

國立政治大學經濟學系

碩士學位論文

勞動市場摩擦與勞動樅——以台灣為例

The Labor Market Frictions and the Labor
Wedge: Based on Taiwan's Data



研究生:柯世彥 撰

指導教授:吳致謙 博士

中華民國 110 年 7 月

謝誌

我要謝謝我的指導教授，吳致謙博士，在這期間給予的指導與幫忙，如果少了教授的幫助，一定沒辦法這麼順利的完成本篇論文，也感謝口試委員給的建議，讓本篇有改進的機會，如本篇有任何不足之處，還請各位多多指教。

我還想要謝謝我的母親，梁美珠女士，謝謝我的母親在艱難的時刻一直容忍我的不成熟，並用她的生命養育我，對母親的感謝再多也不夠；謝謝陳明治爸一路上替我著想，給予許多支持；謝謝陳語婕小姐在我身邊的陪伴與包容；謝謝曾經幫助我的家人、朋友及各位。

如果人生是一段旅程，那麼我在旅途的前半段一定是跌跌撞撞的，然而在經過研究生旅途，準備迎接另一階段的旅途時，我期許自己未來可以勇於面對挑戰，找尋自己的專業並擁有開闊的胸襟，最後，謹以此文表達我的感謝與對自身的提醒。

摘要

我利用 Cheremukhin and Restrepo-Echavarria (2014)提供的搜尋與配對模型 (search and matching model)作為理論架構，並使用台灣從 1981 年第一季至 2020 年第四季的资料進行模型參數的校準(Calibration)與貝式估計(Bayesian estimation)，將參數代入模型後，將勞動桿(Labor wedge)內生化並以三個勞動市場摩擦(配對、議價及離職摩擦)分解其波動，看臺灣勞動桿波動的貢獻主要是來自哪個摩擦，據此來判斷何者是造成勞動桿波動的主因，並且我也用同樣的勞動市場摩擦來分解失業波動，看造成勞動桿與失業波動的主要原因是否一樣。最後，我利用資料得出配對和議價摩擦對造成勞動桿或失業的波動都很重要，離職摩擦則較為不重要，因此，本文實證結果支持 Shimer(2009)的想法，理解勞動桿可以洞察自然失業的本質。

關鍵詞： 搜尋與配對模型、貝式估計、勞動市場摩擦、勞動桿、台灣

Abstract

I used the search and matching model provided by Cheremukhin and Restrepo-Echavarria (2014) as the theoretical framework, and used Taiwan's data from the first quarter of 1981 to the fourth quarter of 2020. After calibrate and estimate model's parameters, I use three labor market frictions to decompose the labor wedge's fluctuations. Look at which friction is the main contribution of Taiwan's labor wedge's fluctuations. I also use the same labor market frictions to decompose unemployment fluctuations, and see the main contribution for the unemployment fluctuations. Finally, I use Taiwan's data to find that matching and bargaining friction are both important contributions for Taiwan's labor wedge and unemployment, while separation friction is less important. Therefore, the empirical results in this article support Shimer's (2009) idea. Understanding labor wedge can provide insight into the nature rate of unemployment.

Keywords: Search and matching model · Bayesian estimation · Labor market frictions · Labor wedge · Taiwan

目錄

1. 緒論.....	1
2. 理論模型.....	3
2.1 模型設定.....	4
2.2 納許議價.....	8
2.3 去趨勢.....	9
2.4 勞動樺.....	9
3. 實證分析.....	10
3.1 資料.....	10
3.2 參數校準與估計.....	11
4. 結果與分析.....	16
4.1 外生衝擊.....	16
4.2 勞動樺的 ABIO	19
4.3 失業率的 ABIO	21
5. 結論與建議.....	23
6. 參考文獻.....	25
7. 附錄.....	27

1.緒論

台灣歷經多次的經濟衰退，近期較嚴重的衰退係屬 2008 年的金融海嘯，從圖 1 可以看到，失業率從 4% 上升至 6% 左右；同期美國的失業率從 5.78% 上升至 9.27% 左右¹，在新古典學派的實質景氣循環模型中，當勞動的邊際產出與消費和勞動的邊際替代率相等時，不會有失業產生，但現實中常可以看到在經濟衰退時，失業率會大幅增加，文獻上將實際資料中得到的勞動的邊際產出與消費和勞動的邊際替代率的差距稱為勞動桿，理解勞動桿可以幫助我們在模型建構上與事實貼近，本篇將參考 Cheremukhin and Restrepo-Echavarria (2014) 提供的搜尋與配對模型及台灣的資料來模擬出勞動桿，並且分析台灣勞動桿的成因，此外，當經濟衰退時面臨失業，對個人和社會都是很大的壓力，因此亦希望透過討論經濟衰退時造成失業率上升的原因，來提供相關建議。

本篇將分析金融海嘯時期台灣失業率上升的成因，並參考 Cheremukhin and Restrepo-Echavarria (2014) 裡使用的動態隨機一般均衡模型(Dynamic stochastic general equilibrium model)與搜尋與配對模型做結合，在台灣的文獻中對台灣失業的成因討論較少，尤其是以 DSGE 模型討論更為稀少，且我收集台灣 1981 至 2020 年間的資料進行參數的校準與估計，供後續研究者參考，此外，本篇會分解三個勞動市場摩擦對勞動桿與失業率的貢獻，來看究竟那些摩擦是造成勞動桿和失業率的主要成因。

勞動桿只是一個理論上的概念，最先是由 Chari et al.(2007) (CKM) 提出的，在勞動市場假設一個外生變數-即勞動桿，來解釋實際資料與理論的差距，同時也代表市場的扭曲程度，理論上對造成勞動桿的原因有不同的說法，比如盧姝璇(2018)對台灣薪資停滯原因的探討中，設立多個「桿」來討論哪一個桿是造成薪資停滯的原因，主要原因來自總和要素生產力的成長趨緩及薪資溢酬的減

¹ 資料來源為 AREMOS 資料庫

少，後者原因與勞動桿較有關，相較於國內，國外對勞動桿的討論較多。

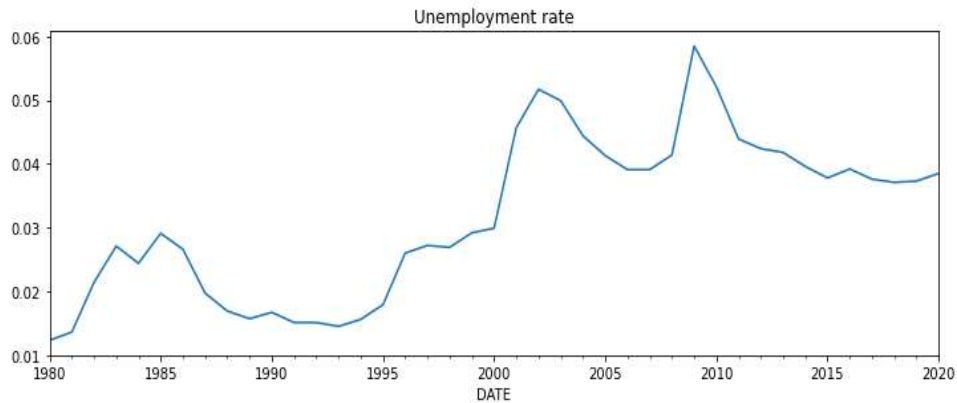


圖 1: 台灣 1980-2020 年間失業率

Prescott(2004)是第一篇認為稅是造成勞動桿的原因，Kehoe et al. (2016)認為家戶的債務限制(Debt constraint)與勞動桿有關，Gourio and Rudanko (2014)則探討無形資本跟勞動桿之間的關係，Zhang (2018)透過研究具有抵押借款約束的一般動態均衡模型解釋在信貸緊縮期間勞動桿的變化。

透過不同的模型，對於勞動桿的解釋都不盡相同，然而上述在討論勞動桿時，皆是將勞動桿當成外生變數在討論，因此無法進一步討論勞動桿波動和政府政策將如何影響或改善勞動桿。因此 Cheremukhin and Restrepo-Echavarria (2014)用配對和搜尋模型將勞動桿內生化，並參考 Shimer(2009)這篇論文，選擇用勞動市場摩擦分解勞動桿，其中勞動市場摩擦分別為 Mortensen and Pissarides(1994)建議的工作消失、Hall(2005a)建議的勞工和廠商的議價能力和配對過程。

除了歐美國家的研究外，日本也有在研究勞動桿，如 Inaba et al. (2020)，表示勞動桿是值得研究的重要議題，近年來 Takahashi (2014)、Cociuba and Ueberfeldt (2015)及 Zhang (2018)等，將勞動桿與異質性(Heterogeneity)結合，讓研究方向更加擴大，亦提供未來本篇論文延伸的參考。

本篇論文參考 Cheremukhin and Restrepo-Echavarria (2014)的模型架構，重

新詮釋，以家戶、廠商及政府的最適行為來決定最適消費、勞工等變數，並引進納許議價談判條件，透過議價的方式決定均衡薪資，再將變數的趨勢去掉後利用台灣的資料去校準和估計參數，並利用景氣循環拆解方程式(business cycle accounting)(Cole and Ohanian)(2002) 、Chari et al.(2007)去衡量勞動市場摩擦對勞動桿與失業的重要性為何，最後我根據結果作分析。

Cheremukhin and Restrepo-Echavarria (2014)的結論是，對勞動桿波動最重要的貢獻來自於配對衝擊，而對失業來說，反而是來自議價與離職衝擊的貢獻較大，而我根據台灣的資料得出的結論是，配對和議價衝擊對勞動桿與失業都重要，反而是離職衝擊對勞動桿與失業較不重要，根據台灣的資料所得到的結果傾向支持 Shimer(2009)的想法，理解勞動桿可以洞察自然失業的本質。

本篇的論文結構如下，第二節說明我使用的模型，第三節說明臺灣資料的收集與參數的校準和估計，第四節分析結果，透過分解勞動桿與失業率，看出哪一個摩擦的貢獻較大並作分析，最後第五節，我提供結論。

2.理論模型

在 Cheremukhin and Restrepo-Echavarria (2014)這篇論文的模型係一般動態均衡模型，原模型設定時並沒有區分不同的市場，但我將用多個市場及參與者來詮釋此模型設定，讓後續研究者能輕易延伸至新興凱因斯模型，首先我假設經濟體有三個參與者，分別為代表性家戶、代表性廠商及政府，並且存在四個市場，分別為商品市場、生產型勞動市場、非生產型勞動市場及資本市場。

根據瓦拉斯法則²(Walras' law)，我將專注在以下三個市場，分別是商品市場、生產型勞動市場及資本市場，以下就各個參與者的最適決策行為做說明。

² 瓦拉斯法則指當有 N 個市場時，若 N-1 個市場達到均衡，則第 N 個也會自動達到均衡。

2.1 模型設定

代表性廠商：

代表性廠商的目標是極大化終生利潤，目標函式為第(1)式

$$\text{Max } E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta_t^{sd} d_t \quad (1)$$

廠商在當期會考慮未來每期的利潤折現至當期的總合，因此 $\beta_t^{sd} = \frac{\lambda_t}{\lambda_0}$ 代表隨機折現因子，而 d_t 表示當期利潤，利潤函數為式(2)：

$$d_t = A_t F(K_t^d, L_t^d) - w_t L_t^d - q_t V_t^d - r_t K_t^d \quad (2)$$

$$F(K_t, L_t) = K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (3)$$

其中， A_t 表示總和要素生產力， $F(K_t^d, L_t^d)$ 是廠商的生產函數，假設為Cobb-Douglas 函數，廠商為了生產必須雇用勞工，而在模型中勞工分兩類，一類是生產型勞工(L_t^d)，廠商對生產型勞工須給付實質薪資(w_t)；另一類是專門替生產型勞工媒合職缺的非生產型勞工(V_t^d)，這裡假設廠商無法直接雇用勞工，而是透過非生產型勞工媒合生產型勞工替廠商生產，雖因非生產型勞工本身不生產，因此沒有生產力(不在生產函數中)，不過廠商仍要付給幫忙媒合的報酬(q_t)。然而並不是每次媒合職缺都可以成功，因此廠商會有勞動需求的累積限制式，如式(4)：

$$L_t^d = (1 - \delta_{Lt}) L_{t-1}^d + V_t^d \frac{\overline{M}_t}{\overline{V}_t} \quad (4)$$

δ_{Lt} 代表離職率， \overline{M}_t 表示 t 期成功配對到工作的總人數， \overline{V}_t 表示 t 期總空缺，因此 $\frac{\overline{M}_t}{\overline{V}_t}$ 表示職缺填補率(vacancy filling rate)，而 $V_t^d \frac{\overline{M}_t}{\overline{V}_t}$ 表示 t 期新增加的勞動需求數。

廠商終生利潤極大化時對(L_t^d 、 V_t^d 、 K_{t+1}^d)所得到的一階條件是

$$\partial L_t^d: A_t F_L(K_t^d, L_t^d) - w_t = \eta_t + \eta_{t+1} \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} (1 - \delta_{L_t}) \quad (5)$$

$$\partial V_t^d: -q_t + \eta_t \frac{\bar{M}_t}{\bar{V}_t} = 0 \quad (6)$$

$$\partial K_{t+1}^d: A_{t+1} F_{K_{t+1}}(K_{t+1}^d, L_{t+1}^d) = r_{t+1} \quad (7)$$

代表性家戶：

代表性家戶的目標是極大化終生效用，效用中包含消費 C_t 、勞動供給(L_t^S 、 V_t^S)及失業 U_t ，家戶必須提供勞力以獲得報酬來消費商品，目標函式如式(8)

$$\text{Max } E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(C_t, L_t^S, V_t^S, U_t) \quad (8)$$

同樣地，家戶在當期會考慮未來每期的效用折現至當期加總，因此 β^t 代表折現因子，而家戶的效用函數與資源限制式為式(10)：

$$u(C_t, L_t^S, V_t^S, U_t) = \log C_t - \chi \frac{(L_t^S + V_t^S + U_t)^{1+\gamma}}{1+\gamma} \quad (9)$$

$$C_t + \frac{K_{t+1}^S - (1-\delta_K)K_t^S}{T_t} + b_t = d_t + w_t L_t^S + q_t V_t^S + r_t K_t^S + (1 + r_{t-1})b_{t-1} \quad (10)$$

其中，在效用函數的部分， L_t^S 表示家戶提供勞動從事生產行為， V_t^S 表示家戶提供勞動從事媒合行為，對勞工來說，提供勞力與從事媒合行為都是給定相同的負效用程度，此外，模型亦設定失業與提供勞力有同等的負效用，會這樣設的原因是因為雖然比起提供勞力，失業看似不用付出勞力，但失業者找工作需花額外的心力，比如拓展交友圈、參加技職訓練或再進修等。

在式(10)限制式的部分， T_t 表示投資衝擊，代表性家戶因提供勞力獲得報酬(w_t 、 q_t)，提供資本獲得資本報酬(r_t)，並且假設代表性家戶是代表性廠商的持有者，因此獲得利潤，而代表性家戶則將資源決定當期消費掉(C_t)、投資資本或是買政府債券。同樣地，每次家戶將失業者提供至勞動市場，但須透過配對的方式媒合，但並非每次都可以成功媒合，因此會有勞動供給的累積限制

式，如式(11)：

$$L_t^S = (1 - \delta_{Lt})L_{t-1}^S + U_t \frac{\bar{M}_t}{U_t} \quad (11)$$

其中 \bar{U}_t 表示 t 期的總失業人數， $\frac{\bar{M}_t}{U_t}$ 表示 就業率(job finding rate)，而 $U_t \frac{\bar{M}_t}{U_t}$ 表示 t 期新增加的勞動供給數。

家戶終生效用極大化時對 $(C_t, L_t^S, V_t^S, U_t, K_{t+1}^S)$ 所得到的一階條件是

$$\partial C_t: \beta^t u_c = \lambda_t \quad (12)$$

$$\partial L_t^S: \beta^t u_L + w_t \lambda_t - \lambda_t \mu_t + \lambda_{t+1} \mu_{t+1} (1 - \delta_{Lt+1}) = 0 \quad (13)$$

$$\partial V_t^S: \beta^t u_V + q_t \lambda_t = 0 \quad (14)$$

$$\partial U_t: \beta^t u_U + \lambda_t \mu_t \frac{\bar{M}_t}{U_t} = 0 \quad (15)$$

$$\partial K_{t+1}^S: \frac{\lambda_t}{\lambda_{t+1} T_t} - \frac{(1-\delta_K)}{T_{t+1}} = r_{t+1} \quad (16)$$

政府部門：

$$G_t + (1 + r_{t-1})b_{t-1} = b_t \quad (17)$$

為簡化模型，並且根據李嘉圖等值定理可知政府支出不論是透過課稅或是發債的方式籌措資金都不影響均衡式，因此式(17)不考慮政府課稅，也就是說政府支出都是以發行債券支應，而 t 期發行的債券金額(b_t)，除了應付 t 期政府支出(G_t)外，還須清償之前發行的政府債券(b_{t-1})，在此假設 $b_{t-1} = 0$ 。

市場結清式：

$$C_t + \frac{K_{t+1}^S - (1-\delta_K)K_t^S}{T_t} + G_t = A_t F(K_t^d, L_t^d) + w_t(L_t^S - L_t^d) + q_t(V_t^S - V_t^d) \quad (18)$$

$$L_t^S = L_t^d \quad (19)$$

$$V_t^S = V_t^d \quad (20)$$

$$K_t^S = K_t^d \quad (21)$$

在討論了三個市場參與者的行為與市場結清式後，再定義配對函數為固定規模報酬的 Cobb-Douglas 函數的形式：

$$\bar{M}_t = M_t(U_t, V_t) = B_t U_t^\theta V_t^{1-\theta} \quad (22)$$

將式(1)至式(22)得到的一階條件與限制式整理後，可得到式(23)至式(31)：

$$\frac{1}{T_t} = \beta E_t \frac{u_{C_{t+1}}}{u_{C_t}} \left[A_{t+1} F_{K_{t+1}}(K_{t+1}^d, L_{t+1}^d) + \frac{(1-\delta_K)}{T_{t+1}} \right] \quad (23)$$

$$\frac{u_{L_t}}{u_{C_t}} + w_t = \mu_t - \beta E_t \left[\mu_{t+1} \frac{u_{C_{t+1}}}{u_{C_t}} (1 - \delta_{L_{t+1}}) \right] \quad (24)$$

$$A_t F_L(K_t^d, L_t^d) - w_t = \eta_t - \beta E_t \left[\frac{u_{C_{t+1}}}{u_{C_t}} \eta_{t+1} (1 - \delta_{L_{t+1}}) \right] \quad (25)$$

$$\frac{u_{V_t}}{u_{C_t}} + q_t = 0 \quad (26)$$

$$-\frac{u_{V_t}}{u_{C_t}} = \mu_t \frac{\bar{M}_t}{U_t} \quad (27)$$

$$\eta_t \frac{\bar{M}_t}{V_t} - q_t = 0 \quad (28)$$

$$L_t = (1 - \delta_{L_t}) L_t + M_t \quad (29)$$

$$C_t + \frac{K_{t+1} - (1-\delta_K)K_t}{T_t} + G_t = Y_t \quad (30)$$

$$Y_t = A_t F(K_t^d, L_t^d) \quad (31)$$

其中， μ_t 表示勞動供給累積方程式的拉格朗日乘數(Lagrange multiplier)； η_t 表示勞動需求累積方程式的拉格朗日乘數，並求出十一個內生變數 $\{K_{t+1}、L_t、C_t、M_t、Y_t、U_t、V_t、\mu_t、\eta_t、w_t、q_t\}$ ，但當考慮搜尋與配對模型時，工資不再是勞動供給與勞動需求決定，均衡工資將透過納許議價談判(Nash bargaining)和引進議價衝擊來決定。

2.2 納許議價談判

為了引進議價衝擊方程式，先建構一個勞工與廠商配對的終生剩餘
 (Γ_t) (lifetime surplus)，並將配對產生的終生剩餘被定義為拉格朗日乘數的總和
 $(\Gamma_t = \mu_t + \eta_t)$

$$\mu_t = \frac{u_{L_t}}{u_{C_t}} + w_t + E_t \sum_{s=t+1}^{\infty} \beta^{s-t} \frac{u_{C_s}}{u_{C_t}} \left(\frac{u_{L_s}}{u_{C_s}} + w_s \right) \prod_{k=t+1}^s (1 - \delta_{Lk}) \quad (32)$$

$$\eta_t = A_t F_L(K_t, L_t^d) - w_t + E_t \sum_{s=t+1}^{\infty} \beta^{s-t} \frac{u_{C_s}}{u_{C_t}} (A_s F_L(K_s, L_s^d) - w_s) \prod_{k=t+1}^s (1 - \delta_{Lk}) \quad (33)$$

$$\Gamma_t = A_t F_L(K_t, L_t^d) + \frac{u_{L_t}}{u_{C_t}} + E_t \sum_{s=t+1}^{\infty} \beta^{s-t} \frac{u_{C_s}}{u_{C_t}} \left(A_s F_L(K_s, L_s^d) + \frac{u_{L_s}}{u_{C_s}} \right) \prod_{k=t+1}^s (1 - \delta_{Lk}) \quad (34)$$

將式(34)整理成式(35)

$$\Gamma_t = A_t F_L(K_t, L_t^d) + \frac{u_{L_t}}{u_{C_t}} + \beta E_t \left[\frac{u_{C_{t+1}}}{u_{C_t}} \Gamma_{t+1} (1 - \delta_{L_{t+1}}) \right] \quad (35)$$

其中式(32)及式(24)迭代來的，式(33)是式(25)迭代來的，通常一個標準的
 搜尋與配對模型會假設勞工和廠商使用納許議價談判去分配終生總剩餘 (Γ_t) ，因
 此定義 ϕ_t 為勞工在終生總剩餘中佔到的比例，為了讓議價能力在不同時期呈現
 不同的波動，因參考 Shimer(2005)及 Hall(2005c)設定 ϕ_t 不為一個常數的比例，
 並假設 $\mu_t = \phi_t \Gamma_t$ ；而 $1 - \phi_t$ 為廠商在終生總剩餘中佔到的比例，因此 ϕ_t 同時也
 代表勞工的議價能力和議價的衝擊，將式(24)除以(35)整理可得到式(36)、
 (37)。

$$\left(w_t + \frac{u_{L_t}}{u_{C_t}} \right) = \frac{\phi_t - \beta E_t \left[\frac{u_{C_{t+1}}}{u_{C_t}} \phi_{t+1} \Psi_{t+1} \right]}{1 - \beta E_t \left[\frac{u_{C_{t+1}}}{u_{C_t}} \Psi_{t+1} \right]} \left(A_t F_L(K_t, L_t^d) + \frac{u_{L_t}}{u_{C_t}} \right) \quad (36)$$

$$\Psi_{t+1} = \frac{\Gamma_{t+1}}{\Gamma_t} (1 - \delta_{L_{t+1}}) \quad (37)$$

最後，得到十一個內生變數為 $\{K_{t+1}, L_t, C_t, M_t, Y_t, U_t, V_t, \Gamma_t, \Psi_t, w_t, q_t\}$ ，和六個外生衝擊，分別是總和要素生產衝擊 A_t 、投資衝擊 T_t 、政府支
 出衝擊 G_t 、勞工離職率衝擊 δ_{L_t} 、配對效率衝擊 B_t 及議價能力衝擊 ϕ_t ，其中，外

生衝擊的期初值是給定，並服從一階自我迴歸過程(first-order autoregressive processes)。

2.3 去趨勢

給定了上述系統性方程式，我可以將整個系統用去趨勢(detrended)的新變數重新定義，在此模型中，成長趨勢來自於總和生產要素衝擊(A_t)及投資衝擊(T_t)，因此我要做的就是去掉這二個衝擊的趨勢。

根據模型推導出來資本的總合趨勢為 $(A_t T_t)^{\frac{1}{1-\alpha}}$ ，其他變數的總合趨勢為 $(A_t T_t^\alpha)^{\frac{1}{1-\alpha}}$ ，我將方程式的兩邊都除以總合趨勢後，可以得到去趨勢後的方程式，此外，定義 $a_t = \frac{A_t}{A_{t-1}} = a_{ss} \exp(\sigma_A \varepsilon_{At})$ 及 $\tau_t = \frac{T_t}{T_{t-1}} = \tau_{ss} \exp(\sigma_T \varepsilon_{Tt})$ ，其中 a_t 表示每期的總合要素衝擊成長率； a_{ss} 為總合要素衝擊的平均成長率，也就是說每期的總合要素衝擊成長率是總合要素衝擊的平均成長率上下隨機波動 $\exp(\sigma_A \varepsilon_{At})$ 。同理， τ_{ss} 定義為投資衝擊的平均成長率，而每期的總合要素衝擊成長率定義為 $\tau_t = \tau_{ss} \exp(\sigma_T \varepsilon_{Tt})$ ，最後將去掉趨勢的均衡式以成長率的方式表達，因為以成長率表示的資料是定態，才能進行時間序列分析。

2.4 勞動樺(the labor wedge)

在這節將要展現勞動樺可以被三個勞動市場衝擊分解，首先將勞動樺(τ_t^L)定義為勞動的邊際產出與消費與勞動的邊際替代率。

$$1 + \tau_t^L \equiv \frac{MP_t}{MRS_t} \equiv \frac{A_t F_{L_t}(K_t, L_t)}{-U_{L_t}/U_{C_t}} \quad (38)$$

接著，將式(9)、(22)、(26)-(28)、(34)及(38)代入與替換後，可得到式(39)

$$\tau_t^L = \frac{1}{B_t \phi_t^\theta (1-\phi_t)^{1-\theta}} - \beta E_t \frac{U_{C_{t+1}}}{U_{C_t}} \frac{MRS_{t+1}}{MRS_t} \frac{1-\delta_{L_{t+1}}}{B_t \phi_t^\theta (1-\phi_t)^{1-\theta}} \quad (39)$$

上式可看出勞動桿被議價、配對及離職衝擊分解。

總的來說，在第二節，透過市場參與者的最適行為、限制式、市場結清式及納許議價談判條件求得均衡式(22)、(23)、(26)-(31)、(36)、(37)、(39)，為了模型能做時間序列的分析，我將各方程式去掉長期趨勢，並且將去除趨勢後的變數除以其穩定狀態(steady state)後取 log，以便後續在 Matlab 上做估計與模擬。

3.實證分析

3.1 資料

我使用了六個變數進行參數估計，所用的資料皆從 AREMOS 資料庫下載，時間始於台灣 1981 年第一季至 2020 年第四季的资料，並經過整理後得到 A.每勞動力實質產出。B.每勞動力實質固定資本形成。C.每勞動力實質消費。D.失業率。E.每勞動力每週平均工時。F.雇用量。

在計算每勞動力實質產出³、每勞動力實質固定資本形成及每勞動力實質消費時，我是將實質產出、實質固定資本形及實質消費除以勞動人口，原因是我假設每個家戶都存在勞動人口，因此再除以勞動人口後，可以符合模型所設定的代表性家戶/廠商，接著我透過 Python 將資料做季節調整，最後將資料取 log 後做差分。

而失業率及每勞動力每周平均工時，先將收集到是月資料的變數調整為季資料，接著也透過 Python 將資料做季節調整，並去除長期趨勢，我用 Hpfilter 去除長期趨勢，參數選用 10 的 10 次方；雇用量在做季節調整後，再取 log 並以差分的方式去掉長期趨勢。

³ 本篇使用的實質資料皆是使用連鎖實質值並以 105 年為參考年。

本篇與 Cheremukhin and Restrepo-Echavarria (2014)文章中選用的變數不同的是我選用雇用量當作估計的變數，而非職缺(Vacancy)當作估計的變數資料，因為台灣缺少職缺這方面的資料，式(40)說明雇用量是怎麼求出來的

$$\text{雇用量(人數)} = \text{員工進入率} \times \text{受雇人數} \quad (40)$$

此外，我參考該篇文章，也用測量方程式(measurement equation)將資料與模型匹配，主要的原因是因為實際的資料與模型中的變數並非能完全吻合，因此透過測量方程式將變數做些調整後，能與資料更接近，我設定的測量方程式是參考該文章附錄中給的測量方程式。

3.2 校準(calibration)與估計(estimation)

校準

在此模型中用到的參數有二十三個，其中九個為結構參數，十四個為跟衝擊相關參數，我利用台灣的資料去校準五個結構參數的數值，分別為 α 、 g_{SS} 、 a_{SS} 、 τ_{SS} 、 δ_{LSS} ，剩餘四個重要的結構參數亦須以個體實證來判斷，但台灣相關資料較少，因此本文係參考 Cheremukhin and Restrepo-Echavarria (2014)所提供的數值，雖然這樣不見得精確，卻是較為方便的方法，最後所有結構參數彙整如表 1。

以下將說明如何校準五個參數，在校準的過程中，我使用的資料都是從 AREMOS 資料庫及台灣行政院主計總處下載的。

表 1: 參數校準

參數定義	值	來源
α 資本份額	0.526	行政院主計總處 受雇人員報酬、國內生產毛額
g_{SS} 穩定狀態下的政府實質支出佔實質 GDP 的比例	0.194	AREMOS 資料庫 國內生產毛額依支出分 (連鎖實質值以 105 年為參考年) - 政府消費、國內生產毛額 (連鎖實質值以 105 年為參考年)
a_{SS} 總合要素生產平均成長率	1.0138	AREMOS 資料庫 國內生產毛額 (連鎖實質值以 105 年為參考年)
τ_{SS} 投資平均成長率	1.0122	AREMOS 資料庫 固定資本形成毛額 (連鎖實質值以 105 年為參考年)
δ_{LSS} 穩定狀態下的離職率	0.0795	AREMOS 資料庫 受雇員工退出率
β 折現因子	0.99	Cheremukhin, A. A., & Restrepo-Echavarria, P. (2014)
δ_K 資本折舊率	0.025	Cheremukhin, A. A., & Restrepo-Echavarria, P. (2014)
θ 失業對配對的彈性	0.7	Cheremukhin, A. A., & Restrepo-Echavarria, P. (2014)
γ 勞動供給彈性的導數	0.5	Cheremukhin, A. A., & Restrepo-Echavarria, P. (2014)

註: 值以四捨五入進位。

I. α

α 在模型中的意思是資本份額，因為直接算資本份額較不易，因此我採用間接的方法，透過計算勞動份額 $(1 - \alpha)$ 來求出资本份額，計算方式如式(41)。

$$1 - \alpha = \frac{wN}{Y} \approx 0.474 \quad (41)$$

我利用台灣行政院主計總處 1981 年至 2018 年的受雇人員報酬與國內生產毛額年資料之數值計算勞動份額 $(1 - \alpha)$ ，其中， wN 代表的是受雇人員報酬， Y 代表的是國內生產毛額，將受雇人員報酬除以國內生產毛額可得到資本份額約為 0.526。

II. g_{SS}

g_{SS} 代表在穩定狀態下的政府實質支出佔實質產出的比例，我用台灣 1981 年至 2020 年政府實質支出佔實質產出的季資料去做平均，約為 0.194。

III. δ_{LSS}

δ_{LSS} 代表在穩定狀態下的離職率，我用的是台灣 1981 年至 2020 年離職率月資料去做平均，約為 0.0265，但因為我用來估計參數的資料皆為季資料，因此我離職率的月平均乘以 3，約為 0.0795。

IV. a_{SS}

a_{SS} 代表的是總合要素生產平均成長率，我用台灣 1981 年第一季至 2020 年第四季的國內生產毛額季資料取 log，再做差分得到歷年每季的經濟成長率後再取平均，得到約為 0.0138。因此最後 $a_{SS}=1.0138$

V. τ_{SS}

τ_{SS} 代表的是投資平均成長率，我用台灣 1981 年第一季至 2020 年第四季的固定資本形成毛額季資料取 log，再做差分得到歷年每季的投資成長率後再取平

均，得到約為 0.0122。因此最後 $\tau_{SS}=1.0122$

表 2: 結構參數之先驗與後驗分布

參數	先驗			後驗		
	分布	平均值	標準差	平均值	[10%	90%]
ω_{SS}	Gamma	0.35	0.150	0.1045	0.0688	0.1402
ϕ_{SS}	Beta	0.50	0.200	0.2730	0.1861	0.3653
ρ_A	Normal	0.00	0.05	-0.0023	-0.0780	0.0654
ρ_T	Normal	0.00	0.05	-0.2639	-0.3131	-0.2213
ρ_S	Beta	0.50	0.20	0.2795	0.1593	0.4061
ρ_M	Beta	0.80	0.10	0.9644	0.9400	0.9902
ρ_B	Beta	0.80	0.10	0.9524	0.9289	0.9778
ρ_G	Beta	0.80	0.10	0.8842	0.8184	0.9556
σ_A	Inv_Gamma	0.02	0.010	0.1976	0.1805	0.2160
σ_T	Inv_Gamma	0.02	0.010	0.2566	0.2318	0.2804
σ_S	Inv_Gamma	0.25	0.100	1.8589	1.6846	2.0096
σ_M	Inv_Gamma	0.1	0.050	0.5727	0.5146	0.6277
σ_B	Inv_Gamma	0.1	0.050	0.5768	0.4911	0.6594
σ_G	Inv_Gamma	0.08	0.040	0.6913	0.6312	0.7523

註: 值以四捨五入進位。

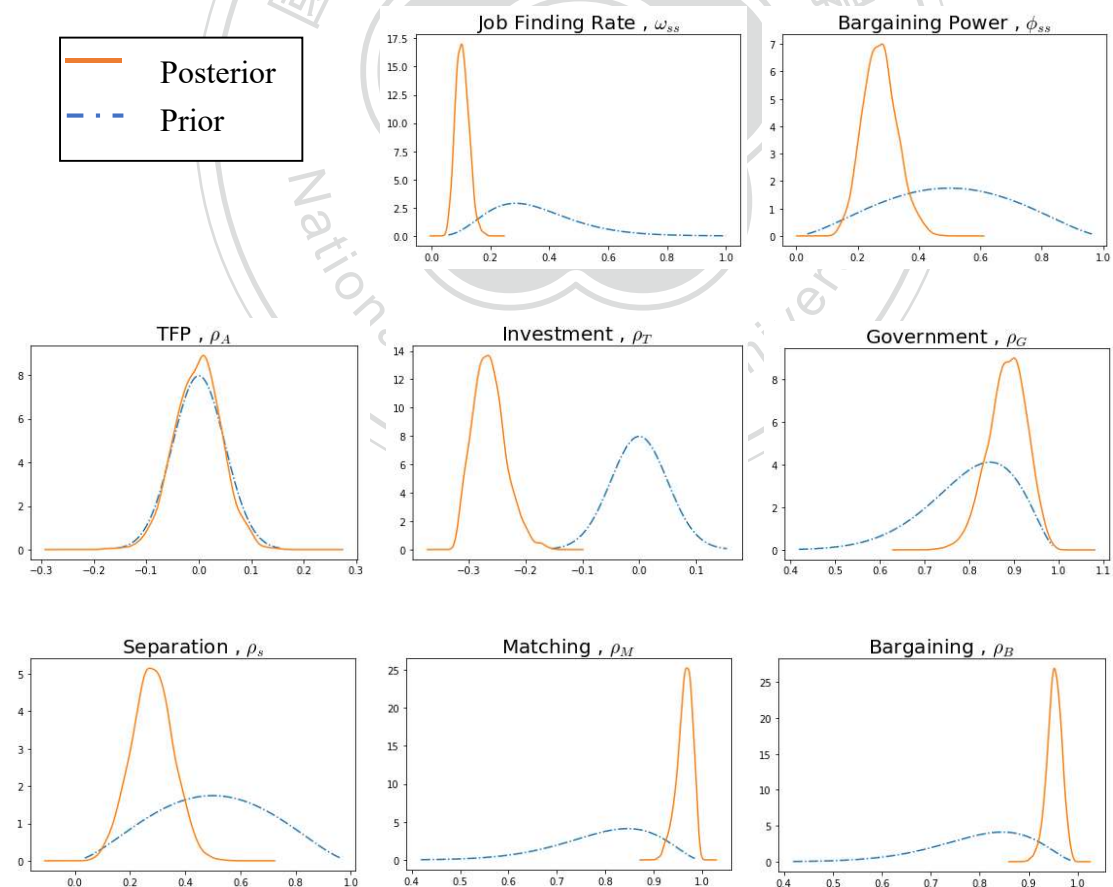
貝氏估計

在處理完結構參數的校準後，剩下的十四個衝擊相關參數我用貝氏法去估計參數(An & Schorfheide, 2007)，在用貝氏估計時，需給定先驗分布、先驗平均值和先驗標準差，而在本篇所用到的先驗分布、平均值和標準差係參考Cheremukhin and Restrepo-Echavarria (2014)所提供的，並結合模型的方程式和測量方程式，接著再用馬可夫鏈蒙地卡羅(Markov chain Monte Carlo, MCMC)去得到各參數的後驗分布、平均值和標準差。

表 2 及圖 2 是十四個參數的先驗及後驗分布、平均值和標準差，其中， ω_{SS} 代表的是穩定狀態下的就業率； ϕ_{SS} 表示穩定狀態下的議價能力，其餘的參數是在假設外生衝擊符合一階自我迴歸時會用到的參數，如式(42)。

$$\begin{bmatrix} A_t \\ T_t \\ G_t \\ \delta_{Lt} \\ B_t \\ \phi_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho_S & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{t-1} \\ T_{t-1} \\ G_{t-1} \\ \delta_{Lt-1} \\ B_{t-1} \\ \phi_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_A \varepsilon_A \\ \sigma_T \varepsilon_T \\ \sigma_G \varepsilon_G \\ \sigma_S \varepsilon_S \\ \sigma_M \varepsilon_M \\ \sigma_B \varepsilon_B \end{bmatrix} \quad \varepsilon \sim N(0, \Sigma) \quad (42)$$

從表 2 中參數的後驗平均值與先驗平均值有很大的差距，表示台灣的資料有充分利用並反映在估計中，其中， ρ_A 、 ρ_T 的後驗平均值為負的，代表在給定本期經濟成長率下，下一期的經濟成長率會低於當期成長率。這主要是受到台灣在 2000 年後經濟成長舒緩影響。



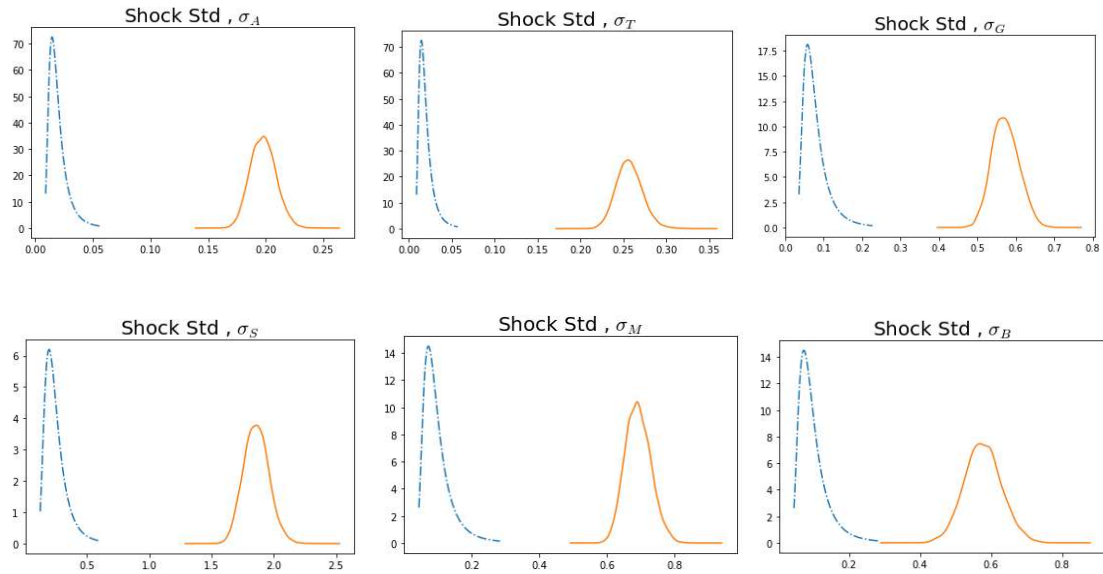


圖 2: 參數的先驗與後驗分布

4. 結果與分析

在第三節，我利用台灣的資料進行參數的校準與估計，接著就可以將參數帶入模型中，並模擬出我有興趣的勞動桿等內生變數，但在討論勞動桿前，必須先討論重要的六個衝擊，因為在模型中假設內生變數的波動都來自六個衝擊。因此，在第四節，我將利用第三節得到的成果來得到一些結果並分析。

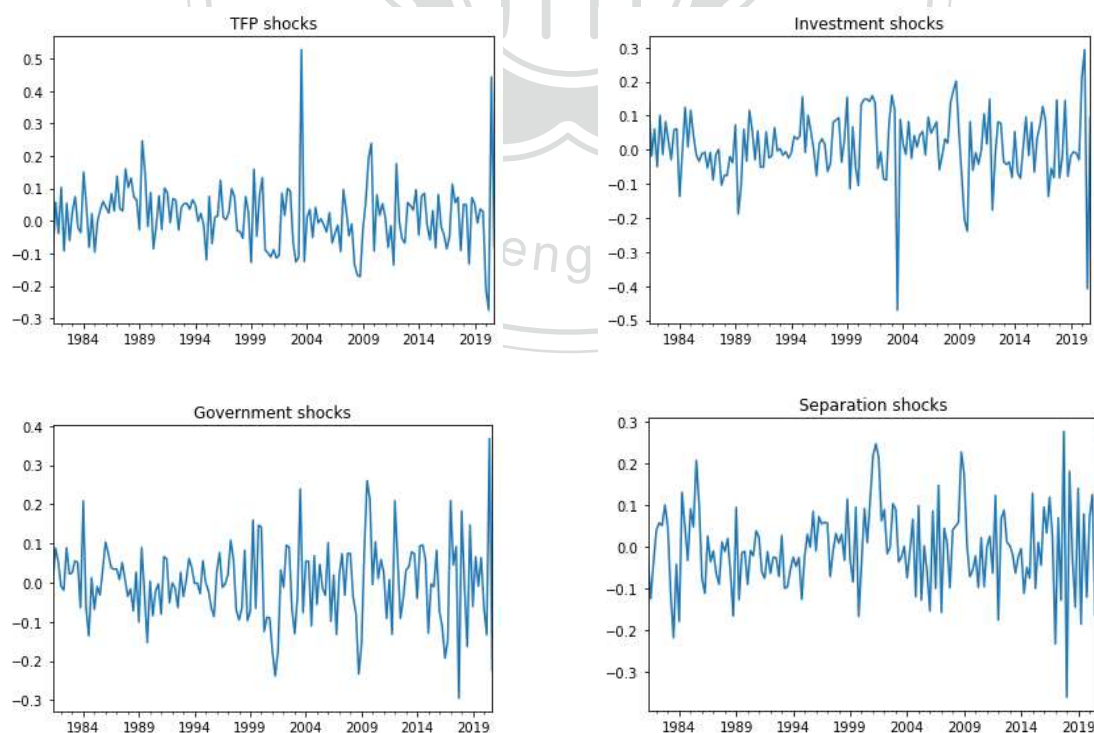
我將結果分成三個部分做討論，第一部份我先探討衝擊的涵義，並模擬離職率與台灣實際的離職率做比較，來看該模型對現實的解釋能力好不好，第二部分討論勞動桿的 ABIO(All but one change)，在分析勞動桿時，我會聚焦在配對、議價與離職衝擊，第三部分討論失業的 ABIO，同樣地，在討論失業波動時，我也會聚焦在配對、議價與離職衝擊。

4.1 外生衝擊

在模型裡設定了六個衝擊，分別是總合要素、投資、離職率、議價、配對及政府支出衝擊，將台灣六個變數的資料代入模型後，可以得到六個衝擊的波

動。

圖 3 是我模擬的六個衝擊在 1981 年第二季至 2020 年第四季(共 159 期)的結果，因模擬的期間較長，我將以 2000 年的網路泡沫化、2003 年台灣 SARS 及 2008 年的金融海嘯作為我主要觀察的時間，就總合要素衝擊來說，當總合要素衝擊為負時，代表因為生產力降低將使得經濟變差，因此總合要素衝擊為經濟的領先指標，從我模擬出來的圖 3 中可以看出在步入衰退期前總合要素衝擊下降至負值；而議價衝擊在衰退期會增加，使得市場工資的調整速度越慢；配對衝擊在衰退期會下降至負值，表示在衰退期配對效率變差，因為在衰退期失業人數遠大於職缺，因此配對效率變差；離職衝擊在衰退期會增加，因為經濟差，從職場上離開的比率將增加；政府支出在衰退期通常會增加以刺激經濟，因此政府支出衝擊會增加；當經濟在衰退時，此時利率較低，廠商會增加投資，使得投資衝擊增加，因此投資衝擊在衰退時增加。



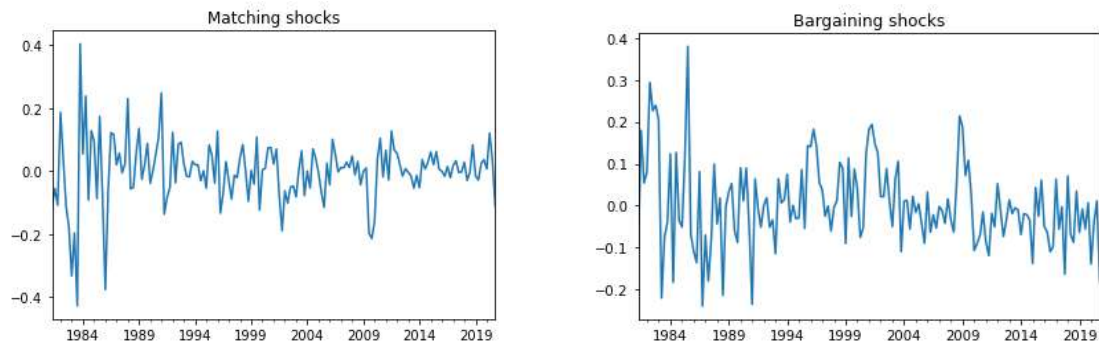


圖 3: 六個衝擊

討論完外生衝擊後，我用模擬的離職率衝擊與實際的離職率衝擊比較，來看模型解釋真實世界的的能力，圖 4 是將台灣實際的離職率與用 Matlab 模擬出來的離職率相互比較，若模型能很好的解釋真實世界，那麼用模擬得出的離職率波動應與台灣實際離職率波動相似，因此，透過比較兩者波動的相似度來判斷模型解釋真實世界的的能力強不強。

圖 4 的台灣實際離職率是經過整理而來的，因為在設定模型變數的時候，我有將模型中的變數去掉長期趨勢，並除以該變數穩定狀態(steady state)後取 log，因此我在 AREMOS 資料庫下載台灣 1981 年至 2020 年的離職率月資料後，透過 Python 轉換成季資料，再去掉季節趨勢後取 log 並用 Hpfilter 去除長期趨勢，參數選用 10 的 10 次方，讓經過整理後的實際離職率可與模擬出的離職率相比較。

我將模型的解釋能力分三個時期討論，在 1986 年前可以看到模擬的結果與實際資料呈現相反的波動；在 1986 年至 2011 年，兩者波動較為相似；在 2011 年至 2020 年間，模擬的波動幅度隨時間經過越來越大，與實際資料不同。

總的來說，我認為該模型在解釋 1986 年至 2001 年間是可行的，但在解釋近期還有改進的空間，例如，後期的參數是否與前期參數不同，以至於需要調整，因此，從圖 4 可以看到，由於模型與資料上在 2007 年趨勢相似，因此我認

為此模型在討論 2008 失業率上升的成因是值得參考的，以此在本篇文主要會分析 2008 年的金融海嘯失業率上升成因與勞動桿變化成因。

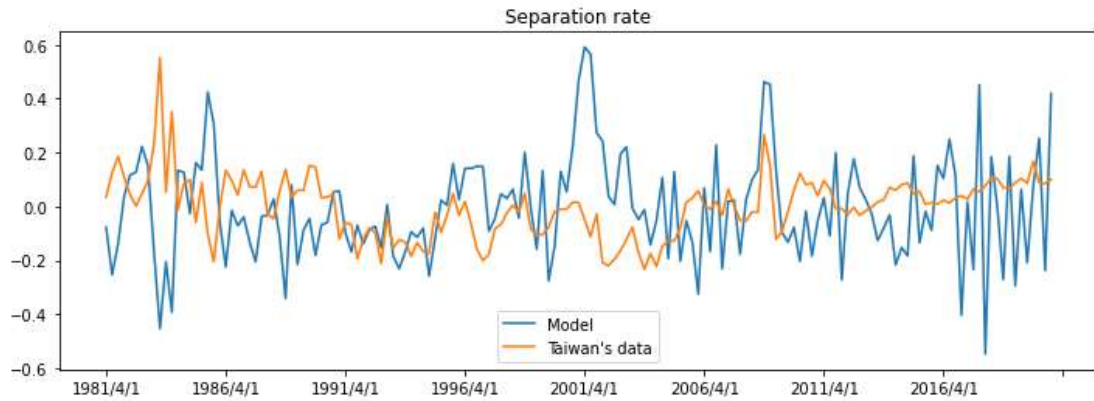


圖 4: 模型與資料比較

4.2 勞動桿的 ABIO

我利用式(38)模擬勞動桿，如圖 5，根據式(38)可知當勞動桿越高表示勞動的邊際產出大於消費與勞動的邊際替代率，代表家戶單位投入的勞動量較自然失業率下投入的勞動量少，當勞動桿波動越大表示勞動市場越扭曲。

從圖 5 中，可以看到勞動桿在 1990 年至 2001 年間為負值，從 2001 年開始卻從負值漸漸轉為正值，而在 1990 年至 2001 年間是台灣經濟較好的期間，因此勞動桿的波動不僅反應了勞動市場的扭曲，也是反循環(countercyclical)的指標之一，因此在 2008 年的金融海嘯期間，可以看到勞動桿增加。

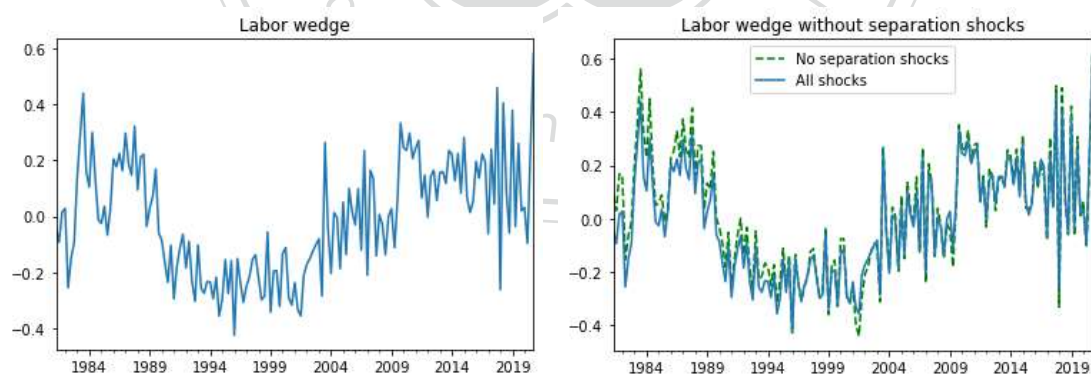
瞭解了勞動桿代表的意思後，根據式(39)可知道，模型假設勞動桿的波動完全由三個勞動市場摩擦來解釋，因此我將用勞動市場摩擦分解勞動桿，並透過關掉其中一個衝擊來衡量該衝擊對勞動桿的影響，舉例來說，從圖 5 可看出，當我關掉離職衝擊時，代表假設離職衝擊為零，不再波動時，對勞動桿的

波動會有什麼影響，直觀地來說，當離職衝擊不再波動，但是卻不影響勞動桿的波動，表示離職衝擊對解釋勞動桿來說不重要。

相反地，在 2003 年台灣的 SARS 與 2008 年的金融海嘯可以看到配對衝擊對勞動桿的影響就很大，若存在配對衝擊，勞動桿的值較大，因為在衰退期，工作比較難找，所以配對效率降低，使勞動邊際產出增加，因此勞動桿的值較大；而在景氣好的時候，配對效率好，使得勞動邊際產出減少，勞動桿因此下降。

議價衝擊對勞動桿也很重要，在衰退期時，勞工對工作的接受度提高，此時 MRS 的絕對值下降，而勞工的議價能力上升，所以市場工資的調整速度越慢，勞動邊際產出下降，因此，在衰退期時，議價衝擊的存在使得勞動邊際產出下降幅度大於 MRS 下降幅度，將使勞動桿較沒議價衝擊時小。

因此就台灣的資料來說，勞動桿的貢獻主要來自配對和議價衝擊，而離職衝擊對勞動桿的貢獻不大，這與 Cheremukhin and Restrepo-Echavarria (2014) 用美國資料得出來的結果不同。



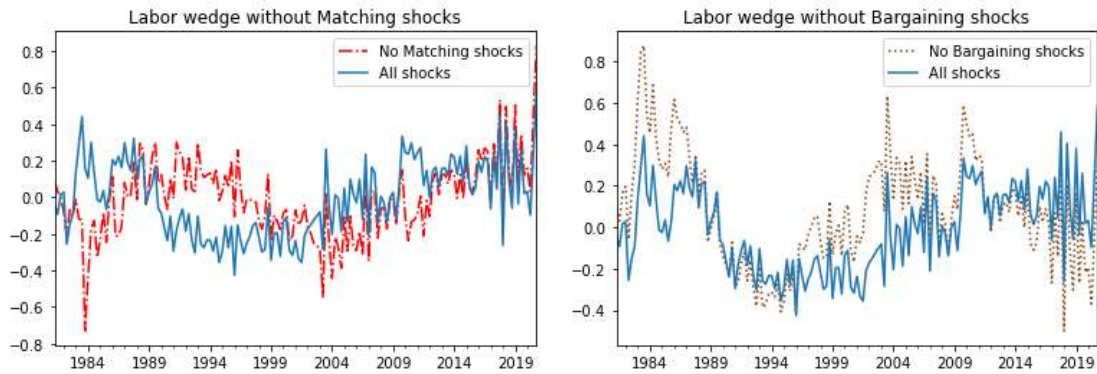


圖 5: 勞動桿分解

4.3 失業率的 ABIO

同樣地，我用相同的方法來分析失業，本節的失業率有去掉季節與長期趨勢，這邊以 2008 年金融海嘯作為說明，失業的波動可以被六個衝擊解釋，但為了與勞動桿比較，我將聚焦在配對、議價及離職衝擊，從圖 6 可看到這三個衝擊在失業上升的不同期間扮演了不同的角色，我將根據失業的前、中及後期來看三個衝擊扮演的角色並分析他們是如何影響失業。

在衰退期剛開始時，離職衝擊扮演了一定的位置，離職衝擊的存在使衰退初期的失業率上升，而議價衝擊則是在衰退的前中期對失業影響較大，最後的配對衝擊則是在衰退後期持續影響失業率，為何這些衝擊在不同時期對失業會有不同的影響將在下一段說明。

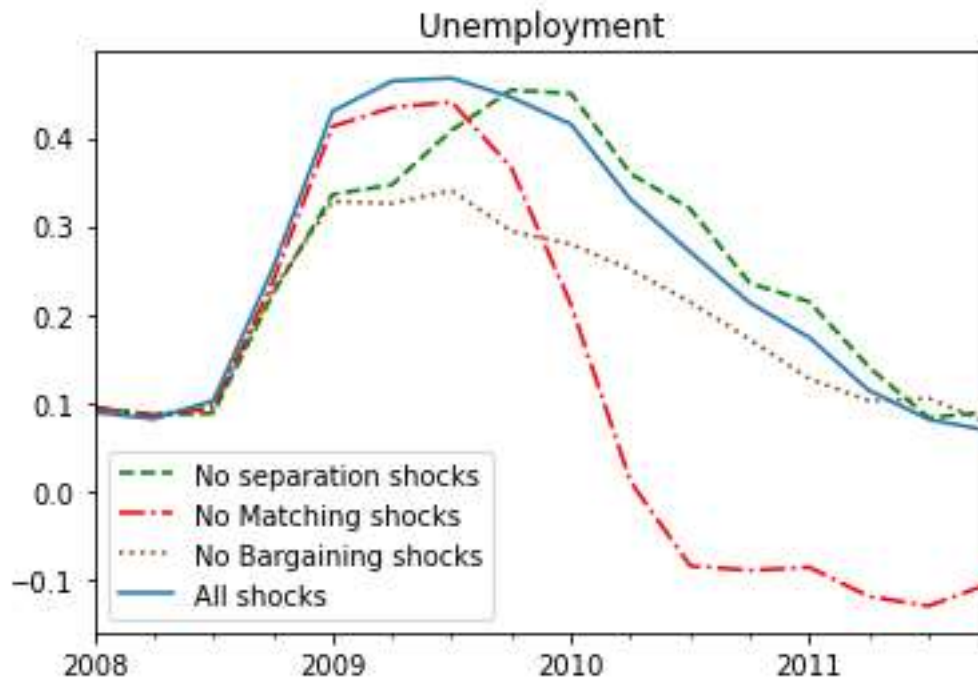


圖 6: 失業率分解

舉例來說，當總合要素生產力下降，經濟開始衰退，因廠商生產力下降，離職率衝擊將增加失業人數；當經濟持續衰退，勞工的議價能力提高，市場工資的調整速度越慢，廠商將減少開新職缺，使得失業數在衰退中期仍無法下降 Hall(2005b)；在衰退後期，經濟準備好轉，市場仍有大量失業勞工尋找工作，但職缺卻還沒增加，代表配對效率仍下降，因此在衰退後期，配對衝擊使失業數下降變緩慢。

本篇利用台灣資料分析三個衝擊於 2008 年金融海嘯時期如何影響台灣的失業率，圖 6 可以看到，經濟剛開始衰退時，失業率先受到離職率衝擊影響；當衰退持續時，議價衝擊讓失業率繼續維持在高點；而在經濟準備復甦時，配對衝擊將延緩失業率的下降。上述結論與 Cheremukhin and Restrepo-Echavarria (2014)用美國資料分析 2008 年金融海嘯期間三個衝擊如何影響美國失業的結論相同，但從圖 6 可以看到，影響失業率的波動主要來自於議價及配對衝擊，離職率衝擊只在衰退初期有小影響，這樣的結論與 Cheremukhin and Restrepo-

Echavarria (2014)認為美國失業率的貢獻主要來自議價與離職衝擊不同。

5. 結論與建議

一般在勞動市場引進勞動桿時，通常將其視為外生變數，這樣做的缺點是無法分析造成其波動的原因，本篇參考 Cheremukhin and Restrepo-Echavarria (2014)，將勞動桿內生化，並利用台灣的資料來討論勞動市場摩擦對勞動桿與失業的貢獻，得出來配對與議價衝擊對勞動桿與失業的貢獻主要來自於配對與議價衝擊，這樣的結果與 Cheremukhin and Restrepo-Echavarria (2014)使用美國資料得出來勞動桿的貢獻主要來自配對衝擊；失業率的貢獻來自議價與離職衝擊不同，對於使用美國資料與使用台灣資料得出來的結果不同值得後續進一步探討。

本篇的結論認為造成勞動桿及失業率波動的主要貢獻相似，因此支持 Shimer(2009)的說法「理解勞動桿可以洞察自然失業的本質」。

在分析失業率的 ABIO 章節中，三個衝擊分別在衰退的不同階段對台灣失業率帶來不同程度的影響，這樣子的意涵，帶給政府政策上的啟發是，如果想降低失業率必須要配合在不同階段對症下藥，比如在經濟衰退初期，想降低失業率則必須減少離職衝擊，政府可以補貼現有勞工的薪資和增加支出讓商品需求增加，維持原有的產出，彌補經濟衰退造成的離職衝擊；然而若透過財政支出增加商品需求仍不足以使經濟好轉時，政府可以補貼企業新聘勞工的部分薪資，讓勞動市場的職缺不至於沒有，使議價衝擊降低；在經濟準備復甦時，政府可以舉辦就業博覽會提高職缺與勞工的配對效率。

然而，政府透過貨幣和財政政策干預市場希望降低失業率，卻可能只是延緩本來應該造成的失業率，又如政府透過大量舉債的方式來補貼企業，可能只是讓殭屍企業繼續存活，反而不利社會整體經濟發展，並且大量舉債也有可能

債留子孫，造成未來經濟發展的隱憂，因此政府在透過財政和貨幣政策來降低失業率必須做好取捨並仔細評估。



參考文獻

- 盧姝璇. (2018). 以數量分析方法探討台灣薪資停滯成因. *經濟論文*, 46(4), 519-553.
- An, S., & Schorfheide, F. (2007). Bayesian analysis of DSGE models. *Econometric reviews*, 26(2-4), 113-172.
- Chari, V. V., Kehoe, P. J., & McGrattan, E. R. (2007). Business cycle accounting. *Econometrica*, 75(3), 781-836.
- Cheremukhin, A. A., & Restrepo-Echavarria, P. (2014). The labor wedge as a matching friction. *European Economic Review*, 68, 71-92.
- Cociuba, S. E., & Ueberfeldt, A. (2015). Heterogeneity and long-run changes in aggregate hours and the labor wedge. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 52, 75-95.
- Cole, H. L., & Ohanian, L. E. (2002). The US and UK Great Depressions through the lens of neoclassical growth theory. *American Economic Review*, 92(2), 28-32.
- Gourio, F., & Rudanko, L. (2014). Customer capital. *Review of Economic Studies*, 81(3), 1102-1136.
- Hall, R. E. (2005a). Employment fluctuations with equilibrium wage stickiness. *American economic review*, 95(1), 50-65.
- Hall, R. E. (2005b). Job loss, job finding, and unemployment in the US economy over the past fifty years. *NBER macroeconomics annual*, 20, 101-137.
- Hall, R. E. (2005c). *The labor market and macro volatility: a nonstationary general-equilibrium analysis* (No. w11684). National Bureau of Economic Research.
- Inaba, M., Nutahara, K., & Shirai, D. (2020). What drives fluctuations of labor wedge and business cycles? Evidence from Japan.
- Kehoe, P., Midrigan, V., & Pastorino, E. (2016). Debt constraints and the labor wedge. *American Economic Review*, 106(5), 548-53.
- Mortensen, D. T., & Pissarides, C. A. (1994). Job creation and job destruction in the theory of unemployment. *The review of economic studies*, 61(3), 397-415.
- Prescott, E. C. (2004). *Why do Americans work so much more than Europeans?* (No. w10316). National Bureau of Economic Research.

- Shimer, R. (2005). The cyclical behavior of equilibrium unemployment and vacancies. *American economic review*, 95(1), 25-49.
- Shimer, R. (2009). Convergence in macroeconomics: The labor wedge. *American Economic Journal: Macroeconomics*, 1(1), 280-97.
- Takahashi, S. (2014). Heterogeneity and aggregation: Implications for labor-market fluctuations: Comment. *American Economic Review*, 104(4), 1446-60.
- Zhang, L. (2018). Credit crunches, individual heterogeneity and the labor wedge. *Journal of Macroeconomics*, 56, 65-88.



附錄 A:額外的圖形

A.1

在本篇第三節中，我使用六個變數的資料進行馬可夫鏈蒙地卡羅模擬，而這六個變數都經過相同的去除季節趨勢的整理，但是雇用量在去除長期趨勢的方法與實際失業率、每勞動力每周平均工時去除長期趨勢的方法不相同，在附錄中，我將討論當雇用量、實際失業率及每勞動力每周平均工時都用 Hpfilter，並以 1600 為參數，看去除長期趨勢會有怎樣的結果。

將實際失業率、每勞動力每周平均工時及雇用量，透過 Python 將資料做季節調整，並以 Hpfilter 去除長期趨勢，參數選用 1600，再將所有資料帶入模型後，可得到模擬的離職率，如圖 A1 波動較大的線。

與本篇內文圖 4 相比，圖 A1 模擬的離職率與實際離職率的解釋能力並沒有比圖 4 來的好。

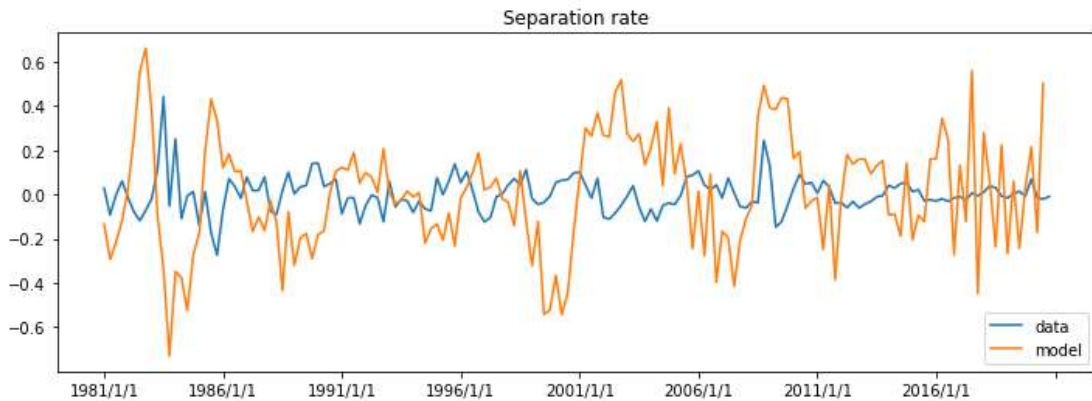


圖 A1: 模型與資料比較

A.2

圖 A2 是將實際失業率、每勞動力每周平均工時及雇用量，透過 Python 將資料做季節調整，並以 Hpfilter 去除長期趨勢，參數選用 1600，再將所有資料帶入模型後，模擬出勞動桿，並觀察衝擊對勞動桿的貢獻。

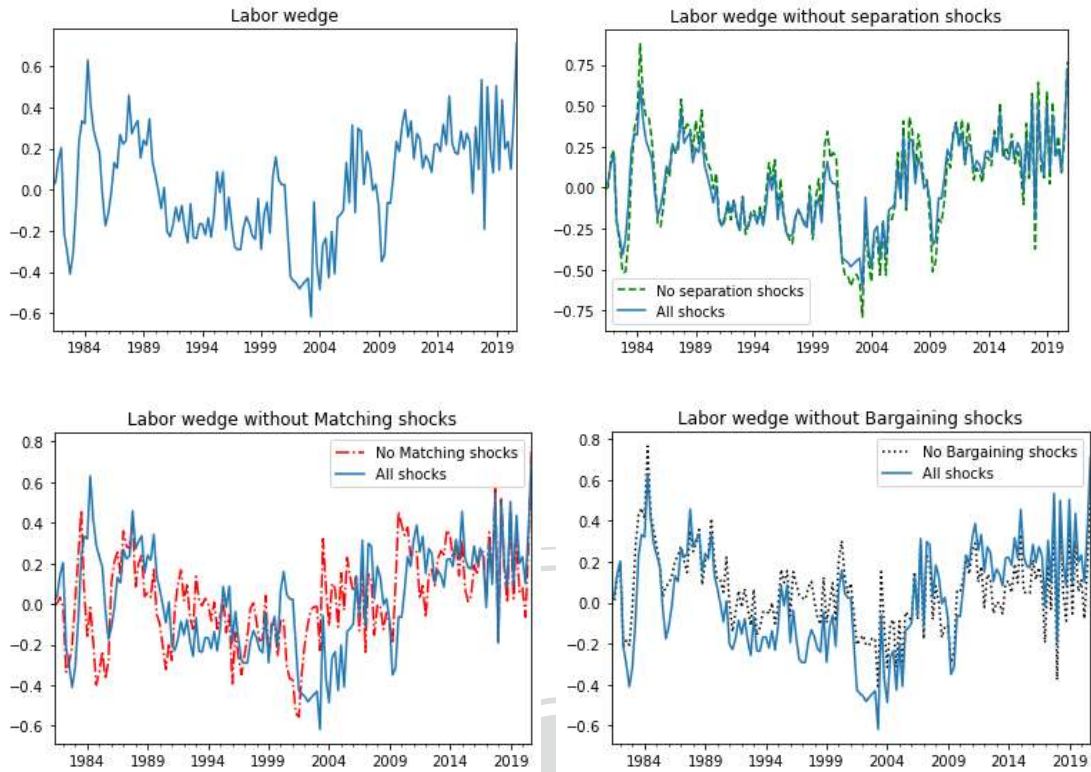


圖 A2: 勞動桿分解

A.3

將實際失業率、每勞動力每周平均工時及雇用量，透過 Python 將資料做季節調整，並以 Hpfilter 去除長期趨勢，參數選用 1600，再將所有資料帶入模型後，對失業率進行 ABIO 後得到的結果。

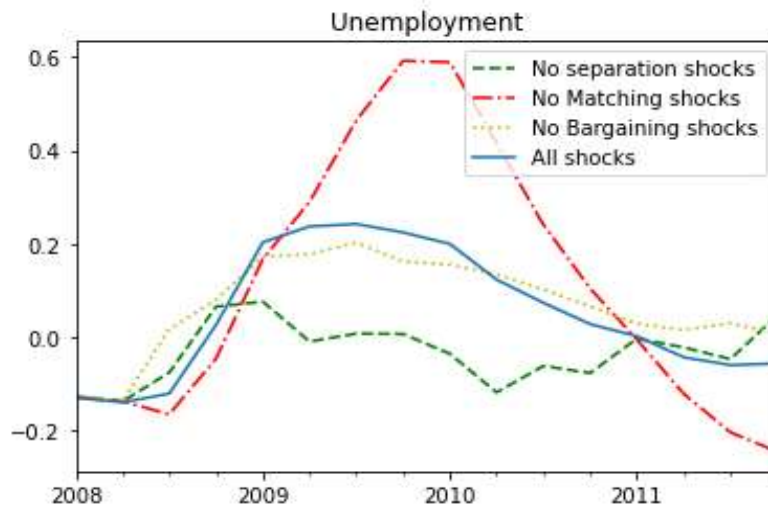


圖 A3: 失業率分解

附錄 B: 式子推導

$$\mu_t = \frac{u_{L_t}}{u_{C_t}} + w_t + \beta E_t \left[\mu_{t+1} \frac{u_{C_{t+1}}}{u_{C_t}} (1 - \delta_{L_{t+1}}) \right] \quad (24)$$

根據前瞻(forward looking)性質，可將式(24)改寫如下：

$$\begin{aligned} \mu_t &= \frac{u_{L_t}}{u_{C_t}} + w_t + \beta E_t \left[\left(\frac{u_{L_{t+1}}}{u_{C_{t+1}}} + w_{t+1} + \beta E_{t+1} \left[\mu_{t+2} \frac{u_{C_{t+2}}}{u_{C_{t+1}}} (1 - \delta_{L_{t+2}}) \right] \right) \frac{u_{C_{t+1}}}{u_{C_t}} (1 - \delta_{L_{t+1}}) \right] \\ \mu_t &= \frac{u_{L_t}}{u_{C_t}} + w_t + \beta E_t \left[\frac{u_{C_{t+1}}}{u_{C_t}} (1 - \delta_{L_{t+1}}) \left(\frac{u_{L_{t+1}}}{u_{C_{t+1}}} + w_{t+1} \right) \right] \\ &\quad + \beta^2 E_t \left[\mu_{t+2} \frac{u_{C_{t+2}}}{u_{C_t}} (1 - \delta_{L_{t+1}}) (1 - \delta_{L_{t+2}}) \right] \end{aligned}$$

經過不斷的迭代，並令

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \beta^k E_t \left[\mu_{t+k} \frac{u_{C_{t+k}}}{u_{C_t}} \prod_{k=t+1}^k (1 - \delta_{L_k}) \right] = 0$$

可得到式(32)

$$\mu_t = \frac{u_{L_t}}{u_{C_t}} + w_t + E_t \sum_{s=t+1}^{\infty} \beta^{s-t} \frac{u_{C_s}}{u_{C_t}} \left(\frac{u_{L_s}}{u_{C_s}} + w_s \right) \prod_{k=t+1}^s (1 - \delta_{L_k}) \quad (32)$$

同理，可將式(25)推導為式(33)

$$\eta_t = A_t F_L(K_t, L_t^d) - w_t + E_t \sum_{s=t+1}^{\infty} \beta^{s-t} \frac{u_{C_s}}{u_{C_t}} (A_s F_L(K_s, L_s^d) - w_s) \prod_{k=t+1}^s (1 - \delta_{L_k}) \quad (33)$$