國立政治大學經濟學系

碩士論文

創新困難程度與專利廣度 ：R&D 品質提升模型的分析

Innovation difficulty and patent breadth in an R&D quality-ladder model

指導教授：賴景昌 博士

研究生：馬靖純 撰

中華民國 111 年 6 月

DOI:10.6814/NCCU202200847

謝辭

時光飛逝，轉眼間就要踏出這個富含複雜情感的政大校園，兩年前進入研究所就讀時的誓言似乎就在昨日，如今卻要開始開啟人生的下一個篇章。

回顧這兩年在政大的日子。首先，感謝家人一路以來的支持陪伴，因為他們給我在身理、心理無條件的支持，我才能夠毫無後顧之憂地完成碩士學業，接下來我依然會持續努力，成為讓你們驕傲並且放心的孩子。接著，我要感謝恩師賴景昌教授這一年多來的教導，除了在學術方面的指導與提點之外，老師在日常生活中的言行身教更是令我受益良多，其中的處世原則與人生哲理也深刻地影響了我的思考方式，謝謝老師願意在我學習的過程中給予叮嚀與教誨，讓我可以及早改進面對接下來的旅程。此外，感謝洪福聲教授與蕭明福教授針對論文品質給予的寶貴意見，以及感謝李文傑教授在找尋研究方向時給予的靈感，也謝謝博揚學長這一年多來的幫助，讓我能夠順利的完成此篇論文。

在政大的時光就像一場充滿高低起伏的短篇冒險，兩年的時間過得很快很慢。感謝一起讀研究所的好友們，宜君、浩任、正一、冠妤、宣儒、晏禎還有澤揚，雖然四散在各個不同的學校，但看著大家努力的身影也激勵我持續向前的動力。感謝兩年來一起度過碩班生活的同學們，謝謝妙珊、佳妤、雅雯、薏庭與靖詠，沒有你們不知道還能不能在說笑之間通過碩一時繁重的課業壓力，也謝謝尚毅、逸威和淇婷一同在中研院研究論文，彼此互相扶持、勉勵。

感謝到目前為止出現在身邊的所有人，不論是在學校、實習等等或大或小的場合中遇見，不論我們之間的交情或深或淺，大家給予的鼓勵與提點指教都是促使我成長、進步的養分。感謝政大經研所帶給我與大學時期完全不相同的體驗，我會謹記這兩年過程中獲得的所知所學，並且持續向前邁進與成長。

DOI:10.6814/NCCU202200847

摘要

本文的模型使用熊彼得 (Schumpeter) 的內生成長模型，考慮研發廠商面對創新困難程度的差異，分析在不同的產品品質研發階段和創新成功機率具有非線性關係之下，創新困難程度的提升會如何影響研發勞動投入量、社會的經濟成長率與整體社會福利水準。最後，本文探討政府對專利權的保護態度對整體社會福利造成的影響。本文研究發現，隨著研發商品品質不斷地提升，研發廠商面對的創新困難程度也同時提高，促使實質利率與經濟成長率位在較低的水準，並且拉低整體社會的福利。當政府補助比例、中間財產品品質提升幅度與勞動投入量的增加，三者都會提升實質利率與經濟成長率。而在專利廣度的討論下，當政府高度重視專利保護，廠商更加願意投入研發，使實質利率、經濟成長率與整體社會福利水準皆會獲得有效提升。

關鍵字：研發、品質階梯式提升、創新困難程度、專利廣度

DOI:10.6814/NCCU202200847

Abstract

Based on Schumpeter's endogenous growth model, this thesis considers that R&D manufacturers face the different difficulty in R&D, and analyzes how will the difficulty in R&D affects labor input, social economic growth rate and social welfare under the non-linear relationship between different R&D stages and innovation success probability. Finally, this paper explores the impact of the government's attitude towards patent protection on social welfare. Three main findings emerge from the analysis. First, a higher degree of innovation difficulty will drive the real interest rate and economic growth rate to a lower level, and reduce the social welfare. Second, when increasing in the proportion of government subsidies, the improvement in the quality of intermediate goods and the labor input, these three situations tend to higher the real interest rate and economic growth rate. Third, under patent breadth, as an increase in the protection of the leading patent, manufacturers will have more willing to invest in R&D, and then the real interest rate, economic growth rate and social welfare level will be improved.

Keywords：R&D、quality ladder model、difficulty of R&D、patent breadth

DOI:10.6814/NCCU202200847

目錄

DOI:10.6814/NCCU202200847

圖目錄

DOI:10.6814/NCCU202200847

第一章　緒論

第一節　研究動機

回顧過去長久的歷史，在不同的時期會因為時空背景發展的不同，使得驅動世界經濟成長的關鍵原因不盡相同，由最早的古代、中古、資本主義興起、工業革命、工業化、戰後經濟，各國政府在面對世界趨勢潮流的變化需要找出適當的因應方式，才能夠穩定國家經濟成長。尤其是在 2000 年前後，世界各國的科技研發呈現爆炸般的指數成長，研發能力在經濟成長的議題中無疑是一個關鍵影響因素，在研發初期可以靠著大量投入研究勞動力，透過腦力激盪的方式創造出大量的研發創新想法，在發展產品品質創新前期，R&D 廠商投入在研發部門的勞動力數量與成功研發創新機率趨近於線性關係；然而，隨著產品不斷的創新，提升產品品質所要求的技術或者是知識水準也會不斷的升高，要達到同樣程度的創新發展幅度，在研發後期的高階產品發展時沒辦法透過不斷的加入研發勞動力去提高研發的成功機率。

在由研發驅動的品質提升內生成長模型中，長期經濟成長主要根據研究人員數量與他們的研究生產力的乘積決定，我們可以創造一個新的生產函數描述 R&D 品質提升模型的概念，使用以下方程式闡述影響經濟成長的基本概念:

經濟成長 = 研究生產力 × 研究人員數量

DOI:10.6814/NCCU202200847

經濟成長主要受到新想法的創造驅動，將長期經濟成長率拆分為研發過程中投入的研究人員數量與他們的研究生產力兩個部分。這樣的概念在實際生活也可以看出一點端倪。在這一個世代中，產品研發工作受到極大的重視，在大部分的情況下，經濟長期成長以穩定每年 2~2.5%的成長率發展，即使當產業投入大量的研究人力，期望可以有效提升創新研發的成功機率，卻可能因為種種原因導致研究生產力急劇地下降，使得這兩種趨勢互相抵消，導致經濟成長無法透過不斷增加研發勞動力數量有明顯的增長 (Bloom et al, 2020)。

在研發過程中，當產品品質已經位於高階研發水準，期望透過相同種類的研發投入要素使產品品質再向上一層推進，但是同類型的研發勞動力之間存在著投入要素的限制，並且該限制決定了被研發技術的研發極限可以到達的程度，所以我們可以理解為投入要素本身的限制使得研發陷入困難，反映出在創新困難程度上升時 R&D 廠商所面對的困境。其中，我們可以以勞動力的知識水準來解釋投入要素的限制問題，在整體社會的勞動力所處年代相近的情況下，其所擁有的教育知識基礎與對研發產品的理解相似，此時對該項技術理解的程度即反應了在創新研究中研發勞動力的限制。當參與研發的勞動力所擁有的知識背景相當，然而在面對產品品質研發進入後期想要達成突破性發展對該項技術的理解或知識的要求卻會不斷提升，因此我們在本文的模型中考慮，在不同的研發階段廠商面對的研發困難程度會不相同，而這個研發困難程度的差異導致研發勞動對研發成功機率存在一個邊際遞減關係，同樣投入一單位的研發勞動力對研發創新的成功機

DOI:10.6814/NCCU202200847

率增長呈現下降的趨勢，反映創新的難度差異會使投入勞動力對創新成功機率的貢獻程度有所增減。

在 Bloom et al (2020) 的文章中以半導體產業為例進行更進一步的解釋，Intel 創辦人之一的 Gordon Moore 提出的摩爾定律 (Moore's law) 是最好的例子。這個"定律"指的是每個晶片上可以容納的電晶體數目大約會呈現每兩年穩定翻倍成長的規律，而這個翻倍成長對應到每年約 35%的穩定指數增長率，並且在近半個世紀以來都非常穩定。為了達到翻倍增長率穩定，只好通過不斷地讓越來越多研究人員參與，以支撐摩爾定律持續發展，直到現在將晶片密度翻倍所需的研究人員數量是 1970 年代初期所需數量的 18 倍以上，顯示出在半導體產業中，隨著創新的想法越來越難被找到，在研發困難程度較高的情況下，研究生產力急遽下降，平均每年下降約 6.8%。同樣的概念也可以套用至本文的討論之中，我們可以將研發廠商的研發成功機率視作摩爾定律中的電晶體容納數目增長率，如同前段提到的，隨著產品品質研發進程趨近於高品質階段時，通過成功研發所需的技術門檻變得更高，研發勞動力對創新的成功機率會呈現下降的趨勢。在這樣的情況之下，研發廠商若是想要維持同樣的研發成功機率，勢必需要在研發階段投入遠比研發低階產品時期數量多更多的研發勞動力。

然而，隨著研發持續進行，當進行到研發階段越後期，技術水準的發展越會受到原料、設備與研發人才種種因素的限制，使得技術水準的發展到達極限。這樣的想法從 2010 年開始，在半導體產業中逐漸被重視，原先的摩爾定律也會由

DOI:10.6814/NCCU202200847

於迎來物理上的極限，使原先嚴格定義的晶片密度兩年翻一倍的速率逐漸放緩，最終很有可能造成該定律崩解。而這個實際在研發過程中遇到的速率放緩，也一再緊扣先前提到的概念:隨著研發廠商持續投入研發，研發產品階段越到後期階段，此時創新想法越來越難被找到，會使得成功研發新一代技術水準的機率下降，反映出研發廠商面對的研發困難程度上升的情況。

我們在本篇研究中使用熊彼得 (Schumpeter) 的內生成長模型，並將研發困難程度的因子與政府對專利權的保護程度納入模型之中，探討在面對研發困難程度差異時，研發勞動力與創新成功機率之間具有非線性關係，此時的新一代的 R&D 廠商會如何運用研發勞動力決定技術品質提升的幅度。並且進一步分析政府對專利權的保護政策，在政府的專利政策工具為專利廣度的架構之下，政府對新研發的重視程度差異對社會經濟體系所帶來的影響。

DOI:10.6814/NCCU202200847

第二節　文獻回顧

自 Romer (1986) 及 Lucas (1988) 建構內生成長理論後，內生成長理論驅動經濟成長的機制可以分為三個不同的路線。第一種是 Lucas 所領導強調(除了實質資本累積之外)人力資本累積的機制；第二種是放棄新古典成長理論資本邊際生產力遞減的機制；第三種是 Romer (1987、1990) 所領導強調研究與發展的機制。

R&D 研發驅動的內生成長模型主張研究與發展是啟動經濟成長的引擎，該模型最大的貢獻就是將原先成長模型視為外生技術水準的參數內生化。該類成長模型主要可以分為兩種類型：一類是 Romer (1990) 主導的產品多樣化模型，強調研發多種類的產品是驅動經濟體系持續成長的主要原因，因此又被稱為水平的創新 (horizontal innovations)；另一類由 Grossman & Helpman (1991) 領導的品質階梯式提升模型，強調研發促成同種商品品質的提升將會是驅動經濟體系持續成長的主要原因；根據這個特性，品質提升模型又被稱作垂直的創新 (vertical innovations)。研發驅動的內生成長模型將經濟體系的生產分為三個部門:上游是完全競爭的研發部門；中游是獨占性競爭的中間財部門；下游則是完全競爭的最終財部門。

首先，產品多樣化模型強調研發更多種類的產品，將是驅動經濟體系持續成長的主要原因，其中在 Romer (1990) 領導的中間財投入多樣化模型中，Barro & Sala-i-Martin (2004) 模型假定中間財廠商及研發廠商都是使用最終財做為生產

DOI:10.6814/NCCU202200847

投入，研究發現政府補助研發費用比例增加、研發成本減少、勞動供給增加皆有利於提升經濟成長率。並且政府可以透過對研發部門的補貼提升分權經濟體系的經濟成長率，使其與 Pareto 最適的經濟成長率相同，然而中間財部門獨占性競爭的特性卻會引發生產數量的扭曲，使得分權經濟體系的中間財生產數量始終小於 Pareto 最適的中間財生產數量，此時政府則可以透過補貼最終財廠商購買中間財來完全矯正該生產數量的扭曲。不同於前篇文章的模型設計，Romer (1990) 及 Jones (1995) 的文章中主張研發部門最重要的是勞動力的投入，模型中假定研發部門並非使用最終財做為投入，而是使用勞動作為投入。由於最終財部門與研發部門皆使用勞動力投入，故必需區分兩部門所使用的勞動比率，中間財廠商同樣設定為租用機器設備做為生產投入，其研究結果顯示當政府補助研發費用比例增加、產業競爭程度加強皆有助於提升經濟成長率。

在 Grossman & Helpman (1991) 所領導的品質提升模型中，為了凸顯階梯式提升模型中產品品質提升的特質，品質提升模型的文獻皆假定中間財的種類固定不變，且不同代的中間財之間互為完全替代的商品。這是由於上游的研發部門是針對中間財市場上特定的商品進行研發，一旦有研發廠商成功研發出品質提升的新一代技術商品時(此新商品與目前市場上的商品屬於同種商品)，該項新技術商品將會完全取代舊世代的商品，造成舊世代的商品喪失其獨占或獨占性競爭的價值，最終被市場淘汰，同時隨著技術水準的提升將會促成中間財廠商生產成本的降低。因此，品質提升模型也被稱為 “Schumpeter 模型”，因為 Schumpeter 強

DOI:10.6814/NCCU202200847

調研發具有“創造性毀滅 (creative destruction)”的特性。而每一種中間財商品都有獨立的上游研發廠商與自己的品質提升階梯，因此上游廠商之間會為了獲得獨占地位而進行研發競爭，以提升中間財商品品質為目標進行研發創新，目的即是為了取代現有市場上的商品。在上游研發廠商之間不斷地競爭之下，即使有廠商研發成功，仍然會有其他潛在廠商為了搶奪技術獨占地位持續進行研發，造就該項中間財商品的品質能夠不斷地被向上研發至最新一代。本篇研究將根據 Chu (2009) 在研發品質階梯式提升模型的分析方法，不同於文獻中假定研發廠商面對的研發困難程度完全相同，進一步討論研發廠商在不同的研發階段會有創新困難程度差異的狀況。

在 Bloom et al (2020) 的文章中，注意到隨著產品品質研發持續進行，研發廠商在不同階段會面對不同的研發成功門檻，代表著同一個技術水準的研發會因為廠商位處的階段不同，而有不同的研發困難程度。而將此實務現象加入基礎模型中，會使得模型中研發廠商部門由原先研發勞動投入與研發成功機率之間具有一對一線性關係，轉變為非線性關係，隱含研發廠商的研發成功機率無法透過不斷增加勞動投入而無限提升，相反的最終會趨近於一定值，反映由於投入要素本身的限制，會造成廠商可以達到的研發成功機率水準被迫降低，並且導致實質利率與經濟成長率等靜態均衡指標的下降。在研發產品多樣化模型中，Jones & Williams (1998) 的模型假設 R&D 廠商的研發生產力水平會受到生產力參數、中間財的種類與研發勞動數量的影響，特別的是，設定研發勞動投入量對研發生

DOI:10.6814/NCCU202200847

產力有一個邊際遞減的關係，以此凸顯研發過程中的(負面)擁擠效果。舉例來說，兩名研究者意外地同時提出相似的概念，在這種情況下，與研發勞動力的個人邊際生產相比，可能會有較低的社會邊際生產力。Jones & Williams (1998) 將此種研發生產力會受到研發勞動投入量的負面影響效果稱之為 "踩到腳趾效果 (Stepping-on-toes effect)"。 本文將 Stepping-on-toes 效果整合至研發品質階梯式提升模型中，以凸顯研發廠商在不同的研發階段中面臨的創新困難程度差異。

專利權的保護在 R&D 內生成長模型上具有非常重大的影響力與重要性，因為當政府越重視專利的保護時，會給予專利權強度越強的保護，若廠商面臨到被仿冒的風險威脅時，研發廠商仍然可以透過較高的訂價來獲取更高的利潤，代表此時的政府可以透過專利保護可以激勵研發廠商投入更多的資源在研發之中。根據 O'Donoghue & Zweimuller (2004) 的定義，將政府的專利政策工具分為以下三種類型:第一種是專利長度 (patent length)，指的是專利受到政府保護的有效期間；第二種是專利必要性 (patentability requirement)，指的是研發需要達到一定的提升幅度，政府才會對該項研發提供專利保護；最後一種是專利廣度 (patent breadth)，指的是政府對新的研發有多大的保護程度，以阻止潛在競爭廠商仿冒該項研發。在研發廠商擁有的最新研發技術得到政府給予的專利廣度保護後，當其他有潛在競爭廠商新研發的產品侵犯到該項專利時，若是未能取得該項專利權的使用許可，則該競爭廠商不能夠逕自使用或生產該產品，可以有效地防止仿冒的情況發生。在本篇研究中，我們主要著重在專利廣度上，因此假設專利受到保

DOI:10.6814/NCCU202200847

護的期間不受限制，即表示政府給予的專利長度為無限大，研發廠商不必擔心專利權保護在未來失效；另外，我們同時假設政府對提升幅度再小的研發都會給予專利保護，表示研發廠商不會受到專利必要性的限制。透過政府運用的政策工具「專利廣度」的運用，來判斷在研發品質階梯式提升模型中，具有困難程度差異的假設下，政府對專利保護的重視程度對經濟體系造成的影響。

DOI:10.6814/NCCU202200847

第三節　本文架構

本篇論文的章節安排分為四個大章節，依序分別為緒論、理論模型、納入專利廣度與結論。首先，第一章緒論依照小節將內容劃分為研究動機以及文獻回顧。第二章架構一個可以顯現創新困難程度差異的 R&D 內生成長模型，並且分析經濟體系在靜止均衡下的經濟成長變化。第三章在模型中加入「專利廣度」的參數設定，探討政府對專利權的保護政策對整體社會造成影響。最後，第四章為結論。

在此架構下，探討研發勞動對研發成功機率的邊際遞減關係如何影響廠商決定勞動投入量的最適決策，並對 R&D 品質提升模型的靜態均衡結果造成何種影響。在最後的部分，討論 Chu and Pan (2013) 採用的政策工具:專利廣度，即政府對領先技術專利的保護程度，假設每一種中間財產業受到的專利保護程度 μ 均相同，不會因為不同的中間財產業而產生改變，並且專利廣度會影響到中間財定價，進一步造成對中間財廠商的利潤造成影響。

DOI:10.6814/NCCU202200847

第二章　理論模型

第一節　各部門之決策行為

本篇論文以 Grossman & Helpman (1991) 的品質階梯式提升模型為基礎，建構一個由品質提升帶動成長的 R&D 內生成長模型，並且假設面對不同的研發困難程度，會使研發廠商的研發勞動力投入和研發成功機率之間的關係變動。而我們在本篇論文中強調研發過程中投入勞動力與研發成功機率會呈現非線性關係，可以在現實情況中實際觀察到，簡單舉其中一個例子:當研發廠商專注研發同一種類的中間財，隨著中間財品質透過研發不斷提升，不可避免的會面臨到資源或知識水準難以支撐品質再向上突破的門檻，使得研發廠商即使雇用更多的研究勞動力一起進行腦力激盪，仍然無法與期初的研發成功機率相比擬。

經濟體系分為上、中、下游廠商，三個部門之間有密切的關係。上游是具有完全競爭市場特性的 R&D 部門，研發廠商雇用研發勞動力來進行新商品的研發，研發部門的廠商將研發完成的商品藍圖 (blue print) 賣給中間財廠商，由於研發部門是完全競爭市場，因此研發部門的廠商出售藍圖給中間財廠商的價格等於它們研發商品的成本，因為只要研發商品有利可圖，就會增加商品的研發。中游為具有獨占性競爭市場特性的中間財部門，中間財廠商雇用勞動力及使用技術藍圖來生產中間財產品，並且能夠以高於邊際成本的價格出售給最終

DOI:10.6814/NCCU202200847

財廠商，中間財廠商向研發部門的廠商購買有獨占力的研發商品藍圖，並依此藍圖生產獨占性競爭中間財商品，並出售給下游的最終財廠商。下游廠商為具有完全競爭市場特質的最終財部門，並且透過組裝一系列的中間財來生產最終財產品。

我們將各部門的決策先後順序與事件分為四個階段，並以下圖一呈現:

圖一、各部門廠商之決策順序

首先，研發部門廠商決定是否要研發新的產品，一旦研發廠商決定投入研發，則會將研發的產品藍圖賣給中間財廠商；其次，中間財廠商部門決定最適的最終財定價；最後，由於最終財廠商部門利用勞動及中間財生產商品，因而最終財廠商決定雇用的勞動數量以及使用的中間財數量。依據時間順序，我們由後往前求解三個部門的決策。

DOI:10.6814/NCCU202200847

最終財部門

假設經濟體系的最終財部門為一完全競爭市場，令 Y 為最終財產品，且最終財廠商透過使用一系列的中間財來生產商品，而這些中間財之間具有互相替代的性質。不同於研發產品多樣化模型，品質提升模型聚焦在單一中間財產品的品質不斷提升，而為了方便分析，我們簡化地假定中間財產品的數目單位化為一。

我們在模型中將最終財的生產函數表示為:

$$Y = exp\left(\int_0^1 ln\, x_i\, di\right) \tag{1}$$

上式中，Y 代表最終財的產出數量，x_i 為生產最終財產品使用第 i 種中間財的數量，其中 $i \in [0,1]$。式(1)顯示，若最終財廠商使用相同數量的中間財，即 $x_i = x$ ，可推得 $Y = exp(ln\, x) = x$。

令 p_i 為以最終財表示的第 i 種中間財價格，則可以將最終財廠商的利潤函數 π_Y 寫成以下方程式:

$$\pi_Y = Y - \int_0^1 p_i x_i di \tag{2}$$

將式(1)代入式(2)，並對中間財 x_i 微分，即可推得最終財廠商對中間財的最適需求數量:

$$x_i = \frac{Y}{p_i} \quad ; \; i \in [0,1] \tag{3}$$

DOI:10.6814/NCCU202200847

式(3)為最終財廠商對於中間財產品的需求函數，由該式可以推導出中間財的需求彈性等於 1 (即 $-\frac{\partial \ln x_i}{\partial \ln p_i} = 1$)。其中，由於最終財使用中間財作為生產投入，且最終財是所有中間財投入的一次齊次函數，因此可以推論:

$$\int_0^1 p_i x_i di = Y \tag{4}$$

中間財部門

根據 Chu (2009) 的文章，假定每一個中間財產業 i 均有一個暫時性的領導廠商做為該中間財產品的獨占性競爭者，它不僅擁有最優越的生產技術(意即最高品質的產品)，同時擁有該項生產技術的專利保護權。中間財市場中的廠商可以透過項研發廠商購買新一代的技術藍圖，則該擁有新技術藍圖的中間財廠商可以製造出最新一代的第 i 種中間財，並藉此獲得此種中間財產業生產技術的專利。因此，當 R&D 廠商成功研發出新一代的技術藍圖時，市場中的中間財廠商會向該 R&D 廠商購買該新技術藍圖，由於擁有新一代技術的中間財廠商生產的邊際成本相較於原先中間財產業中的領導廠商來得低，使得原先擁有上一代技術的中間財領導廠商喪失其技術領先的獨占地位。

假設中間財廠商雇用勞動生產中間財產品，且隨著產品品質提升幅度越高與提升的次數越多，中間財的產量越多，令第 i 種中間財領導者的生產函數為:

$$x_i = z^{q_i}\ell_i \quad ; z > 1 \tag{5}$$

DOI:10.6814/NCCU202200847

其中，ℓ_i 表示第 i 種中間財領導廠商所使用的勞動數量，z 是每種中間財品質提升的幅度，q_i 則是代表第 i 種中間財品質提升的次數。式(5)中隱含:新一代的中間財產品與前一代(第 q_i-1 代)的中間財產品之間具有完全替代的特性。其次，z 單位勞動配合第 q_i-1 代的技術水準所生產的中間財數量等於 1 單位勞動配合第 q_i 代的技術水準所生產的中間財數量，因此式(5)的生產函數也具體反映了品質的提升將會促成勞動成本的降低。

令第 i 種中間財廠商支付每單位勞動的工資為 w_i，而由於勞動市場最終會達到完全競爭市場，當達到均衡狀態時，每種中間財廠商會支付相同單位的勞動薪資，即 $w_i=w$。因此我們可以進一步將 w_i 改寫為 w，由式(5)的關係式可以推得第 i 種中間財領導廠商生產一單位 x_i 的邊際成本 MC_i 為:[1]

$$MC_i=\frac{w}{z^{q_i}} \tag{6}$$

由式(6)中可以發現，第 i 種中間財領導廠商生產商品面對的邊際成本，會隨著品質提升幅度越高而降低，與式(5)的中間財領導廠商生產函數結合，反映出品質提升將會促成勞動成本降低，因此我們可以具體地知道，中間財廠商生產技術水準的提升將會反應於生產成本的減少。當擁有新技術水準的廠商進入市場，與原先擁有前一代技術水準的獨占廠商進行 Bertrand 價格競爭，由於擁有最新技術的廠商生產的中間財品質較前一代技術所產出的產品提升了 z 幅度，

[1] 定義第 i 種中間財領導廠商的總生產成本為 $TC_i=w\ell_i$。利用式(5)的關係式 $x_i=z^{q_i}\ell_i$，可以將 TC_i 改寫為: $TC_i=w\ell_i=wx_i/z^{q_i}$。因此，我們可以推得 $MC_i=\partial TC_i/\partial x_i=w/z^{q_i}$。

DOI:10.6814/NCCU202200847

而該品質提升的幅度會使得其生產產品的邊際成本降低 $\frac{1}{z}$ (可以表示為 $MC_i = \frac{1}{z}MC_{i-1}$)，因此品質提升的廠商能夠有效運用其生產邊際成本較低的優勢，將原先擁有舊一代技術的領導廠商逐出市場。是以，目前生產第 i 種中間財的最高品質廠商定價為:

$$p_i = zMC_i \tag{7}$$

上式呈現了在 Bertrand 價格競爭之下，z 不只是中間財品質提升的幅度，同時也是中間財廠商加碼的幅度。由於擁有最新技術的廠商與擁有前一代技術的廠商生產相同種類的中間財產品，但卻面對較低的生產成本(品質提升了 z 幅度、邊際成本降低 $\frac{1}{z}$)，故該擁有該新技術的廠商可以以較低的市場價格在市場銷售，為了驅逐擁有前一代技術的廠商，定價必須要低於前一代技術水準廠商的平均成本。[2]因而新一代技術水準的廠商只需要將中間財產品定價稍低於 $p_i = zMC_i$，則該定價會同時低於前一代技術水準中間財廠商的產品定價與生產平均成本，就可以順利將擁有前一代技術水準的中間財廠商驅逐出市場，成為新一代技術的獨占領先廠商。

[2] 令這一代技術水準的中間財廠商定價為 p_i，則由式(6)及式(7)可以推得: $p_i = z\frac{w}{z^{q_i}} = \frac{w}{z^{q_i-1}}$。令前一代技術水準的中間財廠商的總生產成本為 $TC_i^{\dashv}$，由註 1 內容可得知: $TC_i^{\dashv} = wx_i/z^{q_i-1}$。據此，可推得 $AC_i^{\dashv} = TC_i^{\dashv}/x_i = w/z^{q_i-1}$。

DOI:10.6814/NCCU202200847

令第 i 種中間財領導廠商的利潤為 π_i，且該中間財廠商將雇用 ℓ_i 單位的勞動力從事生產，並支付單位勞動工資 w，我們可以將第 i 種中間財領導廠商的利潤函數 π_i 表示成式(8):

$$\pi_i = p_i x_i - w\ell_i \tag{8}$$

依序將式(5)、式(6)及式(7)的關係式代入，再結合式(3)與式(7)的關係式，可以將第 i 種中間財領導廠商的利潤函數改寫為:

$$\begin{aligned}\pi_i &= p_i x_i - \frac{w}{z^{q_i}} x_i \\ &= (z-1)MC_i x_i = \frac{z-1}{z} Y\end{aligned} \tag{8a}$$

接下來，討論第 i 種中間財領導廠商的勞動成本 $w\ell_i$ 與最終財產出 Y 的關係，根據式(3)、式(5)、式(6)以及式(7)等關係式，可以推得:

$$w\ell_i = z^{q_i} MC_i \frac{x_i}{z^{q_i}} = MC_i x_i = \frac{1}{z} Y \tag{9}$$

由式(8a)與式(9)可得: $\pi_i + w\ell_i = Y$，並且從式(8a)可以發現 $\pi_i = \frac{z-1}{z} Y = \pi$，表示任何一種中間財產業的領導廠商均會獲得相同的利潤 π。另外，由於勞動市場為完全競爭市場，中間財廠商也會支付相同的單位勞動薪資，根據式(9)的關係式 $w\ell_i = \frac{1}{z} Y$ 可以推得 $\ell_i = \ell$，代表每一個中間財領導廠商皆雇用相同數量的勞動力 ℓ。需要特別注意的是，即使每家中間財廠商雇用的勞動數量與定價策略皆相同，但是由於每家中間財廠商擁有不同世代的技術水準，因此每間中間財廠商的生產產品數量不會相同，若有兩家廠商的生產數量相同即代表這兩家廠商在生產過程中採用相同世代的技術水準。

DOI:10.6814/NCCU202200847

研發(R&D)部門

在品質提升模型中，R&D 廠商研發出新一代商品的技術水準，並將新一代的技術水準以藍圖的形式賣給中間財廠商，研發藍圖的價格 p_A 等於中間財廠商獲得該藍圖而生產中間財所獲得的折現後未來可能利潤之總和。[3]令 r 代表實質利率、λ 代表成功研發出新一代商品的技術水準的機率，則研發藍圖價格為以實質利率和研發成功機率總和之利潤折現值，可以表示成 $p_A = \int_t^{\infty} \pi_\tau e^{-(r+\lambda)(\tau-t)} d\tau$，[4]我們可以將研發商品的非套利條件表示成下式:

$$rp_A = \pi - \lambda p_A + \dot{p}_A \tag{10}$$

由於當 R&D 廠商成功研發出新一代的技術水準之後，將會促成原先的技術水準價值完全喪失，故式(10)中顯示研發廠商持有研發藍圖的報酬 rp_A，將會等於持有新技術水準的研發廠商獲得的利潤 π，加上技術水準價值的變動 $\dot{p}_A$，並且隨著 R&D 廠商成功研發出新一代商品的技術水準，將會促成原先的領導 R&D 廠商擁有的商品藍圖價值完全喪失，失去其在市場中的獨占地位。因此，在式(10)中持有研發藍圖的報酬需要減除等號右邊第二項的 λp_A，反映廠商成功研發出新

---

[3] 研發商品藍圖的價格 p_A 等於中間財廠商經過折現後未來可能獲得的利潤總和，意即 $p_A = \int_t^{\infty} \pi_\tau e^{-(r+\lambda)(\tau-t)} d\tau$。將以上關係式等號左右兩邊對時間($\tau$)求取微分，並利用 Leibniz 法則，可以推得關係式 $\dot{p}_A = (r+\lambda)p_A - \pi$。這個關係式又可以改寫成 $rp_A = \pi - \lambda p_A + \dot{p}_A$。有關 Leibniz 法則的詳細說明，請參考 Chiang (1992)。

[4] 由於中間財廠商的利潤 π 是以最終財表示，而實質利率 r 是最終財表示的借貸利率、研發成功機率 λ 同樣以最終財表示，故式(10)設定中間財廠商利潤 π 的折現率是實質利率與研發成功機率之總和 $(r+\lambda)$。

DOI:10.6814/NCCU202200847

一代技術水準之後，使得原先的領導 R&D 廠商需要承受因為技術水準被取代產生的損失。

接著我們探討影響 R&D 廠商研發成功機率 λ 的因素。我們沿用 Chu & Pan (2013) 的針對研發成功機率的基礎設定，假設影響研發成功機率變動的主要因素是 R&D 廠商投入研發的勞動數量 L_A。然而，考慮到隨著技術水準不斷被向上堆疊研發，在其他條件不變的情況下，研發成功的機率會隨著技術逐漸成熟而降低，因為新的技術會越來越難被找到 (Bloom et al, 2020)，反映了研發廠商面對產品品質創新的難易度並不是始終維持一個固定的數值，相反的會隨著技術研發階段的不同而浮動調整。這一個概念反映出創新困難程度與廠商當下欲研發的技術是否處於成熟階段有關，當被研發的技術水準較低階，此時 R&D 廠商面對的是創新困難程度較低的技術；反之，當一種技術經歷過多次研發且發展健全時，若 R&D 廠商想要對該項技術再次進行研發升級，面對的創新困難程度則會較高，因此我們可以得知被研發技術的發展階段與創新困難程度兩者之間呈現正向關係。

再者，進一步考慮到實際情況中，R&D 廠商研發不同品質的技術水準時，面對的創新困難程度差異會影響到研發勞動力的績效表現，當研發的技術水準經過多次研發而不斷提升，R&D 廠商面對技術研發的難度越來越高，只好投入更多的研發勞動力一起進行腦力激盪，以期望可以使研發成功機率維持在一定水準之上。然而，在研發勞動力位處相同世代的基礎之下，其所擁有的不論是教育知

DOI:10.6814/NCCU202200847

識水準抑或者是對該技術的理解程度都屬於同一水平，即便有差異但不會太過明顯，此時即使 R&D 廠商大量投入勞動力，仍然可能因為到達當下知識與理解的極限使研發勞動力發揮不如預期而無法突破研發關鍵門檻。因此，我們以勞動投入對研發成功的績效表現降低來描述新一代技術研發越來越困難的情況，在 R&D 廠商的研發過程中，新一代技術水準藍圖的研發成功機率和過程中投入的研發勞動數量之間是一個正向且非線性的關係。

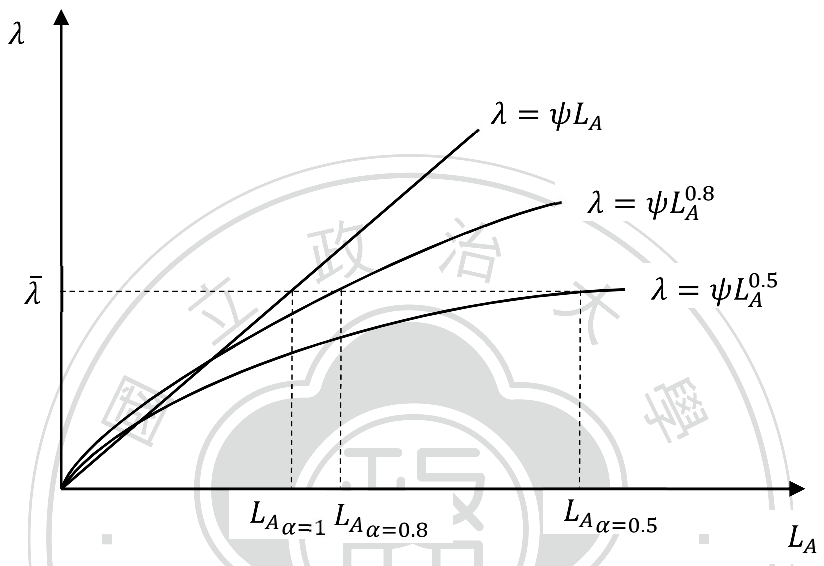
根據前面兩個段落的描述，我們可以假定研發新一代技術水準成功機率 λ 與研發廠商投入的勞動數量 L_A 之間為一正向非線性關係，以下方方程式表示該特性:

$$\lambda = \psi {L_A}^{\alpha}\text{；}\psi > 0\text{，}0 < \alpha \leq 1 \tag{11}$$

在式(11)中，ψ 代表研發廠商的勞動生產力參數，α 代表研發廠商面對的創新困難程度。在這裡需要特別注意的是 α 數值大小所代表的意涵，當 α 的數值越小，代表研發創新的困難程度越大，研發廠商若希望維持一定的研發成功機率，需要投入更多的勞動力；相反的，當 α 的數值越大，代表研發創新的困難度越低，研發廠商只需要投入較少數量的勞動力即可輕易維持研發成功機率。因此，在既存許多內生增長模型中，為了便於分析，一個關鍵假設是研究勞動力與研發成功機率之間呈現一線性關係 (例如 Chu & Pan, 2013)，也就是式(11)中創新困難程度 $\alpha = 1$ 的情況，這個假設隱含著模型中設定研發困難程度不會因為研發階段不同而變動。但如前段所述，在實際研發過程中投入的勞動力數量多寡

DOI:10.6814/NCCU202200847

會受到研發的困難程度影響，因此在新一代技術藍圖研發過程中，創新困難程度應該會因為研發階段不同而改變，我們可以將式(11)繪製成下方圖二:[5]



圖二、研發勞動投入與研發成功機率的關係

我們可以從圖二觀察到，當 R&D 廠商在面對不同的創新困難程度時，投入的研發勞動力與研發成功機率之間的關係並沒有完全相同。在基礎的研發品質階梯式提升模型中研發勞動力與研發成功率之間為一對一關係，以 $\lambda = \psi L_A$ 線表

[5] 在圖二中的式(11)的關係式 $\lambda = \psi L_A^{\alpha}$ ，顯示投入勞動力對研發成功機率的貢獻會隨著研發困難程度的上升(α 減少)而下降，又因為創新困難程度有 $0 < \alpha \leq 1$ 的設定，勞動投入對研發成功機率的一次與二次微分分別為: $\lambda' = \psi\alpha L_A^{\alpha-1} > 0$ 與 $\lambda'' = \psi\alpha(\alpha-1)L_A^{\alpha-2} < 0$，勞動的邊際研發成功率為正值但是會隨著研發勞動量投入持續增加而遞減。

DOI:10.6814/NCCU202200847

示，廠商為了達成設定的研發成功機率目標 $\bar{\lambda}$ 需要投入研發勞動數量 $L_{A_{\alpha=1}}$。然而，隨著 α 下降，研發廠商面對的是反映出有困難程度差異的 $\lambda = \psi L_A^{0.8}$ 線與 $\lambda = \psi L_A^{0.5}$ 線，為了達到設定的研發成功機率分別需要投入研發勞動數量 $L_{A_{\alpha=0.8}}$ 與 $L_{A_{\alpha=0.5}}$，並且透過圖二可以清楚知道 $L_{A_{\alpha=1}} < L_{A_{\alpha=0.8}} \ll L_{A_{\alpha=0.5}}$。在 Chu & Pan (2013) 模型中，假設投入研發勞動力數量和研發成功機率之間的關係為正向線性關係，此時的創新困難程度 α 會等於 1，為一直線 $\lambda = \psi L_A$，代表 R&D 廠商可以透過增加研發勞動量的投入，提高研發商品的成功機率。R&D 廠商面對的創新困難程度較大時，投入研發勞動力數量和研發成功機率之間會呈現出彎曲程度較大的 $\lambda = \psi L_A^{0.5}$ 線，此時的研發廠商需要投入較多的勞動力，才能夠勉強達到設定的研發成功機率；相反的，當面對的創新困難程度較低時，此時的研發勞動力與研發成功機率可以繪製成彎曲程度較小的 $\lambda = \psi L_A^{0.8}$ 線，研發廠商則只需要投入和預期相差不遠的研發勞動力數量即可輕易維持研發成功機率。

由於研發廠商所研發的新一代技術水準，以 p_A 之價格將研發藍圖賣給中間財廠商，所以研發廠商研發新一代技術水準的預期收入也會等於 λp_A。接著，假定政府為了鼓勵廠商研發，對研發廠商補助 s 比例的研發費用，則可以將研發廠商的預期利潤函數 π_A 表示為:

$$\pi_A = \lambda p_A - (1-s) w_A L_A \tag{12}$$

其中，研發廠商在研發新一代技術水準的過程中投入 L_A 單位的研發勞動力，並支付單位勞動薪資 w_A。Romer (1990) 的 R&D 產品多樣化模型與本小節 Chu

DOI:10.6814/NCCU202200847

(2009) 的品質提升模型不同的是，Romer (1990) 模型設定只有一家 R&D 廠商，且該 R&D 廠商研發多樣化(不只一種)的中間財，但 Chu (2009) 模型則設定有許多家 R&D 廠商(但單位化為 1)，且每家 R&D 廠商只為一家中間財廠商研發新一代的中間財商品藍圖。是以，式(12)描述每家 R&D 廠商研發新一代商品藍圖的預期利潤。

接著，將式(11)代入式(12)中，即可以得到每家 R&D 廠商研發新一代技術水準的預期利潤 π_A。由於只要有利可圖，研發部門的廠商可以自由進出市場，因此研發部門的自由進出條件可以表示成:

$$\pi_A = \psi L_A^{\alpha} p_A - (1-s) w_A L_A = 0 \tag{13}$$

由上式可得研發廠商研發出商品的藍圖價格 p_A 為:

$$p_A = \frac{(1-s) w_A L_A}{\psi L_A^{\alpha}} = \frac{(1-s) w_A}{\psi L_A^{\alpha-1}} \tag{13a}$$

式(13a)告訴我們，研發部門所研發的商品藍圖賣給中間財廠商的價格 p_A 與它們所付出的工資 w_A 有正向關係。並且，創新困難程度 α 和政府補助研發費用的比例 s 將會影響研發新世代技術水準的價格 p_A。

家計部門

家計單位的決策可以表示為:

$$Max \int_0^{\infty} \frac{C^{1-\sigma}-1}{1-\sigma} e^{-\rho t}\, dt \tag{14a}$$

$$s.t. \quad \dot{a} = ra + w\bar{L} - C - T \tag{14b}$$

DOI:10.6814/NCCU202200847

式中 C 為消費、a 為實質財富、ρ 為時間偏好率、σ 為消費跨時替代彈性的倒數、$\bar{L}$ 為固定的勞動供給、T 為定額稅。式(14a)設定家計單位追求一生效用折現的極大，式(14b)則是家計單位的預算限制式。假設民眾只持有股票作為資產，即 $a = p_A A$，其中 A 為民眾持有的股票數量，由於中間財商品數量不會變動，且單位化為 1，因此股票數量等於 1，準此，式(14b)可以改寫為:

$$\dot{p_A} = rp_A + w\bar{L} - C - T \tag{14c}$$

由式(14a)及式(14c)可以推得消費的跨時替代決策:

$$\frac{\dot{C}}{C} = \frac{1}{\sigma}(r - \rho) \tag{14d}$$

式(14d)同時也是 Keynes-Ramsey 法則。

DOI:10.6814/NCCU202200847

第二節　經濟成長

接下來，我們討論在靜止均衡的狀態下，整個經濟體系由品質提升帶動的技術成長率與經濟成長率之間的關係式。首先，將式(5)的中間財生產函數 $x_i = z^{q_i}\ell_i$ 代入式(1)的最終財生產函數 $Y = exp\left(\int_0^1 ln\, x_i\, di\right)$ 與根據式(9)推導出的 $\ell_i = \ell$ 關係式，可得最終財的生產函數為:

$$\begin{aligned} Y &= exp\left(\int_0^1 ln(z^{q_i}\ell_i)\, di\right) = exp\left(\int_0^1 (ln\, z^{q_i} + \ln \ell_i) di\right) \\ &= exp\left(\int_0^1 ln\, z^{q_i}\, di + \ln \ell\right) = e^{\int_0^1 (q_i\, ln\, z) di} e^{ln\, \ell} \\ &= e^{\int_0^1 (q_i\, ln\, z) di} \ell \end{aligned} \tag{15}$$

令 $e^{\int_0^1 (q_i\, ln\, z) di} = Z$ ，其中 Z 為衡量經濟體系中技術進步的重要指標，可以將 Z 解釋為到第 i 期為止，所有中間財品質提升次數的加總，乘上品質提升的幅度，也就是 Z 代表著中間財品質提升的加權平均數。將 Z 代入式(15)中可得:

$$Y = Z\ell \tag{15a}$$

從上式中可以清楚知道，引導整個經濟體系成長的關鍵在於品質提升帶動的技術進步(表現於 Z 變數的成長)。

接著，從式(15a)中的變數 Z 的定義 $Z = e^{\int_0^1 (q_i\, ln\, z) di}$ 取對數可得；

$$ln\, Z = \int_0^1 (q_i\, ln\, z) di = \left(\int_0^1 q_i di\right) ln\, z \tag{15b}$$

利用大數法則 (the law of large numbers)，可以推得 $\int_0^1 q_i di = \int_0^t \lambda_\tau\, d\tau$，式子中 $\int_0^1 q_i di$ 代表目前中間財廠商技術水準(也就是中間財品質水準)提升的總次數，

DOI:10.6814/NCCU202200847

$\int_0^t \lambda_\tau \, d\tau$ 則是第 0 期至目前第 t 期為止，各期研發新一代技術水準的成功機率之加總。[6]

因此，我們利用大數法則獲得的條件 $\int_0^1 q_i di = \int_0^t \lambda_\tau \, d\tau$ 進一步代入至式(15b)中轉換成下式:

$$ln\, Z = \left(\int_0^t \lambda_\tau \, d\tau\right) ln\, z \tag{15c}$$

對式(15c)等號左右兩邊對時間 t 微分，可以推得:

$$\frac{\dot{Z}}{Z} = \lambda\, ln\, z \tag{16}$$

最後，在靜止均衡下可以知道中間財廠商投入的勞動數量 ℓ 固定不變，結合式(15a)的關係式 $Y = Z\ell$ 與式(11)的關係式 $\lambda = \psi {L_A}^{\alpha}$，代入式(16)中可得:

$$\tilde{\gamma} = \frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{Z}}{Z} = (\psi\, ln\, z) L_A^{\alpha} \tag{16a}$$

式(16a)顯示，在靜止均衡之下，經濟成長主要是由研發廠商的研發成功機率 λ 與品質提升的比率 $ln\, z$ 兩個參數決定。根據式(11)可以知道，研發廠商的勞動生產力 ψ、創新困難程度 α 與研發勞動數量 L_A 三者會影響研發成功機率。在決定經濟成長的過程中，除了 z、ψ、α 三個外生參數外，研發廠商投入的勞動數量扮演了極重要的角色。

[6] 關於大數法則推導式更詳細的詮釋，請參見賴景昌 (2019)。

DOI:10.6814/NCCU202200847

第三節　市場均衡

勞動市場的均衡條件: $\ell + L_A = \bar{L}$ (17a)[7]

勞動自由移動條件: $w = w_A$ (17b)

消費跨時最適條件: $\frac{\dot{C}}{C} = \frac{1}{\sigma}(r - \rho)$ (17c)

家計單位的預算限制式: $\dot{p_A} = rp_A + w\bar{L} - C - T$ (17d)

政府預算限制式: $T = sw_A L_A$ (17e)

由家計單位的預算限制式及政府預算限制式可推得商品市場均衡條件(即資源限制式)。首先，將式(10)的研發廠商的非套利條件 $rp_A = \pi - \lambda p_A + \dot{p_A}$、勞動市場均衡條件 $\ell + L_A = \bar{L}$ 及政府預算限制式 $T = sw_A L_A$ 代入家計單位的預算限制式(17d)中可得:

$$rp_A - \pi + \lambda p_A = rp_A + w(\ell + L_A) - C - sw_A L_A$$

將式(13)的研發廠商的零利潤條件 $\pi_A = \lambda p_A - (1 - s)w_A L_A = 0$ 以及勞動自由移動條件 $w = w_A$ 代入上式並簡化可得:

$$w\ell + \pi = C$$

再將式(8a)的關係式 $\pi_i = \frac{z-1}{z}Y$、由式(8a)推導出的關係式 $\pi = \pi_i$、$\ell = \ell_i$ 與式(9)的關係式 $w\ell_i = \frac{1}{z}Y$ 代入上式可以得到商品市場均衡條件，即資源限制式:

---

[7] 勞動市場均衡條件理應表示成: $\int_0^1 \ell_i di + L_A = \bar{L}$；由於每家中間財廠商雇用相同數量的勞動，即 $\ell = \ell_i$，將此關係式代入勞動市場均衡條件即得 $\ell + L_A = \bar{L}$。

DOI:10.6814/NCCU202200847

$$Y = C \tag{18}$$

接著，我們擬仿照 Romer (1990) 及 Jones (1995) 的方法推導靜止均衡的經濟成長率。首先從式(13a)的關係式 $p_A = \frac{(1-s)w_A}{\psi L_A^{\alpha-1}}$ 及勞動自由移動條件 $w = w_A$ 可以推知:在靜止均衡時，$\frac{\widetilde{\dot{p}_A}}{p_A} = \frac{\tilde{\dot{w}}}{w}$。再者，由式(9)的關係式 $w\ell_i = \frac{1}{z}Y$、式(9)推導出的關係式 $\ell = \ell_i$、商品市場均衡條件 $Y = C$ 與勞動自由移動條件 $w = w_A$ 可以推知:在靜止均衡時，$\frac{\tilde{\dot{w}}}{w} = \frac{\tilde{\dot{Y}}}{Y} = \frac{\tilde{\dot{C}}}{C}$。最後，利用式(16a)的關係式 $\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{Z}}{Z} = (\psi \ln z)L_A^{\alpha}$ 可以推知:在靜止均衡之下，$\frac{\tilde{\dot{Y}}}{Y} = \frac{\tilde{\dot{Z}}}{Z}$。準此，可推論，當靜止均衡時，底下的關係式必然成立:

$$\tilde{\gamma} = \frac{\widetilde{\dot{p}_A}}{p_A} = \frac{\tilde{\dot{w}}}{w} = \frac{\tilde{\dot{Y}}}{Y} = \frac{\tilde{\dot{Z}}}{Z} = \frac{\tilde{\dot{C}}}{C} \tag{19}$$

首先，由式(10)的研發商品非套利條件 $rp_A = \pi - \lambda p_A + \dot{p_A}$、式(11)的關係式 $\lambda = \psi {L_A}^{\alpha}$ 以及式(19)的靜止均衡條件 $\tilde{\gamma} = \frac{\widetilde{\dot{p}_A}}{p_A}$ 可以推得靜止均衡時必滿足:

$$r + \psi L_A^{\alpha} - \tilde{\gamma} = \frac{\pi}{p_A} \tag{20}$$

由式(8a)的關係式 $\pi_i = \frac{z-1}{z}Y$ 、式(9)的關係式 $w\ell_i = \frac{1}{z}Y$、$\pi_i = \pi$、$\ell_i = \ell$、式(17a)的勞動市場均衡條件 $\ell + L_A = \bar{L}$ 與式(17b)的勞動自由移動條件 $w = w_A$ 可進一步推知: $\pi = (z-1)w\ell = (z-1)w(\bar{L} - L_A)$。再者，由式(13)的 R&D 廠商零利潤條件及式(17b)的關係式可以推知: $p_A = \frac{(1-s)w}{\psi L_A^{\alpha-1}}$。將以上 π 與 p_A 兩個關係式代入在靜止均衡時滿足的式(20)可得:

$$r + \psi L_A^{\alpha} - \tilde{\gamma} = \frac{(z-1)w(\bar{L} - L_A)}{(1-s)w/\psi L_A^{\alpha-1}} = \frac{\psi(z-1)(\bar{L} - L_A)}{(1-s)L_A^{\alpha-1}} \tag{21a}$$

DOI:10.6814/NCCU202200847

其次，由式(17d)的消費跨時決策 $\frac{\dot{C}}{C}=\frac{1}{\sigma}(r-\rho)$ 和式(19)的靜止均衡條件 $\tilde{\gamma}=\frac{\tilde{C}}{C}$ 可以推得靜止均衡時一定會滿足下方關係式:

$$\tilde{\gamma}=\frac{1}{\sigma}(r-\rho) \tag{21b}$$

最後，根據式(16a)的關係式 $\frac{\dot{Y}}{Y}=\frac{\dot{Z}}{Z}=(\psi\, ln\, z)L_A^{\alpha}$ 以及式(19)的靜止均衡條件 $\tilde{\gamma}=\frac{\tilde{Y}}{Y}=\frac{\tilde{Z}}{Z}$ 可以推得:

$$\tilde{\gamma}=(\psi\ln z)L_A^{\alpha} \tag{21c}$$

因此我們可以從式(21a)、(21b)、(21c)之中，共同求解 3 個變數 $\tilde{\gamma}$、r、L_A。

為了求解變數，首先，將式(21c)代入式(21a)中消去變數 L_A 後可得:

$$(1-s)\left(\frac{\tilde{\gamma}}{\psi\ln z}\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}\left(r+\frac{\tilde{\gamma}}{\ln z}-\tilde{\gamma}\right)=\psi(z-1)\left[\bar{L}-\left(\frac{\tilde{\gamma}}{\psi\ln z}\right)^{\frac{1}{\alpha}}\right]$$

由上式整理並簡化可得:

$$\left(\frac{\tilde{\gamma}}{\psi\ln z}\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}\left[(1-s)r+\frac{z-\ln z-s(1-\ln z)}{\ln z}\tilde{\gamma}\right]=\psi(z-1)\bar{L} \tag{22}$$

從式(22)可以推導出滿足該條件的所有經濟成長率 $\tilde{\gamma}$ 與實質利率 r 之組合；依循 Rivera-Batiz & Romer (1991)，我們將這些組合所形成的軌跡稱為「技術線」— TT 線。藉由此式(22)我們可以描繪出 TT 線的圖形，並且進一步觀察實質利率與經濟成長率的關係。將式(22)整理後可以得出:

$$r=\frac{\psi(z-1)\bar{L}}{1-s}\left(\frac{\tilde{\gamma}}{\psi\ln z}\right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}}-\frac{z-\ln z-s(1-\ln z)}{(1-s)\ln z}\tilde{\gamma}$$

DOI:10.6814/NCCU202200847

接下來，對變數 $\tilde{\gamma}$ 分別取一次與二次偏微分:[8]

$$\left.\frac{\partial r}{\partial \tilde{\gamma}}\right|_{TT} =$$

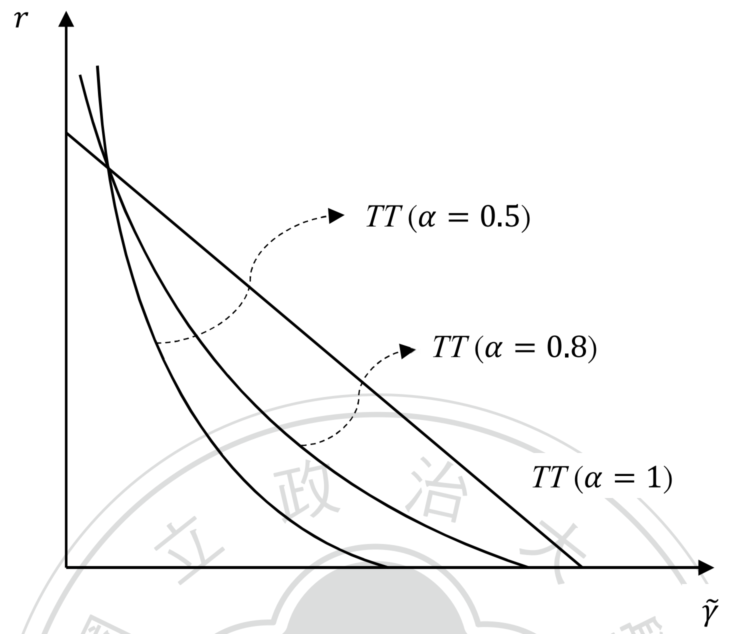
$$\frac{\psi(z-1)\bar{L}}{1-s}\left(\frac{1}{\psi \ln z}\right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}}\frac{\alpha-1}{\alpha}\tilde{\gamma}^{-\frac{1}{\alpha}}-\frac{z-\ln z-s(1-\ln z)}{(1-s)\ln z}<0 \qquad (23a)$$

$$\left.\frac{\partial^2 r}{\partial \tilde{\gamma}^2}\right|_{TT}=\frac{\psi(z-1)\bar{L}}{1-s}\left(\frac{1}{\psi \ln z}\right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}}\left(-\frac{\alpha-1}{\alpha^2}\right)\tilde{\gamma}^{\frac{-1-\alpha}{\alpha}} \quad >0$$

由式(23a)的偏微分結果可知，技術線所呈現的 λ 與 $\tilde{\gamma}$ 的關係一次偏微分小於零且二次偏微分大於零，因此我們可以知道 TT 線為一凸函數，並且會以凸向原點的型態呈現。這是由於利率的上升會降低研發商品藍圖的價值，使經濟體系中針對人力資源的配置由研發部門轉往中間財部門，當研發勞動的投入數量降低，會使研發廠商的研發成功機率降低。同時由於技術水準不斷向上研發精進，此時廠商面對的研發困難程度會隨著研發階段進展逐步提升，也會減緩技術研發的速度。在研發勞動投入數量減少與研發困難程度提高的雙重作用下，使得研發廠商的研發成功機率大幅下降，最終連帶經濟成長的速度放緩，如下頁圖三所示。

[8] 在式(12)中，將影響研發成功機率的研發生產力與創新困難程度限制在 $\psi>0$ ，$0<\alpha\leq 1$ 範圍之下，因此可以得知式(23a)一次偏微分中 $\frac{\alpha-1}{\alpha}<0$ 與二次偏微分中 $-\frac{\alpha-1}{\alpha^2}>0$。另外，由於 $z>1$ 且 $z>ln z$，故可推知 $z-ln z-s(1-ln z)>z-ln z-s(z-ln z)=(1-s)(z-ln z)>0$。綜合以上的推論，並帶入式(23a)即可得知 TT 線為一凸向原點的負斜率曲線。

DOI:10.6814/NCCU202200847



圖三、技術線(TT 線)

從圖三繪製的技術線中可以發現，技術線會隨著 R&D 廠商面對的創新研發困難程度不同而有不同的形態。當創新困難程度 $\alpha = 1$ 時，式(11)研發成功機率的關係式會變成 $\lambda = \psi L_A$，此時的研究勞動量與研發成功機率呈現一對一等比例的線性關係，R&D 廠商可以透過不斷的增加研發勞動量的投入，提高研發商品的成功機率。將 $\alpha = 1$ 代入式(23a)中，可得知 $\left.\frac{\partial r}{\partial \tilde{\gamma}}\right|_{TT} = -\frac{z-\ln z - s(1-\ln z)}{(1-s)\ln z} < 0$，這種情形下的技術線 $TT\,(\alpha = 1)$ 線會呈現為一條負斜率的直線。然而，當創新困難程度介於 0 和 1 之間，R&D 廠商面對的技術研發較為困難，此時即使投入更多的研發勞動力仍然可能無法突破研發成功的門

DOI:10.6814/NCCU202200847

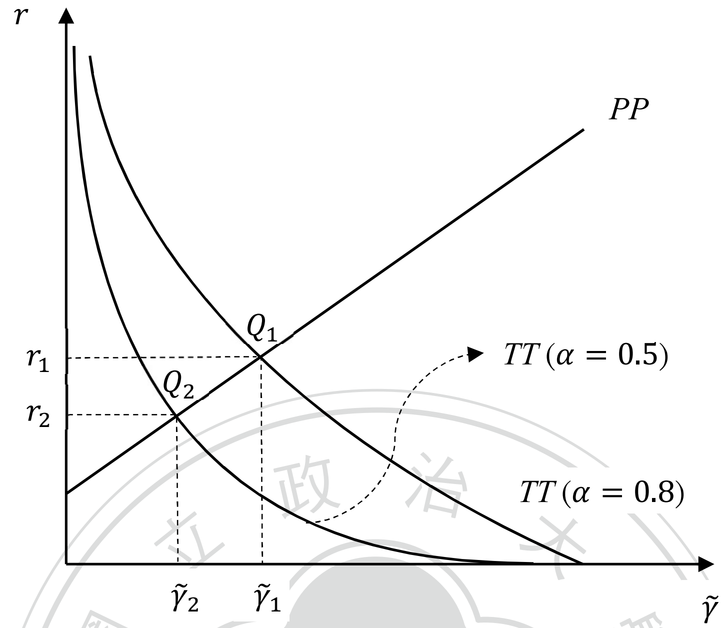
檻，在這種情況下的 $TT\,(\alpha=0.5)$ 線彎曲程度會越大，偏離研究勞動量與研發成功機率為線性關係的負斜率技術線；相反的，當面對的創新困難程度較低時，研發廠商只需要投入和預期相差不遠的研發勞動力數量即可輕易維持研發成功機率，此時的 $TT\,(\alpha=0.8)$ 線彎曲程度較不明顯。

另外，根據式(21b)的跨時消費最適條件 $\tilde{\gamma}=\frac{1}{\sigma}(r-\rho)$ 也可以推得滿足該條件的所有 $\tilde{\gamma}$ 與 r 之組合。依循 Rivera-Batiz & Romer (1991)，我們將這些組合形成的軌跡稱為「偏好線」— PP 線。由式(21b)可知 PP 線的斜率為:

$$\left.\frac{\partial r}{\partial \tilde{\gamma}}\right|_{PP}=\sigma \quad >0 \tag{23b}$$

由此可知，PP 線為一正斜率的直線。根據 Keynes-Ramsey 法則，消費成長率會由利率與時間偏好決定，並且根據商品市場均衡條件得知，在靜止均衡之下的消費成長率會等於經濟成長率，因此實質利率會正向影響經濟成長率。結合圖三的 TT 線，可以透過兩者決定最適實質利率水準 r 與經濟成長率 $\tilde{\gamma}$，如下頁圖四。

DOI:10.6814/NCCU202200847



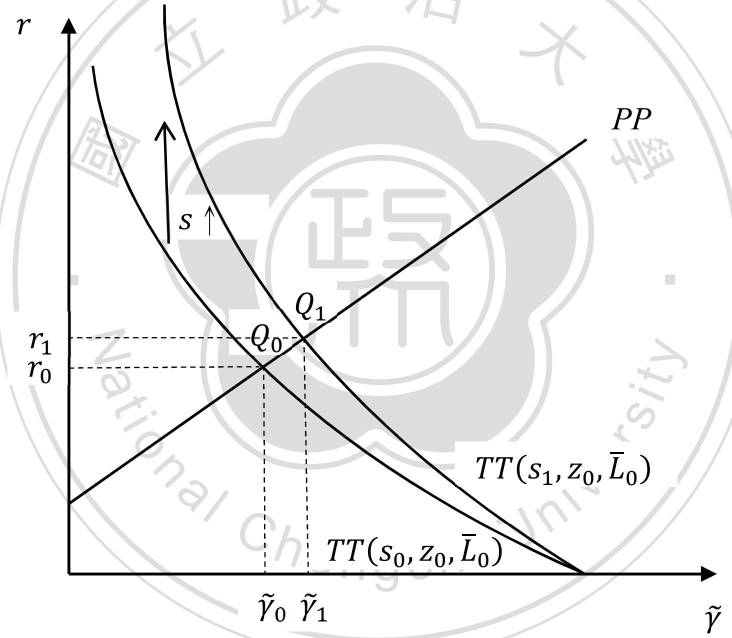
圖四、技術線與偏好線

根據圖四，當研發困難程度低時 $TT\,(\alpha = 0.8)$ 線與 PP 線交點 Q_1 決定了實質利率 r_1 與經濟成長率 $\tilde{\gamma}_1$；當面對的研發困難程度較高時，此時 $TT\,(\alpha = 0.5)$ 線的曲度越大，與 PP 線交點 Q_2 決定了較低的實質利率 r_2 與經濟成長率 $\tilde{\gamma}_2$。這個結果和圖三的解釋相互輝映，當 TT 線的彎曲程度加大，代表研發勞動力對研發的貢獻程度隨著研發新一代技術水準的困難度提升(α 下降)而下降，在其他條件不變的情況下，R&D 廠商投入的研發勞動量不變，卻因為創新困難度提升使研發勞動力的貢獻程度降低而造成研發新一代技術水準的成功

DOI:10.6814/NCCU202200847

機率下降，最終促使廠商的產出成長率降低，同時代表著經濟成長率會位在較低的水準之下。

圖五假定期初政府補助研發費用的比例為 s_0，期初時中間財品質提升的幅度為 z_0，且期初勞動供給總數為 $\bar{L}_0$，故 $TT\ (s_0, z_0, \bar{L}_0)$ 線與 PP 線交點 Q_0 就是期初均衡點，該點所對應的利率水準為 r_0 且經濟成長率為 $\tilde{\gamma}_0$。

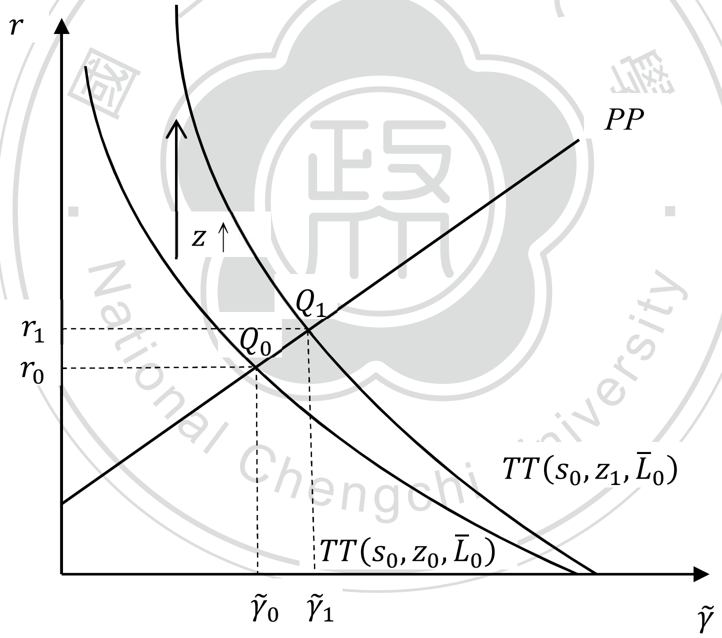


圖五、政府補助研發費用比例增加

面對政府補助研發費用比例由 s_0 增加為 s_1，圖五的技術線會由 $TT\ (s_0, z_0, \bar{L}_0)$ 線向上移動至 $TT\ (s_1, z_0, \bar{L}_0)$ 線。$TT\ (s_1, z_0, \bar{L}_0)$ 線與 PP 線交點 Q_1 決定了較高的實質利率水準 r_1 及較高的經濟成長率 $\tilde{\gamma}_1$。當政府補助研發

DOI:10.6814/NCCU202200847

費用的比例 s 增加，將會促成借貸市場的可貸資金需求減少，從而帶動借貸市場的實質利率上揚。此時透過 Keynes-Ramsey 法則可以推論，家計部門將會增加儲蓄、減少消費，從而有利於提升經濟成長率。由研發廠商的角度來看，這個結果也很符合經濟直覺:當政府調升補助研發費用的比例，將會提高每單位研發價值的利潤，也就是 $\frac{\pi}{p_A}$，並且經濟體系會改變勞動數量的配置，這項變動會使投入至研發部門勞動數量的提升，將會帶動經濟成長率的提升。

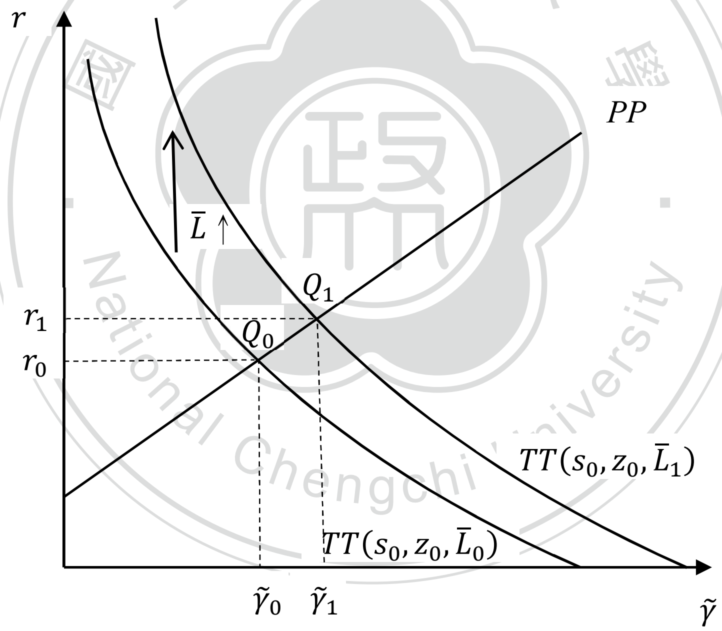


圖六、中間財品質提升幅度增加

中間財品質提升幅度增加的情況和上段政府增加補助研發費用比例的情形相似，對應中間財品質提升的幅度由原先的 z_0 增加為 z_1，圖六的技術線會由

DOI:10.6814/NCCU202200847

$TT\,(s_0, z_0, \bar{L}_0)$ 線上移至 $TT\,(s_0, z_1, \bar{L}_0)$ 線。$TT\,(s_0, z_1, \bar{L}_0)$ 線與 PP 線交點 Q_1 決定了較高的實質利率水準 r_1 及較高的經濟成長率 $\tilde{\gamma}_1$。與圖五討論政府增加補助研發費用比例差異點在於，圖六討論的中間財品質提升幅度中，品質提升幅度是一個外生給定的參數；然而在圖五政府為了增加研發費用的補貼比例，勢必需要提高定額稅的課徵金額，此時由政府控制的補貼比例增加會使得家計部門的期初消費減少，會透過期初消費對經濟體系造成更進一步的影響。



圖七、勞動數量增加

面對勞動數量由 $\bar{L}_0$ 增加為 $\bar{L}_1$，圖七的技術線會由 $TT\,(s_0, z_0, \bar{L}_0)$ 線向上平移至 $TT\,(s_0, z_0, \bar{L}_1)$ 線。$TT\,(s_0, z_0, \bar{L}_1)$ 線與 PP 線交點 Q_1 決定了較高的實

DOI:10.6814/NCCU202200847

質利率水準 r_1 及較高的經濟成長率 $\tilde{\gamma}_1$。當中間財廠商雇用愈多的勞動數量 $\bar{L}$，將會增加中間財的生產，將為中間財廠商帶來愈多的利潤，也就為新研發的商品提升了研發的價值。結合圖七說明，勞動供給增加提供中間財廠商愈多的勞動，這將會提升研發藍圖的價值並促成實質利率的上揚，進一步促使家計部門增加儲蓄、減少消費，從而帶動經濟成長率的提升。此時的勞動“絕對數量”的增加有助於提升經濟成長率，這個結果就是所謂的「規模效果 (scale effect)」；這是由於一般內生成長理論都是討論“率”與“率”間的關係，此時的結果卻呈現“絕對數量”與“率”之間的關係。

接下來，我們來確認創新困難程度 α 的變動對利率水準 r、經濟成長率 $\tilde{\gamma}$ 與研發勞動量 L_A 三個變數的影響效果。我們將式(21b)帶入式(21a)，整理過後可以得到一個以研發勞動量 L_A 表示的函數式:

$$\psi[(\sigma-1)(1-s)\ln z+(z-s)]L_A+(1-s)\rho L_A^{1-\alpha}=\psi(z-1)\bar{L}$$

將整理過後的上式對 α 取微分，可以得:

$$\frac{dL_A}{d\alpha}=\frac{(1-s)\rho\ln L_A\cdot L_A^{1-\alpha}}{\psi[(\sigma-1)(1-s)\ln z+(z-s)]+(1-s)\rho L_A^{-\alpha}}\quad>0$$

因此，我們可以知道研發廠商面對的創新困難度 α 與 R&D 廠商投入的研發勞動量 L_A 兩者之間呈現正向關係。由式(12)的關係式 $\lambda=\psi {L_A}^{\alpha}$ 可以知道，當其他條件不變的情況之下，α 的值越大代表研發的困難程度越低，此時會使研發廠商願意投入更多的勞動力去提升研發成功機率，研發勞動量 L_A 會增加。在確定創新困難程度 α 與研發勞動數量 L_A 的關係後，根據式(21c)的關

DOI:10.6814/NCCU202200847

係式 $\tilde{\gamma}=(\psi\ln z)L_A^{\alpha}$ 可以得知當 α 的數值提高時會使社會的經濟成長率 $\tilde{\gamma}$ 增加，在透過式(21b)的關係式 $\tilde{\gamma}=\frac{1}{\sigma}(r-\rho)$ 可以知道經濟成長率 $\tilde{\gamma}$ 的增加進而會提高利率水準 r。

DOI:10.6814/NCCU202200847

第三章　專利廣度

第一節　專利保護

在接下來章節，我們加入政府對專利權的保護政策進入模型中進行討論。依據 Lernel (1994) 的定義，R&D 的專利廣度是指廠商透過研發生產技術獲得的專利權，能夠受到政府所提供的保護程度。[9]準此，在 Bertrand 價格競爭模型中，我們將中間財廠商的加碼定價定義為 μ，可以表示為:

$$\mu = \frac{p_i}{MC_i} \tag{7*}$$

其中，式(7*)中 μ 代表加碼係數 (mark-up)。由於在 R&D 品質提升模型中，中間財廠商可以透過加碼定價獲得利潤，而且雖然有許多家中間財廠商存在市場中，但每種中間財產品只會由唯一一家中間財廠商生產供應市場需求，促使其他的潛在中間財廠商有誘因去仿冒該中間財產品，此時就需要政府的角色提供適當的保護機制阻止可能仿冒的行為。

在 R&D 的文獻中 (例如 Goh and Olivier, 2002) 將加碼係數 μ 視為反映「專利廣度」的參數，簡而言之，即代表政府對保護專利權政策的重視程度。

[9] Wright (1999) 提到 R&D 的專利賦予創新者壟斷競爭市場的力量，即市場的獨占力 (monopoly power)，且壟斷的力量可以區分為兩種:第一種是「專利長度」，也就是政府針對專利的時間進行保護；第二種是「專利廣度」，此種類型則是著重在政府針對專利的保護程度進行討論，意即廠商通過政府對專利權的保護獲得壟斷市場力量之多寡。

DOI:10.6814/NCCU202200847

當 μ 越大即代表政府加強對專利權的保護程度，即使面對潛在中間財廠商的仿冒威脅，中間財廠商仍然可以訂定一個較高的價格水準以賺取更高的利潤，同時政府對專利權的保護還可以激勵研發廠商持續投入資源進行產品品質研發；相反的，若是 μ 越小即代表政府越降低對專利權的保護，因此當領導廠商在面臨潛在廠商仿冒威脅的競爭時，只好採取較低的產品訂價，在這樣的情況下會使得中間財領導導廠商獲得較少的利潤。

對應前一章節針對中間財廠商的討論，我們可以將式(7)假定 $\mu = z$，這個假設隱含中間財的領導廠商不存在任何會被仿冒的風險。為了反映專利廣度，我們令 $p_i = \mu \times MC_i$；$\mu \in (1, z]$，且 μ 的大小代表專利廣度。在這樣的設定下，結合式(3)的關係式 $x_i = \frac{Y}{p_i}$ 與式(7*)的關係式 $\mu = \frac{p_i}{MC_i}$，可以將原先式(8a)表示中間財廠商的利潤函數改寫為:

$$\pi_i = (\mu - 1)MC_i x_i = \frac{\mu - 1}{\mu} Y \tag{8a*}$$

由式(8a*)即可推知第 i 種中間財領導廠商的利潤 π_i 與最終財產出 Y 的關係。根據式(3)的關係式 $x_i = \frac{Y}{p_i}$、式(5)的關係式 $x_i = z^{q_i}\ell_i$、式(6)的關係式 $MC_i = \frac{w}{z^{q_i}}$ 以及式(7*)的關係式 $\mu = \frac{p_i}{MC_i}$，即可推得:

$$w\ell_i = z^{q_i} MC_i \frac{x_i}{z^{q_i}} = MC_i x_i = \frac{1}{\mu} Y \tag{9*}$$

由式(8a*)與式(9*)可得: $\pi_i + w\ell_i = Y$，準此，我們可以將上一章節討論靜止均衡時必須滿足的關係式(21a)、(21b)以及(21c)修改為:

$$r + \psi L_A^{\alpha} - \tilde{\gamma} = \frac{\psi(\mu - 1)(\bar{L} - L_A)}{(1 - s)L_A^{\alpha - 1}} \tag{21a*}$$

DOI:10.6814/NCCU202200847

$$\tilde{\gamma} = \frac{1}{\sigma}(r - \rho) \tag{21b*}$$

$$\tilde{\gamma} = (\psi \ln z) L_A^{\alpha} \tag{21c*}$$

接著，我們可以由式(21a*)、(21b*)、(21c*)共同求解 3 個變數 $\tilde{\gamma}$、r、L_A。

和前面章節的步驟相同，為了求解變數，首先，將式(21c*)代入式(21a*)中消去變數 L_A 後可得:

$$(1-s)\left(\frac{\tilde{\gamma}}{\psi \ln z}\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}\left(r + \frac{\tilde{\gamma}}{\ln z} - \tilde{\gamma}\right) = \psi(\mu - 1)\left[\bar{L} - \left(\frac{\tilde{\gamma}}{\psi \ln z}\right)^{\frac{1}{\alpha}}\right]$$

由上式整理並簡化可得:

$$\left(\frac{\tilde{\gamma}}{\psi \ln z}\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}\left[(1-s)r + \frac{\mu - \ln z - s(1-\ln z)}{\ln z}\tilde{\gamma}\right] = \psi(\mu - 1)\bar{L} \tag{22*}$$

從式(22*)可以推導出滿足該條件的所有 $\tilde{\gamma}$ 與 r 之組合，我們將這些組合所形成的軌跡稱為「技術線」— TT 線。接著，對經濟成長率變數 $\tilde{\gamma}$ 分別取一次與二次偏微分:

$$\left.\frac{\partial r}{\partial \tilde{\gamma}}\right|_{TT} =$$

$$\frac{\psi(\mu - 1)\bar{L}}{1-s}\left(\frac{1}{\psi \ln z}\right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}}\frac{\alpha - 1}{\alpha}\tilde{\gamma}^{-\frac{1}{\alpha}} - \frac{\mu - \ln z - s(1-\ln z)}{(1-s)\ln z} < 0 \tag{23a*}$$

$$\left.\frac{\partial^2 r}{\partial \tilde{\gamma}^2}\right|_{TT} = \frac{\psi(\mu - 1)\bar{L}}{1-s}\left(\frac{1}{\psi \ln z}\right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}}\left(-\frac{\alpha - 1}{\alpha^2}\right)\tilde{\gamma}^{\frac{-1-\alpha}{\alpha}} > 0$$

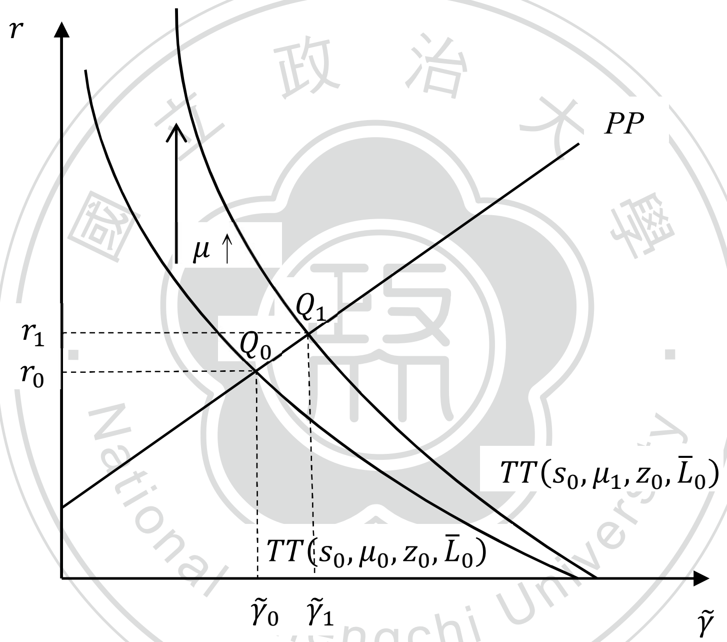
根據偏微分的結果，我們可以知道在模型中加入專利廣度係數 μ 後，TT 線仍然會以凸向原點的圖形呈現。另外，根據式(21b*)的跨時消費最適條件 $\tilde{\gamma} =$

DOI:10.6814/NCCU202200847

$\frac{1}{\sigma}(r-\rho)$ 也可以推得，滿足該條件的所有 $\tilde{\gamma}$ 與 r 之組合，我們將這些組合形成的軌跡稱為「偏好線」— PP 線。由式(21b*)可知 PP 線的斜率為:

$$\left.\frac{\partial r}{\partial \tilde{\gamma}}\right|_{PP} = \sigma \quad > 0 \tag{23b*}$$

由此可知，PP 線為一正斜率的直線，結合式(22*)的 TT 線，可以透過兩者決定最適實質利率水準 r 與經濟成長率 $\tilde{\gamma}$。



圖八、專利廣度增加

圖八假定期初時政府補助研發費用的比例為 s_0，專利廣度為 μ_0，期初中間財品質提升幅度為 z_0，且期初勞動供給數量為 $\bar{L}_0$，故 $TT\,(s_0,\mu_0,z_0,\bar{L}_0)$ 線與 PP 線交點 Q_0 就是期初均衡點，該點所對應的利率水準為 r_0 及經濟成長率為 $\tilde{\gamma}_0$。對應政府提供專利權保護的專利廣度由 μ_0 增加為 μ_1，上圖八技術

DOI:10.6814/NCCU202200847

線 TT 的斜率會變得越陡且截距會增大，從而技術線會由 $TT\,(s_0, \mu_0, z_0, \bar{L}_0)$ 線往上移至 $TT\,(s_0, \mu_1, z_0, \bar{L}_0)$ 線，最終 $TT\,(s_0, \mu_1, z_0, \bar{L}_0)$ 線與 PP 線交點 Q_1 決定了較高的實質利率水準 r_1 及較高的經濟成長率 $\tilde{\gamma}_1$。

同樣的結果也可以在數學推導中得到驗證，我們可以將式(22*)的 TT 線中的經濟成長率 $\tilde{\gamma}$ 對 μ 偏微分，經過整理與簡化之後可以得出:

$$\frac{\partial\tilde{\gamma}}{\partial\mu} = \frac{\frac{\tilde{\gamma}}{\ln z}\left[\left(\frac{\tilde{\gamma}}{\ln z}\right)^{-\frac{1}{\alpha}}\bar{L} - 1\right]}{(1-s)\left[\frac{1-\alpha}{\alpha}r\tilde{\gamma}^{-1} + \sigma\right] + \frac{1}{\alpha}\frac{\mu - \ln z - s(1-\ln z)}{\ln z}} > 0$$

根據上式偏微分的結果，我們可以知道整體社會的經濟成長率 $\tilde{\gamma}$ 和專利廣度的參數 μ 之間呈現正向關係，因此當政府提高對專利權的保護時，亦即提高 μ 的比重，會使得社會的經濟成長率上升。這樣的數學推導結果與先前第一節討論專利廣度加入模型時的經濟分析相互輝映:當政府提供足夠的專利保護時，領導廠商在面對可能被仿冒的風險時，仍然可以將產品訂定一個較高的價格，除了該中間財廠商可以獲得較高的利潤，同時研發廠商也會被激勵研發，兩者都會使得整體社會的經濟成長率提升。

DOI:10.6814/NCCU202200847

第二節　專利保護對社會福利的影響

在第二章第一節中我們討論家計部門時，由式(14a)定義代表性個人的終生效用折現值為 $W=\int_0^\infty \frac{C^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}e^{-\rho t}\,dt$；再者，由式(21b*)可以知道消費是以 $\tilde{\gamma}=\frac{\dot{C}}{C}=\frac{1}{\sigma}(r-\rho)$ 的比率成長，即 $C=C_0e^{\tilde{\gamma}t}$，其中 C_0 為期初消費水準。將代表性個人的最適消費決策之時間路徑代入 $W=\int_0^\infty \frac{C^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}e^{-\rho t}\,dt$ 之中，可以推得代表性個人終生效用折現值的"間接效用函數"，該函數同時也被稱為"社會福利函數":

$$
\begin{aligned}
W&=\int_0^\infty \frac{C^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}e^{-\rho t}\,dt\\
&=\int_0^\infty \frac{\left(C_0e^{\tilde{\gamma}t}\right)^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}e^{-\rho t}\,dt\\
&=\frac{1}{1-\sigma}\left\{\int_0^\infty C_0^{1-\sigma}e^{[(1-\sigma)\tilde{\gamma}-\rho]t}dt-\int_0^\infty e^{-\rho t}\,dt\right\}\\
&=\frac{1}{1-\sigma}\left\{C_0^{1-\sigma}\frac{1}{(1-\sigma)\tilde{\gamma}-\rho}e^{[(1-\sigma)\tilde{\gamma}-\rho]t}\Big|_0^\infty-\frac{1}{\rho}e^{-\rho t}\Big|_0^\infty\right\}\\
&=\frac{1}{1-\sigma}\left\{C_0^{1-\sigma}\frac{-1}{(1-\sigma)\tilde{\gamma}-\rho}-\frac{1}{\rho}\right\}\\
&=\frac{1}{1-\sigma}\left\{\frac{C_0^{1-\sigma}}{\rho-(1-\sigma)\tilde{\gamma}}-\frac{1}{\rho}\right\} \qquad (24)
\end{aligned}
$$

由於要讓社會福利函數 W 是一有限數值，[10]故限定 $\rho-(1-\sigma)\tilde{\gamma}>0$。

式(24)中，需要特別注意到期初消費水準 C_0，根據式(18) $C=Y$、式(15a) $Y=Z\ell$ 與式(17a) $\ell+L_A=\bar{L}$，我們可以得知期初消費水準 $C_0=Y_0=Z_0\ell=$

[10] 因為在推導式(24)時，我們令 $e^{[(1-\sigma)\tilde{\gamma}-\rho]t}\Big|_0^\infty=e^{[(1-\sigma)\tilde{\gamma}-\rho]\infty}-e^{[(1-\sigma)\tilde{\gamma}-\rho]0}=-1$。

DOI:10.6814/NCCU202200847

$Z_0(\bar{L}-L_A)$ 中包含了內生變數 L_A。因此，欲探討經濟成長率提升對社會福利變化的總效果，需要將影響效果分為經濟成長率對社會福利的直接效果影響 (direct effect)，與透過研發廠商雇用的勞動力對社會福利的間接效果影響 (indirect effect)，將式(24)對經濟成長率微分，得出以下結果:

$$\frac{\partial W}{\partial \tilde{\gamma}} = \left.\frac{\partial W}{\partial \tilde{\gamma}}\right|_{\text{直接效果}} + \left.\frac{\partial W}{\partial C_0}\frac{\partial C_0}{\partial L_A}\frac{\partial L_A}{\partial \tilde{\gamma}}\right|_{\text{間接效果}}$$

$$= \frac{C_0^{1-\sigma}}{[\rho-(1-\sigma)\tilde{\gamma}]^2} + \left[-\frac{\alpha\psi Z_0 C_0^{-\sigma}\ln z\, L_A^{\alpha-1}}{\rho-(1-\sigma)\tilde{\gamma}}\right]$$

$$= \frac{C_0^{1-\sigma}}{[\rho-(1-\sigma)\tilde{\gamma}]^2} + \left[-\frac{\alpha Z_0 C_0^{-\sigma} L_A^{-1}\tilde{\gamma}}{\rho-(1-\sigma)\tilde{\gamma}}\right]$$

$$= \frac{C_0^{-\sigma}}{\rho-(1-\sigma)\tilde{\gamma}}\left[\frac{C_0}{\rho-(1-\sigma)\tilde{\gamma}} - \alpha Z_0 L_A^{\alpha-1}\tilde{\gamma}\right] > 0 \qquad (25)$$

根據式(25)我們可以了解經濟成長率 $\tilde{\gamma}$ 與社會福利 W 之間同時存在正向影響的直接效果，與透過研發勞動負向影響的間接效果，將兩種效果加總，經過一增一減相互抵銷，經濟成長率的提高必然會促成社會整體福利的增加。[11]

並且，在前一小節中我們知道創新困難程度 α 與專利廣度 μ 兩變數變動對經濟成長率皆有正向影響的結果，我們可以知道兩個結果:第一，當研發廠商面臨較高的創新困難程度時，即表示 α 越小，會使得經濟成長率降低，進而拉低整體社會福利水準；反之，當創新很容易達成時，經濟成長率會增加，則

[11] 判斷經濟成長率對社會福利影響方向時，關鍵在於式(25)內 $\left[\frac{C_0}{\rho-(1-\sigma)\tilde{\gamma}} - \alpha Z_0 L_A^{\alpha-1}\tilde{\gamma}\right]$ 之正負值，藉由 $C_0 = Y_0 = Z_0\ell$ 且 C_0、Z_0、ℓ、$L_A > 1$，可以得出 $C_0 > Z_0 > \alpha Z_0 L_A^{\alpha-1}$，而 $\rho-(1-\sigma)\tilde{\gamma}$ 與 $\tilde{\gamma}$ 兩者皆為介於 0 和 1 之小數值，因此我們得知 $\frac{C_0}{\rho-(1-\sigma)\tilde{\gamma}} > \alpha Z_0 L_A^{\alpha-1}\tilde{\gamma}$，式(25)中括號內的數值相減必然為一正數，代表經濟成長率對社會福利有正向的影響。

DOI:10.6814/NCCU202200847

社會福利會因而被帶動提高。第二，當政府注重專利權的保護時，即專利廣度參數 μ 較高的情況，高度的專利權保護會使經濟成長率高，進而拉抬社會福利水準。

DOI:10.6814/NCCU202200847

第四章　結論

本文以 R&D 品質提升模型作為建構的基礎，探討研發困難程度、專利廣度如何影響經濟成長。運用了熊彼得的內生成長模型，我們進一步假設研發勞動力投入在面對不同階段的品質研發階段時會對研發成功機率具有非線性的影響關係，以此表現研發困難程度差異如何對 R&D 品質提升模型的靜態均衡結果造成影響。另一方面，在政府對專利權保護的政策分析上，討論專利廣度在研發中具有困難程度差異的假設下對經濟成長帶來的影響。根據本文的分析，可以得出以下結論:

1. 隨著研發廠商面對的創新困難程度增加，會導致較低的實質利率水準與較低的經濟成長率，同時拉低整體社會福利水準。在其他條件不變下，創新困難程度的提升使研發勞動力的貢獻程度降低，造成研發新一代技術水準的成功機率下降。此時廠商面對的研發成功機率有極限水準，研發廠商無法一再透過大規模增加研發勞動投入量，提升技術水準的研發成功機率，最終促使廠商的產出成長率降低，同時代表著經濟成長率會位在較低的水準之下。

2. 政府高度重視專利保護，廠商更加願意投入研發，使實質利率、經濟成長率與整體社會福利水準皆獲得提升。當政府提供足夠的專利保護時，領導廠商在面對可能被仿冒的風險時，仍然可以將產品訂定較高的價格水準，此時除了該中間財廠商可以獲得較高的利潤，同時研發廠商也會被激勵持續進行研發，使得整體社會的經濟成長率提升。

DOI:10.6814/NCCU202200847

隨著產品品質不斷被研發精進，研發創新的通過門檻會不斷向上提升，新的想法越來越難被找到，為了因應更高的研發困難程度廠商會需要更多的研究勞動力抑或者是一位橫空出世的天才，去彌補研發勞動力在面對創新困難程度提升時所導致的研發創新成功機率下降的情況。因此若研發廠商仍然希望維持著一定的研發創新成功機率水準，R&D 廠商勢必需要投入更多、更大量的研發勞動力才得以達成設定的研發成功機率預期水準；然而，此時研發廠商若將研發成功機率的目標訂在一個過高的水準，即使投入再多的研發勞動數量，仍然無法有效彌補因為研發困難度過高所導致研發成功機率下降的幅度，使得廠商永遠無法達到其所設定的目標。

DOI:10.6814/NCCU202200847

參考文獻

賴景昌 (2018)，內生經濟成長理論，逢甲經研所上課講義。

賴景昌 (2019)，內生經濟成長理論：品質提升模型，逢甲經研所上課講義。

賴景昌 (2021)，內生經濟成長理論：R&D，政大經研所上課講義。

Aghion, P. and Howitt, P (2009), *The Economics of Growth*, Ch.3, Mass., Cambridge: MIT Press.

Barro, R. J. and Sala-i-Martin, X. (2004), *Economic Growth*, 2nd Edition, Ch.6, Mass., Cambridge: MIT Press.

Bloom, N., Jones, C. I., Van Reenen, J. and Webb, M. (2020), "Are Ideas Getting Harder to Find?," *American Economic Review* 110, 1104-44.

Chiang, A. C. (1992), *Elements of Dynamic Optimization*, 29-32, New York: McGraw-Hill,.

Chu, A. C. (2009), "Lecture Notes on Quality Ladder Growth Models," Unpublished Manuscript.

Chu, A. C. and Pan, S. (2013), "The Escape-infringement Effect of Blocking Patents on Innovation and Economic Growth," *Macroeconomic Dynamics* 17, 955-969.

Goh, A. T. and Olivier, J. (2002), "Optimal Patent Protection in a Two-Sector Economy," *International Economic Review* 43, 1191-1214.

DOI:10.6814/NCCU202200847

Grossman, G. M. and Helpman, E. (1991), "Quality Ladders in the Theory of Growth," *Review of Economic Studies* 58, 43-61.

Jones, C. I. (1995), "R&D-based Models of Economic Growth," *Journal of Economy* 103, 759-784.

Lernel, J. (1994), "The Importance of Patent Scope: An Empirical Analysis," *Rand Journal of Economics* 25, 319-333.

Lucas, R. E. (1998), "On the Mechanics of Development," *Journal of Monetary Economics* 22, 3-42

O'Donoghue, T. and Zweimuller, J. (2004), "Patents in a Model of Endogenous Growth," *Journal of Economic Growth* 9, 81-123.

Rivera-Batiz, L. A. and Romer, P. M. (1991), "Economic Integration and Endogenous Growth," *The Quarterly Journal of Economics* 106, 531-555.

Romer, P. M. (1987), "Growth Based on Increasing Returns Due to Specialization," *AEA Papers and Proceedings* 77, 56-62.

Romer, P. M. (1990), "Endogenous Technical Change," *Journal of Political Economy* 98, S71-S102.

Solow, R. M. (1957), "Technical Change and the Aggregate Production Function," *Review of Economics and Statistics* 39, 312-320.

DOI:10.6814/NCCU202200847

Wright, D. (1999), "Optimal Patent Breadth and Length with Costly Imitation," *International Journal of Industrial Organization* 17, 419-436.

DOI:10.6814/NCCU202200847