

國立政治大學經濟學系碩士學位論文

以 Probit 模型預測美元指數循環

Forecasting the Turning Points of the US Dollar Index  
by Using the Probit Model



研究生: 黃文基

指導教授: 徐士勛 博士

中華民國 110 年 6 月

## 摘要

本文建構動態 Probit 模型預測美元指數循環。首先，本文以 BBQ algorithm 認定美元指數的牛熊市狀態，再透過樣本內估計結果篩選出重要變數後，進行樣本外預測評析。實證結果發現影響美元指數較為顯著且穩健的變數為美元指數在過去 18 個月排名的年增率、美元指數前一期的正負值、布蘭特原油價格、美國十年期公債與兩年期公債殖利率差四個變數。樣本外預測結果有 65% 的正確率，而根據預測結果組成的投資組合也可以打敗長期持有美元、s&p500、MSCI 新興市場指數。此外，我們也發現量化寬鬆政策的實施並未對本文的樣本外預測結果造成明顯的影響。

關鍵字: 美元指數、動態 Probit 模型、轉折點預測。



# 目錄

1	前言	1
2	文獻回顧	1
3	研究方法與計量模型	3
3.1	Probit 模型	3
3.2	靜態 Probit 模型與動態 Probit 模型	4
3.3	參數估計	5
3.4	預測過程	5
3.4.1	所有變數都可取得	6
3.4.2	應變數落後項資料仍無法取得	6
3.5	ROC 與 AUC 介紹	8
4	資料處理與基本統計性質	8
4.1	資料來源	8
4.2	應變數 $y_i$ 說明	9
4.3	資料說明	12
4.4	敘述統計	13
4.5	資料處理	16
5	實證結果	16
5.1	變數篩選的重要性	16
5.2	樣本內結果與變數挑選	18
5.3	LASSO 方法的嘗試	22
5.4	樣本外結果	22
6	結論	29
	參考文獻	30

# 圖目錄

1	兩種認列與美元指數	11
2	樣本內 ROC 曲線	24
3	樣本內獲利率	24
4	樣本外 ROC 曲線	25

5	樣本外獲利率 . . . . .	25
6	獲利圖 . . . . .	26
7	全期長週期樣本內外預測圖 . . . . .	27

## 表目錄

1	混淆矩陣 . . . . .	8
2	BBQ 認列的轉折點 . . . . .	10
3	變數全名對照表 . . . . .	14
4	敘述統計 . . . . .	15
5	ADF 檢定 . . . . .	17
6	樣本內單一變數 <i>pseudo R<sup>2</sup></i> . . . . .	19
7	多變數樣本內結果(係數與 <i>P-value</i> ) . . . . .	21
8	四種情況比較圖 . . . . .	28



# 1 前言

以宏觀的角度來說，美元不僅是各國主要的儲備貨幣，也是國際貿易主要的清算貨幣，是世界經濟體系中重要的一環；以個體來說，美元的漲跌對於企業、個別投資者也是很重要的議題，如是否增加美股在資產配置中的比例、持有其他國家貨幣是否需要避險等問題都牽涉到對美元指數的漲跌預測。

然而，過去文獻大多探討單一變數如期貨、原油、美股、美債、新興市場股票等等金融商品與美元的關係，而少有預測美元指數漲跌的文獻。因此，本文將去建構模型預測轉折點何時發生，並分析甚麼變數與轉折點高度相關。更精確的說，本研究想要回答以下幾個重要問題，首先，哪些變數會顯著影響美元指數漲跌；其次，如何預測美元指數循環與預測結果評估；最後，2008年聯準會實行量化寬鬆政策之後是否影響我們預測美元指數漲跌。

本研究分為六個章節。除第一章為前言外，第二章包含過去研究美元指數的論文與 Probit 模型相關的實證文獻回顧。第三章為研究方法與計量模型，除了討論靜態 Probit 模型與幾種動態 Probit 模型外，還介紹如何以 ROC(receiver operating characteristic curve) 與 AUC(area under curve) 評斷預測好壞。第四章除了變數處理與敘述統計，還描述各步驟的資料處理過程。第五章實證及預測結果討論。第六章為結論。

## 2 文獻回顧

過去關於美元指數的文獻絕大多數都在研究美元指數與其他變數的關係，如 Basher (2012) 以 VAR (vector autoregression model) 探討美元指數、原油價格、新興市場股票價格的動態關係；Samanta (2012) 研究美元指數、原油價格、黃金的共整合關係。雖然這些研究都能透過計量模型找

到美元指數與其他變數的關係，但是受限於無法預測美元指數的轉折，比較難被實際應用於資產配置的輪轉上。因此，本文將專注於預測美元指數的轉折點，以助資產配置輪轉的決策。

一般而言，在預測變數走勢的研究都多以 Probit 模型來預測，如 Nyberg (2011) 與 Chen (2009) 預測股票市場的走勢、Kauppi and Saikkonen (2008) 和 Nissilä (2020) 預測景氣衰退、Mikhaylov and Alexey (2018) 預測油價趨勢及 Ntantamis and Zhou (2015) 預測商品走勢等。Probit 模型因為不需要分析未來價格的升降幅度，只需要預測未來可能是熊市或是牛市即可，所以較容易預測成功。因此，本文也透過 Probit 模型來預測美元指數的走勢。

在近年以 Probit 預測走勢的文章中，多數文章採用 Kauppi and Saikkonen (2008) 提出的動態 Probit 方法，而非靜態 Probit 方法。在 Kauppi and Saikkonen (2008)、Nyberg (2013) 等文章中也多次驗證動態 Probit 模型的結果統計上顯著優於靜態 Probit 模型的結果。動態 Probit 模型中又可以細分為動態 (dynamic)、自我迴歸 (autoregressive)、動態自我迴歸 (dynamic autoregressive) 三種模型，在 Kauppi and Saikkonen (2008) 與 Nissilä (2020) 的研究中得出三種模型在不同情況下互有優劣，甚至，Nyberg (2013) 得出動態自我迴歸模型中的動態因子與自我迴歸因子會互相影響導致係數原本顯著的動態因子變成不顯著。本文的 Probit 模型主要採用動態 Probit 模型，而非靜態 Probit 模型，在動態 Probit 的三種模型中本文也只採用較具代表性的動態 Probit 模型。

在進行 Probit 模型估計之前，我們必須先認列每一期為牛市或熊市的狀態。不同於景氣預測的文章能夠直接以 NBER 所公布的景氣指標來當成基準，美元指數的牛市或熊市並無統一的認列標準，研究者必須自行認定。

早期文章如 Chen (2009) 透過馬可夫轉換來認列牛市或熊市的狀態，不過近期多數文章則透過 BBQ(BBQ algorithm) 來認列牛市或熊市的狀態，如 Ahmed and Straetmans (2015) 與 Nissilä (2020) 分別以 Probit 模型預測多國匯率趨勢與景氣循環的研究皆是採用 BBQ 來認定牛熊市。因此本文也採用 BBQ 來認列牛熊市，在本文 4.2 節將會詳細說明 BBQ 認定方法以及本文的認定結果。

最後，在檢驗預測結果好壞方面，多數 Probit 研究皆採用 *pseudo R*<sup>2</sup> 來檢驗樣本內及樣本外的結果；但也有一些研究如 Nissilä (2020) 額外以 AUC 來輔助驗證結果。*pseudo R*<sup>2</sup> 與 AUC 都是相對的比較指標，可以用於比較哪個變數或模型較好，但因為沒有絕對的比較基準，難以用來評估最終的預測結果好壞。所以，在 Nyberg (2011) 預測 s&p500 的文章中以正確率來衡量預測結果，並以 random walk 的模型為比較基準；在 Chen (2009)、Nyberg (2013) 同樣預測 s&p500 的文章則以預測結果做出不同的投資策略，並將長期持有 (Buy and Hold) 策略當成比較基準，比較報酬率、Sharpe ratio。因此，本文將美元指數、s&p500 報酬指數、MSCI 新興市場報酬指數三種資產的長期持有策略當成比較基準，比較報酬率來衡量預測結果。

### 3 研究方法與計量模型

#### 3.1 Probit 模型

應變數  $y_t$  為隨機變數，在任何  $t$  期之實現值皆為 0 或 1。在本文中，0 代表美元指數處於牛市，1 代表美元指數處於熊市。 $E_{t-1}(y_t)$  代表已知  $t-1$  期訊息集合的情況下，預測應變數  $y_t$  的條件期望值。同

理， $P_{t-1}$  則代表已知  $t-1$  期訊息集合的情況下，預測應變數  $y_t$  的條件機率。因為應變數的值為 0 或 1，條件期望值會等於條件機率，因此

$$p_t = E_{t-1}(y_t) = P_{t-1}(y_t = 1), \quad (1)$$

$p_t$  即可視為預測下一期美元指數衰退的機率。此外，我們可以透過單調遞增的變數變換  $\Phi$ ，將自變數所組成的線性函數  $\pi_t$ ，壓縮到 0 與 1 之間； $\Phi$  一般用連續隨機變數的累積分配函數。因此，我們可以將 (1) 式延伸成：

$$p_t = E_{t-1}(y_t) = P_{t-1}(y_t = 1) = \Phi(\pi_t), \quad (2)$$

實務上，我們一般假設  $\Phi$  是常態分配的累積分配函數，此假設下的模型，就是 Probit 模型。

### 3.2 靜態 Probit 模型與動態 Probit 模型

依照  $\pi_t$  的形式不同，我們可以將 Probit 模型分成靜態 Probit 模型與動態 Probit 模型；而在動態 Probit 模型的大架構中又可以被細分成幾種不同的模型。以下為線性  $\pi_t$  的幾種形式：

$$\pi_t = \omega + \mathbf{x}'_{t-h}\beta, \quad (3)$$

$$\pi_t = \omega + \alpha_1 \pi_{t-1} + \mathbf{x}'_{t-h}\beta, \quad (4)$$

$$\pi_t = \omega + \delta_1 y_{t-1} + \mathbf{x}'_{t-h}\beta, \quad (5)$$



$$\pi_t = \omega + \alpha_1 \pi_{t-1} + \delta_1 y_{t-1} + \mathbf{x}'_{t-h} \beta, \quad (6)$$

其中， $h$  代表在幾期之前預測， $\mathbf{x}'_{t-h}$  則為  $t-h$  期解釋變數所組成的矩陣；模型 (4)、(5)、(6) 中  $\alpha_1$  之係數絕對值必須小於一。模型 (3) 為傳統的靜態 Probit 模型，模型 (4)、(5)、(6) 被歸類為動態 Probit 模型。模型 (4) 加入  $\pi_{t-1}$  來代表過去資料對於預測的影響，因為與時間序列的自我迴歸似，也被稱為自我迴歸 Probit 模型。依照時間序列的遞迴替代，我們可看出僅僅  $\pi_{t-1}$  一個變數就能代表過去所有的解釋變數，是一個很簡約的模型。模型 (5) 則加入應變數  $y_t$  的落後項來呈現過去資料的影響，是最一般的動態 Probit 模型。模型 (6) 加入  $\pi_{t-1}$  與應變數  $y_t$  的落後項，希望兼具模型 (4) 與模型 (5) 的優勢，被稱為動態自我迴歸 Probit 模型。

### 3.3 參數估計

動態 Probit 模型的參數估計過程和靜態 Probit 一樣都是以最大概似估計，只是統計性質上有所差異。Probit 模型的最大概似函數如下：

$$l(\theta) = \sum_{t=1}^T l_t(\theta) = \sum_{t=1}^T (y_t \log \Phi(\pi_t(\theta)) + (1 - y_t) \log(1 - \Phi(\pi_t(\theta))),$$

其中，根據 Kauppi and Saikkonen (2008) 所證明，在變數皆為定態的情況下， $\pi_t$  則可以假設為上述的模型 (3)、(4)、(5)、(6)。詳細的統計性質與其推倒過程請參閱 Kauppi and Saikkonen (2008)。

### 3.4 預測過程

大致而言，預測是將定態之資料帶入 Probit 模型中，即可求得各變數之係數，並得出衰退機率。其中，我們主要面臨的問題是資料可能無法在當

下取得。舉例來說，假設 BBQ 認列的衰退期轉折點必須要確認為前後各四個月的最大值，在  $t-1$  期預測  $t$  期熊市的機率時，只會有  $y_{t-4}$  的認定結果，而不會有  $y_{t-2}$  的資料，因此必須用直接法或疊代法處理。

### 3.4.1 所有變數都可取得

假設我們要在  $t-2$  期預測  $t$  期應變數  $y_t$ ，也就是先前提到的  $E_{t-2}(y_t)$ ，由 (2) 式將兩邊同取  $E_{t-2}(\cdot)$  之後，我們可以得到：

$$E_{t-2}(y_t) = E_{t-2}(\Phi(\pi_t)), \quad (7)$$

我們以模型 (4) 為例，將 (4) 式展開可得：

$$\pi_t = \omega + \alpha_1 \pi_{t-1} + \mathbf{x}'_{t-2} \beta = (1 + \alpha_1) \omega + \alpha_1^2 \pi_{t-2} + \alpha_1 \mathbf{x}'_{t-3} \beta + \mathbf{x}'_{t-2} \beta, \quad (8)$$

因為 (8) 式右邊所有的變數都是在  $t-2$  期時已知的，所以在  $t-2$  期預測  $t$  期熊市的機率只要將所有變數直接代入 (7) 式即可。

### 3.4.2 應變數落後項資料仍無法取得

我們以模型 (6) 為例，假設要在  $t-2$  期預測  $y_t$ ，則

$$E_{t-2}(y_t) = E_{t-2}(\Phi(\omega + \alpha_1 \pi_{t-1} + \delta_1 y_{t-1} + \mathbf{x}'_{t-2} \beta)), \quad (9)$$

因為 (9) 式右邊的變數  $y_{t-1}$  是在  $t-2$  期時無法得到的資訊，所以要用直接法或疊代法處理。延續前例，直接法是將

$$P_{t-1}(y_t = 1) = \Phi(\omega + \alpha_1 \pi_{t-1} + \delta_1 y_{t-1} + \mathbf{x}'_{t-2} \beta),$$

改成

$$P_{t-1}(y_t = 1) = \Phi(\omega + \alpha_1 \pi_{t-1} + \delta_1 y_{t-2} + \mathbf{x}'_{t-2} \beta),$$

這個方法十分直覺，沒有  $y_{t-1}$  的資料就用  $y_{t-2}$  的資料取代即可。當然缺點是預測能力會因此而犧牲。至於疊代法，簡單來說，我們先估計  $y_{t-1}$  的機率，再將  $E_{t-2}(y_t)$  分成  $y_{t-1} = 0$  與  $y_{t-1} = 1$  兩種情況討論，並分別代入 (7) 式，最後計算加權平均。

$$p_{t-1} = P_{t-2}(y_{t-1} = 1) = \Phi(\omega + \alpha_1 \pi_{t-2} + \delta_1 y_{t-2} + \mathbf{x}'_{t-3} \beta), \quad (10)$$

(10) 式為  $p_{t-1}$  的機率，(10) 式右邊的變數都是在  $t-2$  期時可以得到的資訊。

$$E_{t-2}(y_t) = \begin{cases} \Phi(0), y_{t-1} = 0 \\ \Phi(1), y_{t-1} = 1 \end{cases}$$

上式為  $E_{t-2}(y_t)$  的兩種情況。其中

$$\Phi(0) = \Phi((1 + \alpha_1)\omega_1 + \alpha_1^2 \pi_{t-2} + \alpha_1(\delta_1 y_{t-2} + \mathbf{x}'_{t-3} \beta) + \mathbf{x}'_{t-2} \beta),$$

$$\Phi(1) = \Phi((1 + \alpha_1)\omega_1 + \alpha_1^2 \pi_{t-2} + \alpha_1(\delta_1 y_{t-2} + \mathbf{x}'_{t-3} \beta) + \delta_1 + \mathbf{x}'_{t-2} \beta),$$

$$E_{t-2}(y_t) = (1 - p_{t-1})\Phi(0) + p_{t-1}\Phi(1). \quad (11)$$

(11) 式為加權平均，即為所求。這個方法優點是較直接法準確，缺點則是計算複雜。舉例來說，如果我們要在  $t-1$  期預測  $t$  期應變數，但只有  $t-4$  期的應變數資料，那我們就必須猜測  $t-3$ 、 $t-2$ 、 $t-1$  期的應變數，總共必須猜測  $2^3 = 8$  種可能情況。隨著期數的增加，計算複雜度也成指數成長。

### 3.5 ROC 與 AUC 介紹

我們將預測結果與真實情況的對應關係區分為 TP(true positive)、FN(false negative)、FP(false positive)、TN(true negative) 四種狀況，最後形成表 1 的混淆矩陣。透過這四種情況，我們可以更進一步的計算 TPR(true positive rate) 與 FPR(false positive rate) 兩個指標來衡量預測結果。以本文預測美元指數的牛熊市為例，TPR 代表熊市發生時，模型有預測到熊市發生的機率；FPR 代表牛市發生時，模型卻預測熊市的機率。顯然地，我們會希望 TPR 越高越好，而 FPR 越低越好，但因為 TPR 與 FPR 有抵換 (trade off) 的關係，所以研究者通常透過 ROC 來挑選出 TPR 不會太低、FPR 不會太高的臨界值。在 ROC 上的每一點代表不同臨界值背後的 TPR、FPR，並以 TPR 為縱軸、FPR 為橫軸形成圖形。AUC 則是 ROC 下面的面積，範圍介於 0-1 之間，越接近 1 代表模型的預測結果越好，越接近 0 代表模型的預測結果越差。

## 4 資料處理與基本統計性質

### 4.1 資料來源

本研究透過總體經濟變數及財務變數來預測美元指數的漲跌，期間為 1996 年 12 月到 2021 年 2 月，總共有 291 筆的月資料。自變數來源均

表 1: 混淆矩陣

		真實情況	
		positive	negative
預測 結果	positive	TP	FP
	negative	FN	TN
		$TPR=TP/TP+FN$	$FPR=FP/FP+TN$

為彭博 (bloomberg) 資料庫，應變數  $y_t$  則是美元指數的 BBQ 認定結果。因為原始的財務資料為日資料，本文透過紀錄每月的月底值轉換成月資料。

## 4.2 應變數 $y_t$ 說明

本文採用 Bry and Boschan (1971) 所創的 BBQ 來認定美元指數的兩個狀態。BBQ 為了尋找轉折點必須經過 4 個主要的步驟，分別為 1.如果某一點為前後  $a$  個月的最高或最低點則列為可能的轉折點 2.刪除起點與終點  $b$  個月內出現的轉折點 3.刪除小於  $c$  個月的循環 4.刪除小於  $d$  個月的牛熊市期間。因此，我們必須設定四個參數 ( $a.b.c.d$ ) 才能透過 BBQ 認列轉折點。

本文有兩種 BBQ 的參數設定，分別命名為長週期與短週期。長週期方面參考 Gonzalez et al. (2005) 運用於股票等金融商品的認定，分別設定四個參數為 (4.6.16.4)。短週期方面因 Ahmed (2015) 認為匯率波動較一般金融商品更為迅速，所以將  $a$  設定為 3 個月，將  $c$  設定為 15 個月，也就是將參數設定改為 (3.6.15.4)。

表 2 為兩種 BBQ 認列的轉折點。可以看到短週期認定的美元指數循環較為頻繁，在 1996 年 12 月到 2021 年 2 月總共認列 10 次高點與 9 次的低點；長週期認定的美元指數在 1996 年 12 月到 2021 年 2 月則認列 7 次高點與 6 次的低點。兩種認定方式在多數情況皆相同，不過在短週期認列中多了 1998 年 1 月到 1998 年 10 月、2015 年 3 月到 2016 年 4 月、2018 年 12 月到 2019 年 6 月三次的美元熊市。

表 2: BBQ 認列的轉折點

	短週期		長週期	
	高點	低點	高點	低點
1	1998/1	1998/10	2002/2	2004/12
2	2002/2	2004/12	2006/10	2008/4
3	2006/10	2008/4	2009/2	2009/11
4	2009/2	2009/11	2010/6	2011/8
5	2010/6	2011/8	2013/5	2014/4
6	2013/5	2014/4	2016/12	2018/2
7	2015/3	2016/4	2019/9	
8	2016/12	2018/2		
9	2018/12	2019/6		
10	2020/4			



圖 1 為兩種 BBQ 認列與美元指數的關係圖。灰線代表短週期認列，藍底為長週期認列，紅線則為美元指數。因為 1998 年 1 月到 1998 年 10 月、2015 年 3 月到 2016 年 4 月、2018 年 12 月到 2019 年 6 月三次的熊市認列中只有 2018 年的認列較不理想，再加上短週期認列在 2020 年 4 月的下跌區段捕捉比起長週期更佳，因此單就 BBQ 認列來說，短週期認定結果稍好。本文會在第 5 章比較長短週期的樣本外預測結果，也會透過長短週期來選擇重要的變數。



圖 1: 兩種認列與美元指數

(紅線為美元指數，灰線為短週期 BBQ 認列，藍底為長週期 BBQ 認列)

### 4.3 資料說明

此節中，我們說明變數背後的經濟邏輯。首先，本文放入貨幣供給、物價、失業、信心水準等種類的總體經濟變數。貨幣供給數量會影響貨幣價格，所以本文將 M2 加入變數。兩地間的物價水準影響消費者購買本地或是外地商品的意願，進而造成匯率的波動，因此將物價加入變數。值得一提的是，本文並非加入 CPI、通膨率，而是參考 Sartore (2002) 以兩地相對物價預測美元指數一文，將美國進口物價指數、出口物價指數當成兩地之間的物價水準。本文也將進口物價指數減掉出口物價指數當成變數，作為兩地物價差距。美國就業情況代表美國經濟情況好壞，也是與美元相關的變數，因此本文也納入非農就業人口作為變數。最後信心指標代表民衆對於未來經濟情況的預期，也可能影響匯率，因此將美國的兩種信心指標加入變數。又因為美元指數中歐元區佔最大比例，所以將歐元區的信心指標也列入變數。此外，考量到美元指數會反映經濟體的相對情況，也將美國信心指標減去歐洲信心指標當作變數。

財務變數部分，本文將美國與新興市場股票價格比值、美元指數在過去 18 個月的排名、美元指數在過去 18 個月的排名年增率當作變數。考量過去許多文獻認為美元與石油、黃金會互相影響，所以也將原油價格、黃金價格列入變數。至於利差變數部分，信用風險利差、長短天期利差、風險無風險利差都常常被用來衡量經濟狀況，因此本文將這些利差都列入變數。Ahmed (2015) 以動態 Probit 預測兩國匯率升降的實證結果也顯示兩國利率差距與匯率有顯著關係，所以本文將美德 2 年期、10 年期公債利差加入變數。



#### 4.4 敘述統計

表 3 為所有變數的全名與代稱對照表而表 4 為所有變數的敘述統計量。其中美元指數的長週期 BBQ 認定平均數為 0.4，代表在 1997 年到 2020 年有 40% 的時間處於熊市週期；短週期 BBQ 認定平均數為 0.47，代表在 1997 年到 2020 年有 47% 的時間處於熊市週期。美元指數平均為 91.83，最高曾經達到 118.97，最低則是 72.12。因大部分變數十分常見，在此不贅述。比較特別的是「柯博文指數」，計算方式為美國超過 6.35 公噸的卡車銷售量之年增率，當經濟好轉時會上升，經濟轉劣則會下降。



表 3: 變數全名對照表

變數全名	變數代稱
美元指數	<i>usdollar</i>
應變數(長週期)	<i>y</i>
應變數(短週期)	<i>usdollarbbq</i>
美元指數在過去18個月的排名	<i>rank</i>
美元指數在過去18個月的排名(年增率)	<i>rank_y</i>
美元指數前期正負	<i>usdollar_binary</i>
美股與MSCI新興市場指數比值	<i>ratio</i>
金價	<i>gold</i>
布蘭特原油價格	<i>brent</i>
美國消費者信心水準	<i>cc</i>
歐洲消費者信心水準	<i>eucc</i>
美國與歐洲消費者信心水準差	<i>useucc</i>
美國出口物價	<i>exportprice</i>
美國進口物價	<i>importprice</i>
美國進口與出口物價差	<i>ppp</i>
工業生產指數	<i>PMI</i>
密西根大學消費者信心水準	<i>michigan</i>
M2貨幣供給	<i>M2</i>
柯博文指數	<i>truck</i>
非農就業人口	<i>employee</i>
泰德利差	<i>ted</i>
美國十年期與兩年期公債殖利率之差	<i>termspread</i>
美林CCC級高收益債券殖利率與十年期公債差	<i>creditspread</i>
德國十年期公債殖利率	<i>eu10y</i>
美國十年期公債殖利率	<i>us10y</i>
美國與德國十年期公債殖利率差額	<i>useu10y</i>
美國兩年期公債殖利率	<i>us2y</i>
德國兩年期公債殖利率	<i>eu2y</i>
美國與德國兩年期公債殖利率差額	<i>useu2y</i>

表 4: 敘述統計

變數	平均數	標準差	最小值	最大值
<i>usdollar</i>	91.83	10.96	72.12	118.97
<i>y</i>	0.40	0.49	0.00	1.00
<i>usdollarbbq</i>	0.47	0.50	0.00	1.00
<i>rank</i>	0.48	0.35	0.06	1.00
<i>rank_y</i>	2.60	3.79	0.06	18.00
<i>usdollar_binary</i>	0.48	0.50	0.00	1.00
<i>ratio</i>	2.28	0.83	1.06	4.35
<i>gold</i>	897.43	513.12	254.80	1978.60
<i>brent</i>	57.76	31.86	9.91	138.40
<i>cc</i>	97.50	28.15	25.00	144.70
<i>eucc</i>	-10.55	5.13	-23.60	-1.40
<i>useucc</i>	108.05	24.01	48.20	147.30
<i>exportprice</i>	115.58	12.63	97.30	135.30
<i>importprice</i>	116.77	16.22	91.00	147.50
<i>ppp</i>	1.19	4.74	-7.50	19.50
<i>PMI</i>	52.72	4.94	33.10	61.40
<i>michigan</i>	87.91	13.02	55.30	112.00
<i>M2</i>	8928.28	3858.30	3820.10	19419.60
<i>truck</i>	0.39	0.09	0.18	0.56
<i>employee</i>	135762.40	7167.16	121146.00	152523.00
<i>ted</i>	0.46	0.39	0.12	3.15
<i>termspread</i>	1.13	0.91	-0.48	2.81
<i>creditspread</i>	10.91	5.19	4.23	33.35
<i>eu10y</i>	2.77	1.94	-0.70	5.93
<i>us10y</i>	3.57	1.51	0.53	6.91
<i>useu10y</i>	0.81	0.80	-0.71	2.76
<i>us2y</i>	2.45	1.99	0.11	6.69
<i>eu2y</i>	1.71	1.90	-0.90	5.20
<i>useu2y</i>	0.74	1.24	-1.98	3.52

註：樣本期間為 1996 年 12 月到 2021 年 2 月，共 291 筆資料。

## 4.5 資料處理

根據 Kauppi and Saikkonen (2008) 的推導，變數必須符合定態，動態 Probit 估計式的漸進分配才會趨於常態分配。因此，在跑動態 Probit 之前，我們必須先進行 ADF 檢定 (Augmented Dickey–Fuller test)，確認變數為定態。參考 Nissilä (2020) 以動態 Probit 預測景氣衰退的文章，我們在處理非定態變數的方式包括與落後 1 期差分、與落後 12 期進行差分。因本文認為與落後 12 期進行差分可以避免變數受到季節性的影響，所以非定態的變數皆與落後 12 期進行差分。表 5 為 ADF 檢定結果， $P - value > 0.05$  的變數都進行差分； $P - value < 0.05$  則保持不變。因為所有變數在差分一次之後皆可以拒絕具有單根的虛無假設，因此不做二次差分。在確認資料無誤，並且經過 ADF 檢定處理後，我們就可進入實證環節。

## 5 實證結果

本章首先討論樣本內結果，並從中挑選變數，最後做樣本外預測。除了先前提到的 BBQ 認定有兩種，本文考量到 2008 年聯準會開始採取量化寬鬆政策可能會影響到變數與美元的關係，所以分為 1997-2020 的全期以及 2008-2020 的子樣本期間。因此，本文會討論長週期全期、長週期子樣本期間、短週期全期、短週期子樣本期間四種不同的模型。

### 5.1 變數篩選的重要性

本文先在樣本內篩選變數，再進行樣本外分析。這是因為在 Kauppi and Saikkonen (2008)、Nyberg (2011)、Nyberg (2013) 幾篇關於動態 Probit 的文章中皆有提到透過簡約 (parsimonious) 的模型，也就是使用較少的自

表 5: ADF 檢定

變數代稱	<i>P</i> -value	處理方式
<i>ratio</i>	0.4557	差分後定態
<i>rank</i>	0.0001	保持原值
<i>rank_y</i>	0.0000	保持原值
<i>usdollar_binary</i>	0.0000	保持原值
<i>gold</i>	0.8732	差分後定態
<i>brent</i>	0.1857	差分後定態
<i>PMI</i>	0.0040	保持原值
<i>M2</i>	1.0000	差分後定態
<i>employee</i>	0.3318	差分後定態
<i>michigan</i>	0.3822	差分後定態
<i>cc</i>	0.3097	差分後定態
<i>eucc</i>	0.1580	差分後定態
<i>useucc</i>	0.2105	差分後定態
<i>truck</i>	0.2075	差分後定態
<i>importprice</i>	0.5077	差分後定態
<i>exportprice</i>	0.8356	差分後定態
<i>ppp</i>	0.0108	保持原值
<i>us10y</i>	0.2846	差分後定態
<i>eu10y</i>	0.8378	差分後定態
<i>useu10y</i>	0.5951	差分後定態
<i>us2y</i>	0.2797	差分後定態
<i>eu2y</i>	0.8208	差分後定態
<i>useu2y</i>	0.0741	差分後定態
<i>termspread</i>	0.0576	差分後定態
<i>creditspread</i>	0.0048	保持原值
<i>ted</i>	0.0368	差分後定態

註：顯著水準為5%

變數，可以避免過度擬合 (overfitting) 的問題。本研究也發現加入大量自變數會使樣本內結果很好，但樣本外結果反而不如只放幾個變數的模型。

我們為了有簡約的模型，個別變數只需要挑選一個最適期數的落後項即可。也因此，我們不僅要選擇變數，還要選擇各變數最適落後期數。值得注意的是，最適落後期數不是越短越好，像是某些自變數對應變數的影響不是立刻反應，而是有幾期的延遲。舉例來說，在 Kauppi and Saikkonen (2008) 預測景氣的文章中利差 (spread) 就選擇落後四期，而非落後一期。

此外，我們在選擇最適落後期數時也必須考量到資料無法準時取得的問題。如果忽視這個問題可能會導致研究結果看似很好，但實際預測卻因為資料不齊全而無法使用。本研究中的總體經濟資料皆會在當月公布上個月的資料，所以最少資料落後期數為一期。財務方面的資料因為每個交易日都會有最新的資訊，所以最少資料落後期數為零期。不過考量到本研究在日資料轉換成月資料的過程中只有取每個月的最後一筆資料，所以還是將最少落後期數設為一期。依照 BBQ 認定轉折點必須為前後  $a$  個月的最高或最低點規則，本研究的長短週期 BBQ 認定結果，資料落後期數分別被設為四期與三期。

## 5.2 樣本內結果與變數挑選

本小節主要探討樣本內結果與變數挑選。本文挑選變數的方式為比較  $pseudo R^2$  大小；文獻上 Kauppi and Saikkonen (2008) 與 Nyberg (2013) 都是使用此方法。

表 6 為樣本內單一變數在長週期全期的  $pseudo R^2$  結果。因為在只有放  $y$  落後項的模型中  $pseudo R^2$  為 0.2721，所以與 0.2721 越接近代表

表 6: 樣本內單一變數 *pseudo R*<sup>2</sup>

	h=1	h=2	h=3	h=6	h=9	h=12
<i>ratio</i>	0.283	0.277	0.274	0.272	0.273	0.272
<i>rank</i>	0.273	0.272	0.273	<b>0.380</b>	0.298	0.294
<i>rank_y</i>	<b>0.301</b>	0.299	0.288	0.276	0.281	<b>0.320</b>
<i>usdollar_binary</i>	<b>0.339</b>	0.296	0.276	0.273	0.276	0.273
<i>gold</i>	0.272	0.272	0.272	0.272	0.272	0.272
<i>brent</i>	<b>0.302</b>	<b>0.315</b>	<b>0.314</b>	0.280	0.274	0.274
<i>PMI</i>	0.276	0.282	0.291	<b>0.318</b>	<b>0.307</b>	0.288
<i>M2</i>	0.291	0.290	0.288	0.283	0.276	0.273
<i>employee</i>	<b>0.318</b>	<b>0.314</b>	<b>0.310</b>	0.296	0.288	0.284
<i>michigan</i>	0.275	0.272	0.272	0.279	0.279	<b>0.300</b>
<i>cc</i>	0.273	0.278	0.281	<b>0.304</b>	<b>0.320</b>	<b>0.319</b>
<i>eucc</i>	0.276	0.283	0.291	0.297	<b>0.303</b>	<b>0.305</b>
<i>useucc</i>	0.272	0.276	0.278	<b>0.300</b>	<b>0.314</b>	<b>0.313</b>
<i>truck</i>	<b>0.331</b>	<b>0.334</b>	<b>0.336</b>	<b>0.319</b>	0.299	0.292
<i>importprice</i>	<b>0.322</b>	<b>0.324</b>	0.313	0.274	0.275	0.272
<i>exportprice</i>	0.282	0.284	0.282	0.272	0.272	0.275
<i>ppp</i>	<b>0.313</b>	<b>0.315</b>	<b>0.309</b>	0.282	0.273	0.280
<i>us10y</i>	0.277	0.272	0.284	0.278	0.298	0.294
<i>eu10y</i>	0.274	0.272	0.272	0.272	0.279	0.278
<i>useu10y</i>	0.296	0.296	0.292	0.279	0.291	0.288
<i>us2y</i>	<b>0.319</b>	<b>0.319</b>	<b>0.314</b>	<b>0.304</b>	<b>0.310</b>	0.297
<i>eu2y</i>	0.281	0.282	0.280	0.270	0.272	0.274
<i>useu2y</i>	0.298	0.297	0.295	<b>0.303</b>	<b>0.316</b>	0.289
<i>termspread</i>	<b>0.332</b>	<b>0.324</b>	<b>0.312</b>	<b>0.307</b>	0.286	0.278
<i>creditspread</i>	0.274	0.280	0.286	0.299	0.286	0.287
<i>ted</i>	0.273	0.272	0.272	0.272	0.297	0.292

註：1.動態 Probit 模型為  $P_{t-1}(y_t = 1) = \Phi(\omega + \delta_1 y_{t-4} + \mathbf{x}'_{t-h} \beta)$  2.採用全期長週期 3.斜體表示為  $pseudo R^2 > 0.3$  的樣本內單一變數模型，是本文認為較佳的模型。因目前仍未有文獻提出如何明確的辨別模型好壞，所以 0.3 作為分界只是本文主觀上的辨別標準。

該變數幾乎沒有解釋能力。以 *ratio* 變數為例，不管在任何的落後期數 *pseudo R<sup>2</sup>* 表現皆不佳，之後就不會討論。因為這種挑選方式沒有絕對的標準，本文大致上從 *pseudo R<sup>2</sup>* 越大的往下挑，只是為了避免自變數間有很高的相關性，*rank* 與 *rank\_y*、*importprice* 與 *ppp*、*cc* 與 *useucc* 三組較為相關的變數只會各取其中一個。依此規則，我們挑選出來的十個變數為 *rank\_y*、*usdollar\_binary*、*brent*、*PMI*、*employee*、*cc*、*truck*、*ppp*、*us2y*、*termspread*。

接下來我們挑選落後期數。我們選擇 *pseudo R<sup>2</sup>* 較好的落後期數，如果 *pseudo R<sup>2</sup>* 接近，則優先挑選期數較少的。這是因為在樣本內結果相近的情況下落後期數越少通常會有更好的樣本外結果。依此規則，各變數的落後項分別為 *rank\_y1*、*usdollar\_binary1*、*brent2*、*PMI6*、*employee1*、*cc9*、*truck1*、*ppp1*、*us2y1*、*termspread1*。

挑選變數之後，我們跑樣本內多變數模型做更進一步的篩選。先前的文獻並沒有這一步驟，但考量到變數之間交互影響、穩健性不足兩個原因，本文多增加此步驟。由於變數之間會交互影響，造成原本在單一變數樣本內結果顯著的變數，可能會在多變數樣本內結果不顯著。實證上，顯著性不足的變數會導致樣本外結果不好，因此必須剔除。

表 7 為多變數模型在四個情況下的動態 Probit 結果。我們透過變數在不同情況下的顯著性為基準，選出較為穩健的變數。以 *truck* 變數為例，只有一種情況係數顯著，所以會被剔除。非常可惜的，比較偏總體面的 *PMI*、*employee*、*cc*、*truck*、*ppp*、*us2y* 在很多情況下係數不顯著，因穩健性不足最終被剔除。因為這幾個變數不顯著的情況不盡相同，所以無法得出總體經濟變數在何種情況下不顯著的結論。必須強調，被剔除不代表變數完全沒有解釋能力，也不代表在特定某一模型中會降低預



表 7: 多變數樣本內結果(係數與  $P$ -value)

	全期長週期	子樣本長週期	全期短週期	子樣本短週期	顯著次數
$y_{t-4}$ 或 $y_{t-3}$	1.7822 <b>0</b>	1.6323 <b>0</b>	1.656 <b>0</b>	1.1894 <b>0</b>	4
$rank\_y1$	0.0811 <b>0.012</b>	0.0823 <b>0.052</b>	0.0856 <b>0.015</b>	0.0605 0.144	3
$usdollar\_binary1$	0.8402 <b>0</b>	0.964 <b>0.001</b>	0.7376 <b>0.001</b>	0.7574 <b>0.005</b>	4
$brent2$	-0.0121 <b>0.06</b>	0.0136 0.164	-0.0273 <b>0</b>	-0.0189 <b>0.014</b>	3
$PMI6$	0.0814 <b>0.042</b>	-0.0714 0.295	0.1195 <b>0.004</b>	0.0261 0.669	2
$employee1$	-0.0001 0.701	0.0001 0.676	-0.0001 <b>0.065</b>	-0.0001 <b>0.048</b>	2
$cc9$	-0.013 0.152	0.0315 <b>0.03</b>	0.0027 0.768	0.0291 <b>0.026</b>	2
$truck1$	-3.2215 <b>0.081</b>	-5.2538 0.257	-2.7326 0.164	-1.5573 0.719	1
$ppp1$	-0.0547 <b>0.052</b>	-0.1561 <b>0.017</b>	-0.0308 0.293	-0.0501 0.365	2
$us2y1$	0.0127 0.935	-0.7267 <b>0.015</b>	0.3097 <b>0.053</b>	0.373 0.141	2
$termspread1$	0.523 <b>0.039</b>	0.8775 <b>0.01</b>	0.9886 <b>0</b>	1.0328 <b>0.002</b>	4
$pseudo R^2$	0.481	0.4948	0.4998	0.434	
原始模型 $R^2$	0.2721	0.194	0.2689	0.1712	

註：1.長週期的模型為動態 Probit  $P_{t-1}(y_t = 1) = \Phi(\omega + \delta_1 y_{t-4} + \mathbf{x}'_{t-h} \beta)$ ；短週期的模型為動態 Probit  $P_{t-1}(y_t = 1) = \Phi(\omega + \delta_1 y_{t-3} + \mathbf{x}'_{t-h} \beta)$ 。2.長週期原始模型為  $P_{t-1}(y_t = 1) = \Phi(\omega + \delta_1 y_{t-4})$ ，短週期原始模型為  $P_{t-1}(y_t = 1) = \Phi(\omega + \delta_1 y_{t-3})$ 。3.斜體為  $P$ -value，斜體粗體表示  $P$ -value < 0.1。4.顯著次數表示各變數在多變數模型的四種情況下係數顯著的次數。

測的正確率，只是就本文經驗來說，被剔除的變數可能會在某些情況降低樣本外預測正確率。我們選擇淘汰這些變數是因為想要有穩健的模型來達到比較不同情況的目的。以下我們就挑選出顯著次數較多的 *rank\_y1*、*usdollar\_binary1*、*brent2*、*termspread1* 四個變數做後續討論。

### 5.3 LASSO 方法的嘗試

在上述的變數挑選過程存在幾個問題。第一、因過程繁瑣，挑選效率較差，且難以廣泛使用到其他應變數。第二、挑選結果會有變數間交互影響的問題。第三是穩健性不足的問題。由同一變數在不同模型的 *P-value* 改變，我們可以發現如果只使用單一模型來挑選變數可能會選到比較不穩健、不重要的變數。

因為有以上三個明顯的問題，本研究也嘗試使用 LASSO (least absolute shrinkage and selection operator) 來挑選。LASSO 透過在目標函數加入懲罰項，使得解釋能力較低的變數係數變成零，以達到篩選變數目的。遺憾的是，LASSO 的挑選結果並不理想。舉例來說，在長週期全期模型中，LASSO 挑選出的 *exportprice*、*creditspread*、*PMI*、*M2*、*termspread* 在樣本內外結果都不如前一小節所挑的變數，因此本文決定不採用。至於是否有更佳的挑選變數方法有待其他研究。

### 5.4 樣本外結果

在本小節中，我們除了會討論 5.1 小節所選的模型在樣本內外之結果，也會討論資產配置，並在最後比較四種情況下模型的表現。

首先，我們說明樣本外的做法。樣本內外比例設定為各一半，並且採用遞迴 (recursive) 的方式。遞迴是指在每一期估計時都會加入最新一期的

資訊，而非只有用樣本內的資訊；此方式除了能讓樣本外預測更為準確，也較符合實際上的預測情形。

觀察圖 2 樣本內的 ROC 曲線與 AUC，我們可以看到樣本內的 ROC 整體接近結果好的左上方，而且 AUC 高達 0.919 也顯示樣本內預測結果相當不錯。因為 ROC 曲線概念較為抽象，我們進一步透過投資策略來評析預測結果。本文的策略是預測下一期為熊市時不持有美元，預測下一期為牛市時持有美元；牛市與熊市則透過臨界值決定，衰退機率的預測結果大於臨界值則為熊市，小於臨界值則為牛市。比較標準包含長期持有策略，也就是長期持有美元；投資在認定的牛市 (investing in predicted bull)，也就是在 BBQ 所認定的美元牛市持有美元；提前知道所有的訊息 (God)，也就是在所有正報酬的月份持有美元。我們會希望投資策略會優於長期持有策略，並盡量接近投資在認定的牛市、提前知道所有的訊息兩個策略。

圖 3 為設定不同臨界值來投資美元的年化報酬率。我們可以發現不論模型的臨界值設定多少，預測結果產生的投資組合都優於長期持有美元。

圖 4 為樣本外估計的 ROC 曲線。我們可以看到樣本外 ROC 曲線的結果明顯不如樣本內、AUC 也從 0.919 下降到 0.741。不過 0.741 仍明顯高於完全沒有預測能力的 0.5，顯示樣本外的結果仍具備不錯的預測效果。圖 5 顯示樣本外最高的報酬出現在 0.51-0.59，代表設定臨界值為 0.5 即可達到最高的年化報酬 2.3%。雖然報酬不如樣本內，不過仍然明顯高於長期持有策略，代表預測結果具有實際使用上的價值。

由於美元不是唯一的投資標的，所以本文將預測結果延伸到股票市場。我們策略設定為美元熊市時全部投資新興國家市場(以 MSCI 新興市場指數作為標的)，美元牛市時則全部投資美國 (s&p500)。作為對照組的是長

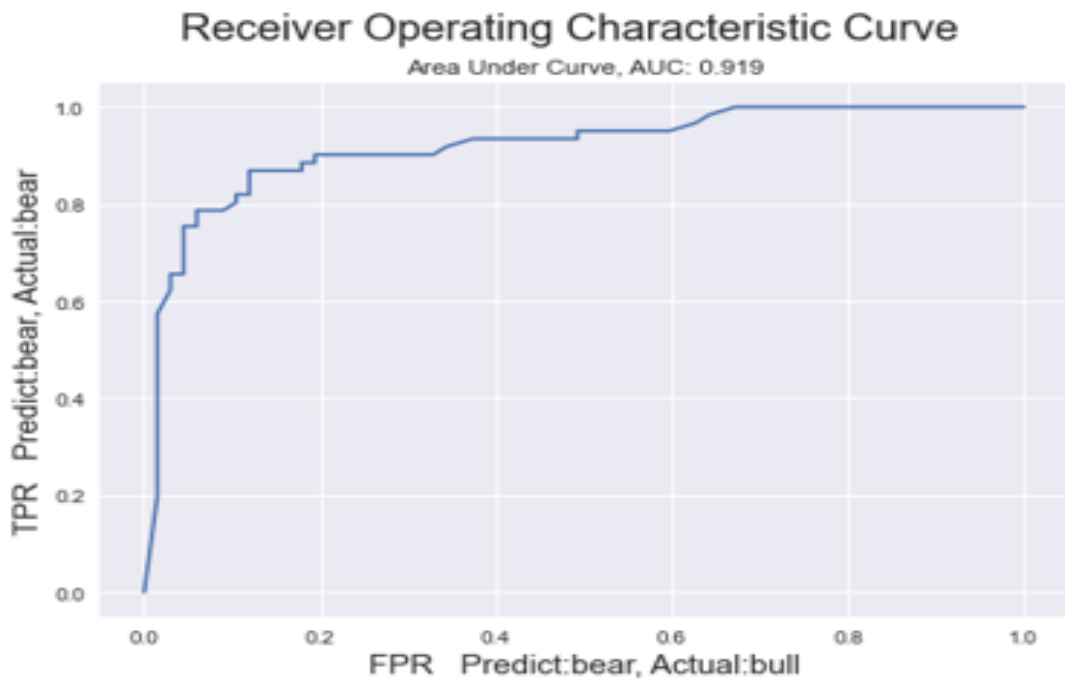


圖 2: 樣本內 ROC 曲線

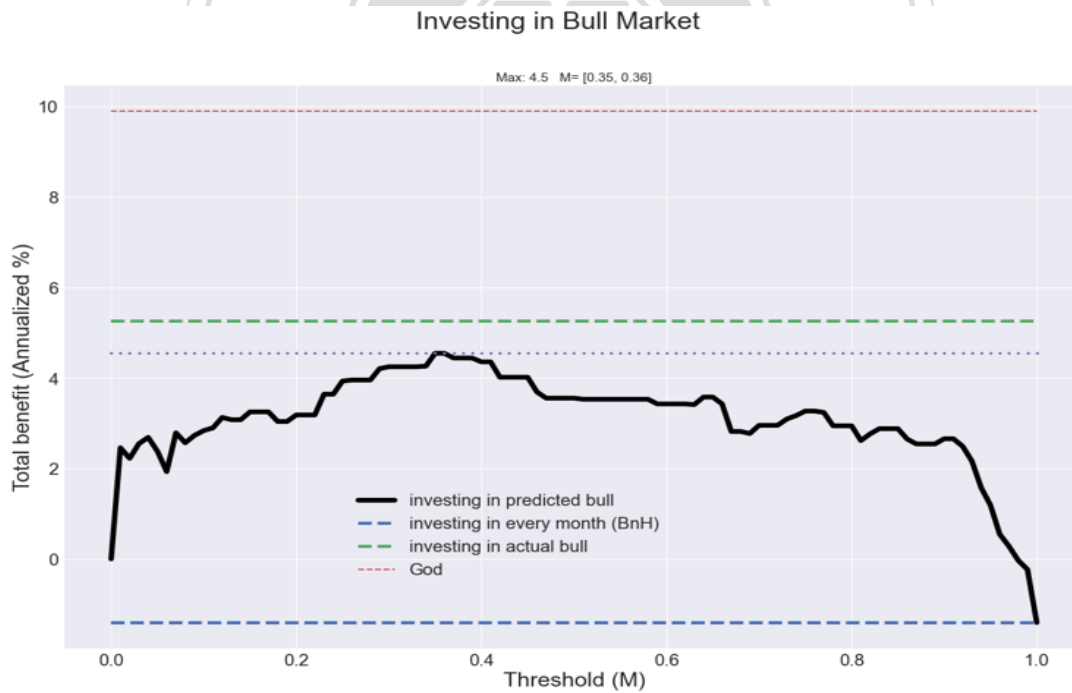


圖 3: 樣本內獲利率

(x 軸為臨界值，y 軸為年化報酬率)

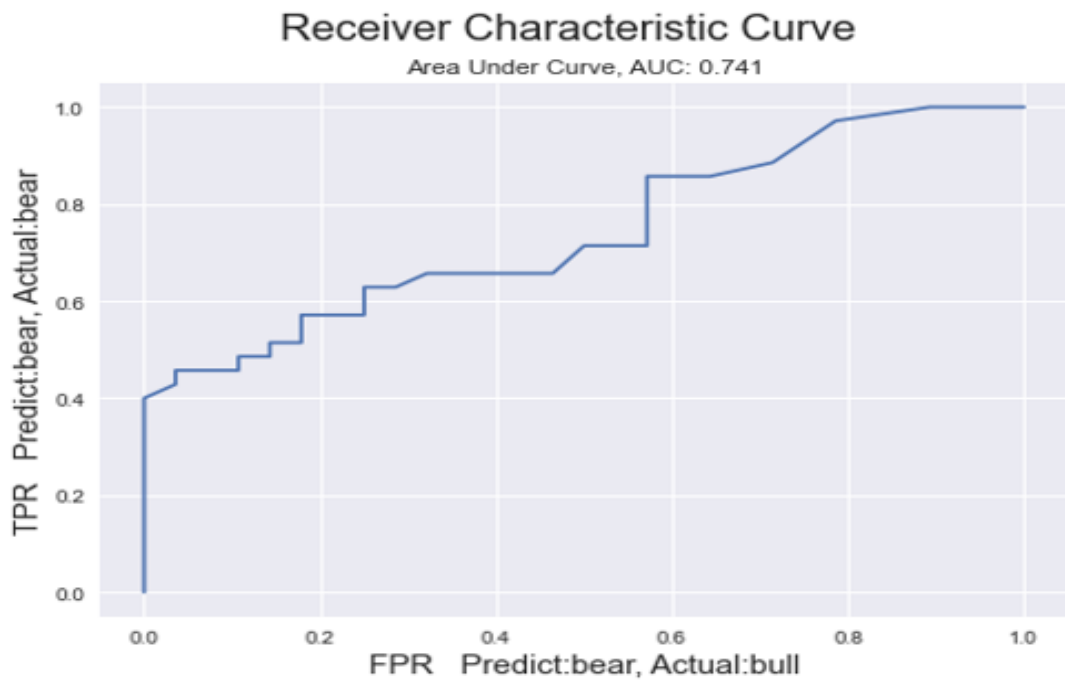


圖 4: 樣本外 ROC 曲線

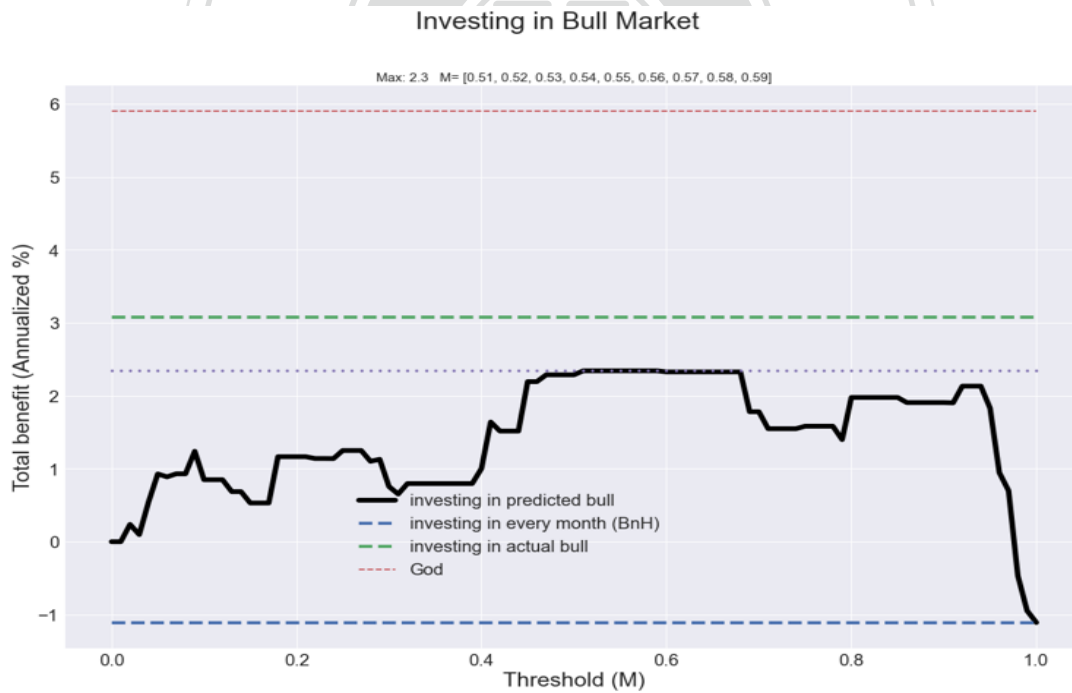


圖 5: 樣本外獲利率

(x 軸為臨界值，y 軸為年化報酬率)

期持有 MSCI 新興市場指數、s&p500。

圖 6 顯示三種策略從 1998-2021 年以一塊錢投資的結果。本文的投資策略報酬達 10.72 塊，優於長期持有 MSCI 新興市場指數的 7.29 塊、長期持有 s&p500 的 4.59 塊。從圖 6 可以看出優於長期持有 MSCI 新興市場指數的原因在於透過預測美元強勢，成功避開 2011、2015、2018 的新興市場衰退。值得說明的是，因為這三種策略並沒有考慮在經濟衰退時期不買股票，所以在實務上可能有更好的結果。



圖 6: 獲利圖

(x 軸為日期；y 軸表示目前資金為初始資金的多少倍。紅線為長期持有 MSCI 新興市場指數；綠線為長期持有 s&p500；灰線為牛市時投資 s&p500、熊市時投資 MSCI 新興市場指數)

圖 7 為全期長週期樣本內外的預測值。在樣本外 2013-2014 年、2017-2018 年、2020-2021 年三段期間雖然預測的轉折點都慢於美元指數的 BBQ 認定，不過都有在主要的大跌區段之前預測到轉折點；在 2020-2021 年期間預測結果完整的捕捉到下跌區段；在 2015-2016 年期間有幾次預測值超過臨界值 0.5，實際上也有下跌的現象，只是 BBQ 沒有認定。綜上所述，樣本外擬合的結果十分不錯。

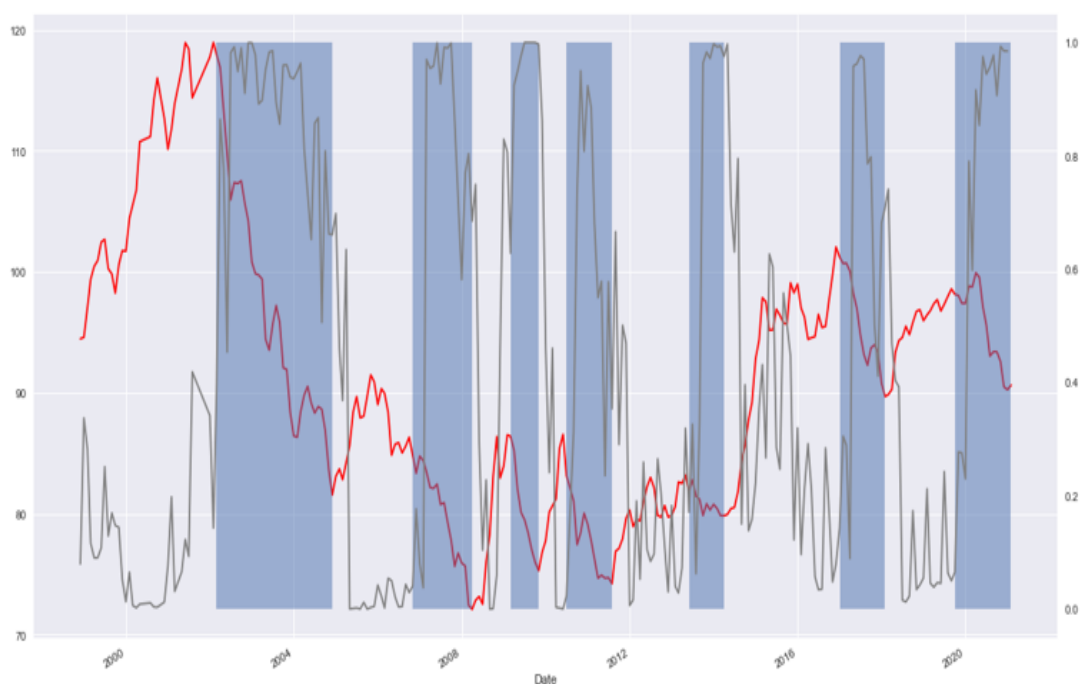


圖 7: 全期長週期樣本內外預測圖

(x 軸為日期；y 軸為數值。紅線為美元指數；藍底為 BBQ 結果；灰線為本文一期前的預測結果)

最後，由表 8 我們比較不同情況下的預測結果。在BBQ週期選擇方面，不論是在全期長週期對比全期短週期或是在子樣本期間長週期對比子樣本期間短週期，都可以看到長週期在樣本外 AUC、正確率、獲利率都優於短週期，因此可以得出長週期的 BBQ 結果較適用於動態 Probit。由 4.2 節的長短週期 BBQ 認定我們得出短週期是較佳的認列方式，但可能是本文的動態 Probit 無法做到快速、立即的反應，造成長週期 BBQ 認定的預測結果較佳。在全期與半期的比較方面，子樣本長週期對比全期長週期的 AUC 略有下降，但是臨界值設為 0.5 的樣本外預測正確率接近，代表量化寬鬆政策對本文的動態 Probit 模型預測結果並沒有顯著的影響。

表 8: 四種情況比較圖

	全期長週期	子樣本長週期	全期短週期	子樣本短週期
樣本內 <i>pseudo R</i> <sup>2</sup>	0.4465	0.3983	0.4339	0.3358
樣本內 AUC	0.919	0.799	0.924	0.814
樣本內正確率 (0.5)	0.6874	0.6301	0.6874	0.6164
樣本外 AUC	0.741	0.717	0.719	0.716
樣本外正確率 (0.5)	0.6507	0.6666	0.5555	0.5833
資產配置獲利	10.7246	4.7024	8.1818	4.0570

註：1.樣本內外正確率臨界值皆設定為 0.5 2.資產配置獲利表示期末資金為期初資金的幾倍。



## 6 結論

在動態 Probit 的架構下，本文認為影響美元指數較為顯著且穩健的變數為美元指數在過去 18 個月排名的年增率、美元指數前一期的正負值、布蘭特原油價格、美國十年期公債與兩年期公債殖利率差，都是比較偏向財務的變數；比較偏總體經濟面的工業生產指數、非農就業人口、美國消費者信心水準、柯博文指數、美國進口與出口物價差、美國兩年期公債殖利率則是在特定情況下會顯著；其餘變數則較不顯著。由此可知，美元指數確實是可以透過技術面的指標去預測的。

透過美元指數在過去 18 個月排名的年增率、美元指數前一期的正負值、布蘭特原油價格、美國十年期公債與兩年期公債殖利率差四個變數所組成的模型，我們可以得到正確率約 65% 的樣本外結果，也可以得到高於長期持有美元、s&p500、MSCI 新興市場指數三個金融商品的報酬率。實務上，以此模型搭配不同的投資策略就預期上來說應該會有不錯的結果。

就本文美元指數在過去 18 個月排名的年增率、美元指數前一期的正負值、布蘭特原油價格、美國十年期公債與兩年期公債殖利率差四個變數所組成的模型來說，量化寬鬆政策的實施並未對美元指數的預測結果造成明顯的改變。本研究認為原因在於這四個變數皆與金融面較為相關，所以比較難看出量化寬鬆政策是否對美元指數漲跌造成影響。

## 參考文獻

- Ahmed, J. and S. Straetmans (2015), “Predicting Exchange Rate Cycles utilizing Risk Factors,” *Journal of Empirical Finance*, 34, 112–130.
- Basher, S. A. , A. A Haug, and P. Sadorsky (2012), “Oil Prices, Exchange Rates and Emerging Stock Markets,” *Energy Economics*, 34, 227–240.
- Bry, G. and C. Boschan (1971), “Cyclical Analysis of Time Series: Selected Procedures and Computer Programs,” *NBER*.
- Chen, S. S. (2009), “Predicting the Bear Stock Market: Macroeconomic Variables as Leading Indicators,” *Journal of Banking & Finance*, 33, 211–223.
- Gonzalez, L. , J. G. Powell , J. Shi, and A. Wilson (2005), “Two Centuries of Bull and Bear Market Cycles,” *International Review of Economics & Finance*, 14, 469–486.
- Kauppi, H. and P. Saikkonen (2008), “Predicting U.S. Recessions with Dynamic Binary Response Models,” *The Review of Economics and Statistics*, 90, 777–791.
- Mikhaylov, A. Y. (2018). “Pricing in Oil Market and Using Probit Model for Analysis of Stock Market Effects,” *International Journal of Energy Economics and Policy*, 8, 69-73.
- Nissilä , W. (2020), “Probit Based Time Series Models in Recession Forecasting – A Survey with an Empirical Illustration for Finland,” *BoF Economics Review*.
- Ntantamis, C. and J. Zhou (2015), “Bull and Bear Markets in Commodity

Prices and Commodity Stocks: Is There a Relation?" *Resources Policy*, 43, 61–81.

Nyberg, H. (2011), "Forecasting the Direction of The US Stock Market with Dynamic Binary Probit Models," *International Journal of Forecasting*, 27, 561-578.

Nyberg, H. (2013), "Predicting Bear and Bull Stock Markets with Dynamic Binary Time Series Models," *Journal of Banking and Finance*, 37, 3351–3363.

Samanta, S. K. and A. H. Zadeh (2012). "Co-movements of Oil, Gold, the US Dollar, and Stocks," *Modern Economy*, 3, 111-117.

Sartore, D. , L. Trevisan, M. Trova, and F. Volo (2002) "US Dollar/Euro Exchange Rate: a Monthly Econometric Model for Forecasting," *The European Journal of Finance*, 8, 480-501.

