

國立政治大學金融學系

碩士學位論文

利用 VIX 指數和 ARMA-GARCH 模型預測

波動度之目標波動度策略績效分析

Performance Analysis of Target Volatility Strategy using
Realized Volatility and VIX Index and ARMA-GARCH Model



指導教授：楊曉文 博士

研究生：黃韋中 撰

中華民國 110 年 7 月

謝辭

本論文是在楊曉文教授的悉心指導下完成的，她嚴謹的研究精神深深地感染和激勵著我，非常感謝楊曉文教授在我就讀碩士班兩年期間的照顧與教導，在這段期間與老師討論並修改的過程讓我對於研究有更深的認知，同時也謝謝教授無微不至的照顧與不斷地鼓勵我，讓我能將論文完成，在此向楊曉文教授至以誠摯的謝意和崇高的敬意。

同時，我也非常感謝我的朋友們在這段期間給予我的鼓勵，在過程中也不斷地給我意見與其他思考方向，正是有你們的支持與鼓勵，我才能一步一步地克服在撰寫論文上遇到的疑惑和難關，直至本論文的順利完成。在碩士班的這段期間有太多可敬的師長、同學、朋友給予我無限的幫助，在此我致上最高的敬意。

我也要感謝培養我長大辛苦的父母，同時因為疫情的關係我只能待在家裡進行論文的撰寫，但家人們都給予我最安靜的空間，謝謝你們的照顧，同時也謝謝你們願意體諒，給予我時間與空間。

從進入到碩士班到現在即將踏入人生的下個階段中，獲得教授、同學、朋友太多太多人的幫助，在此我至上非常高的敬意與萬分的感謝，謝謝大家在這段期間給予我的幫助。

摘要

本研究延伸 Dachraoui (2018)提出之目標波動度策略，探討利用預測之標的波動度帶入其策略中是否能更有效地規避風險，並提升投資組合整體績效，因此，本研究納入及分析 VIX 指數、GARCH 模型和 ARMA-GARCH 模型所預測之波動度對投資組合之績效評估，並利用偏態、峰態、夏普比率、特雷諾比率、平均每週報酬、每週報酬波動度、最大跌幅來觀察策略之績效。本研究首先利用 SPY ETF 1993 至 2006 年作為 GARCH 和 ARMA-GARCH 模型之訓練樣本，並利用 ADF 檢定其報酬資料是否具穩定性，接著利用 AIC、BIC 選取模型參數，接著將模型預測之波動度和歷史波動度、VIX 指數帶入目標波動度策略，並觀察 SPY ETF 在 2007 至 2021 年利用歷史波動度、VIX 指數、GARCH 和 ARMA-GARCH 模型等不同波動度之波動度策略之績效，結果顯示利用 VIX 指數之目標波動度策略在報酬率波動度、最大跌幅皆優於利用其他波動度之目標波動度策略，而利用 GARCH 和 ARMA-GARCH 模型之目標波動度策略能獲得最高的累積報酬，但同時也有較大的報酬率波動度和較大的最大跌幅。接著本研究將 GARCH 和 ARMA-GARCH 模型的訓練樣本設為 2014 至 2015 年，並將績效觀察期間設為 2016 至 2021 年，並納入另一標的 QQQ ETF 作比較，結果發現不同的樣本期間 GARCH 和 ARMA-GARCH 模型預測之波動度能為投資組合帶來較高的累積報酬，但同時其報酬率波動度和最大跌幅也較其他波動度之目標波動度策略來得大，而不論是 SPY ETF 或是 QQQ ETF，利用 VIX 指數帶入目標波動度策略皆能大幅降低其最大跌幅，並獲得所有策略中最小的報酬率波動度。

關鍵字：時間序列、VIX 指數、ARMA、GARCH、目標波動度策略

Abstract

According to Dachraoui (2018), Target-Volatility Strategy can reduce the portfolio risk, and also increase the Sharpe Ratio. Extendedly, this paper uses VIX Index, GARCH and ARMA-GARCH Model to project the volatilities and combine each of them with Target-Volatility Strategy to see whether the performance is better or not. This paper uses skewness, kurtosis, Sharpe Ratio, Treynor Ratio, average weekly return, volatility of weekly return, maximum drawdown to observe the performance of the investment strategy. We first use SPY ETF daily closing price from 1993 to 2006 as the training set of GARCH and ARMA-GARCH Model, and then apply ADF Test to check whether the data is stationary. Secondly, this paper uses AIC · BIC to choose the parameter of the model, and then estimate the volatility of return. This paper compares Target-Volatility Strategy using four different volatility projected by different models including realized volatility, VIX Index, GARCH Model, ARMA-GARCH Model, and the results indicated that the strategy using VIX Index can reduce most of the risk during the period. On the other side, the strategy using GARCH and ARMA-GARCH Model owned the bigger return, but they also need to bear the biggest drawdown during the period. Lastly, this paper uses another ETF, QQQ ETF, as the risky asset, and the results were similar to the results of SPY ETF.

Keywords: Time series, VIX Index, ARMA, GARCH, Target-Volatility Strategy

目次

第一章 緒論	1
第一節 研究背景與動機	1
第二節 研究目的	2
第三節 論文架構	3
第二章 文獻回顧	5
第一節 資產配置相關理論	5
第二節 VIX 指數與隱含波動度	6
第三節 波動度預測模型	9
第三章 研究方法	10
第一節 目標波動度策略 TARGET VOLATILITY STRATEGY	10
第二節 GARCH & ARMA-GARCH 模型	13
第三節 績效分析選取之比率&資料選取	14
第四章 實證結果	16
第一節 資料處理&檢定	16
第二節 四種波動度策略之績效比較	21
第五章 結論與建議	43
第六章 參考文獻	46

表次

表 4-1 1993 至 2006 年 SPY ETF 對數報酬率之 ADF 檢定統計量	18
表 4-2 2014 至 2015 年 SPY ETF 對數報酬率之 ADF 檢定統計量	18
表 4-3 2014 至 2015 年 QQQ ETF 對數報酬率之 ADF 檢定統計量	18
表 4-4 1993 至 2006 年 SPY ETF 不同模型之 AIC、BIC、LOG-LIKELIHOOD	19
表 4-5 2014 至 2015 年 SPY ETF 不同模型之 AIC、BIC、LOG-LIKELIHOOD	20
表 4-6 2014 至 2015 年 QQQ ETF 不同模型之 AIC、BIC、LOG-LIKELIHOOD	20
表 4-7 2007 至 2021 年 SPY ETF 利用不同波動度帶入目標波動度策略中之績效 表現分析	23
表 4-8 2016 至 2021 年 SPY ETF 利用不同波動度帶入目標波動度策略中之績效 表現分析	29
表 4-9 2016 至 2021 年 QQQ ETF 利用不同波動度帶入目標波動度策略中之績效 表現分析	35
表 4-10 2007 至 2021 年 SPY ETF 利用不同波動度帶入目標波動度策略中之績效 表現分析(目標波動度=6%)	41
表 4-11 2016 至 2021 年 SPY ETF 利用不同波動度帶入目標波動度策略中之績效 表現分析(目標波動度=6%)	41
表 4-12 2016 至 2021 年 QQQ ETF 利用不同波動度帶入目標波動度策略中之績 效表現分析(目標波動度=6%)	42

圖次

圖 1-1 研究架構流程圖.....	4
圖 2-1 S&P500 和其 VIX 指數之走勢圖.....	8
圖 2-2 NASDAQ100 和其 VIX 指數之走勢圖.....	8
圖 4-1 SPY ETF 每日報酬率和滾動式 60 天之報酬率波動度走勢圖.....	16
圖 4-2 QQQ ETF 每日報酬率和滾動式 60 天之報酬率波動度走勢圖.....	17
圖 4-3 SPY ETF 利用不同波動度帶入波動度策略之累計報酬.....	22
圖 4-4 SPY ETF 歷史波動度之 TVS 策略之曝險程度.....	22
圖 4-5 SPY ETF VIX 指數之 TVS 策略之曝險程度.....	24
圖 4-6 SPY ETF 利用 GARCH(2,1)模型之 TVS 策略之曝險程度.....	25
圖 4-7 SPY ETF ARMA(1,1)-GARCH(2,2)模型之 TVS 策略之曝險程度.....	26
圖 4-8 07 至 21 年 SPY ETF 利用不同波動度帶入波動度策略之曝險程度.....	26
圖 4-9 16 至 21 年 SPY ETF 利用不同波動度帶入波動度策略之累計報酬.....	27
圖 4-10 16 至 21 年 SPY ETF 歷史波動度之 TVS 策略之曝險程度.....	28
圖 4-11 16 至 21 年 SPY ETF VIX 指數之 TVS 策略之曝險程度.....	28
圖 4-12 16 至 21 年 SPY ETF GARCH(1,1)模型之 TVS 策略曝險程度.....	30
圖 4-13 16 至 21 年 SPY ETF ARMA(1,1)-GARCH(1,1)模型之 TVS 策略曝險程度.....	31
圖 4-14 16 至 21 年 SPY ETF 利用不同波動度帶入波動度策略之曝險程度.....	31
圖 4-15 16 至 21 年 QQQ ETF 利用不同波動度帶入波動度策略之累計報酬.....	32
圖 4-16 QQQ ETF 歷史波動度 TVS 策略之曝險程度.....	33
圖 4-17 QQQ ETF VIX 指數之 TVS 策略之曝險程度.....	33
圖 4-18 QQQ ETF GARCH(1,2)模型之 TVS 策略曝險程度.....	34
圖 4-19 QQQ ETF ARMA(2,1)-GARCH(1,2)模型之 TVS 策略曝險程度.....	36
圖 4-20 16 至 21 年 QQQ ETF 利用不同波動度帶入波動度策略之曝險程度.....	37

圖 4-21 SPY ETF 利用不同波動度帶入波動度策略之累計報酬(目標波動度=6%)
.....38

圖 4-22 16 至 21 年 SPY ETF 波動度策略之累計報酬(目標波動度=6%).....39

圖 4-23 16 至 21 年 QQQ ETF 波動度策略之累計報酬(目標波動度=6%).....40



第一章 緒論

第一節 研究背景與動機

在現今的社會中，投資理財已經是人們不可或缺的知識，同時，如何透過資產配置降低投資風險也是許多投資人的共同目標與不斷討論的議題，而 Markowitz (1952, 1959) 提出投資組合理論後，被各界廣泛使用，就投資標的而言，風險可以分為兩個部分，為「系統性風險」與「非系統風險」，其理論說明投資組合可以透過不同的風險性資產，並計算標的間的相關性，利用增加相關性較低的投資標的，能有效的分散「非系統風險」。然而，當市場發生「系統性風險」時，持有相關性低的標的並無法分散其風險，如 2020 年新冠肺炎疫情，投資組合的風險是無法透過增加投資標的來規避的。2020 年疫情爆發之初，台灣上市公司市值在短短一週縮水了 1.2 兆台幣，而美國 S&P500 指數更是在短短一週內啟動了兩次熔斷機制(在此之前美國只啟動了一次熔斷機制)，在這樣的情況下，對於「系統性風險」的下檔風險管理需求變得日益重要。

根據 Oliver Wyman 於 2017 年的報告中顯示，在 1985 年至 2000 年，有 4.6% 的時間，其報酬率年化波動度超過 25%，此外，此期間內的平均年化波動度為 13.9%；而在 2001 至 2011 年，有 19.3% 的時間，其報酬率年化波動度超過 25%，而此期間內的平均年化波動度為 18.7%。由此可見，各國股市在經歷過 2000 年科技泡沫、2008 年金融海嘯後，對數報酬率波動度有顯著的提升。因此，如何控制並降低投資組合的波動度並兼顧良好的報酬績效已是投資人不可或缺的能力。

在下檔風險管理變得日益重要的背景下，「目標波動度」的概念被提出，目標波動度希望控制投資組合之波動度在其目標之內，因此在建構投資組合之前，預先定義投資人能忍受的最大波動度，並透過觀察歷史波動度(Historical Volatility)來調整投資組合的曝險程度，將投資組合的波動度限制在目標波動度以

下，投資人可以透過調整風險性資產的權重，同時調整現金的權重，希望能將投資組合的波動度控制在預先設定的目標波動度以下。

目前有許多探討波動度之文獻，同時也有許多預測波動度之模型，如隱含波動度、利用時間序列模型如 GARCH、ARMA-GARCH 等模型預測之波動度，若能有效地預測未來的波動度，投資人則能預先調整投資組合，降低風險性資產的比例，並提高現金比例來規避「系統性風險」。

第二節 研究目的

Dachraoui (2018)提出的目標波動度策略(Target-Volatility Strategy, TVS)結合歷史波動度(Historical Volatility)、目標波動度的概念，若歷史波動度大於目標波動度，則降低風險性資產的權重，並提高現金水位；若歷史波動度小於目標波動度，則提高風險性資產的權重，並降低現金水位，而結果顯示此策略能有效改善投資組合的夏普比率(Sharpe Ratio)。

然而，除了歷史波動度，越來越多的文獻著眼於如何「預測」未來的波動度，由 Black-Scholes (1973) 提出的買權公式中，可反推得知隱含波動度的概念，除此之外，Bollerslev (1982) 提出的一般化自我回歸條件異質變異數模型 (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, GARCH) 也被廣泛地運用在預測波動度之上。本研究旨在探討若利用隱含波動度(Implied Volatility)和 GARCH、ARMA-GARCH 模型預測之波動度，取代歷史波動度後，再觀察此投資組合的累積報酬(Cumulative Return)、平均每週報酬率、每週報酬率波動度、夏普比率(Sharpe Ratio)、最大跌幅(Maximum Drawdown)、特雷諾比率(Treynor Ratio) 並與原先使用歷史波動度的目標波動度策略做比較，探討相同的目標波動度之下，將上述說明的波動度帶入目標波動度策略後，是否能更有效地降低年化波動度，

並進一步提升投資組合績效表現。

本研究以 S&P500 指數、Nasdaq100 指數為例，並挑選追蹤 S&P500 指數的 SPY ETF 和追蹤 Nasdaq100 指數的 QQQ ETF 作為標的，第一部分首先利用 SPY ETF 於 1993 至 2006 年之資料作為 GARCH 和 ARMA-GARCH 模型之訓練樣本，並比較不同波動度策略應用於 SPY ETF 上的效果；第二部份利用 2014 至 2015 年之資料作為 GARCH 和 ARMA-GARCH 模型之訓練樣本，並納入 QQQ ETF，並將 QQQ ETF 之訓練樣本同樣設為 2014 至 2015 年，以利比較不同策略應用於不同 ETF 之上是否有不同之效果。

第三節 論文架構

本研究共分為六章，研究架構流程如圖所示，以下為各章內容。首先第一章緒論說明研究背景、動機及研究目的，第二章為文獻回顧，首先對於資產配置和目標波動度做簡單的說明，接著闡述 VIX 指數的起源與概念，最後說明 GARCH 模型的理論及其應用，以及後續對於 GARCH 模型的延伸。第三章為研究方法，首先說明目標波動度策略的權重配置方式，說明歷史波動度的計算方式，並介紹 VIX 指數如何應用在目標波動度策略，最後說明如何應用 GARCH 模型和 ARMA-GARCH 模型預測 SPY ETF 和 QQQ ETF 指數的波動度，接著針對資料蒐集方式和選取理由做說明，並且闡述資料處理方式。第四章為實證結果，首先闡述利用四種不同波動度的波動度策略績效與未使用波動度策略的投資組合績效表現，接著比較不同波動度帶入目標波動度策略之曝險程度，同時根據不同的資料區間和不同的目標波動度做比較。第五章為結論與建議，第六章為參考文獻。

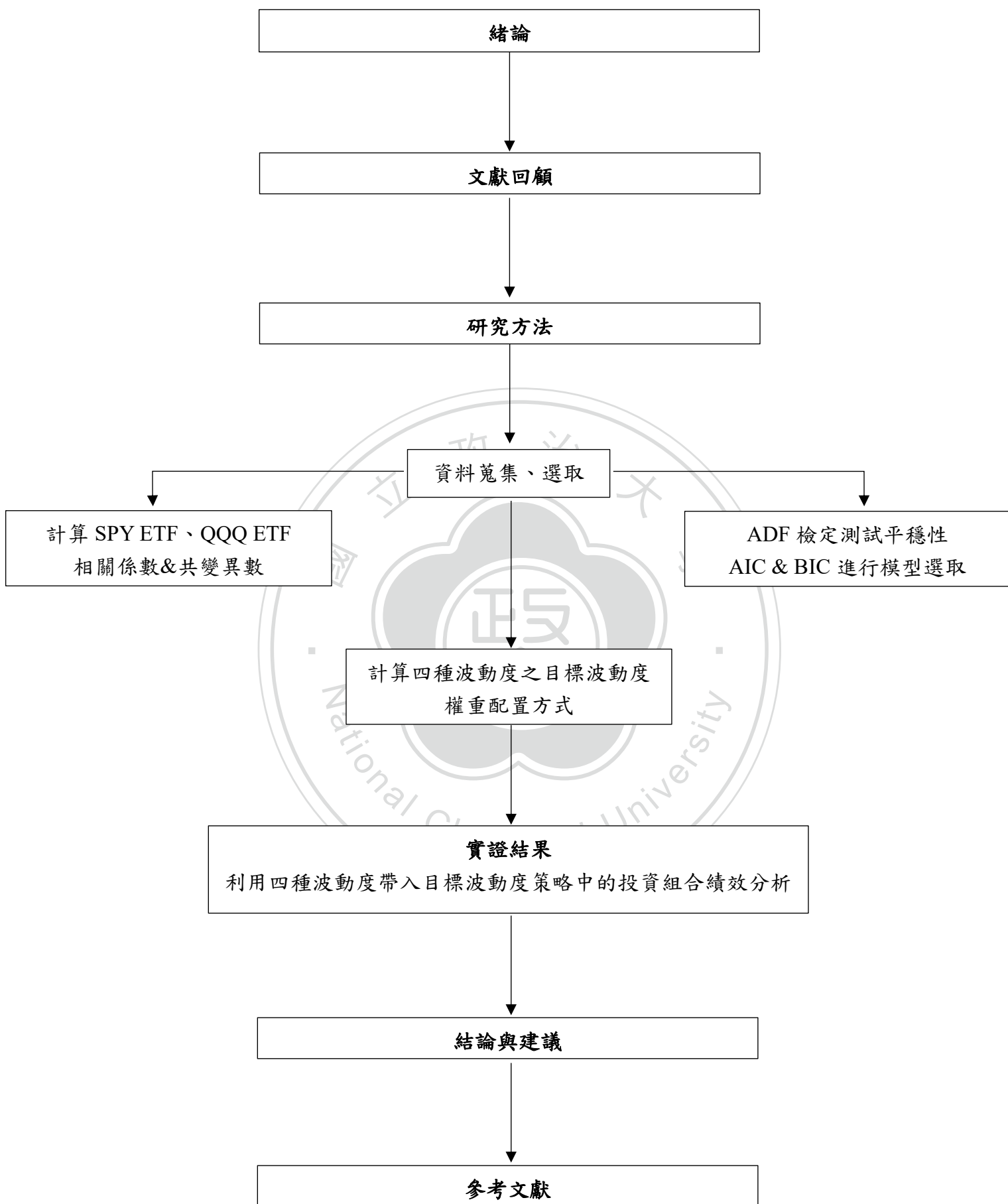


圖 1-1 研究架構流程圖

第二章 文獻回顧

第一節 資產配置相關理論

有非常多的文獻在探討如何分配權重在不同的資產上，並降低其投資組合的波動度，且維持一定的獲利，而 Markowitz (1952,1959)提出的 Mean-Variance Optimization 提供了後人對於資產配置的想法，利用標的資產的相關性，組成一個投資組合，旨在分散投資組合的風險，此方法也被稱作現代投資組合理論 (Modern portfolio Theory)。然而此方法是存在許多問題的，根據 Braga (2015)，在 Mean-Variance Optimization 中的報酬率與變異數是需要被估計的，因此會存在估計誤差。此外，根據不同的樣本期間，會產生出不同的效率前緣曲線，因此得出效率前緣並不存在獨特性。Braga (2015)同時提出 Risk-Parity 的概念，當分配資產權重時，利用標的資產的歷史波動度來決定其分配的權重，若標的資產的歷史波動度較大，則分配較小的權重，若歷史波動度較小，則分配較大的權重，而結果顯示這樣的策略能有效降低投資組合的波動度，並提升其夏普比率 (Sharpe-Ratio)。

Blitz and Van Vliet (2007)提出將標的資產的歷史波動度由小至大排序，並將其分類為十類，而歷史波動度最小的那一類在未來的期間內波動度同樣也會是最小的，同時其夏普比率 (Sharpe-Ratio)也會是十類中最大的，因此可以觀察將投資組合的波動度降低可以進一步提升投資組合的績效表現。

根據過去的文獻中可以發現若將投資組合的波動度降低，那提升績效表現的機率將大幅增加，而根據 Dachraoui (2018)提出的目標波動度策略，利用兩種標的，分別為風險性資產(指數投資組合)和現金，並結合歷史波動度的概念，投資人預先定義其投資組合的目標波動度，並用其數值來當作風險性資產的決定權重參數之一。結果顯示，在滿足目標波動度策略有效性的前提之下，利用目標波動

度策略能有效提升夏普比率(Sharpe Ratio)，但卻有較大的波動度，並且利用歷史波動度之目標波動度策略須建立在報酬率與歷史波動度的相關性為負的情況下才具備有效性。因此本研究旨在探討若將歷史波動度替換為隱含波動度如 VIX 指數，或其他預測模型如 GARCH 模型、ARMA-GARCH 模型預測之波動度是否能有更好的風險規避效果。

第二節 VIX 指數與隱含波動度

在過去有許多文獻將 VIX 指數視為資產配置的重要指標，Wang (2019)利用十三個國家的股票指數和其對應之 VIX 指數作為資料，而其結果顯示 VIX 指數對於國際股市的波動度有著很強的解釋能力。此外，其樣本外結果顯示 VIX 指數可以增加對於未來波動度的預測能力。

根據 Auinger (2015)，VIX 指數被視為股市指數反向指標，其利用 S&P500 指數和其對應之 VIX 指數依照年份切分樣本，並計算相關性，結果顯示自 2004 年至 2012 年 S&P500 指數和 VIX 指數之相關性皆小於-0.7。此外，Bantwa (2017)研究了印度 Nifty 指數和其對應之 VIX 指數的關係，並探討 VIX 指數對於風險管理的有效性，結果顯示 Nifty 指數和其對應 VIX 指數有著強烈的反向關係，並將 VIX 指數列為其資產配置的權重參數。

根據陳威光 (2019)，芝加哥期權交易所(Chicago Board Options Exchange, CBOE)在 1993 年提出波動度指數 VIX(Volatility Index)的概念來代表未來大盤指數波動率的水準，而起初波動度指數的編製方式係採用 Black-Scholes 公式，求出八個近月及次近月到期，價平的 S&P100 股價指數選擇權的隱含波動度，並加權平均組合而成為單一數值的波動度指數。

Fisher Black、Myron Scholes (1973)提出的買權理論價格公式為 2-1 式

$$C_t = S_t \times N(d_1) - e^{-r \times (T-t)} \times K \times N(d_2)$$
$$d_1 = \frac{1}{\sigma \sqrt{T-t}} \left[\ln \left(\frac{S_t}{K} \right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2} \right) \times (T-t) \right] \quad 2-1$$
$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T-t}$$

其中 C_t 為買權在 t 時間點之價格； S_t 為標的資產的即時價格； K 為此買權之履約價格； T 為到期日的時間； r 為年化無風險利率； σ 為標的資產報酬率的年化波動率； $N(d_1)$ 、 $N(d_2)$ 為標準常態分佈 (Standard Normal Distribution) 的累積分佈函數 (Cumulative distribution function)。

2003 年之後，波動度指數係採用選擇權市場上近月及次近月到期 S&P500 價外的買權及賣權的市價，經由更複雜的一套公式計算而得，並不需經由選擇權定價模型來計算，而 2003 年後的波動度指數稱為新制 VIX，而舊制的波動度指數也稱為 VIO。

波動度指數一般情況下與股市指數的走勢呈反向關係，當股價巨幅下跌時，波動度指數會急遽上升，因此波動度指數也被稱為恐慌指數 (Panic Index)，也因此波動度指數被市場投資人當作一個避險的衡量指標之一，且 VIX 指數反應了市場對於該股市指數未來一個月的年化波動度預期，因此將其納入目標波動度策略中，而本研究以以下兩張圖來說明其反向關係。

圖 2-1 為 S&P500 和 VIX 指數之走勢圖，資料期間為 2020/2/21 至 2020/3/27，隨著新冠疫情的爆發，S&P500 指數不斷下挫，當 S&P500 指數跌至 2529.19 時，VIX 指數也上升至這段期間的最高點 82.69。

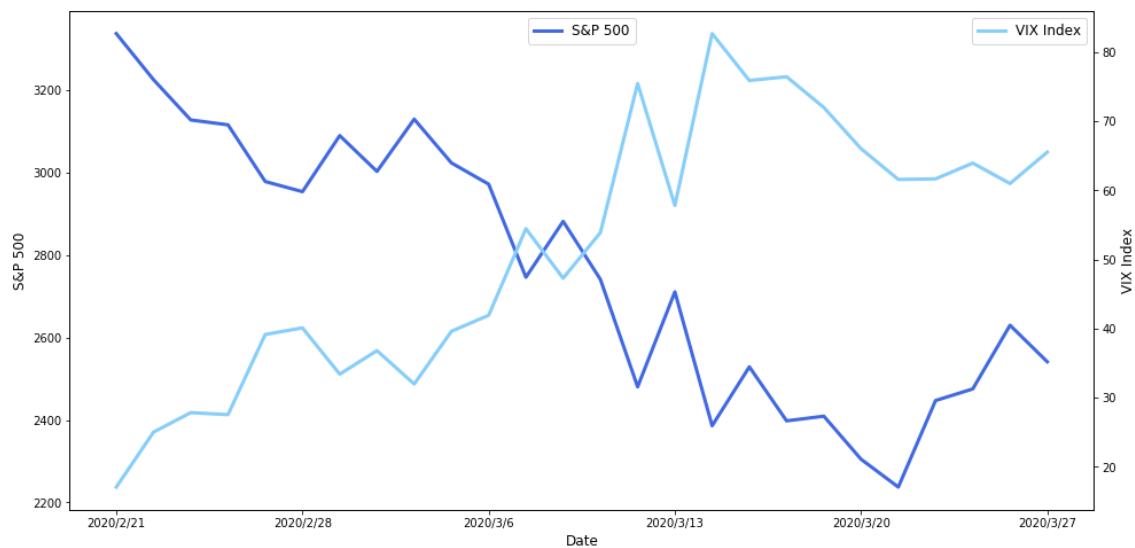


圖 2-1 S&P500 和其 VIX 指數之走勢圖

圖 2-2 為 Nasdaq100 和其 VIX 指數之走勢圖，可以看見其反向關係與圖 2-1 相似，其中當 Nasdaq100 跌至 7020.38 時，其 VIX 指數上升至 78.13 的高峰。

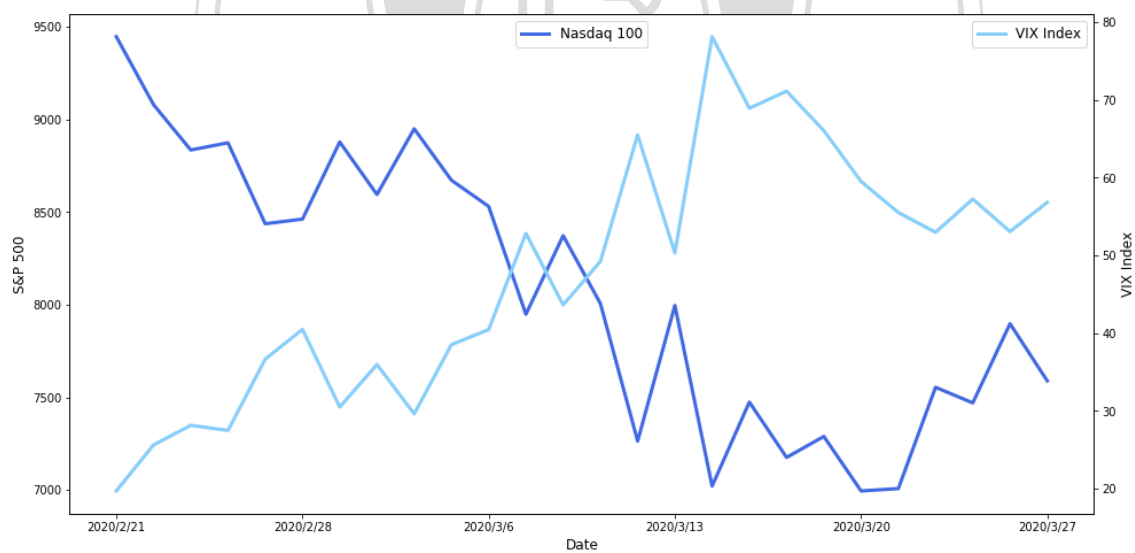


圖 2-2 Nasdaq100 和其 VIX 指數之走勢圖

第三節 波動度預測模型

根據洪儒瑤、古永嘉、康健廷 (2006)利用 ARMA-GARCH 模型來預測銀行的 VaR 值，並與最常被利用的三種模型，分別為歷史模擬法、蒙地卡羅法與變異數-共變異數法作一比對，而結果顯示利用 ARMA-GARCH 模型的整理表現較其他三者好。

此外，Dhamija and Bhalla (2010)利用 AMRA-GARCH 模型預測日經 225 指數的對數報酬率和許多貨幣之匯率，並比較將 GARCH 模型延伸為 IGARCH 模型或 EGARCH 模型之後是否能改善其預測能力。Hansen and Lunde (2005)比較了共 330 種 ARCH 家族的模型，並表示 GARCH(1,1)在預測 IBM 之報酬率上無法超越其他可以容納槓桿效應(Leverage effect)的模型。然而，Zhu (2018)比較了三種波動度預測模型，分別為 GARCH(1,1)、EWMA 和芝加哥期權交易所提供的 VIX 指數，而結果顯示 VIX 指數對於股市波動度的預測表現較 GARCH(1,1)和 EWMA 更好，而 GARCH(1,1)模型之預測能力又較 EWMA 更為準確。

根據 Tang, Chiu, and Xu (2003)，其比較利用 AR 模型、AR-GARCH 模型、ARMA-GARCH 模型之預測股價能力，而模擬結果顯示 ARMA-GARCH 模型之預測結果優於其他模型。此外，根據 Agahan, Miral, and Ocampo (2018)，其利用 ARMA-GARCH 模型和 Stochastic Volatility(SV)模型，並應用於菲律賓股市上，並利用 MAPE 檢視模型之誤差，結果顯示 ARMA-GARCH 模型預測菲律賓股市之波動度的能力顯著優於 SV 模型。

此處將利用市場衡量風險的指標之一 VIX 指數，並根據上述文獻引用預測能力較好的 GARCH 模型與 ARMA-GARCH 模型，利用其預測之波動度並帶入目標波動度策略中，比較是否能有更好的風險規避效果。

第三章 研究方法

第一節 目標波動度策略 Target Volatility Strategy

根據 Dachraoui (2018)，目標波動度策略須符合以下兩大條件：(1) Volatility Persistence (2) 報酬率與波動度的負相關性。在給定的一段期間內，高或低波動度容易維持一段時間，而這樣的特性正是時間序列中著名的波動度叢聚(Volatility Clustering)，波動度的巨大變化通常伴隨著進一步的巨大變化。因此，此特性能幫助目標波動度策略在利用歷史波動度時，能更有效地預測未來的波動度。

根據 Dachraoui (2018)，目標波動度策略(Target Volatility Strategy)為投資人僅考慮兩種投資標的，其一為一個指數投資組合，另一則為無風險資產(現金)，並利用此二標的來構成新的投資組合。假設投資人擁有 1 單位的資本，投資人可以決定其投資組合的曝險程度 L ，投資人可以借或貸 $L-1$ 單位的現金和投資 L 單位的指數投資組合。曝險程度 L 可以大於 1 或小於 1，當曝險程度 $L > 1$ 時，代表投資人可以投資超過 100% 的資金到指數投資組合中；當曝險程度 $L < 1$ 時，投資人可以將部分的資金轉移至無風險資產(現金)去賺取無風險利率。

3-1 式是 t 時點時的曝險程度 L_t ，為目標波動度 σ_T 和歷史波動度 σ_{t-1} 的比值

$$L_t = \frac{\sigma_T}{\sigma_{t-1}} \quad 3-1$$

其中 σ_T 為投資人預先定義好的目標波動度，為一常數； σ_{t-1} 為在 t 時間點時可以觀察到的歷史波動度。若目標波動度 σ_T 大於歷史波動度 σ_{t-1} ，曝險程度 L_t 將大於 1，代表目前的市場上，歷史波動度尚未超過投資人的目標波動度，促使投資人願意投入超過 100% 的資金在風險性資產(指數投資組合)上；相反地，若目標波動度 σ_T 小於歷史波動度 σ_{t-1} ，投資人為了要降低投資組合的波動度，曝險程度 L_t 將小於 1，進而降低風險性資產比重，並將資金轉移至無風險資產(現金)。曝險程度 L_t 可視為風險性資產的權重，而 $1-L_t$ 可視為無風險資產的權重。為了分析策略的有效

性，我們假設金融市場中無交易成本，並將起始資金設為 100。

3-2 式為在 t 時間點時的投資組合報酬率，其中 r_t 為指數的簡單報酬， r^f 為無風險利率(借款利率)

$$R_t = L_t \times r_t - (L_t - 1) \times r^f \quad 3-2$$

我們可以將投資組合報酬率解讀為指數的報酬乘以權重再扣掉槓桿成本。而我們透過式進一步計算投資組合的報酬率期望值

$$E(R_t) = r^f + \sigma_T \times E\left(\frac{r_t - r^f}{\sigma_{t-1}}\right) \quad 3-3$$

其中 $E\left(\frac{r_t - r^f}{\sigma_{t-1}}\right)$ 可推導為

$$E\left(\frac{r_t - r^f}{\sigma_{t-1}}\right) = \frac{E(r_t) - r^f}{E(\sigma)} - \frac{\text{cov}(\sigma_{t-1}, \frac{r_t - r^f}{\sigma_{t-1}})}{E(\sigma)}$$

因此，我們可以將 3-3 式改寫為 3-4 式

$$E(R_t) = r^f + \sigma_T \times \frac{E(r_t) - r^f}{E(\sigma)} - \frac{\sigma_T}{E(\sigma)} \times \text{cov}(\sigma_{t-1}, \frac{r_t - r^f}{\sigma_{t-1}}) \quad 3-4$$

3-4 式敘述了投資組合報酬率期望值 $E(R_t)$ 和目標波動度 σ_T 的關係，並且由 3-4 式中可觀察出：若要體現目標波動度策略的效果，則在 t 時間點可觀察到之歷史波動度和風險溢酬的共變異數應為負數。若 $\text{cov}(\sigma_{t-1}, \frac{r_t - r^f}{\sigma_{t-1}}) \leq 0$ ，代表較低的歷史波動度隱含較高的風險溢酬，進而使投資人提升其曝險程度 L_t ；相反地，較高的歷史波動度隱含較低的風險溢酬，進而使投資人降低其曝險程度 L_t 。

本研究首先計算 SPY ETF 和 QQQ ETF 此二 ETF 之歷史波動度和風險溢酬的共變異數、相關性，以確保策略的有效性。本研究首先計算 SPY ETF 和 QQQ ETF 的每日對數報酬率，再計算每 60 天的報酬率波動度。

3-5 式為對數報酬率計算方式

$$R_t = \log(P_t) - \log(P_{t-1}) \quad 3-5$$

其中 R_t 為 t 時間點時標的之對數報酬率； $\log(P_t)$ 為 t 時間點之收盤價取對數； $\log(P_{t-1})$ 為 $t-1$ 時間點之收盤價取對數。

3-6 式為 60 天之對數報酬率波動度計算方式

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{60} (R_i - \bar{\mu})^2}{n-1}} \quad 3-6$$

其中 R_i 為樣本區間之每日對數報酬率； $\bar{\mu}$ 為樣本區間內之平均每日對數報酬率； n 為樣本區間之個數。

在利用歷史波動度之目標波動度策略中，曝險程度 L_t 內的分子，本研究將以年化波動度 12%和 6%作為目標，並比較不同目標波動度的情形下策略的表現；在曝險程度 L_t 內的分母，以滾動 60 天的每日對數報酬率波動度作為代表，並計算出每日的曝險程度 L_t ，再以每週再平衡(Rebalancing)的頻率去調整投資組合的權重。

上述之目標波動度策略係以歷史波動度作為曝險程度 L_t 的分母項，而本研究進一步帶入隱含波動度的概念，此處利用芝加哥期權交易所(Chicago Board Options Exchange, CBOE)所編制的 S&P500 VIX 指數、Nasdaq100 VIX 指數，作為衡量市場波動度的指標，主因 VIX 指數反映了市場對未來一個月股市的年化波動度，因此將 3-1 式中的歷史波動度 σ_{t-1} 替換為 VIX 指數，而曝險程度 L_t 的分子以年化波動度 12%和 6%為目標，比較在相同的目標波動度下之績效分析。

第二節 GARCH & ARMA-GARCH 模型

本研究除了利用歷史波動度、VIX 指數帶入目標波動度策略以外，也進一步利用預測模型如 GARCH、ARMA-GARCH 模型，利用其預測之波動度帶入目標波動度策略中。

在進行時間序列分析之前，首先須確認時間序列資料是否符合平穩性，若不符合平穩性則需要另外做處理，本研究利用 Augmented Dickey-Fuller Testing (ADF Test) 來檢定。SPY ETF 的部分，本研究首先將訓練樣本設在 1993 至 2006 年；第二部分為比較不同 ETF 是否會有不同效果，本研究將 SPY ETF 與 QQQ ETF 的訓練樣本設在 2014 至 2016 年。

模型的部分，本研究採用 ARMA-GARCH 模型，而根據 Box-Jenkins (1976) 可使用條件期望值之 ARMA(r,m) 模型可由 3-7 式表示

$$Y_t = \mu + \sum_{k=1}^r \phi_k y_{t-k} + \sum_{k=1}^m \rho_k \epsilon_{t-k} + \epsilon_t \quad 3-7$$

其中 $\epsilon_t = \sigma_t \eta_t$ ， $\eta_t \sim N(0,1)$ 。

而條件變異數模型使用 GARCH(p,q) 模型，其條件變異數可由 3-8 式表示

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{k=1}^p \alpha_k \sigma_{t-k}^2 + \sum_{k=1}^q \beta_k \epsilon_{t-k}^2 \quad 3-8$$

模型參數選取的部分，本研究利用赤則信息準則(Akaike Information Criterion, AIC)、貝葉斯信息準則(Bayesian Information Criterion, BIC)來進行參數選取，其中 AIC 之計算公式為 3-9 式

$$AIC = \frac{2k - 2}{\ln(L)} \quad 3-9$$

BIC 之計算公式為 3-10 式

$$BIC = \ln(n)k - 2\ln(L) \quad 3-10$$

其中 k 為參數的數量， L 為概似函數， n 為樣本的數量。

AIC、BIC 皆鼓勵數據擬合的優良性但盡量避免出現過度擬合的情況，而當參數增加時，會增大概似函數，但也會導致過度擬合現象，而 AIC、BIC 均引入了模型與參數個數相關的懲罰項，因此本研究選取 AIC、BIC 最小的模型作為預測模型。

此處利用 GARCH、ARMA-GARCH 模型預測之波動度取代 3-1 中的歷史波動度 σ_{t-1} ，而曝險程度 L_t 的分子同樣以年化波動度 12% 和 6% 兩種情形，比較在相同的目標波動度下之績效分析，同時比較不同目標波動度的策略績效表現。

第三節 績效分析選取之比率&資料選取

本研究選取累積報酬(Cumulative Return)、平均每週報酬率、每週報酬率波動度、夏普比率(Sharpe Ratio)、最大跌幅(Maximum Drawdown)、特雷諾比率(Treynor Ratio)作為績效比較衡量標準。

夏普比率之公式為 3-11 式

$$\text{Sharpe Ratio} = \frac{R_p - r^f}{\sigma_p} \quad 3-11$$

其中 R_p 為該資料區間之平均年化報酬率， r^f 為該資料區間之平均年化無風險利率， σ_p 為該資料區間投資組合之年化波動度。

特雷諾比率之公式為 3-12 式

$$\text{Treynor Ratio} = \frac{R_p - r^f}{\beta} \quad 3-12$$

其中 β 為該投資組合與市場投資組合(大盤指數)之 Beta。

無風險資產(現金)的部分，本研究以 US 1-Month Treasury Yield 的時間序列

作為無風險利率。本研究每週調整投資組合的權重，因此風險性資產的部分需計算每週報酬率，而無風險利率的部分需將原先年化利率週化，以 3-13 式為年化報酬率轉換為週化報酬率之公式

$$R_{\text{week}} = \frac{R_{\text{year}}}{50} \quad 3-13$$

本研究首先以 SPY ETF 進行探討，並將績效期間設在 2007 至 2021 年，主因此期間經歷過金融市場上的暴跌：金融風暴和新冠疫情。接著納入 QQQ ETF 並將兩個 ETF 的績效期間設為 2016 至 2021 年。以下舉例曝險程度 L_t 之選取方式：我們利用 2007/02/05 之曝險程度 L_t ，再利用 2007/02/06 至 2007/02/13 SPY ETF 之週報酬率和 2007/02/06 之 US 1-Month Treasury Yield 之利率資料，帶入 3-2 式，並可得知 2007/02/06 至 2007/02/13 之報酬率。本研究皆以上述之方法計算目標波動度策略之週報酬率，並以每週之頻率重新調整資產權重。

本研究將不同波動度之目標波動度策略曝險程度 L_t 以盒鬚圖(Box-and-whisker plot)方式呈現，以比較各策略之曝險程度。

第四章 實證結果

第一節 資料處理&檢定

一、報酬率與波動度之關係

首先，我們須計算使用 SPY ETF 和 QQQ ETF 的每日報酬率和滾動式 60 天之對數報酬率波動度的相關係數和共變異數是否小於零，主因相關係數是否小於零為目標波動度的條件之一，共變異數是否小於零為目標波動度策略是否有效的指標。

圖 4-1 為 SPY ETF 每日報酬率和滾動 60 天之報酬率波動度走勢圖，由圖中可以很明顯地觀察出 SPY ETF 每日報酬率和滾動 60 天之報酬率波動度的走勢呈現反向關係，尤其當滾動 60 天之報酬率波動度大幅增加時，每日對數報酬率也呈現大幅的虧損。而在 1993 至 2021 年這段期間，每日報酬率和滾動 60 天之報酬率波動度的相關係數為-0.50。共變異數方面，歷史波動度與風險溢酬的共變異數為-0.007，滿足目標波動度策略之有效性的要求條件。

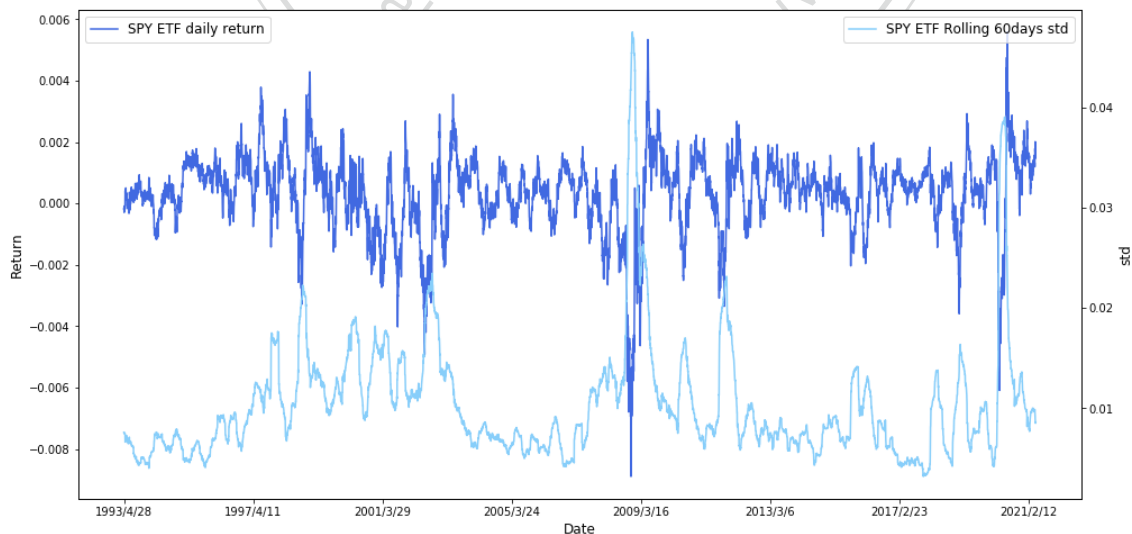


圖 4-1 SPY ETF 每日報酬率和滾動式 60 天之報酬率波動度走勢圖

圖 4-2 為 QQQ ETF 每日報酬率和滾動 60 天之報酬率波動度走勢圖，圖中之反向關係與 SPY ETF 相同，而在 2014 至 2021 年這段期間，每日報酬率和滾動 60 天之報酬率波動度之相關係數為-0.30。共變異數方面，歷史波動度與風險溢酬的共變異數為-0.006，同樣滿足目標波動度策略的要求條件。

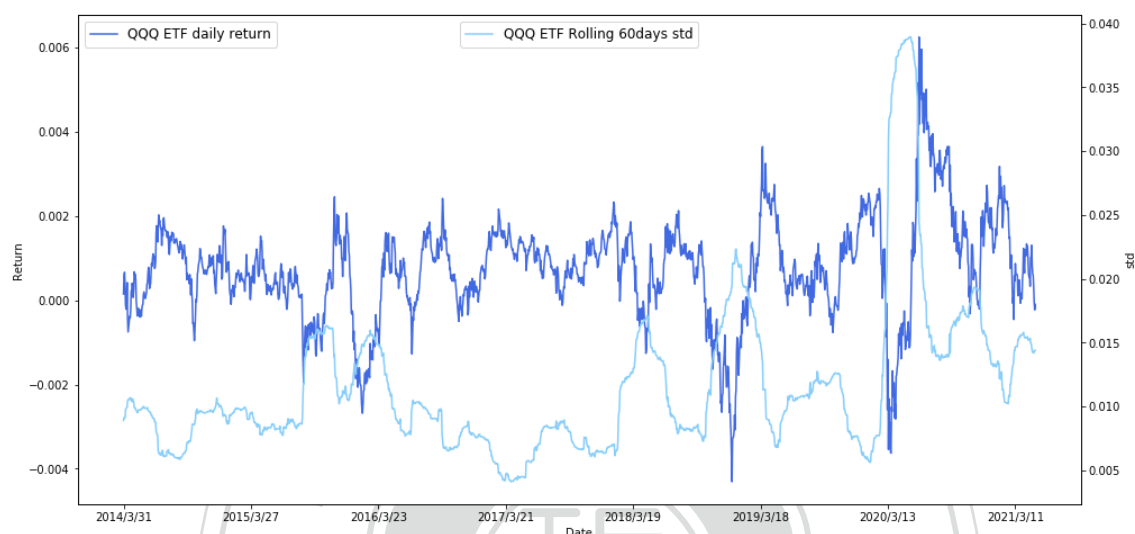


圖 4-2 QQQ ETF 每日報酬率和滾動式 60 天之報酬率波動度走勢圖

二、GARCH & ARMA-GARCH 模型之參數選擇

表 4-1 為 1993 至 2006 年 SPY ETF 對數報酬率的 ADF 檢定統計量，結果顯示此時間序列資料通過平穩性檢定；表 4-2 為 2014 至 2015 年 SPY ETF 對數報酬率的 ADF 檢定統計量，結果顯示此時間序列通過平穩性檢定；表 4-3 為 2014 至 2015 年 QQQ ETF 對數報酬率的 ADF 檢定統計量，結果顯示此時間序列資料通過平穩性檢定。

表 4-1 1993 至 2006 年 SPY ETF 對數報酬率之 ADF 檢定統計量

ADF 統計量	-25.211173
P-Value	0.000000
1% 臨界值	-3.432
5% 臨界值	-2.862
10% 臨界值	-2.567

表 4-2 2014 至 2015 年 SPY ETF 對數報酬率之 ADF 檢定統計量

ADF 統計量	-12.826325
P-Value	0.000000
1% 臨界值	-3.443
5% 臨界值	-2.867
10% 臨界值	-2.570

表 4-3 2014 至 2015 年 QQQ ETF 對數報酬率之 ADF 檢定統計量

ADF 統計量	-16.239242
P-Value	0.000000
1% 臨界值	-3.453
5% 臨界值	-2.872
10% 臨界值	-2.572

通過平穩性檢定後，我們首先進行模型的參數選擇，本研究計算 GARCH 模型和 ARMA-GARCH 模型之 AIC、BIC、Log-Likelihood。表 4-4 為 1993 年至 2006 年 SPY ETF 不同模型之 AIC、BIC、Log-Likelihood；表 4-5 為 2014 至 2015 年 SPY ETF 不同模型之 AIC、BIC、Log-Likelihood；表 4-6 為 2014 至 2015 年

QQQ ETF 不同模型之 AIC、BIC、Log-Likelihood。

表 4-4 1993 至 2006 年 SPY ETF 不同模型之 AIC、BIC、Log-Likelihood

模型	AIC	BIC	Log-Likelihood
ARMA(1,1) - GARCH(1,1)	15901.4	15938.4	-7944.7
ARMA(1,2) - GARCH(1,1)	15902.7	15945.8	-7944.3
ARMA(2,1) - GARCH(1,1)	15902.6	15945.8	-7944.3
ARMA(2,2) - GARCH(1,1)	15904.0	15953.3	-7944.0
ARMA(1,1) - GARCH(2,1)	15896.5	15939.7	-7941.3
ARMA(1,2) - GARCH(2,1)	15897.7	15947.1	-7940.9
ARMA(2,1) - GARCH(2,1)	15897.7	15947.0	-7940.8
ARMA(2,2) - GARCH(2,1)	15900.1	15955.6	-7941.1
ARMA(1,1) - GARCH(2,2)	15895.3	15944.6	-7939.6
ARMA(1,2) - GARCH(2,2)	15896.5	15952.0	-7939.3
ARMA(2,1) - GARCH(2,2)	15896.5	15952.0	-7939.2
ARMA(2,2) - GARCH(2,2)	15898.8	15960.5	-7939.4
GARCH(1,1)	15913.5	15938.1	-7952.7
GARCH(1,2)	15915.5	15946.3	-7952.7
GARCH(2,1)	15910.0	15940.9	-7950.0
GARCH(2,2)	15908.8	15945.8	-7948.4

表 4-5 2014 至 2015 年 SPY ETF 不同模型之 AIC、BIC、Log-Likelihood

模型	AIC	BIC	Log-Likelihood
ARMA(1,1) - GARCH(1,1)	2109.0	2134.3	-1048.49
ARMA(1,2) - GARCH(1,1)	2110.9	2140.5	-1048.46
ARMA(2,1) - GARCH(1,1)	2110.9	2140.5	-1048.46
ARMA(2,2) - GARCH(1,1)	2112.7	2146.5	-1048.33
ARMA(1,1) - GARCH(1,2)	2110.3	2139.8	-1048.13
ARMA(1,2) - GARCH(1,2)	2112.2	2146.0	-1048.09
ARMA(2,1) - GARCH(1,2)	2112.2	2146.0	-1048.09
ARMA(2,2) - GARCH(1,2)	2114.0	2152.0	-1047.99
ARMA(1,1) - GARCH(2,2)	2116.4	2150.2	-1050.21
ARMA(1,2) - GARCH(2,2)	2111.8	2149.8	-1046.92
GARCH(1,1)	2112.0	2128.9	-1051.98
GARCH(1,2)	2113.9	2135.0	-1051.96
GARCH(2,1)	2114.0	2135.1	-1051.98
GARCH(2,2)	2114.5	2139.8	-1051.24

表 4-6 2014 至 2015 年 QQQ ETF 不同模型之 AIC、BIC、Log-Likelihood

模型	AIC	BIC	Log-Likelihood
ARMA(1,1) - GARCH(1,1)	2307.17	2332.51	-1147.59
ARMA(1,2) - GARCH(1,1)	2299.72	2329.28	-1142.86
ARMA(2,1) - GARCH(1,1)	2299.72	2329.28	-1142.86
ARMA(2,2) - GARCH(1,1)	2301.69	2335.47	-1142.84
ARMA(1,1) - GARCH(1,2)	2306.77	2336.33	-1146.39
ARMA(1,2) - GARCH(1,2)	2297.31	2331.09	-1140.65
ARMA(2,1) - GARCH(1,2)	2297.29	2331.07	-1140.64
ARMA(2,2) - GARCH(1,2)	2299.28	2337.28	-1140.64
ARMA(2,1) - GARCH(2,1)	2301.72	2335.50	-1142.86
ARMA(1,2) - GARCH(2,2)	2299.31	2337.31	-1140.65
GARCH(1,1)	2303.83	2320.72	-1147.92
GARCH(1,2)	2303.77	2324.89	-1146.89
GARCH(2,1)	2305.83	2326.94	-1147.92
GARCH(2,2)	2305.77	2331.11	-1146.89

SPY ETF 的部分，首先以 1993 至 2006 年為訓練樣本期間，本研究挑選 ARMA(1,1)-GARCH(2,2)模型與 GARCH(2,1)模型作為預測模型；第二部分以 2014 至 2015 年為訓練樣本期間，SPY ETF 的部分，本研究挑選 ARMA(1,1)-GARCH(1,1)模型與 GARCH(1,1)作為預測模型；QQQ ETF 的部分，本研究挑選 ARMA(2,1)-GARCH(1,2)模型與 GARCH(1,2)模型作為預測模型。

第二節 四種波動度策略之績效比較

為了比較使用歷史波動度、隱含波動度以及 GARCH、ARMA-GARCH 模型預測出之波動度帶入目標波動度策略後是否能有效地控制下檔風險、降低波動度，並維持一定的績效，因此在前半段首先探討原先 ETF 之累計報酬以及四種不同波動度帶入目標波動度策略之累計報酬以及績效分析，後半段則將四種不同波動度帶入目標波動度策略後的曝險程度 L_t 做比較。

首先將四種目標波動度策略之目標波動度設為 12%，圖 4-3 至圖 4-18 皆為 12%之目標波動度所計算而得。圖 4-3 為 2007 至 2021 年 SPY ETF 利用不同波動度之目標波動度策略累計報酬走勢圖，表 4-7 為 SPY ETF 利用不同波動度之目標波動度策略績效比較，可以看到以累積報酬來說，ARMA(1,1)-GARCH(2,2)模型之目標波動度策略表現最好，達到 528.36；夏普比率方面，GARCH(2,1)模型之目標波動度策略表現最好，為 0.577，其次為利用 VIX 指數之目標波動度策略；特雷諾比率來說，利用 VIX 指數帶入目標波動度策略表現最佳，其次為利用 GARCH(2,1)模型之目標波動度策略；平均週報酬率方面，以 GARCH(2,1)模型之目標波動度策略表現最好；週報酬率之波動度方面，以 VIX 指數之目標波動度策略表現最好，其次為歷史波動度之目標波動度策略；最大跌幅方面，以 VIX 指數之目標波動度策略表現最好，為 26.5309，顯著優於其他策略，其次為歷史波動度之目標波動度策略，最大跌幅為 52.5655，與 VIX 指數之目標波動度策略表

現有很大的落差。

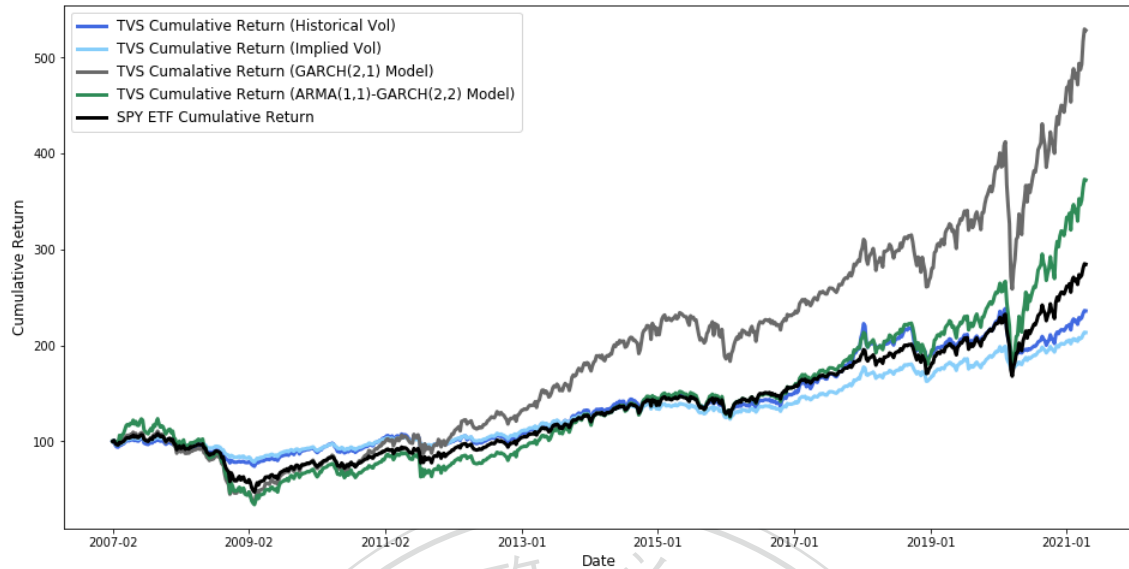


圖 4-3 SPY ETF 利用不同波動度帶入波動度策略之累計報酬

接著本研究將不同目標波動度策略之避險程度 L_t 以時間序列方式呈現，圖 4-4 為 SPY ETF 利用歷史波動度 TVS 策略的曝險程度 L_t ，在此段資料期間內，SPY ETF 歷史波動度 TVS 策略之平均曝險程度為 89.74%，並在 2008 年金融風暴時達到了曝險程度的最小值 16.06%，在 2008 年金融風暴之平均曝險程度為 49.15%，也低於其平均曝險程度；2020 年新冠疫情之平均曝險程度為 64.19%，2020 年之最小曝險程度為 19.44%。

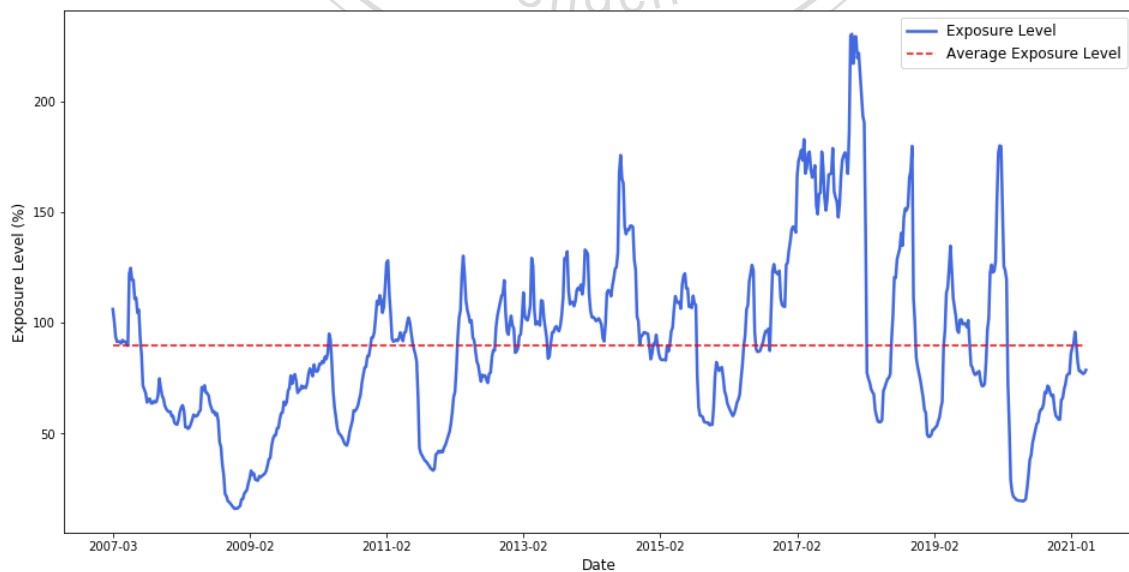


圖 4-4 SPY ETF 歷史波動度之 TVS 策略之曝險程度

表 4-7 2007 至 2021 年 SPY ETF 利用不同波動度帶入目標波動度策略中之績效表現分析

績效表現	SPY ETF	Historical Volatility	VIX Index	GARCH(2,1)	ARMA(1,1)-GARCH(2,2)
偏態	-0.4578	-0.8166	-0.7833	-0.1429	-0.5098
峰態	6.3700	3.6741	1.8594	6.0137	7.3486
夏普比率	0.4616	0.4793	0.5455	0.5770	0.4615
特雷諾比率	0.0817	0.0981	0.1075	0.1038	0.0829
平均週報酬率	0.0018	0.0014	0.0012	0.0029	0.0025
週報酬率之波動度	0.0252	0.0180	0.0130	0.0341	0.0364
最大跌幅	64.5869	52.5655	26.5309	153.9481	91.7307

圖 4-5 為 SPY ETF 利用 VIX 指數之 TVS 策略的曝險程度 L_t ，在此段資料期間內，SPY ETF 利用 VIX 指數 TVS 策略之平均曝險程度為 69.34%，並在 2020 年新冠疫情爆發時達到了曝險程度的最小值 15.90%；在 2008 年金融風暴之平均曝險程度為 43.72%，也低於其平均曝險程度；2020 年新冠疫情之平均曝險程度為 47.53%，同樣低於其平均曝險程度。

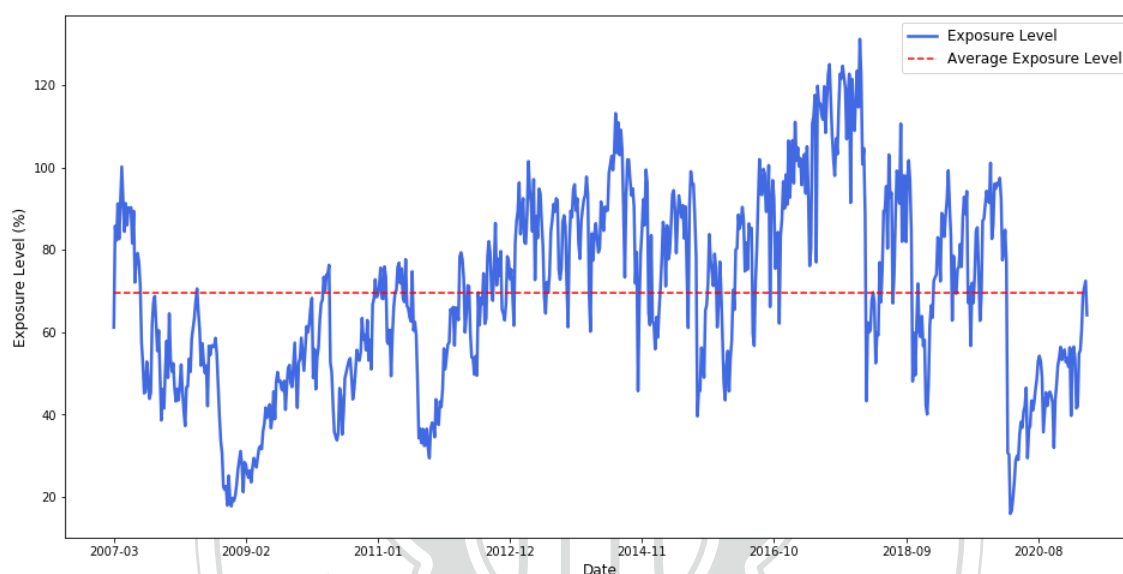


圖 4-5 SPY ETF VIX 指數之 TVS 策略之曝險程度

圖 4-6 為 SPY ETF 利用 GARCH(2,1)模型之 TVS 策略的曝險程度 L_t ，在此段資料期間內，此 TVS 策略之平均曝險程度為 136.79%；在 2008 年金融風暴之平均曝險程度為 125.06%；2020 年新冠疫情之平均曝險程度為 141.31%，可見利用 GARCH(2,1)模型帶入 TVS 策略中的曝險程度位於較高水位，且在 2008 年金融風暴和 2020 年新冠疫情時之平均曝險程度仍然高於 100%，其避險效果較差。

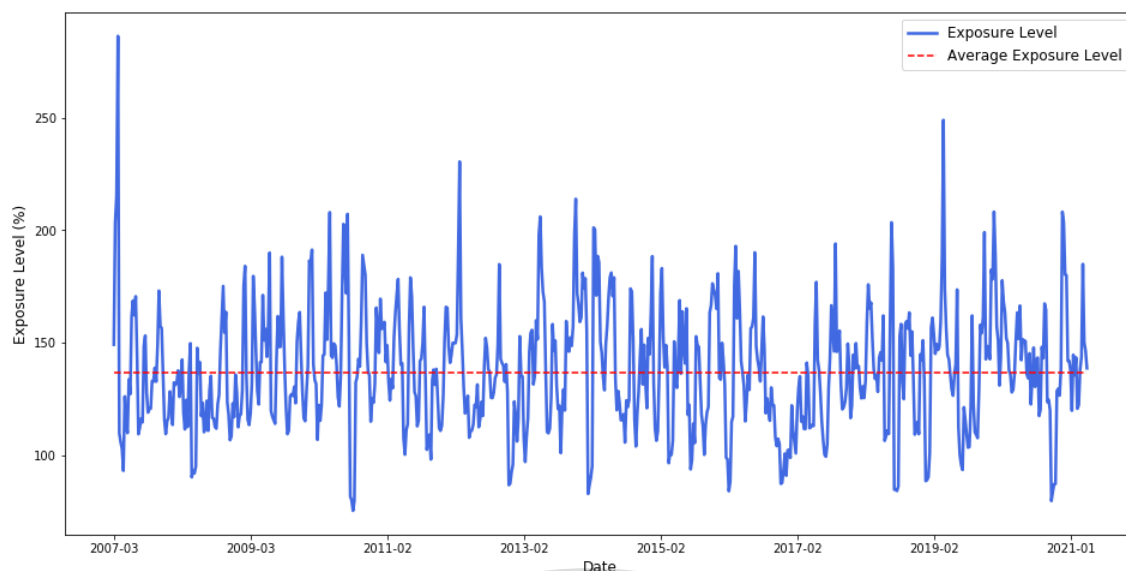


圖 4-6 SPY ETF 利用 GARCH(2,1)模型之 TVS 策略之曝險程度

圖 4-7 為 SPY ETF 利用 ARMA(1,1)-GARCH(2,2)模型之 TVS 策略的曝險程度 L_t ，在此段資料期間內，此 TVS 策略之平均曝險程度為 140.29%；在 2008 年金融風暴之平均曝險程度為 141.99%；2020 年新冠疫情之平均曝險程度為 143.98%，可見利用 ARMA(1,1)-GARCH(2,2)模型之 TVS 策略曝險程度位於較高水位，與 GARCH(2,1)模型之 TVS 策略曝險程度相同，且在 2008 年金融風暴與 2020 年新冠疫情時之平均曝險程度皆高於全樣本期間之平均曝險程度，其避險效果較差。

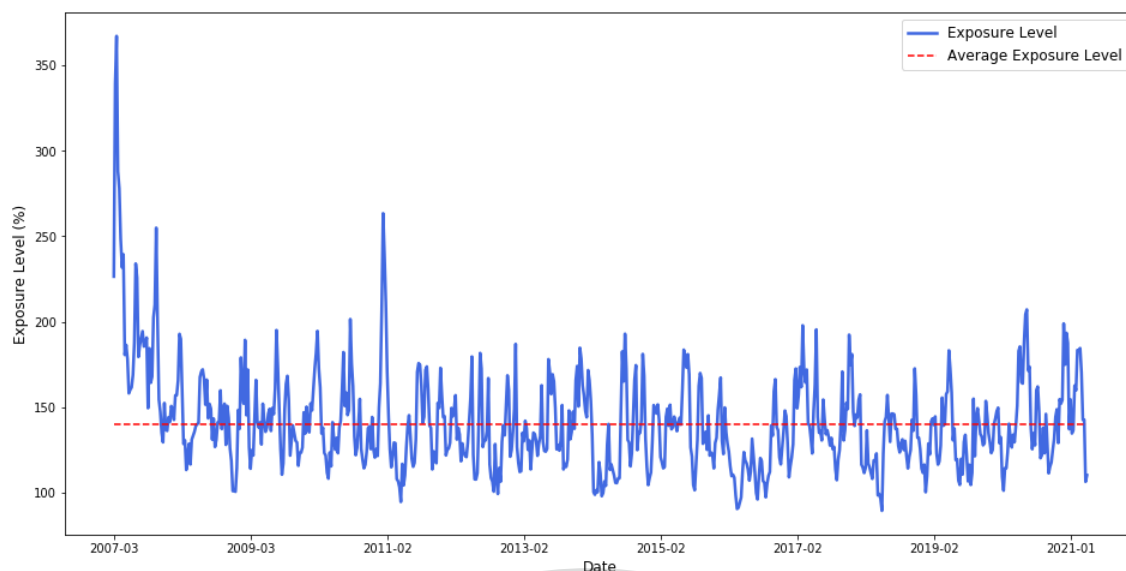


圖 4-7 SPY ETF ARMA(1,1)-GARCH(2,2)模型之 TVS 策略之曝險程度

圖 4-8 為 2007 至 2021 年 SPY ETF 利用不同波動度之 TVS 策略曝險程度 L_t 盒鬚圖，其中可以看到利用 VIX 指數之 TVS 策略曝險程度處在最低水位，其次為利用歷史波動度之 TVS 策略，利用 GARCH(2,1)模型和利用 ARMA(1,1)-GARCH(2,2)模型之曝險程度皆處於較高水位，大部分位於 100%以上，顯示其規避風險效果並無 VIX 指數和歷史波動度來得好。

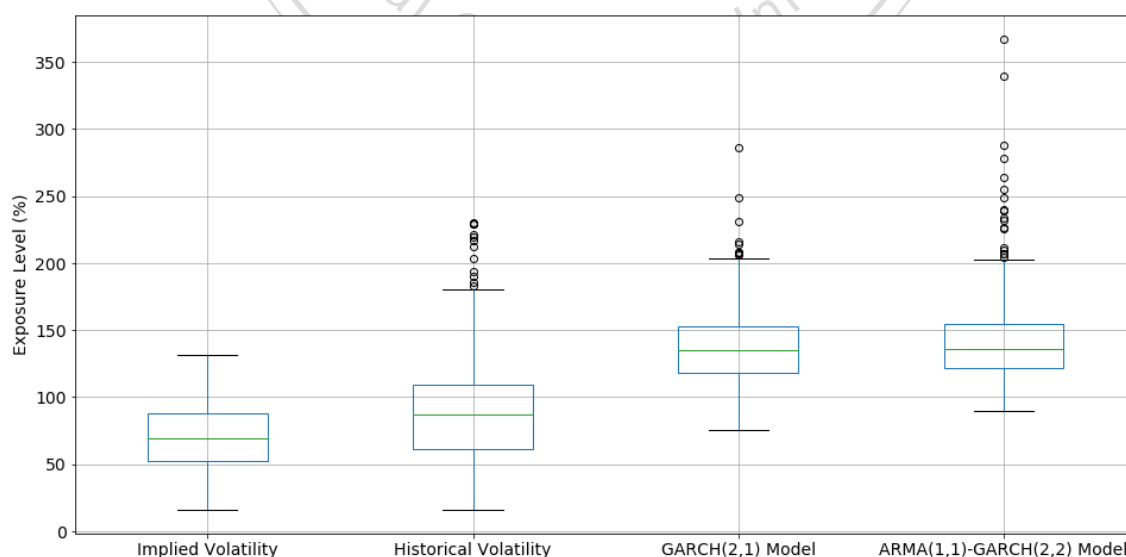


圖 4-8 07 至 21 年 SPY ETF 利用不同波動度帶入波動度策略之曝險程度

第二部份我們將 2016 至 2021 年設為績效分析期間，並納入 QQQ ETF 與 SPY ETF 做比較。首先就 SPY ETF 的部分做探討，圖 4-9 為 2016 至 2021 年 SPY ETF 利用不同波動度之目標波動度策略累計報酬走勢圖，表 4-8 為 2016 至 2021 年 SPY ETF 利用不同波動度之目標波動度策略績效比較，可以看到以累積報酬來說，ARMA(1,1)-GARCH(1,1)模型之目標波動度策略表現最好，達到 444.37；夏普比率方面，ARMA-GARCH(1,1)模型之目標波動度策略表現最好，為 1.09，其次為 GARCH(1,1)模型之目標波動度策略；特雷諾比率方面，ARMA(1,1)-GARCH(1,1)之目標波動度策略表現最佳，其次為利用 GARCH(1,1)模型之目標波動度策略；平均週報酬率方面，以 ARMA(1,1)-GARCH(1,1)模型之目標波動度策略表現最好；週報酬率之波動度方面，以 VIX 指數之目標波動度策略表現最好，為 0.013%，其次為歷史波動度之目標波動度策略；最大跌幅方面，以 VIX 指數之目標波動度策略表現最好，為 27.8151，其次為歷史波動度之目標波動度策略，最大跌幅為 38.0319。

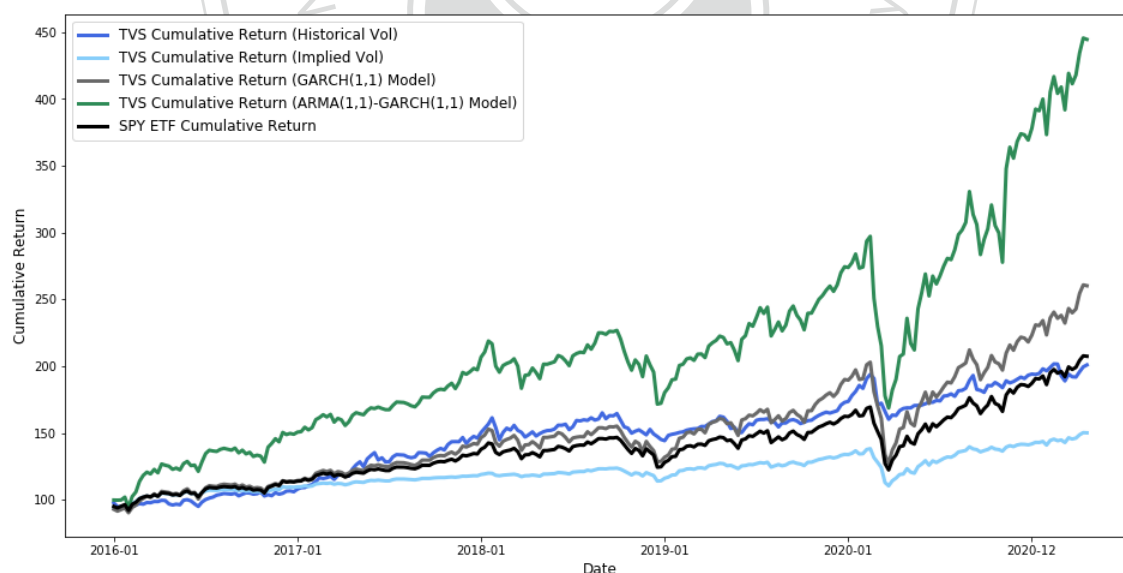


圖 4-9 16 至 21 年 SPY ETF 利用不同波動度帶入波動度策略之累計報酬

圖 4-10 為 16 至 21 年 SPY ETF 利用歷史波動度 TVS 策略的曝險程度 L_t ，在此段資料期間內，SPY ETF 歷史波動度 TVS 策略之平均曝險程度為 103.62%，

2020 年新冠疫情之平均曝險程度為 64.19%。

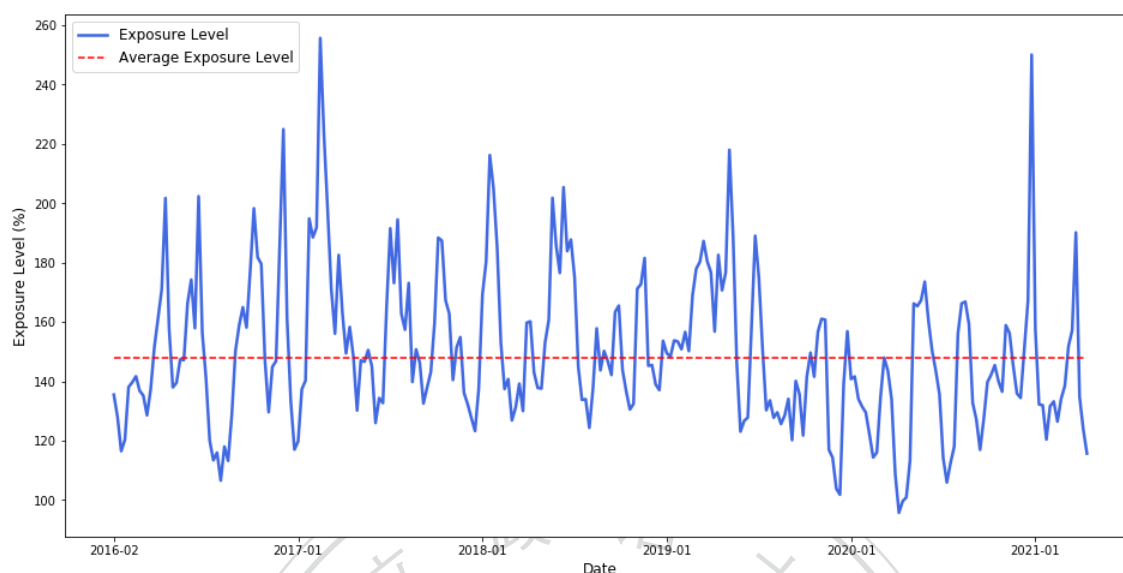


圖 4-10 16 至 21 年 SPY ETF 歷史波動度之 TVS 策略之曝險程度

圖 4-11 為 16 年至 21 年 SPY ETF 利用 VIX 指數之 TVS 策略的曝險程度 L_t ，在此段資料期間內，SPY ETF VIX 指數波動度 TVS 策略之平均曝險程度為 77.44%。

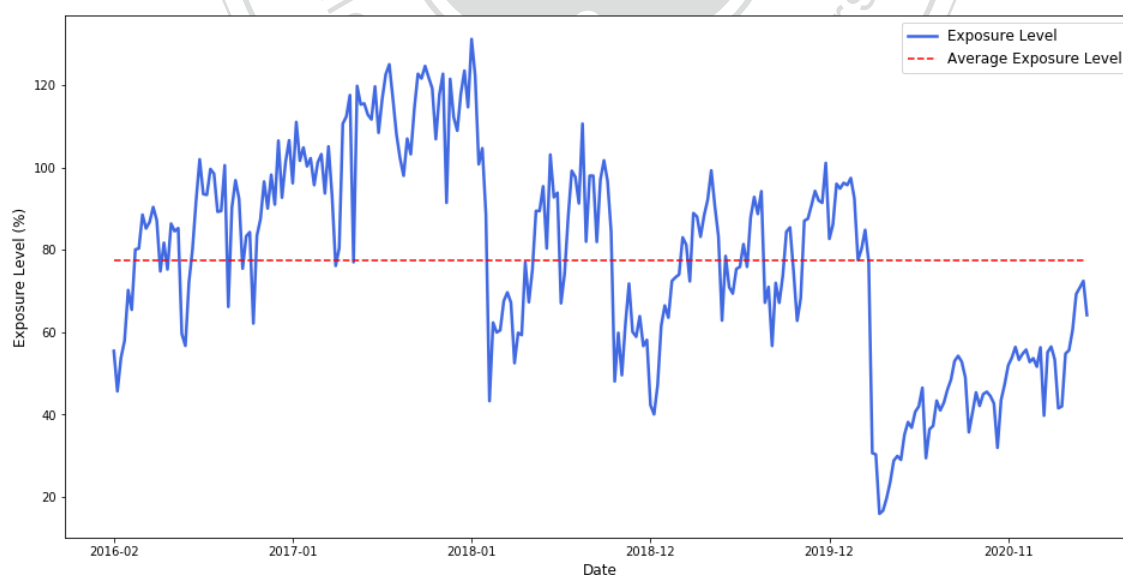


圖 4-11 16 至 21 年 SPY ETF VIX 指數之 TVS 策略之曝險程度

表 4-8 2016 至 2021 年 SPY ETF 利用不同波動度帶入目標波動度策略中之績效表現分析

績效表現	SPY ETF	Historical Volatility	VIX Index	GARCH(1,1)	ARMA(1,1)-GARCH(1,1)
偏態	-0.9372	-1.4078	-1.6307	-0.9443	0.2965
峰態	5.1729	9.1833	10.6973	5.1400	7.1972
夏普比率	0.9273	0.7059	0.7753	0.8884	1.0934
特雷諾比率	0.1396	0.1131	0.1224	0.1374	0.1718
平均週報酬率	0.0030	0.0020	0.0016	0.0038	0.0065
週報酬率之波動度	0.0214	0.0178	0.0132	0.0288	0.0404
最大跌幅	47.0677	38.0319	27.8151	70.9043	128.2042

圖 4-12 為 SPY ETF 利用 GARCH(1,1)模型之 TVS 策略的曝險程度 L_t ，在此段資料期間內，此 TVS 策略之平均曝險程度為 135.97%；2020 年新冠疫情之平均曝險程度為 141.31%，可見利用 GARCH(1,1)模型帶入 TVS 策略中的曝險程度位於較高水位，且在 2020 年新冠疫情時之平均曝險程度仍高於整體期間之平均曝險程度。

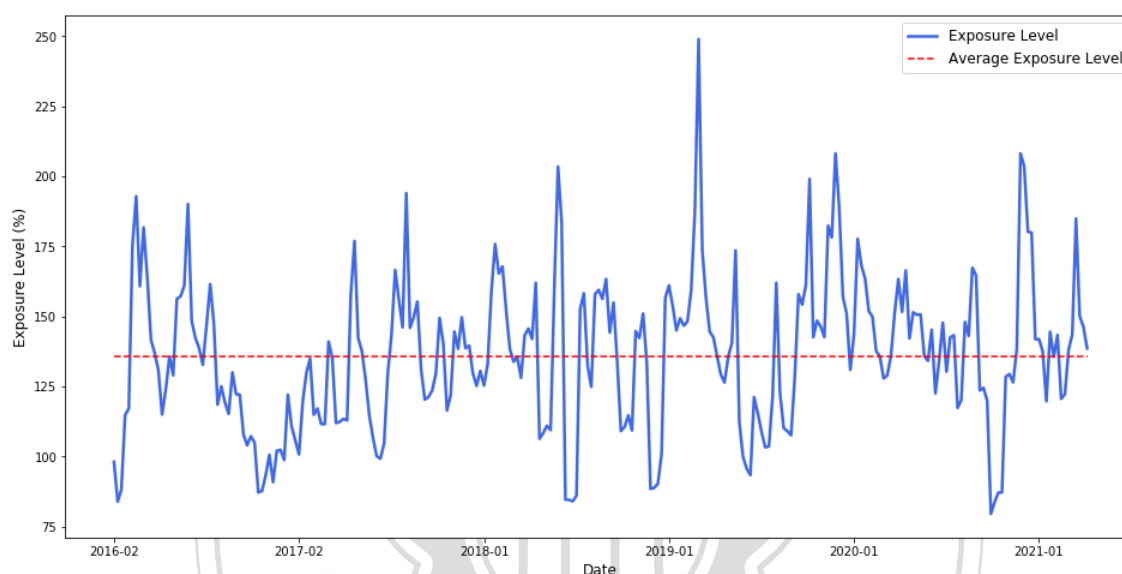


圖 4-12 16 至 21 年 SPY ETF GARCH(1,1)模型之 TVS 策略曝險程度

圖 4-13 為 SPY ETF 利用 ARMA(1,1)-GARCH(1,1)模型之 TVS 策略的曝險程度 L_t ，在此段資料期間內，此 TVS 策略之平均曝險程度為 176.52%；2020 年新冠疫情之平均曝險程度為 185.73%，可見利用 ARMA(1,1)-GARCH(1,1)模型帶入 TVS 策略中的曝險程度位於較高水位，且與 GARCH(1,1)模型之 TVS 策略相同，其在 2020 年新冠疫情之平均曝險程度皆高於整體期間之平均曝險程度。

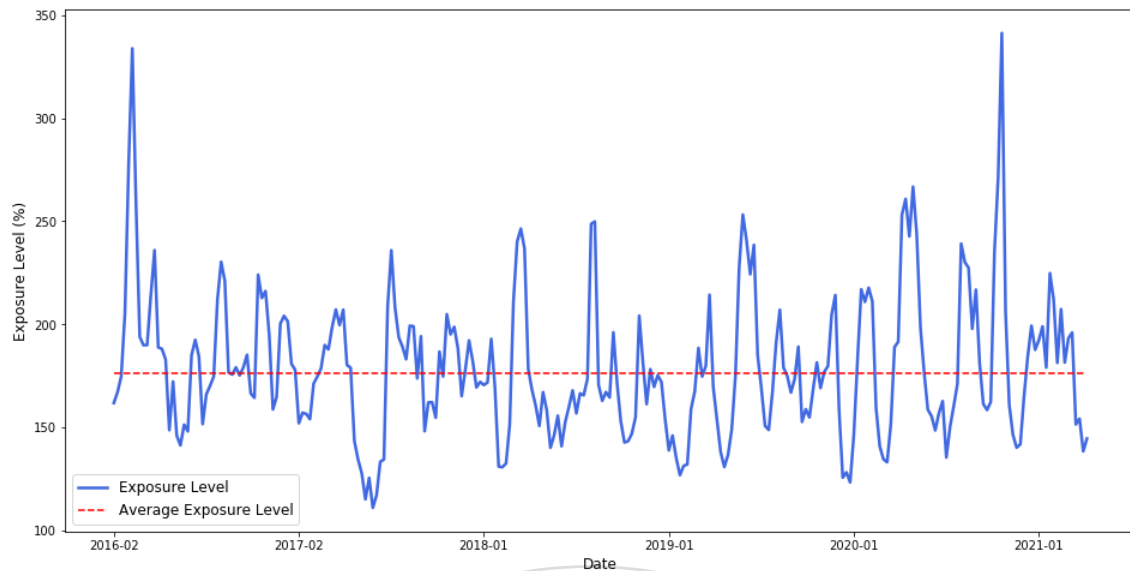


圖 4-13 16 至 21 年 SPY ETF ARMA(1,1)-GARCH(1,1)模型之 TVS 策略曝險程度

圖 4-14 為 2016 至 2021 年 SPY ETF 利用不同波動度之 TVS 策略曝險程度 L_t 盒鬚圖，與圖 4-8 相同，由圖 4-14 可以看到利用 VIX 指數之 TVS 策略曝險程度處在最低水位，其次為利用歷史波動度之 TVS 策略，利用 GARCH(1,1)模型和利用 ARMA(1,1)-GARCH(1,1)模型之曝險程度皆處於較高水位，大部分位於 100%以上，顯示其規避風險效果並無 VIX 指數和歷史波動度來得好。

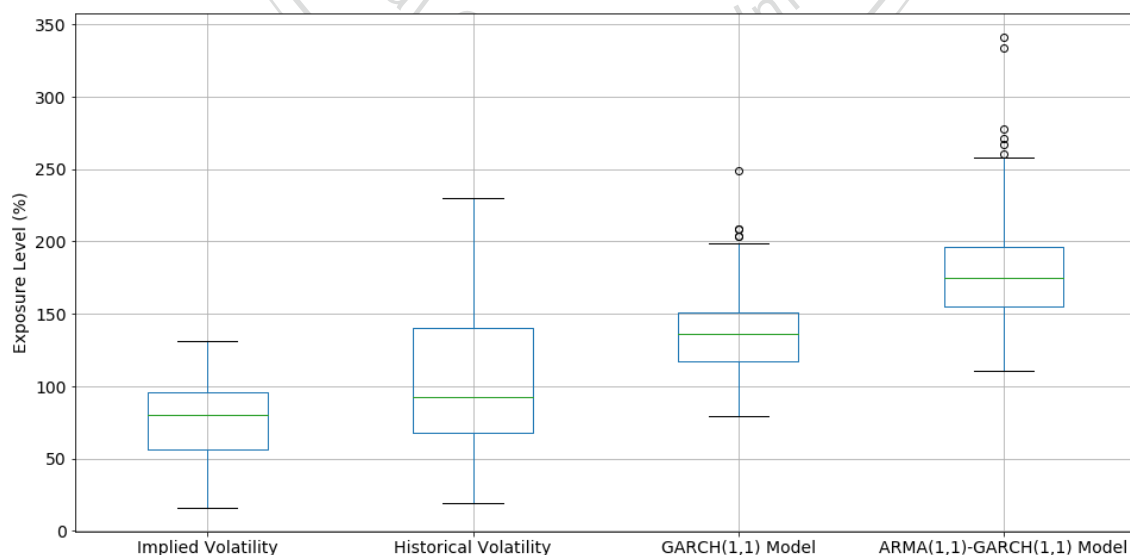


圖 4-14 16 至 21 年 SPY ETF 利用不同波動度帶入波動度策略之曝險程度

接著我們比較相同期間不同標的之績效分析，此處以 QQQ ETF 的部分做探討，圖 4-15 為 2016 至 2021 年 QQQ ETF 利用不同波動度之目標波動度策略累計報酬走勢圖，表 4-9 為 2016 至 2021 年 QQQ ETF 利用不同波動度之目標波動度策略績效比較，可以看到以累積報酬來說，ARMA(2,1)-GARCH(1,2)模型之目標波動度策略表現最好，達到 524.84；夏普比率方面，利用 VIX 指數之目標波動度策略表現最好，為 1.303，其次為 ARMA(2,1)-GARCH(1,2)模型之目標波動度策略；特雷諾比率方面，利用 VIX 指數之目標波動度策略表現最佳，為 0.3633，其次為利 ARMA(2,1)-GARCH(1,2)模型之目標波動度策略；平均週報酬率方面，以 GARCH(1,2)模型之目標波動度策略表現最好；週報酬率之波動度方面，以 VIX 指數之目標波動度策略表現最好，其次為歷史波動度之目標波動度策略；最大跌幅方面，以 VIX 指數之目標波動度策略表現最好，為 27.8151，其次為歷史波動度之目標波動度策略，最大跌幅為 38.0319。

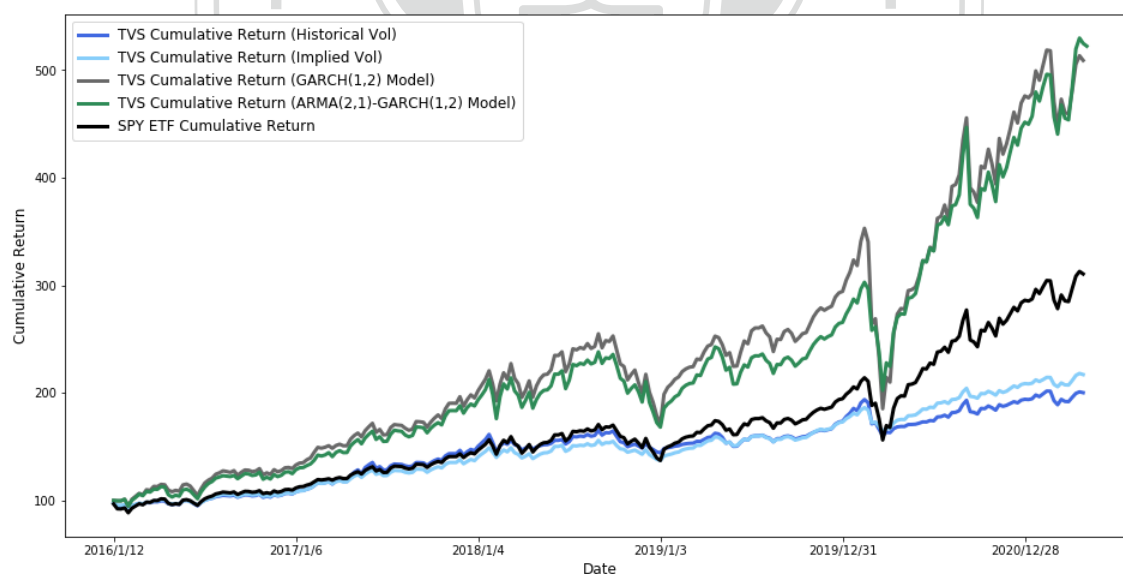


圖 4-15 16 至 21 年 QQQ ETF 利用不同波動度帶入波動度策略之累計報酬

圖 4-16 為 QQQ ETF 利用歷史波動度 TVS 策略的曝險程度 L_t ，在此段資料期間內，QQQ ETF 利用歷史波動度 TVS 策略之平均曝險程度為 77.06%，並在 2020 年新冠疫情時達到曝險程度的最小值 19.49%；2020 年之平均曝險程度為

49.76%，同樣低於其平均曝險程度。

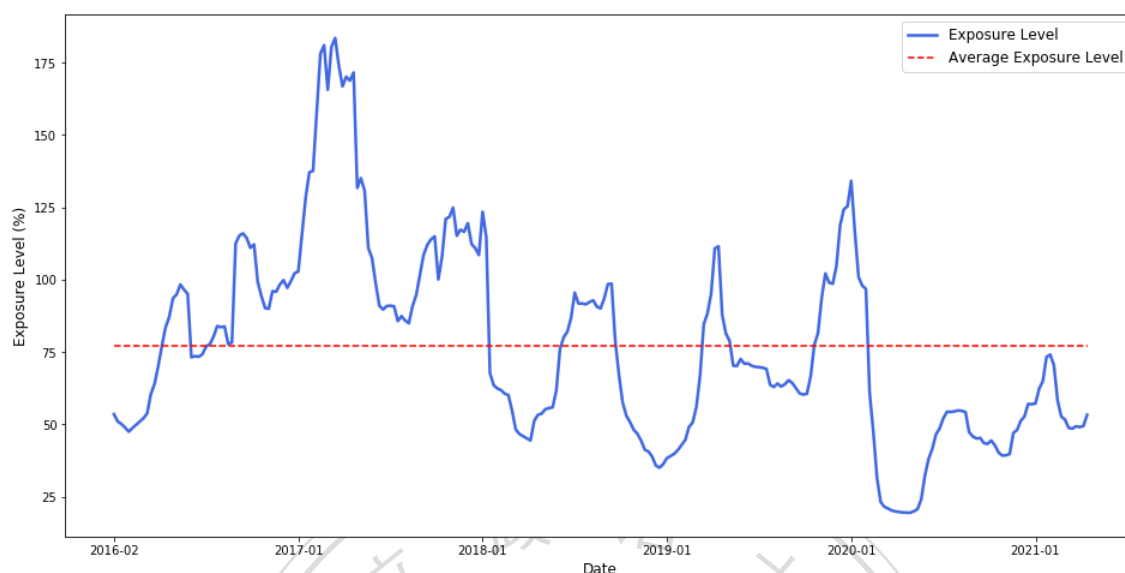


圖 4-16 QQQ ETF 歷史波動度 TVS 策略之曝險程度

圖 4-17 為 QQQ ETF 利用 VIX 指數之 TVS 策略的曝險程度 L_t ，在此段資料期間內，QQQ ETF 利用 VIX 指數之 TVS 策略之平均曝險程度為 72.30%，並在 2020 年新冠疫情時達到曝險程度的最小值 20.16%；2020 年之平均曝險程度為 45.36%，同樣低於其平均曝險程度。

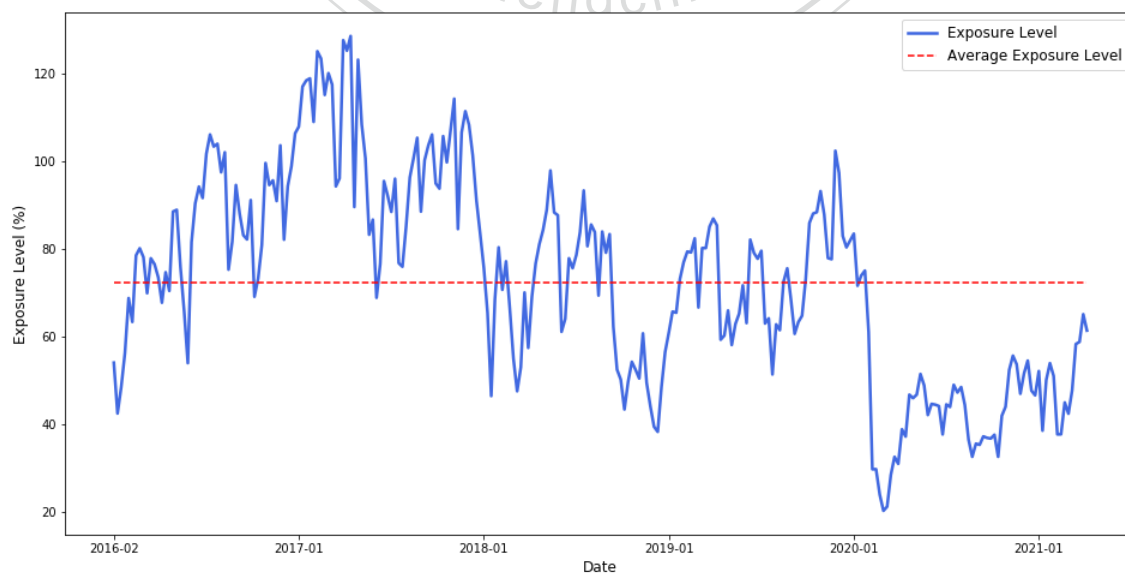


圖 4-17 QQQ ETF VIX 指數之 TVS 策略之曝險程度

圖 4-18 為 QQQ ETF 利用 GARCH(1,2)模型之 TVS 策略的曝險程度 L_t ，在此段資料期間內，此 TVS 策略之平均曝險程度為 152.87%；2020 年新冠疫情之平均曝險程度為 163.69%，可見利用 GARCH(1,2)模型帶入 TVS 策略中的曝險程度位於較高水位，且在 2020 年新冠疫情時之平均曝險程度高於整段期間之平均曝險程度，同時也可以從圖中觀察 2020 年新冠疫情之平均曝險程度皆大於 100%，其規避風險效果較差。

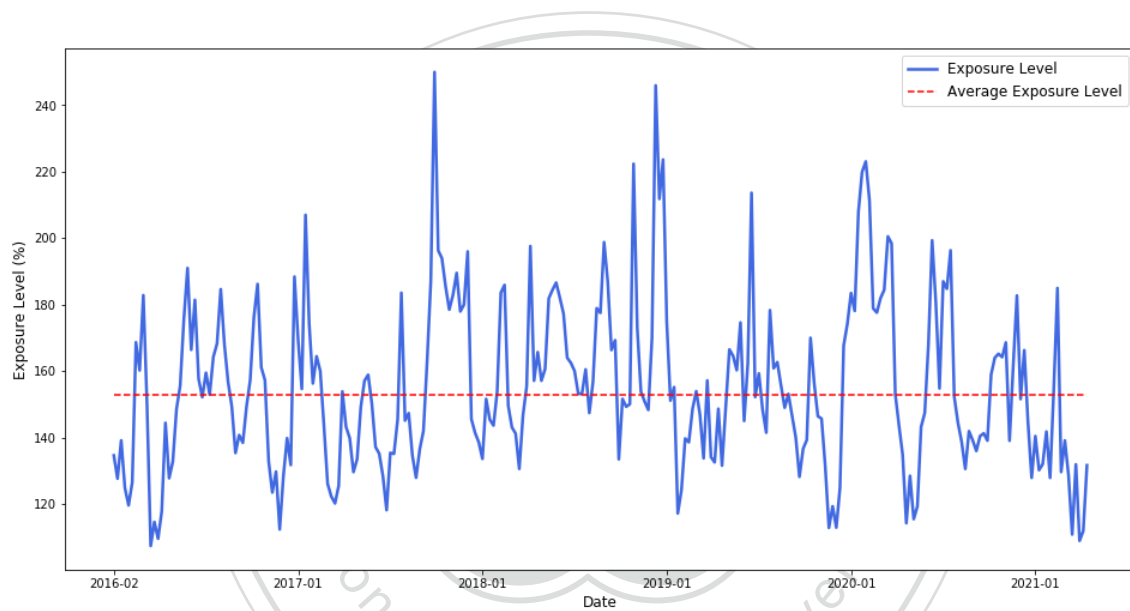


圖 4-18 QQQ ETF GARCH(1,2)模型之 TVS 策略曝險程度

表 4-9 2016 至 2021 年 QQQ ETF 利用不同波動度帶入目標波動度策略中之績效表現分析

績效表現	QQQ ETF	Historical Volatility	VIX Index	GARCH(1,2)	ARMA(2,1)-GARCH(1,2)
偏態	-0.5867	-1.1469	-0.7787	-0.5775	-0.5446
峰態	3.4753	4.1436	0.8963	6.5088	2.9904
夏普比率	1.1960	1.0084	1.3030	1.0929	1.2179
特雷諾比率	0.2241	0.2866	0.3633	0.3003	0.3293
平均週報酬率	0.0047	0.0028	0.0030	0.0070	0.0069
週報酬率之波動度	0.0268	0.0182	0.0152	0.0442	0.0391
最大跌幅	59.9488	33.5589	21.8885	167.5721	100.3967

圖 4-19 為 QQQ ETF 利用 ARMA(2,1)-GARCH(1,2)模型之 TVS 策略的曝險程度 L_t ，在此段資料期間內，此 TVS 策略之平均曝險程度為 147.62%；2020 年新冠疫情之平均曝險程度為 137.09%，可見利用 ARMA(2,1)-GARCH(1,2)模型帶入 TVS 策略中的曝險程度位於較高水位，且可以觀察圖中於 2020 年新冠疫情時的曝險程度仍處於 100%以上，其規避風險效果較差。

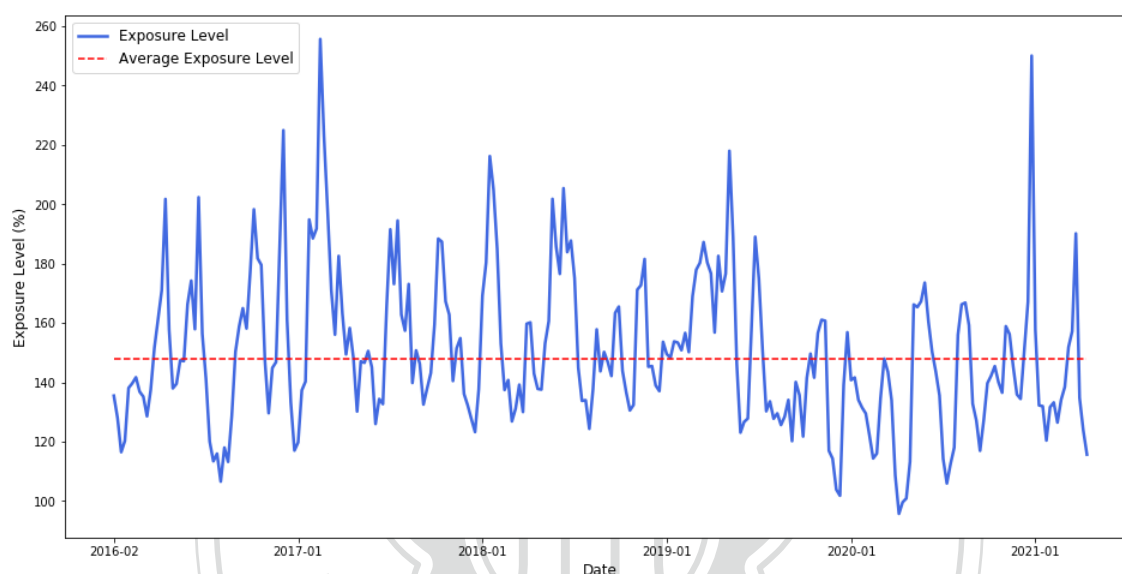


圖 4-19 QQQ ETF ARMA(2,1)-GARCH(1,2)模型之 TVS 策略曝險程度

圖 4-20 為 2016 至 2021 年 SPY ETF 利用不同波動度之 TVS 策略曝險程度 L_t 盒鬚圖，與圖 4-8 和圖 4-14 相同，由圖 4-20 可以看到利用 VIX 指數之 TVS 策略曝險程度處在最低水位，其次為利用歷史波動度之 TVS 策略，利用 GARCH(1,2)模型和利用 ARMA(2,1)-GARCH(1,2)模型之曝險程度皆處於較高水位，大部分位於 100%以上，顯示其規避風險效果並無 VIX 指數和歷史波動度來得好。

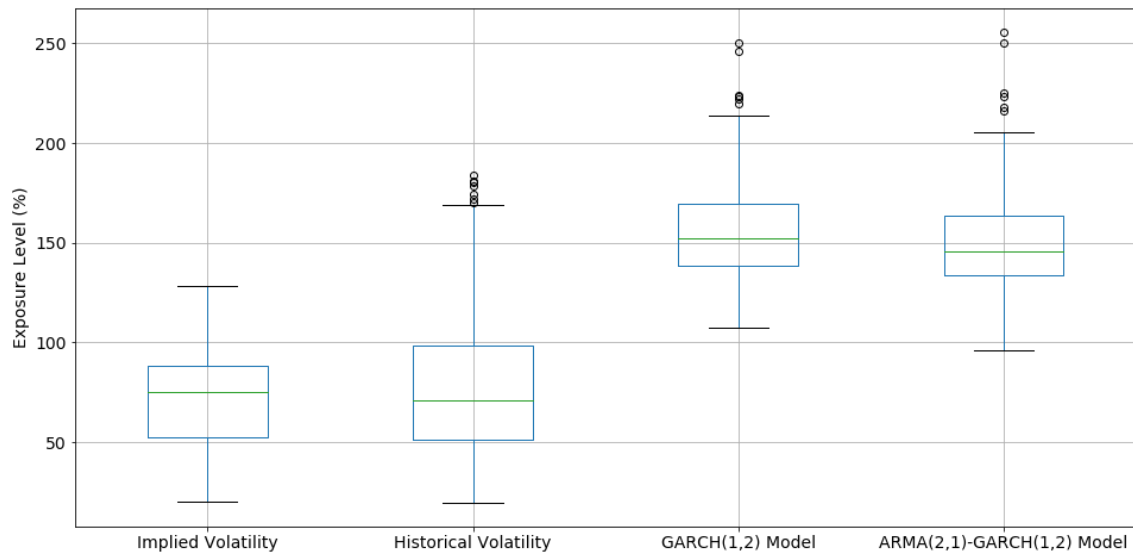


圖 4-20 16 至 21 年 QQQ ETF 利用不同波動度帶入波動度策略之曝險程度

接著本研究將四種目標波動度策略之目標波動度設為 6%，圖 4-21 為 2007 至 2021 年 SPY ETF 利用不同波動度之目標波動度策略累計報酬走勢圖(目標波動度=6%)，表 4-10 為 SPY ETF 利用不同波動度之目標波動度策略績效比較(目標波動度=6%)，可以看到以累積報酬來說，GARCH(2,1)模型之目標波動度策略表現最好，達到 272.41；夏普比率方面，GARCH(2,1)模型之目標波動度策略表現最好，為 0.577，其次為利用 VIX 指數之目標波動度策略；特雷諾比率方面，利用 GARCH(2,1)模型帶入目標波動度策略表現最佳，其次為利用歷史波動度之目標波動度策略；平均週報酬率方面，利用 GARCH(2,1)模型帶入目標波動度策略表現最好；週報酬率之波動度方面，以 VIX 指數之目標波動度策略表現最好，其次為歷史波動度之目標波動度策略；最大跌幅方面，以 VIX 指數之目標波動度策略表現最好，為 16.7742，其次為歷史波動度之目標波動度策略，最大跌幅為 19.2531，此二策略之最大跌幅顯著優於其他策略。

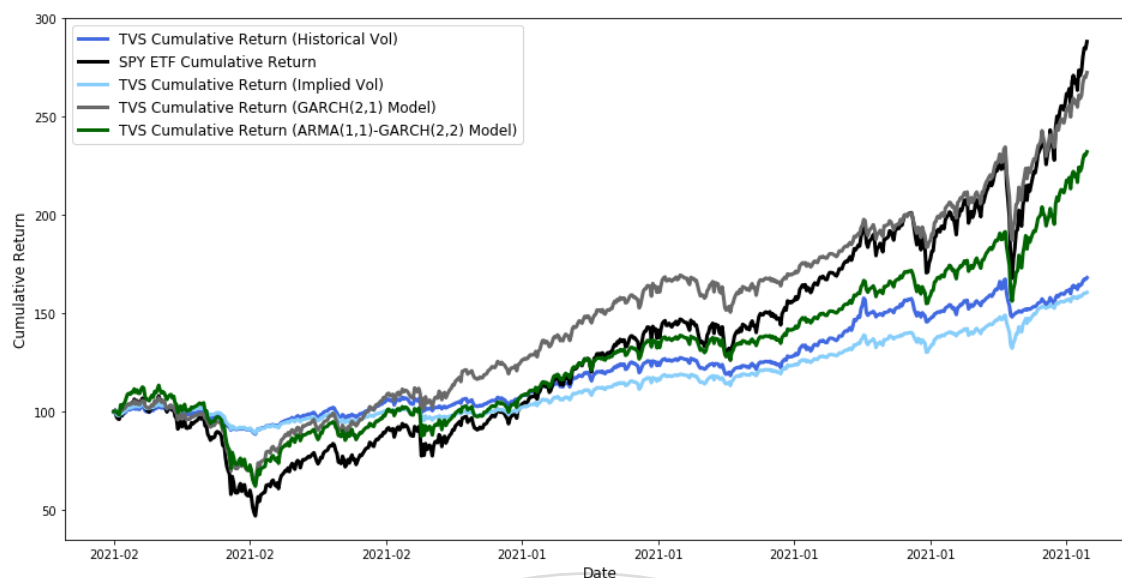


圖 4-21 SPY ETF 利用不同波動度帶入波動度策略之累計報酬(目標波動度=6%)

圖 4-22 為 2016 至 2021 年 SPY ETF 利用不同波動度之目標波動度策略累計報酬走勢圖(目標波動度=6%)，表 4-11 為 2016 至 2021 年 SPY ETF 利用不同波動度之目標波動度策略績效比較，可以看到以累積報酬來說，ARMA(1,1)-GARCH(1,1)模型之目標波動度策略表現最好，達到 231.06；夏普比率方面，ARMA-GARCH(1,1)模型之目標波動度策略表現最好，為 1.093，其次為 GARCH(1,1)模型之目標波動度策略；特雷諾比率方面，ARMA(1,1)-GARCH(1,1)之目標波動度策略表現最佳，其次為利用 GARCH(1,1)模型之目標波動度策略；平均週報酬率方面，以 ARMA(1,1)-GARCH(1,1)模型之目標波動度策略表現最好；週報酬率之波動度方面，以 VIX 指數之目標波動度策略表現最好，其次為歷史波動度之目標波動度策略；最大跌幅方面，以 VIX 指數之目標波動度策略表現最好，為 12.6415，其次為歷史波動度之目標波動度策略，最大跌幅為 17.2708，顯著優於其他波動度策略。

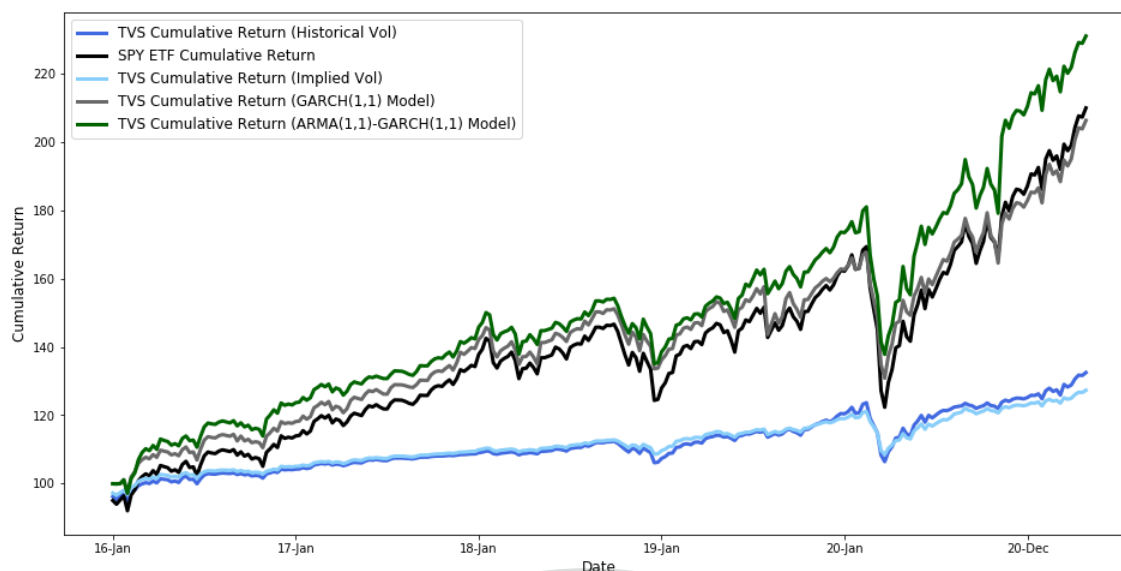


圖 4-22 16 至 21 年 SPY ETF 波動度策略之累計報酬(目標波動度=6%)

接著我們比較相同期間不同標的之績效分析，此處以 QQQ ETF 的部分做探討，圖 4-23 為 2016 至 2021 年 QQQ ETF 利用不同波動度之目標波動度策略累計報酬走勢圖(目標波動度=6%)，表 4-12 為 2016 至 2021 年 QQQ ETF 利用不同波動度之目標波動度策略績效比較，可以看到以累積報酬來說，GARCH(1,2)模型之目標波動度策略表現最好，達到 248.38；夏普比率方面，利用 VIX 指數之目標波動度策略表現最好，為 1.304，其次為 ARMA(2,1)-GARCH(1,2)模型之目標波動度策略；特雷諾比率方面，利用 VIX 指數之目標波動度策略表現最佳，為 0.3637，其次為利 ARMA(2,1)-GARCH(1,2)模型之目標波動度策略；平均週報酬率方面，以 GARCH(1,2)模型之目標波動度策略表現最好；週報酬率之波動度方面，以 VIX 指數之目標波動度策略表現最好，其次為歷史波動度之目標波動度策略；最大跌幅方面，以 VIX 指數之目標波動度策略表現最好，為 8.3899，其次為歷史波動度之目標波動度策略，最大跌幅為 12.7708，顯著優於其他策略。

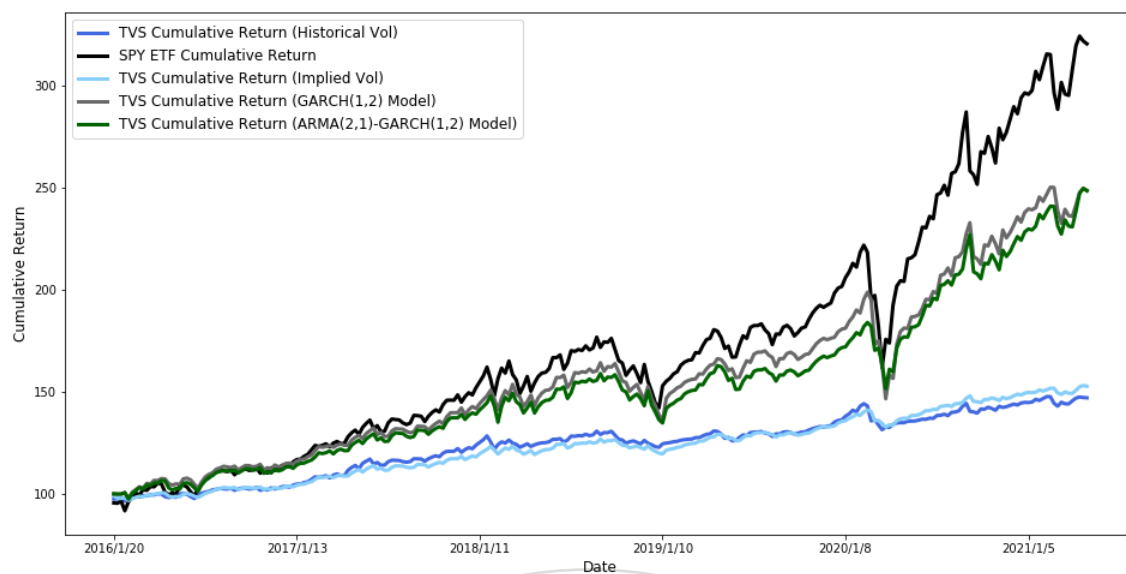


圖 4-23 16 至 21 年 QQQ ETF 波動度策略之累計報酬(目標波動度=6%)

而曝險程度的部分，若將目標波動度設為 6%，則原先 12% 的目標波動度求得之曝險程度除以 2 即可，因此此處不再加以說明。

表 4-10 2007 至 2021 年 SPY ETF 利用不同波動度帶入目標波動度策略中之績效表現分析(目標波動度=6%)

績效表現	SPY ETF	Historical Volatility	VIX Index	GARCH(2,1)	ARMA(1,1)-GARCH(2,2)
偏態	-0.4578	-0.8165	-0.8370	-0.1484	-0.5139
峰態	6.3700	3.6725	4.4355	6.0208	7.3585
夏普比率	0.4616	0.4795	0.4902	0.5771	0.4616
特雷諾比率	0.0817	0.0981	0.0953	0.1039	0.0829
平均週報酬率	0.0018	0.0008	0.0007	0.0015	0.0013
週報酬率之波動度	0.0252	0.0090	0.0077	0.0170	0.0182
最大跌幅	64.5869	19.2531	16.7742	47.4665	51.3833

表 4-11 2016 至 2021 年 SPY ETF 利用不同波動度帶入目標波動度策略中之績效表現分析(目標波動度=6%)

績效表現	SPY ETF	Historical Volatility	VIX Index	GARCH(1,1)	ARMA(1,1)-GARCH(1,1)
偏態	-0.9372	-1.4216	-1.6508	-0.8296	0.2928
峰態	5.1729	9.2297	10.7885	4.7433	7.1918
夏普比率	0.9273	0.7063	0.7758	1.0107	1.0938
特雷諾比率	0.1396	0.1131	0.1225	0.157	0.1718
平均週報酬率	0.003	0.0011	0.0009	0.0029	0.0033
週報酬率之波動度	0.0214	0.0089	0.0066	0.0187	0.0202
最大跌幅	47.0677	17.2708	12.6415	36.8931	43.1771

表 4-12 2016 至 2021 年 QQQ ETF 利用不同波動度帶入目標波動度策略中之績效表現分析(目標波動度=6%)

績效表現	QQQ ETF	Historical Volatility	VIX Index	GARCH(1,2)	ARMA(2,1)-GARCH(1,2)
偏態	-0.5761	-1.1465	-0.7762	-0.5795	-0.5465
峰態	3.4009	4.1404	0.8925	6.5167	2.9984
夏普比率	1.1550	1.0275	1.3035	1.0932	1.2179
特雷諾比率	0.2168	0.2869	0.3637	0.3004	0.3293
平均週報酬率	0.0046	0.0015	0.0016	0.00362	0.00357
週報酬率之波動度	0.0268	0.0091	0.0076	0.0221	0.0195
最大跌幅	57.8813	12.7708	8.3899	52.1338	100.3967

第五章 結論與建議

本研究延伸 Dachraoui (2018) 提出之目標波動度策略，探討利用預測之標的波動度帶入其策略中是否能更有效地規避風險，並提升投資組合整體績效，因此，本研究納入及分析 VIX 指數、GARCH 模型和 ARMA-GARCH 模型所預測之波動度對投資組合之績效評估，並利用偏態、峰態、夏普比率、特雷諾比率、平均每週報酬、每週報酬波動度、最大跌幅來觀察策略之績效。

首先我們將目標波動度設定為 12%，而根據實證結果之結果得知績效表現最好的大多為 ARMA-GARCH 模型或 GARCH 模型預測波動度之 TVS 策略，主因 ARMA-GARCH 模型與 GARCH 模型預測之波動度大多都低估了市場之波動度，導致其曝險程度處在較高水位。以 2007 至 2021 年 SPY ETF 來說，使用歷史波動度和 VIX 指數之 TVS 策略皆能在市場遇到大幅的系統性風險如 2008 年金融風暴和 2020 新冠疫情期間將曝險程度 L_t 降到非常低的水位，而利用 GARCH 模型和 ARMA-GARCH 模型之 TVS 策略曝險程度 L_t 並沒有辦法在這兩個時期將曝險程度降低。

接著我們將 SPY ETF 的績效期間更換至 2016 至 2021 年，並納入 QQQ ETF 與之比較，而目標波動度同樣設定為 12%，可以觀察出不論是 SPY ETF 或 QQQ ETF，利用 VIX 指數之 TVS 曝險程度皆為最低，且在 2020 年新冠疫情時曝險程度都達到了非常低的水位，其次為利用歷史波動度之 TVS 策略，避險能力顯著優於利用 ARMA-GARCH 模型和 GARCH 模型預測波動度之 TVS 策略。此外，可以看到雖然 ARMA-GARCH 模型和 GARCH 模型之 TVS 策略累計報酬為最高，但其最大跌幅、週報酬率波動度皆相對使用 VIX 指數或歷史波動度之 TVS 策略還要來得高，因此本研究認為利用 VIX 指數之 TVS 策略不論是在 SPY ETF 或 QQQ ETF 都獲得較好的風險規避效果。

接著我們將目標波動度設為 6%，可以看到以累積報酬、平均週報酬率來說仍是 GARCH、ARMA-GARCH 模型之目標波動度策略表現較好，而週報酬率波動度、最大跌幅仍然是以利用歷史波動度、VIX 指數之目標波動度策略表現較好，可以透過累積報酬走勢圖觀察出利用 GARCH、ARMA-GARCH 模型之策略雖然擁有較好的報酬率，但在 2020 新冠疫情時的風險規避效果就無利用歷史波動度、VIX 指數之目標波動度策略來得好，但同時也可以看到利用歷史波動度、VIX 指數之目標波動度策略累積報酬相對其他策略來得低，因此在策略考量上首先應評估投資人風險特性，投資組合之需求為何，再決定使用之波動度。

本研究忽略交易成本，因此若在實務應用上 TVS 策略之夏普比率應稍稍降低。同時，本研究也忽略市場上流動性問題，主因 SPY ETF 和 QQQ ETF 每日交易量皆處於較高水準，因此此處並無考慮流動性問題。此外，本研究假定目標波動度為 12% 和 6%，建議未來可更換目標波動度並比較不同目標波動度下之績效結果，並分析不同的目標波動度對於策略報酬率的敏感度分析。

接著談論本策略的限制，其中之一為並非所有指數皆有其對應之 VIX 指數，因此若想利用 VIX 指數帶入 TVS 策略中需考慮是否有對應之 VIX 指數，或可以利用隱含波動度的概念推之。

本研究計算歷史波動度之滾動天數為 60 天，建議未來可更換不同天數並進行比較。此外，本研究僅考慮以每週再平衡(Rebalancing)為交易頻率，主因市場遇到大波動如 2020 年新冠疫情時若以每月再平衡為交易頻率時，投資組合將無法快速反應風險性資產權重，因此此處將頻率定為每週重新調整投資組合權重。未來建議可以更換不同的交易頻率，而須注意的是若應用在實務上並且以每日調整投資組合權重時需負擔較高的交易成本，長期而言對於投資組合的淨值會有較大的侵蝕效果。此外，本研究挑選 GARCH 模型與 ARMA-GARCH 模型作為預

測模型，而學術上仍有其他預測模型可以被套用至此，如 Cardinale, Naik, and Sharma (2021)比較總共八種股市指數和債券指數，並捕捉長期 Mean-Reversion 和短期的波動度叢聚等特性可以獲得相較於 GARCH 模型來說較準確的波動度預測並降低預測誤差。McAlinn, Ushio, and Nakatsuma (2020)利用 615 支股票價格和 Stochastic Volatility 模型來預測波動度，並比較若用不同種預測模型帶入 TVS 策略中是否能有更好的避險效果。



第六章 參考文獻

- [1] 洪儒瑤、古永嘉、康健廷 (2006)。ARMA-GARCH 風險值模型預測績效實證。中華技術學院學報 (34), 頁 13-35。
- [2] 陳威光(2019)。金融創新與商品個案。新陸書局股份有限公司。
- [3] Agahan, J. S., Miral, C. B., & Ocampo, S. R. A Comparison of ARMA-GARCH and Bayesian SV Models in Forecasting Philippine Stock Market Volatility.
- [4] Auinger, F. (2015). The Causal Relationship between the S&P 500 and the VIX Index: Critical Analysis of Financial Market Volatility and Its Predictability: Springer.
- [5] Bantwa, A. (2017). A study on India volatility index (VIX) and its performance as risk management tool in Indian Stock Market. Paripex-Indian Journal of Research, 6(1).
- [6] Blitz, D. C., & Van Vliet, P. (2007). The volatility effect. The Journal of Portfolio Management, 34(1), 102-113.
- [7] Braga, M. D. (2015). Risk-based approaches to asset allocation: Concepts and practical applications: Springer.
- [8] Cardinale, M., Naik, N. Y., & Sharma, V. (2021). Forecasting long-horizon volatility for strategic asset allocation. The Journal of Portfolio Management, 47(4), 83-98.
- [9] Dachraoui, K. (2018). On the optimality of target volatility strategies. The Journal

of Portfolio Management, 44(5), 58-67.

[10] Dhamija, A., & Bhalla, V. (2010). Financial time series forecasting: comparison of various arch models. *Global Journal of Finance and Management*, 2(1), 159-172.

[11] Hansen, P. R., & Lunde, A. (2005). A forecast comparison of volatility models: does anything beat a GARCH (1, 1)? *Journal of applied econometrics*, 20(7), 873-889.

[12] McAlinn, K., Ushio, A., & Nakatsuma, T. (2020). Volatility forecasts using stochastic volatility models with nonlinear leverage effects. *Journal of Forecasting*, 39(2), 143-154.

[13] Tang, H., Chiu, K.-C., & Xu, L. (2003). Finite mixture of ARMA-GARCH model for stock price prediction. Paper presented at the Proceedings of the Third International Workshop on Computational Intelligence in Economics and Finance (CIEF'2003), North Carolina, USA.

[14] Wang, H. (2019). VIX and volatility forecasting: A new insight. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 533, 121951.

[15] Zhu, Y. (2018). Comparison of Three Volatility Forecasting Models. The Ohio State University.