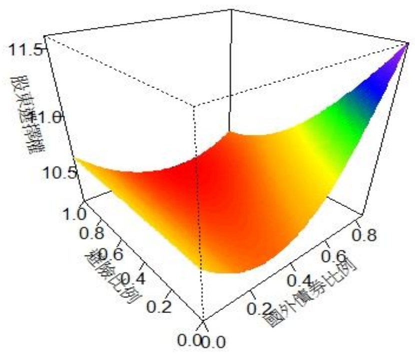
可以發現與安定基金有相同的反應，兩者對股東權益之影響程度會受避險政策影響。

DOI:10.6814/NCCU201900219

觀察圖 3-6 可以發現，匯率波動、利率波動對股東價值之影響與安定基金保費相同($\frac{\partial C}{\partial \sigma_r}$、$\frac{\partial C}{\partial \sigma_e}$)，在避險程度小之情境下，匯率波動對股東價值影響較大；反之，避險程度增加時，則利率波動影響較大。

圖 3-7 則顯示避險程度越低、國外投資比例越高，越能提高股東價值，與安定基金保費呈現同向之關係，顯示獲利取向與破產風險之衝突。

圖 3- 7 外匯避險及國外投資對股東選擇權之影響



圖型與安定基金類似，顯示股東與保戶之間利益上之對立(股東選擇權為越高越好，安定基金保費則相反)。

依上述結果可歸納出推論 3，

推論 3：股東權益與安定基金保費關聯性

納入匯率交換避險的資產組合的隨機過程如第 2 章第 1 節，安定基金風險保費如第 2 章第 2 節，股東選擇權如第 2 章第 3 節，在固定其他因素下，利率波動、匯率波動、財務槓桿、避險政策及國外投資對股東選擇權之影響與各因素對安定基金之影響有相似結果，表示在此五項議題下股東與保戶有利益衝突。

DOI:10.6814/NCCU201900219

第四章、 結論及建議

本研究以隨機模型之方式，試圖找出在監理寬容存在下，人身保險安定基金之公平保費，與過去研究不同，本文在模型中加入匯率之不確定性與避險策略，且同時增加與股東價值之比較，本研究發現：

1. 避險政策會影響安定基金之風險保費，提高避險比例可降低破產風險。
2. 匯率波動幅度增加，保費會隨之提升(推論 1)。
3. 在公司不進行避險時，匯率風險對風險保費之影響大於利率風險，隨著避險比例上升，利率風險對保費之影響會上升，反之，匯率風險則是下降 (推論 1)。
4. 在完全避險下，最適之國外投資比例為 50%，此數值隨避險比例而下降，因此監理單位若考量以限制投資之方式監管保險公司，可能需同時考慮該公司之避險政策(推論 2)。
5. 在各討論情況下，股東價值皆與安定基金風險保費有同向關係，而風險保費越低象徵是破產風險的下降，同時也代表保戶的保障程度提升，此顯示在上述各政策情境下，股東價值最大化與保戶風險最小化互相衝突(推論 3)。

本研究根據上述結果可給予以下建議：

1. 監理機關訂定壽險業安定基金費率時，需依各公司之財務結構、避險政策及投資情況而定，同時應需定期依市場指標而更新保費計算方式。
2. 人身保險公司於風險管理中不能僅注重利率風險，匯率風險也有其影響性，甚至可能超過利率風險。
3. 監理機關的規定訂立與公司的政策擬定皆應考慮股東價值與保戶權益衝突之情況，而非從單一方面思考。

然而受研究方法限制，本文採用簡化模型，可能使數值與現實有所差異，同

DOI:10.6814/NCCU201900219

時僅點出股東與保戶之衝突，並未提出最適之策略，該部分可待後續研究擴展，此為本研究不足之處。

DOI:10.6814/NCCU201900219

參考文獻

Bacinello, A. R. 2001. Fair Pricing of Life Insurance Participating Policies with a Minimum Interest Rate Guaranteed. *ASTIN Bulletin* 31: 275-297.

Ballotta, L. 2005. A Levy Process-based Framework for the Fair Valuation of Participating Life Insurance Contracts. *Insurance Mathematics and Economics* 37: 173-196.

Bernard, C., O. Le Courtois and F. Quittard-Pinon. 2005a. A Study of Mutual Insurance for Bank Deposits. *Geneva Risk and Insurance Review* 30: 129-146.

Bernard, C., O. Le Courtois and F. Quittard-Pinon. 2005b. Market Value of Life Insurance Contracts under Stochastic Interest Rates and Default Risk. *Insurance Mathematics and Economics* 36: 499-516.

Bernard, C., O. Le Courtois and F. Quittard-Pinon. 2008. Pricing Derivatives with Barriers in a Stochastic Interest Rate Environment. *Journal of Economic Dynamics and Control* 32: 1903-1938.

Boulier, J. F., S. J. Huang and G. Taillard. 2001. Optimal Management under Stochastic Rates: The Case of a Protected Defined Contribution Pension Fund. *Insurance Mathematics and Economics* 28: 173-189.

Briys, E. and F. de Varenne. 1994. Life Insurance in a Contingent Claim Framework: Pricing and Regulatory Implications. *Geneva Papers on Risk and Insurance Theory* 19: 53-72.

Briys, E., and F. de Varenne. 1997. On the Risk of Insurance Liabilities: Debunking Some Common Pitfalls. *Journal of Risk and Insurance* 64: 673-694.

Chang, S. C., Y. K. Lee, H. W. and C. Y. Tu, 2019. Allocating Overseas: Risk Assessment of Currency Hedging in Taiwan Life Insurance Industry. *Asia-Pacific Journal of Risk and Insurance accepted*.

DOI:10.6814/NCCU201900219

Chang, S. C. and Y. K. Lee. 2019. Currency Hedging and Fair Premiums in Life Insurance Guaranty Schemes. *working paper*.

Chen, A. 2011. A Risk-based Model for the Valuation of Pension Insurance. *Insurance Mathematics and Economics* 49: 401-409.

Chen, A. and M. Suchanecki. 2007. Default Risk, Bankruptcy Procedures and the Market Value of Life Insurance Liabilities. *Insurance Mathematics and Economics* 40: 231-255.

Cummins, J. D. 1988. Risk-based Premiums for Insurance Guaranty Funds. *Journal of Finance* 43: 823-839.

Duan, J. C. and J. G. Simonato. 2002. Maximum Likelihood Estimation of Deposit Insurance Value with Interest Rate Risk. *Journal of Empirical Finance* 9: 109-132.

Duan, J. C. and M. T. Yu. 1994. Assessing the Cost of Taiwan's Deposit Insurance. *Pacific-Basin Finance Journal* 2: 73-90.

Duan, J. C. and M. T. Yu. 1999. Capital Standard, Forbearance and Deposit Insurance Pricing under GARCH. *Journal of Banking and Finance* 23: 1691-1706.

Duan, J. C. and M. T. Yu. 2005. Fair Insurance Guaranty Premia in the Present of Risk-based Capital Regulations, Stochastic Interest Rate and Catastrophe Risk. *Journal of Banking and Finance* 29: 2435-2454.

Duan, J. C., A. F. Moreau, and C. W. Sealey. 1995. Deposit Insurance and Bank Interest Rate Risk: Pricing and Regulatory Implications. *Journal of Banking and Finance* 19: 1091-1108.

Duncan, M.P. 1987. Property-Liability Post-assessment Guaranty Funds. In *Issues in Insurance*, 1987 ed. Vol. 2, pp. 239-302. Edited by Randall, E.D. American Institute for Property and Liability Underwriters.

Grosen, A. and P. L. Jørgensen. 2002. Life Insurance Liabilities at Market Value: An

DOI:10.6814/NCCU201900219

Analysis of Insolvency Risk, Bonus Policy, and Regulatory Intervention Rules in a Barrier Option Framework. *Journal of Risk and Insurance* 69: 63-91.

Han, L. M., G. C. Lai, and R. C. Witt. 1997. A Financial-economic Evaluation of Insurance Guaranty Fund System: An Agency Cost Perspective. *Journal of Banking and Finance* 21: 1107-1129.

Hwang Y. W., and S. C. Chang and Y. C. Wu. 2015. Capital Forbearance, Ex Ante Life Insurance Guaranty Schemes, and Interest Rate Uncertainty, N*orth American Actuarial Journal* 19(2), 94–115, 2015.

Hwang, D. Y., F. S. Shie, K. Wang, and J. C. Lin. 2009. The Pricing of Deposit Insurance Considering Bankruptcy Costs and Closure Policies. *Journal of Banking and Finance* 33: 1909-1919.

Jeanblanc M., M. Yor and M. Chesney. 2009. *Mathematical Methods for Financial Markets*. Springer Finance. Springer London Limited 2009.

Krogh, H. C. 1972. Insurer Post-insolvency Guaranty Funds. *Journal of Risk and Insurance* 39:431-450.

Labart, C. and J. Lelong. 2009. Pricing Parisian Options using Laplace Transforms. *Bankers, Markets and Investors* 99: 29-43.

Le Courtois, O. and F. Quittard-Pinon. 2008. Fair Valuation of Participating Life Insurance Contracts with Jump Process. *Geneva Risk and Insurance Review* 33: 106-136.

Lee, S. C., J. P. Lee, and M. T. Yu. 2005. Bank Capital Forbearance and Valuation of Deposit Insurance. *Canadian Journal of Administrative Sciences* 22: 220-229.

Lee, Y., 2016, Uncharted territory: how life insurance companies can navigate the era of negative interest rates, PineBridge Investments, Hong Kong.

Marcus, A. 1987. Corporate Pension Policy and the Value of PBGC Insurance. In *Issues in Pension Economics*. Edited by Bodie, Z., Shoven, J.B., and Wise, D.A.

DOI:10.6814/NCCU201900219

University of Chicago Press.

Merton, R. C. 1977. An Analytic Derivation of the Cost of Deposit Insurance and Loan Guarantees. *Journal of Banking and Finance* 1: 3-11.

Oxera. 2007. Insurance guarantee schemes in the EU: Comparative analysis of existing schemes, analysis of problems and evaluation of options.

Peter Carr. 1995. Two Extensions to Barrier Option Valuation. *Journal of Applied Mathematical Finance* 2:173-209.

Pennacchi G. G., and C. M. Lewis. 1994. The Value of Pension Benefit Guaranty Corporation Insurance. *Journal of Money, Credit and Banking* 26: 735-753.

Ronn, E. I. and A. K. Verma. 1986. Pricing Risk-adjusted Deposit Insurance: An Option-based Model. *Journal of Finance* 41: 871-895.

Rutkowski, M. 1999. Self-financing Trading Strategies for Sliding, Rolling-horizon, and Consol Bonds. *Mathematical Finance* 9: 361-385.

Sharpe, W. F. 1976. Corporate Pension Funding Policy. *Journal of Financial Economics* 3: 183-193.

Tanskanen, A. J. and J. Lukkarinen. 2003. Fair Valuation of Path-dependent Participating Life Insurance Contracts. *Insurance Mathematics and Economics* 33: 595-609.

Vasicek, O. 1977. An Equilibrium Characterization of the Term Structure. *Journal of Financial Economics* 5: 177-188.

Yang, S. Y., Y. W. Hwang, and S. C. Chang. 2012. The Bankruptcy Cost of Life Insurance Industry under Regulatory Forbearance: An Embedded Option Approach. *North American Actuarial Journal* 16: 513-523.

DOI:10.6814/NCCU201900219

附錄一：安定基金風險保費推導

本附錄將詳細推導第二章第三節中之安定基金賣權，首先我們將資產及負債重新表達：

$$A(T) = A(0)\exp\left\{\int_0^{\mathrm{T}} r(s)ds + aT + \sigma_A W_A^Q(T)\right\} = A(0)M(T)\exp\{X(T)\}$$

$$L(T) = L(0)\exp\left(\int_0^T r(s)ds\right) = L(0)M(T)$$

其中$X(t) = at + \sigma_A W_A^Q(t)$

引理 1-1

$$\Pr[m(T) \geq B\,, X(T) < B_1]$$
$$= \left[\Phi\left(\frac{-B + aT}{\sigma_A\sqrt{T}}\right) - \Phi\left(\frac{-B_1 + aT}{\sigma_A\sqrt{T}}\right)\right] - e^{\frac{2aB}{\sigma_A{}^2}}\left[\Phi\left(\frac{B + aT}{\sigma_A\sqrt{T}}\right) - \Phi\left(\frac{-B_1 + 2B + aT}{\sigma_A\sqrt{T}}\right)\right]$$
$$= \left[\Phi\left(\frac{-B + aT}{\sigma_A\sqrt{T}}\right) - \Phi\left(\frac{-B_1 + aT}{\sigma_A\sqrt{T}}\right)\right] - e^{-B}\left[\Phi\left(\frac{B + aT}{\sigma_A\sqrt{T}}\right) - \Phi\left(\frac{-B_1 + 2B + aT}{\sigma_A\sqrt{T}}\right)\right]$$

其中 $X(t) = at + \sigma_A W_A^Q(t)$ 為一布朗運動、$m(T) = \min\limits_{0\leq s\leq T} X(s)$。

證明：請見 Jeanblanc et al. (2009)。

引理 1-2

$$\Pr[\tau < T] = \Pr[m(T) < B]$$
$$= \Phi\left(\frac{B - aT}{\sigma_A\sqrt{T}}\right) + e^{-B}\Phi\left(\frac{B + aT}{\sigma_A\sqrt{T}}\right)$$

證明：$\lim\limits_{B_1\to\infty} \Pr[m(T) \geq B\,, X(T) < B_1] = \Pr[m(T) \geq B]$

引理 2-1

$$E^Q\left[M(\tau)^{-1}P(\tau)I_{\{\tau\leq T\}}\right] = (\gamma - \eta)L(0)\left[\Phi\left(\frac{B - aT}{\sigma_A\sqrt{T}}\right) + e^{-B}\Phi\left(\frac{B + aT}{\sigma_A\sqrt{T}}\right)\right]$$

證明：由引理 1-2 可知，$E^Q\left[I_{\{\tau\leq T\}}\right] = \Pr[\tau < T] = \Phi\left(\frac{B-aT}{\sigma_A\sqrt{T}}\right) + e^{-B}\Phi\left(\frac{B+aT}{\sigma_A\sqrt{T}}\right)$，又

DOI:10.6814/NCCU201900219

$E^{Q}\left[M(\tau)^{-1}P(\tau)I_{\{\tau\leq T\}}\right]=E^{Q}\left[(\gamma-\eta)L(0)I_{\{\tau\leq T\}}\right]$，故得證。

引理 2-2

$$
\begin{aligned}
&E^{Q}\left[M(T)^{-1}P(T)I_{\left\{\tau>T,\beta>\frac{A(T)}{L(T)}\right\}}\right] \\
&=\gamma L(0)\left\{\left[\Phi\left(\frac{B_2-aT}{\sigma_A\sqrt{T}}\right)-\Phi\left(\frac{B-aT}{\sigma_A\sqrt{T}}\right)\right]-e^{-B}\left[\Phi\left(\frac{B_2-2B-aT}{\sigma_A\sqrt{T}}\right)-\Phi\left(\frac{-B-aT}{\sigma_A\sqrt{T}}\right)\right]\right\} \\
&-A(0)\left\{\left[\Phi\left(\frac{B_2+aT}{\sigma_A\sqrt{T}}\right)-\Phi\left(\frac{B+aT}{\sigma_A\sqrt{T}}\right)\right]-e^{-B}\left[\Phi\left(\frac{B_2+2B-aT}{\sigma_A\sqrt{T}}\right)-\Phi\left(\frac{-B+aT}{\sigma_A\sqrt{T}}\right)\right]\right\}
\end{aligned}
$$

證明：由引理 1-1 可知，$E^{Q}\left[I_{\left\{\tau>T,\beta>\frac{A(T)}{L(T)}\right\}}\right]=\Pr[m(T)\geq B\,,X(T)<B_2]$

$$
=\left[\Phi\left(\frac{-B+aT}{\sigma_A\sqrt{T}}\right)-\Phi\left(\frac{-B_2+aT}{\sigma_A\sqrt{T}}\right)\right]-e^{-B}\left[\Phi\left(\frac{B+aT}{\sigma_A\sqrt{T}}\right)-\Phi\left(\frac{-B_2+2B+aT}{\sigma_A\sqrt{T}}\right)\right]
$$

此外，

$$
\begin{aligned}
&E^{Q}\left[M(T)^{-1}P(T)I_{\left\{\tau>T,\beta>\frac{A(T)}{L(T)}\right\}}\right] \\
&=\gamma L(0)E^{Q}\left[I_{\left\{\tau>T,\beta>\frac{A(T)}{L(T)}\right\}}\right]-A(0)E^{Q}\left[e^{X(T)}I_{\left\{\tau>T,\beta>\frac{A(T)}{L(T)}\right\}}\right] \\
&=\gamma L(0)\left[\left(\Phi(d_1)-\Phi(c_1)\right)-e^{-B}\left(\Phi(d_3)-\Phi(c_3)\right)\right] \\
&-A(0)\left[\begin{matrix}\Phi\left(d_1-\sigma_A\sqrt{T}\right)-\Phi\left(c_1-\sigma_A\sqrt{T}\right)\\ -e^{2B\left(1+\frac{a}{\sigma_A{}^2}\right)}\left(\Phi\left(d_3-\sigma_A\sqrt{T}\right)-\Phi\left(c_3-\sigma_A\sqrt{T}\right)\right)\end{matrix}\right]
\end{aligned}
$$

故得證。

引理 2-3

$$
\begin{aligned}
&E^{Q}\left[M(T)^{-1}P(T)I_{\left\{\tau\geq T,\alpha>\frac{A(T)}{L(T)}\geq\beta\right\}}\right] \\
&=\begin{Bmatrix}\gamma L(0)\left[\left(N(c_5,e_1,\delta)-N(d_1,e_1,\delta)\right)-e^{-B}\left(N(d_7,e_2,\delta)-N(d_3,e_2,\delta)\right)\right]\\ -A(0)\left[\left(N(c_6,e_3,\delta)-N(d_2,e_3,\delta)\right)-e^{B}\left(N(c_8,e_4,\delta)-N(d_4,e_4,\delta)\right)\right]\end{Bmatrix}
\end{aligned}
$$

證明：

$$
\begin{aligned}
&E^{Q}\left[M(T)^{-1}P(T)I_{\left\{\tau>T,\beta>\frac{A(T)}{L(T)}\right\}}\right] \\
&=E^{Q}\left[M(T)^{-1}E^{Q}\left[\frac{M(T)}{M(T+\epsilon)}\max\{\gamma L(T+\epsilon)-A(T+\epsilon),0\}\right]I_{\left\{\tau\geq T,\alpha>\frac{A(T)}{L(T)}\geq\beta\right\}}\right]
\end{aligned}
$$

DOI:10.6814/NCCU201900219

$$
= E^{Q}\left[M(T)^{-1}E^{Q}\left[\gamma L(T)\Phi(b_1) - A(T)\Phi\left(b_1 - \sigma_A\sqrt{\epsilon}\right)\right]I_{\left\{\tau \geq T, \alpha > \frac{A(T)}{L(T)} \geq \beta\right\}}\right]
$$

$$
= \gamma L(0)\left(\int_{B}^{B_1}\int_{B}^{x}\Phi(b_1)\,f(x,m)dm(T)dX(T) - \int_{B}^{B_2}\int_{B}^{x}\Phi(b_1)\,f(x,m)dm(T)dX(T)\right)
$$

$$
-A(0)\left(\int_{B}^{B_1}\int_{B}^{x}e^{x}\Phi(b_2)\,f(x,m)dm(T)dX(T) - \int_{B}^{B_2}\int_{B}^{x}e^{x}\Phi(b_1)\,f(x,m)dm(T)dX(T)\right)
$$

其中 $b_1 = \frac{B_3 - X(T) - \alpha\varepsilon}{\sigma_A\sqrt{\varepsilon}}$； $f(x,m)$ 為 $m(T) \cap X(T)$ 之機率密度函數，可由引理 1-1 偏微分而得。解開積分即可得證。

將引理 2-1、2-2 及 2-3 加總即為安定基金賣權之解。

DOI:10.6814/NCCU201900219

附錄二：股東選擇權推導

本附錄將詳細推導第二章第四節之股東選擇權。

引理 1-3

$$\Pr[m(T) \geq B\,, X(T) \geq B_4]$$
$$= \Phi\left(\frac{-B_4 + aT}{\sigma_A\sqrt{T}}\right) - e^{-B}\Phi\left(\frac{-B_4 + 2B + aT}{\sigma_A\sqrt{T}}\right)$$

證明：由引理 1-2 減去引理 1-1 即可推得。

引理 3-1

$$E^Q\left[\frac{A(T) - L(T)}{M(T)} I_{\left\{T \leq \tau, \frac{A(T)}{L(T)} \geq 1\right\}}\right]$$
$$= A(0)\left[\Phi\left(\frac{-B_4 - aT}{\sigma_A\sqrt{T}}\right) - e^{B}\Phi\left(\frac{-B_4 + 2B - aT}{\sigma_A\sqrt{T}}\right)\right]$$
$$-L(0)\left[\Phi\left(\frac{-B_4 + aT}{\sigma_A\sqrt{T}}\right) - e^{-B}\Phi\left(\frac{-B_4 + 2B + aT}{\sigma_A\sqrt{T}}\right)\right]$$

證明：

$$E^Q\left[\frac{A(T) - L(T)}{M(T)} I_{\left\{T \leq \tau, \frac{A(T)}{L(T)} \geq 1\right\}}\right] = A(0)E^Q\left[e^x I_{\left\{T \leq \tau, \frac{A(T)}{L(T)} \geq 1\right\}}\right] - L(0)E^Q\left[I_{\left\{T \leq \tau, \frac{A(T)}{L(T)} \geq 1\right\}}\right]$$

將引理 1-3 代入即可證。

引理 3-2

$$E^Q\left[\frac{A(T + \varepsilon) - L(T + \epsilon)}{M(T + \epsilon)} I_{\left\{T \leq \tau, \beta \leq \frac{A(T)}{L(T)} < 1, \frac{A(T+\epsilon)}{L(T+\epsilon)} \geq 1\right\}}\right]$$
$$= A(0)\begin{bmatrix} N(d_5, e_5, \delta) - N(f_1, e_5, \delta) \\ -e^{B}[N(d_7, e_6, \delta) - N(f_3, e_6, \delta)] \end{bmatrix} - L(0)\begin{bmatrix} N(d_6, e_7, \delta) - N(f_2, e_7, \delta) \\ -e^{-B}[N(d_8, e_8, \delta) - N(f_4, e_8, \delta)] \end{bmatrix}$$

證明：與引理 2-3 雷同，請見附錄一。

將引理 3-1 及 3-2 加總即為股東選擇權之解。

DOI:10.6814/NCCU201900219