

國立政治大學經濟學系

碩士論文

新興凱因斯模型下通貨膨脹與產出缺口的動態

調整：自然利率衝擊與擴張性貨幣政策的分析

Dynamic Adjustment of Inflation and Output Gap in a New

Keynesian Model: Analysis of the Natural Rate Shock and

Expansionary Monetary Policy

指導教授：賴景昌 博士

研究生：陳尚毅 撰

中華民國 111 年 6 月

謝辭

這篇論文可以順利完成，首先要感謝的是我的指導教授 賴景昌 老師，謝謝老師在我迷惘時給予我論文的方向和建議，謝謝老師不厭其煩地幫我修正我的論文內容，更謝謝老師讓我對總體經濟學產生莫大的興趣。如果沒有老師親力親為的教導與教誨，今天這篇論文也不可能完成。

同時，謝謝 蕭明福 老師以及 洪福聲 老師擔任我的口試委員，給予我指正與建議，讓這篇論文得以更完整的呈現。謝謝 秀燕 助理及 賀翔 助教，幫我處理繁瑣的行政文件，讓我在這兩年碩士生涯中可以順利地畢業。接著，謝謝我的好戰友靖純，謝謝她幫我處理口試與論文相關的文件，並負責聯絡口試老師與助教，沒有她，我的口試以及論文可能沒有辦法順利的完成。也謝謝我的另一位好戰友逸威，謝謝他在我寫論文遇到困難時一起幫我解決，並互相督促，使我的論文得以在這麼短的時間內完成。還有也謝謝政大經濟系的所有老師與同學，讓我在這兩年碩士生涯學到了非常多的知識以及增廣了我的見聞，讓我的研究所生活更充實更難忘。

最後我要謝謝對我最重要的人，我的父母，沒有他們無私的栽培與付出，我沒有辦法這麼順利的完成我的學業，沒有他們就沒有現在的我。謝謝！

陳尚毅 謹誌於

國立政治大學經濟學研究所

中華民國一一年六月

摘要

本文以 Werning(2012)與 Liu, Huang and Lai(2020)為基礎，建構連續時間之下的前瞻性新興凱因斯模型，其中貨幣當局之貨幣政策係採行泰勒法則，並且探討貨幣當局事先宣告與未宣告之擴張性貨幣政策(調高目標通貨膨脹率)，對於經濟體系的產出缺口與通貨膨脹率之影響。以及透過負的自然實質利率衝擊來詮釋金融風暴發生之時，完全預知的消費者與廠商如何出決策，進而影響產出水準與通貨膨脹率。本文分析得出了兩個結論：

- 一.當面臨負的自然實質利率衝擊時，將會帶來經濟的衰退並出現通貨緊縮。
- 二.貨幣當局宣告將會調升目標通貨膨脹率之際，不論政策的類型為何(暫時性或恆久性貨幣政策)，產出缺口與通貨膨脹率會在政策宣告但還未實施之時就先行上漲。

關鍵字：金融危機，新興凱因斯模型，貨幣政策，動態調整，宣示效果。

Abstract

This thesis sets up a forward-looking New Keynesian model in continuous time based on Werning (2012) and Liu, Huang and Lai (2020), in which the monetary authority implements a Taylor's rule. The purpose of this thesis is to analyze how the anticipated and unanticipated expansionary monetary policies (raising the target inflation rate) govern the transitional dynamics of the output gap and inflation rate. In addition, this thesis explains how the perfect foresight households and firms make optimal decisions during a financial crisis via negative temporary natural real interest rate shocks.

Two main findings emerge from the analysis. First, when economy faced with negative temporary natural real interest rate shocks, the economy will sink into a recession with deflation. Second, the output gap and inflation rate will rise immediately before the policy is announced but not yet implemented, regardless of the type of the monetary expansion policy.

Keywords: financial crisis, New Keynesian model, monetary policy, transitional adjustment, announcement effect.

目錄

論文審訂書.....	i
謝辭.....	ii
摘要.....	iii
Abstract.....	iv
第一章 緒論.....	1
第一節 研究動機.....	1
第二節 文獻回顧.....	3
第三節 本文架構.....	5
第二章 理論模型.....	6
第一節 模型架構.....	6
第二節 長期均衡.....	7
第三節 動態性質.....	9
第三章 宣示效果.....	12
第一節 自然實質利率衝擊.....	12
第二節 貨幣擴張政策.....	18
第四章 結論.....	39
附錄 A.....	40
參考文獻.....	48

圖目錄

圖 2-1、產出缺口與通貨膨脹率之動態調整路徑.....	11
圖 3-1、美國 1960-2016 年自然實質利率走勢圖.....	12
圖 3-2、未預料之暫時性自然實質利率變動時間軸.....	13
圖 3-3、未預料之暫時性自然實質利率衝擊.....	16
圖 3-4、預料到之恆久性貨幣擴張政策時間軸.....	19
圖 3-5、預料到之恆久性貨幣擴張政策.....	22
圖 3-6、未預料到之暫時性貨幣擴張政策時間軸.....	25
圖 3-7、未預料到之暫時性貨幣擴張政策.....	28
圖 3-8、預料到之暫時性貨幣擴張政策時間軸.....	31
圖 3-9、預料到之暫時性貨幣擴張政策.....	36

第一章 緒論

第一節 研究動機

為了因應網路泡沫化及 911 恐怖攻擊所引發之通貨緊縮潛在危機，聯準會自 2000 年 5 月至 2003 年 6 月間，將名目聯邦資金利率由 6.5% 調降至 1%。在資金成本低廉的情況下，市場流動性大增，充裕的資金流入房地產市場，房價呈現一路飆升。在房價上漲的過程當中，收入較低或信用評等較差之貸款者，因無法經由正常管道向銀行取得信用貸款，因此就透過次級房貸業者取得購屋所需之資金。面對過熱的房市，聯準會自 2004 年至 2007 年間，將名目聯邦資金利率由 1% 逐步調升至 5.25%。隨著聯邦資金利率的提高，次級房貸者的信用貸款利率跟著提高，加重了還款人的負擔，再加上石油價格的飆漲，景氣趨緩，許多藍領階級遭到裁員無法償還貸款，促使違約率上升，最終引發了美國次級房貸風暴，該風暴透過全球國際金融市場的傳遞與蔓延，進而釀成了 2008 年的全球金融海嘯。¹

該金融危機不只使得金融市場動盪不安，更影響到了經濟的實質層面。2009 年第二季美國的實質 GDP 相對去年同期減少了 4%，是 1982 年以來經濟成長率下滑最嚴重的一次；於其他先進國家中，以日本與歐元區 2009 年第一季的實質 GDP 相對去年同期分別下滑 5.4% 與 5.7%，衰退程度最為顯著。另外，金融風暴使得國際需求大減，原油和貴金屬等原物料價格急速下滑，美國西德州

¹ 對於金融海嘯發生的詳細過程與原因，見許溪南、王家美(2010)。

中級原油與 JOC(美國哥倫比亞大學工業原料價格指數)於 2008 年 7 月至 2008 年 12 月間下跌逾 69%與 52%。原物料價格的減少，加上民眾開始樽節消費支出，使得各國之消費者物價指數(CPI)年增率均出現下跌。美國與日本 2009 年 7 月 CPI 年增率分別為-1.96%與-2.2%，亞洲國家中，泰國、中國與台灣自 2009 年 2 月起均呈負成長，1 至 10 月平均 CPI 年增率分別為-1.5%、-1.1%與-0.8%。²基於以上實際資料的觀察，一個問題出現了，發生在金融市場的衝擊是如何影響到經濟體系的實質層面，該金融風暴為什麼會造成產出水準及通貨膨脹率的大幅下滑，其背後的經濟意涵為何。為了探討這個問題，本文擬以 Werning(2012)與 Liu, Huang and Lai(2020)為基礎，建構連續時間之下的新興凱因斯模型，分析 2008 年全球金融風暴是如何影響到經濟體系的產出缺口與通貨膨脹率，並且提供完整的動態分析及圖形解析，來闡明其中的經濟意涵。

前面曾經提到，聯準會自 2000 年至 2003 年將名目聯邦資金利率由 6.5%調降至 1%，並於 2004 年至 2007 年間，將名目聯邦資金利率由 1%調升至 5.25%，而在 2008 年發生金融海嘯時，針對景氣的大幅衰退，又陸續地將名目聯邦資金利率從 5.25%壓低至 0.25%。這種貨幣當局積極地調整他們所掌控的貨幣政策工具(名目利率)，藉以達成穩定通貨膨脹率及維持充分就業的目標，此種政策稱之為穩定政策(stabilization policy)。³因此，本文設定貨幣當局實施泰勒法則

² 金融風暴對於總體經濟之影響以及相關數據整理，請見蔡耀如(2010)。

³ 中央銀行的穩定政策詳細內容，見賴景昌(2018)，第十四章。

(Taylor's rule)的政策下，透過事先宣告與未宣告地調整目標通貨膨脹率，探討該政策於新興凱因斯模型之經濟體系的貨幣政策宣示效果。

第二節 文獻回顧

在前瞻性新興凱因斯模型架構下，關於貨幣政策的相關文獻中，Gali(2015)建構了一個間段時間之新興凱因斯模型，並且設定貨幣當局遵循泰勒法則之下，其發現當貨幣政策面臨到暫時性的正向衝擊時，此時產出缺口與通貨膨脹率皆會暫時性的下降。此外，Gali(2015)還假設當貨幣供給為外生給定的條件下，利用動態 IS 曲線、新興凱因斯菲利普曲線與貨幣市場均衡條件所建構之一般均衡模型探討當貨幣當局實施擴張性貨幣政策時(增加貨幣供給量)，產出缺口與通貨膨脹率的變動。其結果發現，當貨幣當局實施擴張性貨幣政策時，產出缺口與通貨膨脹率皆會暫時性的上升。⁴與該篇著作不同，本文是建構連續時間之新興凱因斯模型與泰勒法則，並利用圖形解析闡述暫時性以及恆久性的目標通貨膨脹率調整對於通貨膨脹率與產出缺口的明確動態調整路徑，以及貨幣政策的宣示效果。

Woodford(2003)與 Werning(2012)則是著重於從最小化社會損失函數的角度進行規範性分析(normative analysis)。Woodford(2003)首創地將民眾終身效用的折現值與產出水準和通貨膨脹率的二次損失函數聯繫起來，建立了一個與代表

⁴ Rotemberg and Woodford(1999)與 Christiano, Eichenbaum and Evans(2005)提供了新興凱因斯模型之下貨幣政策衝擊效果相關之實證數據，並討論如何修正模型以得到更好的配適能力。

性家計效用函數近似的政策目標函數，並探討中央銀行的最適貨幣政策為何。

Werning(2012)指出，在流動性陷阱的情況下，若貨幣當局採取權衡性之貨幣政策會導致經濟體系陷入衰退並伴隨著通貨緊縮，而如果貨幣當局採取法則之貨幣政策會使得經濟體系走出蕭條並伴隨著通貨緊縮。與上述提及的兩篇著作不同，本文的分析屬於實事性分析(positive analysis)，著重探討當貨幣當局實施不同型態的貨幣政策時，經濟體系的產出缺口與通貨膨脹率的動態調整為何。

在 Liu, Hung and Lai(2020)的論文中，同樣建構了一個連續時間的新興凱因斯模型，然而該篇論文涉及了貨幣政策制度的變革，即假設在出現負自然實質利率衝擊之前，貨幣當局執行泰勒法則。而當經濟面臨預期的衝擊以致自然實質利率暫時性地減少時，貨幣當局將被迫採取實施零利率下限政策。⁵爾後，當負的自然實質利率衝擊消失時，貨幣當局將再次回復執行泰勒法則。其政策制度的改變不但涉及了市場機要的變化還涵蓋了投機幻泡的變化(本文只涉及市場機要的變化)。此外，該篇著作主要探討在流動性陷阱的情況下，財政政策是否能夠有效地刺激產出，使經濟體系走出衰退。與該篇文獻不同，本文主要探討的是不同型態貨幣政策的宣告效果對經濟體系的影響，因此本文假設忽略財政部門的存在。

⁵ 零利率下限(zero low bound; ZLB)政策是在金融風暴發生之後，為了克服經濟蕭條，諸多歐美先進國家的貨幣當局採用寬鬆的貨幣政策，逐步將名目利率引導至接近於零或等於零的水準，它被視為寬鬆貨幣政策的極限。

最後，在 Walsh(2010)與 Lai(2018)中，透過假定民眾具有靜態預期形成之下，建構 AS-AD-TR 模型，即商品市場均衡條件、backward-looking 的菲利普曲線及泰勒法則，探討貨幣當局若實施調低目標通貨膨脹率的政策，是否能夠成功地壓低當前通貨膨脹率。其結果發現，長期之下，貨幣當局實施調低目標通貨膨脹率的政策確實可以壓低當前的通貨膨脹率水準。與上述文獻不同，本文則是透過理性預期形成的民眾與廠商，在極大化自身效用的條件下，建構新興凱因斯模型，即歐勒方程式、forward-looking 的菲利普曲線及泰勒法則，來描述貨幣當局調高目標通貨膨脹率對於經濟體系之影響，以及其經濟意涵。

第三節 本文架構

本文一共包括四章。第一章為緒論，介紹本文之研究動機與文獻回顧。第二章為理論模型，本文以 Werning(2012)和 Liu, Huang and Lai(2020)為基礎，建構連續時間之下的新興凱因斯模型。第三章為宣示效果，分別探討自然實質利率的外生衝擊(金融海嘯)及貨幣當局透過調整目標通貨膨脹率的擴張性貨幣政策下如何影響民眾與廠商之決策。最後，第四章為本文之結論。

第二章 理論模型

本文沿用 Werning(2012)和 Liu, Hung and Lai(2020)所建構連續時間之新興凱因斯模型進行分析。此章分為三節，第一節首先建立新興凱因斯之一般均衡模型，第二節探討在靜止均衡之下，經濟體系各變數的穩定均衡解值，第三節分析經濟體系的動態性質，並刻畫產出缺口與通貨膨脹率的動態調整路徑圖。

第一節 模型架構

本文與 Werning(2012)的模型類似，建立由新興凱因斯菲利普曲線，動態 IS 曲線與泰勒法則所組成的一般均衡模型：⁶

$$\rho\pi_t = \kappa x_t + \dot{\pi}_t \quad (2.1)$$

$$\dot{x}_t = i_t - \pi_t - r^n \quad (2.2)$$

$$i_t = i_0 + \phi(\pi_t - \pi^T) \quad (2.3)$$

上式中 π_t 為通貨膨脹率， x_t 為產出缺口， $\dot{\pi}_t = \frac{\partial \pi_t}{\partial t}$ 為通貨膨脹率隨時間的變動量， $\dot{x}_t = \frac{\partial x_t}{\partial t}$ 為產出缺口隨時間的變動量， ρ 為時間偏好率， a 為技術進步率， r^n 為自然實質利率，此外 $r^n = a + \rho$ ， $\kappa = \frac{(\varepsilon-1)(1+\varphi)}{\theta}$ ，係數 $\varepsilon, \varphi, \theta$ 分別為商品之替代彈性、跨期勞動供給彈性之倒數與價格僵固係數。⁷ i_t 為名目利率， i_0 為靜止均衡之下的名目利率， π^T 為央行所決定的目標通貨膨脹率， ϕ 為名目利率對通貨膨脹率的反應程度。

式(2.1)為新興凱因斯菲利普曲線，透過微分方程求解式(2.1)可得通貨膨脹率的最適路徑為：

⁶ 關於新興凱因斯菲利普曲線與動態 IS 曲線之完整推導，詳見附錄 A。

⁷ 對於自然實質利率 r^n 與係數 κ 的求解，詳見 Moll(2012)與附錄 A。

$$\pi_t = \kappa \int_t^{\infty} e^{-\rho(s-t)} x_s ds \quad (2.4)$$

式(2.4)隱含式(2.1)為一前瞻性(forward-looking)之新興凱因斯菲利普曲線，因為當期通貨膨脹率取決於未來所有期間之產出缺口的折現值，且由於 $\kappa > 0$ ，故當期通貨膨脹率與未來期間之產出缺口呈現正向關係。⁸

式(2.2)為動態 IS 曲線，即 Keynes-Ramsey 法則，當實質利率大於自然實質利率時，此時儲蓄的利得增加，民眾偏好在未來進行消費($\dot{c}_t > 0$)，使得產出缺口比例擴大($\dot{x}_t > 0$)。同樣地，當實質利率大於自然實質利率時，此時儲蓄的利得減少，民眾偏好於當下消費($\dot{c}_t > 0$)，此時產出缺口比例縮小($\dot{x}_t < 0$)。⁹

最後，式(2.3)為泰勒法則，¹⁰其代表貨幣當局根據通貨膨脹率的變化來適度調整名目利率水準，與 Galí(2015)和 Moll(2012)一致，為確保此動態系統存在唯一的穩定均衡，本文假設 $\phi > 1$ ，即央行會根據通貨膨脹率的變化適度調整名目利率的水平，這種名目利率的調整方式被稱為泰勒原理(Taylor principle)。

第二節 長期均衡

在推導模型的變數之長期均衡解前，我們將式(2.3)代入式(2.2)後，可建構以下的聯立微分方程：

⁸ 前瞻性新興凱因斯菲利普曲線的相關說明詳見附錄 A.2。

⁹ 根據附錄 A.4 的資源限制式取對數並對時間 t 全微分可得 $\dot{c}_t = \dot{y}_t$ ，又依照產出缺口的定義 $x_t = y_t - y_t^n$ ，對時間 t 全微分可得 $\dot{x}_t = \dot{y}_t - \dot{y}_t^n$ ，合併上兩式可得 $\dot{x}_t = \dot{c}_t - \dot{y}_t^n$ 。故可知在生產技術不變的前提下($\dot{y}_t^n = 0$)，當消費增加時，產出缺口也會擴大。

¹⁰ 式(2.3)與 Galí(2015)所使用的泰勒法則($\dot{i}_t = i_0 + \phi_\pi(\pi_t - \pi^T) + \phi_x x_t$)不同，本文為了簡化分析，假設 $\phi_x = 0$ ，即貨幣當局純粹依據通貨膨脹率的變化適度調整名目利率。式(2.3)與 Werning(2012)和 Wieland(2019)所使用之泰勒法則一致。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_t \\ \dot{\pi}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \phi - 1 \\ -\kappa & \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_t \\ \pi_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_0 - \phi\pi^T - r^n \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

長期均衡之下，經濟體系具備 $\dot{x}_t = \dot{\pi}_t = 0$ 的條件，將此條件代入式(2.5)，

可推得產出缺口 x_t 與通貨膨脹率 π_t 的長期均衡值($x^{s.s}$ 與 $\pi^{s.s}$)：

$$x^{s.s} = \frac{\rho(r^n + \phi\pi^T - i_0)}{\kappa(\phi - 1)} \quad (2.6)$$

$$\pi^{s.s} = \frac{r^n + \phi\pi^T - i_0}{\phi - 1} \quad (2.7)$$

我們利用式(2.6)與式(2.7)之產出缺口與通貨膨脹率的長期均衡值，分別對實質自然利率和目標通貨膨脹率偏微分，即可知經濟體系面對自然實質利率的衝擊與貨幣政策(調整目標通貨膨脹率)之比較靜態：

$$\frac{\partial x^{s.s}}{\partial r^n} = \frac{\rho}{\kappa(\phi - 1)} > 0 \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial \pi^{s.s}}{\partial r^n} = \frac{1}{\phi - 1} > 0 \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial x^{s.s}}{\partial \pi^T} = \frac{\rho\phi}{\phi - 1} > 0 \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial \pi^{s.s}}{\partial \pi^T} = \frac{\phi}{\phi - 1} > 0 \quad (2.11)$$

由式(2.8)和式(2.9)可以觀察到當市場出現負向的自然實質利率衝擊時，產出缺口與通貨膨脹率皆會下降。由式(2.10)和式(2.11)可以發現，當貨幣當局實施擴張性貨幣政策時，產出缺口與通貨膨脹率皆會增加。

為簡化分析，假設經濟體系於最初時處於靜止均衡之狀態，並使用下標 0 代表經濟體系在期初時的靜止均衡值。且為使經濟體系於期初時產出缺口與通貨膨脹率等於零，本文皆假設期初的名目利率水準為 $i_0 = a + \rho + \phi\pi^T$ ，將此名目利率帶入式(2.6)式與(2.7)，即可推得期初通貨膨脹率與產出缺口分別為：

$$x^{s.s} = x_0 = 0 \quad (2.12)$$

$$\pi^{s.s} = \pi_0 = 0 \quad (2.13)$$

因此，經濟體在期初靜止均衡時不存在產出缺口，且通貨膨脹率為零。

第三節 動態性質

令 λ 為動態體系之特徵根，根據式(2.4)，我們可以推得以下特徵方程式：

$$\begin{vmatrix} 0 - \lambda & \phi - 1 \\ -\kappa & \rho - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

展開上式可得：

$$\lambda^2 - \rho\lambda + \kappa(\phi - 1) = 0 \quad (2.14)$$

令 λ_1 和 λ_2 為滿足式(2.14)之兩相異特徵根，且由根與係數的關係可得：

$$\lambda_1 + \lambda_2 = \rho > 0 \quad (2.15)$$

$$\lambda_1\lambda_2 = \kappa(\phi - 1) > 0 \quad (2.16)$$

透過式(2.15)和式(2.16)可知，特徵根為兩相異正根，故經濟體系具有不安定之

性質，本文假設 $\lambda_1 > \lambda_2 > 0$ ，其特徵根分別為：

$$\lambda_1 = \frac{\rho + \sqrt{\rho^2 - 4\kappa(\phi - 1)}}{2} \quad (2.17)$$

$$\lambda_2 = \frac{\rho - \sqrt{\rho^2 - 4\kappa(\phi - 1)}}{2} \quad (2.18)$$

藉由式(2.5)可以求解出產出缺口與通貨膨脹率的一般解：

$$x_t = x^{s.s}(r^n, \pi^T) + A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t} \quad (2.19)$$

$$\pi_t = \pi^{s.s}(r^n, \pi^T) + \frac{\lambda_1}{\phi - 1} A_1 e^{\lambda_1 t} + \frac{\lambda_2}{\phi - 1} A_2 e^{\lambda_2 t} \quad (2.20)$$

式(2.19)與式(2.20)中， $x^{s.s}(r^n, \pi^T)$ 與 $\pi^{s.s}(r^n, \pi^T)$ 為聯立微分方程式之特殊解，即各變數之靜止均衡解值，又稱為市場基要(market fundamentals); $A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t}$ 與 $\frac{\lambda_1}{\phi - 1} A_1 e^{\lambda_1 t} + \frac{\lambda_2}{\phi - 1} A_2 e^{\lambda_2 t}$ 為聯立微分方程式之齊性解，又稱為投機幻泡(speculative bubbles)，其中 A_1 和 A_2 為待解之參數。

接著，利用圖形來描述產出缺口與通貨膨脹率的動態調整路徑。由式(2.1)

和式(2.2)可以得到滿足 $\dot{x}_t = 0$ 與 $\dot{\pi}_t = 0$ 的所有 x_t 與 π_t 之組合軌跡，分別令其為

$\dot{x}_t = 0$ 線與 $\dot{\pi}_t = 0$ 線，兩條線之斜率如下表示：

$$\left. \frac{\partial \pi_t}{\partial x_t} \right|_{\dot{x}_t=0} = 0 \quad (2.21)$$

$$\left. \frac{\partial \pi_t}{\partial x_t} \right|_{\dot{\pi}_t=0} = \frac{\kappa}{\rho} > 0 \quad (2.22)$$

由式(2.21)和式(2.22)可知， $\dot{x}_t = 0$ 線為一水平線， $\dot{\pi}_t = 0$ 線為一正斜率之直線。

由於體系存在兩正根($\lambda_1, \lambda_2 > 0$)，即存在兩個不安定之特徵根，故此動態體系呈現全面不安定的特性。

定義使經濟體系發散的不安定的手臂 UU_1 為滿足 $A_1 = 0$ 的所有 x_t 與 π_t 組合軌跡，其斜率如下：

$$\left. \frac{\partial \pi_t}{\partial x_t} \right|_{UU_1} = \frac{\lambda_2}{\phi - 1} > 0 \quad (2.23)$$

接著，定義另一條不安定的手臂 UU_2 為滿足 $A_2 = 0$ 的所有 x_t 與 π_t 組合軌跡，其斜

率如下：

$$\left. \frac{\partial \pi_t}{\partial x_t} \right|_{UU_2} = \frac{\lambda_1}{\phi - 1} > 0 \quad (2.24)$$

根據前述對於特徵根的假設($\lambda_1 > \lambda_2 > 0$)與式(2.15)和式(2.16)，我們可知 $\dot{\pi}_t = 0$

線與 UU_1, UU_2 之斜率關係為：

$$0 < \left. \frac{\partial \pi_t}{\partial x_t} \right|_{\dot{\pi}_t=0} < \left. \frac{\partial \pi_t}{\partial x_t} \right|_{UU_1} < \left. \frac{\partial \pi_t}{\partial x_t} \right|_{UU_2} \quad (2.25)$$

綜上所述，我們利用圖 2-1 表示產出缺口與通貨膨脹率之動態調整路徑圖。¹¹

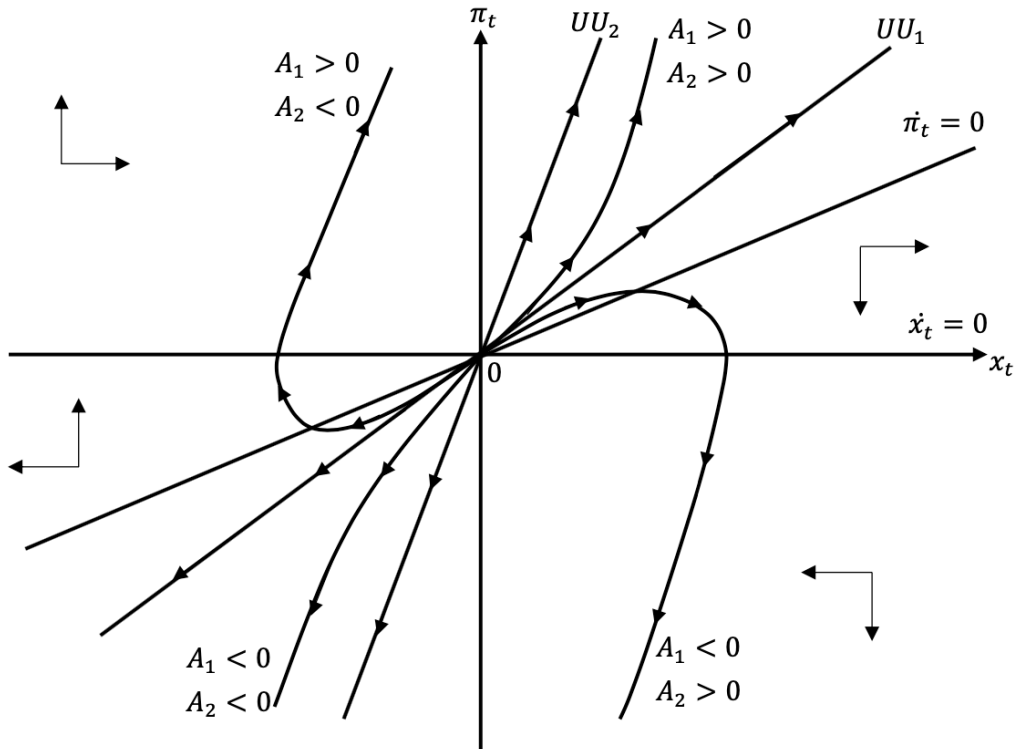


圖 2-1 產出缺口與通貨膨脹率之動態調整路徑

¹¹ 除了不安定的手臂 UU_1 及 UU_2 之外的其他動態路徑，皆是以 UU_1 為漸近線出發，並沿著 UU_2 為漸近線發散。其數學證明可見賴景昌(2020)，宣示效果講義。

第三章 宣示效果

本章分為兩節，第一節探討經濟體系面對未預期到的暫時性自然實質利率負向衝擊下如何影響民眾及廠商的決策，進而影響產出缺口與通貨膨脹率。第二節探討央行在實施泰勒法則之下，藉由目標通貨膨脹率的調整，實施宣告與未宣告的擴張性貨幣政策，如何影響產出缺口與通貨膨脹率。

第一節 自然實質利率衝擊

圖 3-1 為 Holston, Laubach and Williams(2017)估計之美國 1960 年至 2016 年的自然實質利率，從該圖可以清楚地看到，金融危機發生時(2008 年與 2009 年間)，實質自然利率出現大幅度下滑的現象。Eggertsson(2011)指出，負向之自然實質利率衝擊與借款人違約機率有關，而借款人出現大量違約是次貸危機的主要徵兆，因此本節欲利用未預料到之負的暫時性自然實質利率衝擊來詮釋在新興凱因斯模型下經濟體系於金融海嘯期間對其產出缺口與通貨膨脹率的影響。¹²



圖 3-1 美國 1960-2016 年自然實質利率走勢圖

¹² 除了 Eggertsson (2011)外，諸多使用新興凱因斯模型架構下探討金融危機的文獻中，皆透過自然實質利率衝擊來詮釋次貸危機，如 Christiano et al.(2011), Werning(2012) 和 Wieland(2019)等文獻。

我們配合圖 3-2 來說明未預料到的自然實質利率衝擊。假定期初第 0 時，經濟體系出現負面的自然實質利率衝擊，且該衝擊為暫時性衝擊(金融海嘯只是暫時性的呈現)，到了 T 時，該負面的衝擊將會回復至期初水準。為了行文方便起見，令 0^- 時及 0^+ 時分別代表未預料到的暫時性自然實質利率衝擊出現的前、後瞬間， T^- 時及 T^+ 時分別代表自然實質利率回復至期初水準的前、後瞬間。

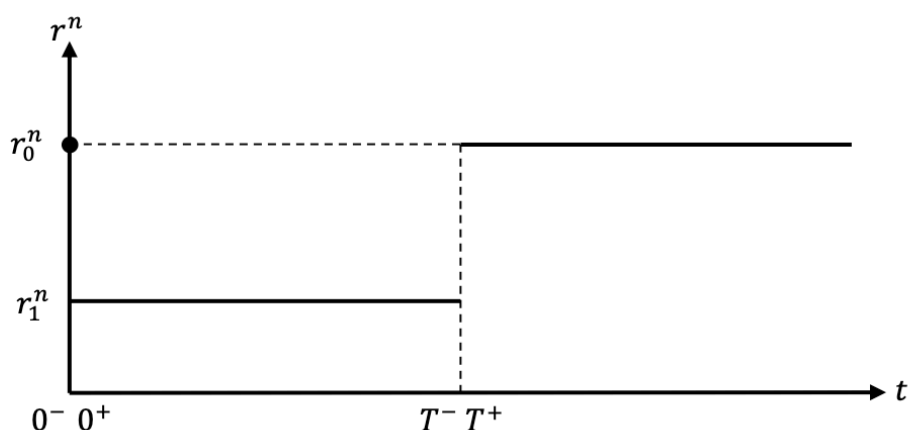


圖 3-2 未預料之暫時性自然實質利率變動時間軸

根據式(2.19)與式(2.20)可以以數學式表達 x_t 與 π_t 的動態調整路徑：

$$x_t = \begin{cases} x^{s.s}(r_0^n); & t = 0^- \\ x^{s.s}(r_1^n) + A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t}; & 0^+ \leq t \leq T^- \\ x^{s.s}(r_0^n) + B_1 e^{\lambda_1 t} + B_2 e^{\lambda_2 t}; & t \geq T^+ \end{cases} \quad (3.1)$$

$$\pi_t = \begin{cases} \pi^{s.s}(r_0^n); & t = 0^- \\ \pi^{s.s}(r_1^n) + \frac{\lambda_1}{\phi - 1} A_1 e^{\lambda_1 t} + \frac{\lambda_2}{\phi - 1} A_2 e^{\lambda_2 t}; & 0^+ \leq t \leq T^- \\ \pi^{s.s}(r_0^n) + \frac{\lambda_1}{\phi - 1} B_1 e^{\lambda_1 t} + \frac{\lambda_2}{\phi - 1} B_2 e^{\lambda_2 t}; & t \geq T^+ \end{cases} \quad (3.2)$$

為了求得係數 A_1, A_2, B_1 與 B_2 確切數值，我們需藉助經濟體系最終會收斂至均衡的安定條件，以及理性預期的連續條件，這些條件分別表示成：

$$B_1 = B_2 = 0 \quad (3.3)$$

$$x_{T^-} = x_{T^+} \quad (3.4)$$

$$\pi_{T^-} = \pi_{T^+} \quad (3.5)$$

將式(3.1)與式(3.2)代入式(3.4)與式(3.5)的連續條件並將式(3.3)的安定條件代入整理可得：

$$\begin{bmatrix} e^{\lambda_1 T} & e^{\lambda_2 T} \\ \frac{\lambda_1}{\phi-1} e^{\lambda_1 T} & \frac{\lambda_2}{\phi-1} e^{\lambda_2 T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\rho(r_0^n - r_1^n)}{\kappa(\phi-1)} \\ \frac{r_0^n - r_1^n}{\phi-1} \end{bmatrix}$$

利用 Cramer's 法則可求得 A_1 和 A_2 分別為：

$$A_1 = \frac{\lambda_2(r_0^n - r_1^n)}{\lambda_1(\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_1 T} < 0 \quad (3.6)$$

$$A_2 = -\frac{\lambda_1(r_0^n - r_1^n)}{\lambda_2(\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_2 T} > 0 \quad (3.7)$$

將式(3.3)、式(3.6)與式(3.7)代入式(3.1)和式(3.2)中，即可得到產出缺口與通貨膨脹率的明確動態調整路徑：

$$x_t = \begin{cases} x^{s.s}(r_0^n); & t = 0^- \\ x^{s.s}(r_1^n) + \frac{\lambda_2(r_0^n - r_1^n)}{\lambda_1(\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_1(T-t)} - \frac{\lambda_1(r_0^n - r_1^n)}{\lambda_2(\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_2(T-t)}; & 0^+ \leq t \leq T^- \\ x^{s.s}(r_0^n); & t \geq T^+ \end{cases} \quad (3.8)$$

$$\pi_t = \begin{cases} \pi^{s.s}(r_0^n); & t = 0^- \\ \pi^{s.s}(r_1^n) + \frac{\lambda_2(r_0^n - r_1^n)}{(\phi-1)(\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_1(T-t)} - \frac{\lambda_1(r_0^n - r_1^n)}{(\phi-1)(\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_2(T-t)}; & 0^+ \leq t \leq T^- \\ \pi^{s.s}(r_0^n); & t \geq T^+ \end{cases} \quad (3.9)$$

由式(3.8)與式(3.9)可計算出在衝擊發生之際產出缺口與通貨膨脹率的跳動。

首先，未預料到之負面自然實質利率衝擊發生前後瞬間的 x_t 與 π_t 分別為：

$$x_{0-} = 0 \quad (3.10)$$

$$x_{0+} = \frac{\rho(r_1^n - r_0^n)}{\kappa(\phi - 1)} + \frac{\lambda_2(r_0^n - r_1^n)}{\lambda_1(\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_1 T} - \frac{\lambda_1(r_0^n - r_1^n)}{\lambda_2(\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_2 T} \quad (3.11)$$

$$\pi_{0-} = 0 \quad (3.12)$$

$$\pi_{0+} = \frac{r_1^n - r_0^n}{\phi - 1} + \frac{\lambda_2(r_0^n - r_1^n)}{(\phi - 1)(\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_1 T} - \frac{\lambda_1(r_0^n - r_1^n)}{(\phi - 1)(\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_2 T} \quad (3.13)$$

將式(3.11)與式(3.10)相減可得負面的自然實質利率衝擊發生之際產出缺口跳動的幅度為：

$$x_{0+} - x_{0-} = \frac{\rho(r_1^n - r_0^n)}{\kappa(\phi - 1)} + \frac{r_0^n - r_1^n}{\lambda_1 - \lambda_2} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} e^{-\lambda_2 T} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} e^{-\lambda_1 T} \right) \quad (3.14)$$

將式(3.13)與式(3.12)相減可得負面的自然實質利率衝擊發生之際通貨膨脹率的跳動的幅度為：

$$\pi_{0+} - \pi_{0-} = \frac{r_1^n - r_0^n}{\phi - 1} + \frac{r_0^n - r_1^n}{(\phi - 1)(\lambda_1 - \lambda_2)} (\lambda_1 e^{-\lambda_2 T} - \lambda_2 e^{-\lambda_1 T}) \quad (3.15)$$

由式(3.14)與式(3.15)可觀察出，當負的自然實質利率衝擊出現之際，若民眾預期衝擊持續時間越長(T 越大)，則產出缺口與通貨膨脹率下跌的跳躍程度就越大。有兩個特殊情況值得我們注意：(i)在 $T \rightarrow \infty$ 時，產出缺口與通貨膨脹率於第0時前後瞬間調整的幅度分別為：

$$x_{0+} - x_{0-} = \frac{\rho(r_1^n - r_0^n)}{\kappa(\phi - 1)}$$

$$\pi_{0+} - \pi_{0-} = \frac{r_1^n - r_0^n}{\phi - 1}$$

這是由於， $T \rightarrow \infty$ 代表民眾預期負的自然實質利率衝擊持續時間會至無窮期後才會結束，這等同於民眾認為此次的衝擊係一恆久性之負的自然實質利率衝擊。是以，上式可視為民眾面對未預料到之負的恆久性自然實質利率衝擊出現之際，

產出缺口與通貨膨脹率的跳動幅度；(ii)在 $T = 0$ 的情況下，產出缺口與通貨膨脹率於第 0 時不會有所調整(即 $x_{0-} = x_{0+}$ ， $\pi_{0-} = \pi_{0+}$)。這是由於， $T = 0$ 表示民眾預期負的自然實質利率衝擊會於第 0 時結束，這等於是民眾認為自然實質利率水準皆維持於期初 r_0^n 水準不會變化，故產出缺口與通貨膨脹率當然不會變動。

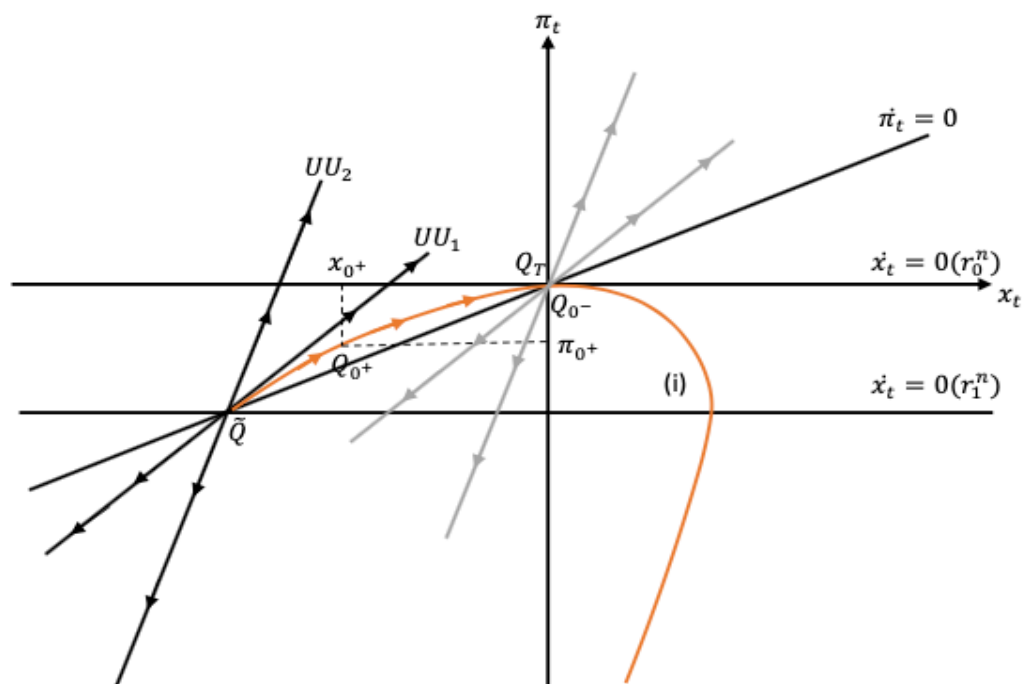


圖 3-3 未預料之暫時性自然實質利率衝擊

我們可以利用圖形解析來說明式(3.8)與式(3.9)所呈現的 x_t 與 π_t 之動態調整。

假設經濟體系於期初時均衡點為 $\dot{x}_t = 0(r_0^n)$ 線與 $\dot{\pi}_t = 0$ 線之交點 Q_{0-} ，該點所對應期初的產出缺口與通貨膨脹率皆為 0。當經濟體系面臨未預料到的自然實質利率負面衝擊時， $\dot{x}_t = 0$ 線與 $\dot{\pi}_t = 0$ 線的垂直移動幅度分別為：

$$\left. \frac{\partial \pi_t}{\partial r^n} \right|_{\dot{x}_t=0} = \frac{1}{\phi - 1} \quad (3.16)$$

$$\left. \frac{\partial x_t}{\partial r^n} \right|_{\dot{\pi}_t=0} = 0 \quad (3.17)$$

由式(3.16)與式(3.17)可知，當自然實質利率水準未預料地由 r_0^n 下跌至 r_1^n 時， $\dot{x}_t = 0(r_0^n)$ 線會垂直下移至 $\dot{x}_t = 0(r_1^n)$ 線， $\dot{\pi}_t = 0$ 線不變，長期均衡點由 Q_{0-} 移至 \tilde{Q} 。由於為暫時性之衝擊，自然實質利率水準會於 T^+ 時期，由 r_1^n 重新回至期初的水平 r_0^n ， $\dot{x}_t = 0(r_1^n)$ 線垂直上移回至 $\dot{x}_t = 0(r_0^n)$ 線， $\dot{\pi}_t = 0$ 線仍然不變，此時的均衡點由 \tilde{Q} 移至 Q_T (也就是與期初一致的均衡點 Q_{0-})。因此在負的暫時性自然實質利率衝擊之下，經濟體系之 x_t 與 π_t 的長期均衡值最終是不變的。

接著，討論經濟體系於 0^+ 時至 T^- 時段之 x_t 與 π_t 的動態調整。在 $t = 0^-$ 時，自然實質利率仍然停留於原先的 r_0^n 水準，此時經濟體系處於 $\dot{x}_t = 0(r_0^n)$ 線與 $\dot{\pi}_t = 0$ 線之交點 Q_{0-} 的靜止均衡狀態，此時該點所對應之產出缺口與通貨膨脹率皆為0。

在 $t = 0^+$ 的瞬間，自然實質利率未預期地由 r_0^n 下跌至 r_1^n ，此時經濟體系的市場基要由點 Q_{0-} 轉為點 \tilde{Q} 。具有理性預期的消費者認知到此時自然實質利率下跌，現在儲蓄之利得相對增加，根據連續條件，消費者會於衝擊發生之際就立刻減少其消費水平，此時總和需求減少，總和產出水準低於自然產出水準，造成產出缺口擴大。具有理性預期的廠商體認到此時總和需求減少，其面對之商品需求量下降，因此廠商會於衝擊發生之際立刻降低其產品價格，使得通貨膨脹率減少。故在負的自然實質利率發生的瞬間產出缺口由0向下跳躍至 x_{0+} ，通貨膨脹率由0向下跳躍至 π_{0+} ，且其跳躍的幅度與自然實質利率衝擊持續時間 T

的長短有關。為了確保體系的收斂，經濟體系勢必會跳躍至圍繞著點 \tilde{Q} 運動的路徑(i)上的點 Q_{0+} ，此時該點所對應的產出缺口與通貨膨脹率分別為 x_{0+} 與 π_{0+} 。

在 $0^+ \leq t \leq T^-$ 時期，實質自然利率水準仍為 r_1^n ，故此刻經濟體系動態的走勢仍圍繞著點 \tilde{Q} 運動，產出缺口與通貨膨脹率皆會於 0^+ 時至 T^- 時段由 Q_{0+} 點沿著路徑(i)單調地上升，並於 T^- 時刻走到與期初均衡點 Q_{0-} 相交的點 Q_T 。最後在 $t = T^+$ 的瞬間，自然實質利率由 r_1^n 跳躍回至 r_0^n ，經濟體系於此時位於均衡點 $Q_T (= Q_{0-})$ ，該點所對應之產出缺口與通貨膨脹率皆為 0，即通貨膨脹率與產出缺口回至期初均衡值，並不再變動。

據此，我們就可以清楚地瞭解經濟體系的動態調整路徑為：在出現負的自然實質利率衝擊之際(第 0^+ 時)，產出缺口與通貨膨脹率將會跳動的下跌(產出缺口由 0 下跌至 x_{0+} ，通貨膨脹率由 0 下跌至 π_{0+})，爾後於衝擊持續的時段內(第 0^+ 時至 T^- 時)，產出缺口與通貨膨脹率會單調的上揚。而於衝擊結束之時(第 T^+ 時)，產出缺口與通貨膨脹率皆回至期初均衡值。

第二節 貨幣擴張政策

本節探討貨幣當局之貨幣政策(調整目標通貨膨脹率)對於新興凱因斯模型之經濟體系的 x_t 與 π_t 影響為何，既存文獻將政策的變動區分為預料到之貨幣政策與未預料到之貨幣政策，將政策的持續性分為恆久性貨幣擴張與暫時性貨幣擴張。準此，本節分為三個小節，分別探討不同型的政策變化對於經濟體系之 x_t 與 π_t 的影響效果。

一. 預料到之恆久性貨幣擴張政策

我們配合圖 3-4 來說明預料到的恆久性貨幣擴張政策。假定期初第 0 時，貨幣當局宣告將會恆久性的調高目標通貨膨脹率，到了 T 時，貨幣當局將目標通貨膨脹率由 π_0^T 永久調高至 π_1^T 。為了行文方便起見，令 0^- 時及 0^+ 時分別代表預料到之恆久性貨幣政策宣告的前、後瞬間， T^- 時及 T^+ 時分別代表貨幣當局實施該恆久性貨幣政策的前、後瞬間。

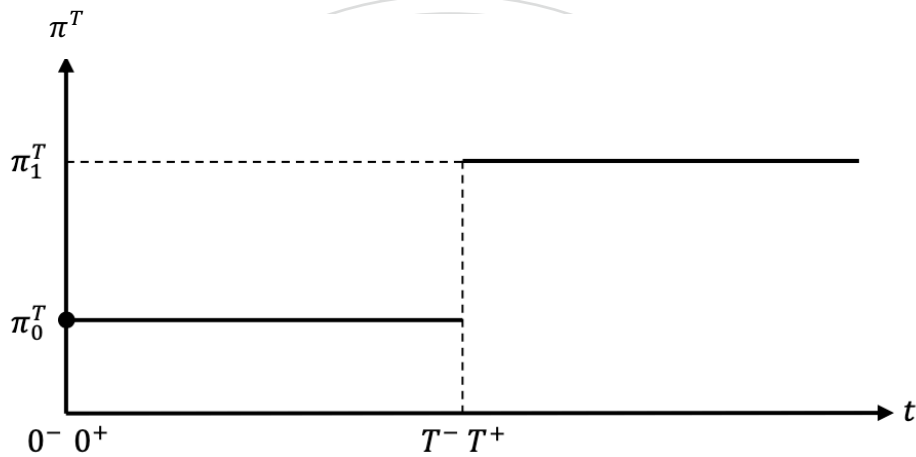


圖 3-4 預料到之恆久性貨幣擴張政策時間軸

根據式(2.19)與式(2.20)可以以數學式表達 x_t 與 π_t 的動態調整路徑：

$$x_t = \begin{cases} x^{s.s}(\pi_0^T); & t = 0^- \\ x^{s.s}(\pi_0^T) + A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t}; & 0^+ \leq t \leq T^- \\ x^{s.s}(\pi_1^T) + B_1 e^{\lambda_1 t} + B_2 e^{\lambda_2 t}; & t \geq T^+ \end{cases} \quad (3.18)$$

$$\pi_t = \begin{cases} \pi^{s.s}(\pi_0^T); & t = 0^- \\ \pi^{s.s}(\pi_0^T) + \frac{\lambda_1}{\phi - 1} A_1 e^{\lambda_1 t} + \frac{\lambda_2}{\phi - 1} A_2 e^{\lambda_2 t}; & 0^+ \leq t \leq T^- \\ \pi^{s.s}(\pi_1^T) + \frac{\lambda_1}{\phi - 1} B_1 e^{\lambda_1 t} + \frac{\lambda_2}{\phi - 1} B_2 e^{\lambda_2 t}; & t \geq T^+ \end{cases} \quad (3.19)$$

為了求得係數 A_1, A_2, B_1 與 B_2 確切數值，我們需藉助經濟體系最終會收斂至均衡

的安定條件，以及理性預期的連續條件，這些條件分別表示成：

$$B_1 = B_2 = 0 \quad (3.20)$$

$$x_{T^-} = x_{T^+} \quad (3.21)$$

$$\pi_{T^-} = \pi_{T^+} \quad (3.22)$$

將式(3.18)與式(3.19)代入式(3.21)與式(3.22)的連續條件，並將式(3.20)的安定條件代入整理可得：

$$\begin{bmatrix} e^{\lambda_1 T} & e^{\lambda_2 T} \\ \frac{\lambda_1}{\phi-1} e^{\lambda_1 T} & \frac{\lambda_2}{\phi-1} e^{\lambda_2 T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\rho\phi(\pi_1^T - \pi_0^T)}{\kappa(\phi-1)} \\ \frac{\phi(\pi_1^T - \pi_0^T)}{\phi-1} \end{bmatrix}$$

利用 Cramer's 法則可求得 A_1 和 A_2 為：

$$A_1 = \frac{\lambda_2 \phi (\pi_1^T - \pi_0^T)}{\lambda_1 (\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_1 T} < 0 \quad (3.23)$$

$$A_2 = -\frac{\lambda_1 \phi (\pi_1^T - \pi_0^T)}{\lambda_2 (\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_2 T} > 0 \quad (3.24)$$

將式(3.20)、式(3.23)與式(3.24)代入式(3.18)和式(3.19)中，即可得到產出缺口與

通貨膨脹率的明確動態調整路徑：

$$x_t = \begin{cases} x^{s.s}(\pi_0^T); & t = 0^- \\ x^{s.s}(\pi_0^T) + \frac{\lambda_2 \phi (\pi_1^T - \pi_0^T)}{\lambda_1 (\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_1 (T-t)} & \\ -\frac{\lambda_1 \phi (\pi_1^T - \pi_0^T)}{\lambda_2 (\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_2 (T-t)}; & 0^+ \leq t \leq T^- \\ x^{s.s}(\pi_1^T); & t \geq T^+ \end{cases} \quad (3.25)$$

$$\pi_t = \begin{cases} \pi^{s.s}(\pi_0^T); & t = 0^- \\ \pi^{s.s}(\pi_0^T) + \frac{\lambda_2 \phi (\pi_1^T - \pi_0^T)}{(\phi-1)(\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_1 (T-t)} & \\ -\frac{\lambda_1 \phi (\pi_1^T - \pi_0^T)}{(\phi-1)(\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_2 (T-t)}; & 0^+ \leq t \leq T^- \\ \pi^{s.s}(\pi_1^T); & t \geq T^+ \end{cases} \quad (3.26)$$

由式(3.25)與式(3.26)可計算出在貨幣當局宣告採行擴張性貨幣政策的時刻，產出缺口與通貨膨脹率的跳動。首先，貨幣當局宣告調高目標通貨膨脹率之際的 x_t 與 π_t 分別為：

$$x_{0^-} = 0 \quad (3.27)$$

$$x_{0^+} = \frac{\lambda_2 \phi (\pi_1^T - \pi_0^T)}{\lambda_1 (\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_1 T} - \frac{\lambda_1 \phi (\pi_1^T - \pi_0^T)}{\lambda_2 (\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_2 T} \quad (3.28)$$

$$\pi_{0^-} = 0 \quad (3.29)$$

$$\pi_{0^+} = \frac{\lambda_2 \phi (\pi_1^T - \pi_0^T)}{(\phi - 1)(\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_1 T} - \frac{\lambda_1 \phi (\pi_1^T - \pi_0^T)}{(\phi - 1)(\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_2 T} \quad (3.30)$$

將式(3.28)與式(3.27)相減可得貨幣當局宣告實施恆久性貨幣擴張政策時刻產出缺口跳動的幅度為：

$$x_{0^+} - x_{0^-} = \frac{\phi (\pi_1^T - \pi_0^T)}{\lambda_1 - \lambda_2} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} e^{-\lambda_2 T} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} e^{-\lambda_1 T} \right) \quad (3.31)$$

將式(4.30)與式(4.29)相減可得貨幣當局宣告實施恆久性貨幣擴張政策時刻通貨膨脹率跳動的幅度為：

$$\pi_{0^+} - \pi_{0^-} = \frac{\phi (\pi_1^T - \pi_0^T)}{(\phi - 1)(\lambda_1 - \lambda_2)} (\lambda_1 e^{-\lambda_2 T} - \lambda_2 e^{-\lambda_1 T}) \quad (3.32)$$

由式(3.31)與式(3.32)可觀察出，當貨幣政策宣告與執行的時間差越大(T 越大)，則產出缺口與通貨膨脹率上漲的跳躍程度就越小。有兩個特殊情況值得我們注意：(i)在 $T \rightarrow \infty$ 時，產出缺口與通貨膨脹率於第0時不會有所調整(即 $x_{0^-} = x_{0^+}$ ， $\pi_{0^-} = \pi_{0^+}$)。這是由於， $T \rightarrow \infty$ 表示貨幣當局宣布要在無窮期之後才會將目標通貨膨脹率調高，這等於是告訴民眾，他們將會永遠固守目前的目標通貨

膨脹率，故產出缺口與通貨膨脹率當然不會變動；(ii)在 $T = 0$ 的情況下，產出缺

口與通貨膨脹率於第 0 時前後瞬間調整的幅度分別為：

$$x_{0^+} - x_{0^-} = \frac{\rho\phi(\pi_1^T - \pi_0^T)}{\kappa(\phi - 1)}$$

$$\pi_{0^+} - \pi_{0^-} = \frac{\phi(\pi_1^T - \pi_0^T)}{\phi - 1}$$

這是由於， $T = 0$ 表示貨幣當局自即日起(第 0 時)將目標通貨膨脹率調升至 π_1^T ，且同時告訴民眾將持續固守該目標通貨膨脹率水準，是以，這與貨幣當局實施未預料到之恆久性貨幣政策的經濟意涵一致。準此，上式可視為民眾面對未預料到之恆久性貨幣擴張政策實施之際，產出缺口與通貨膨脹率的跳動幅度。

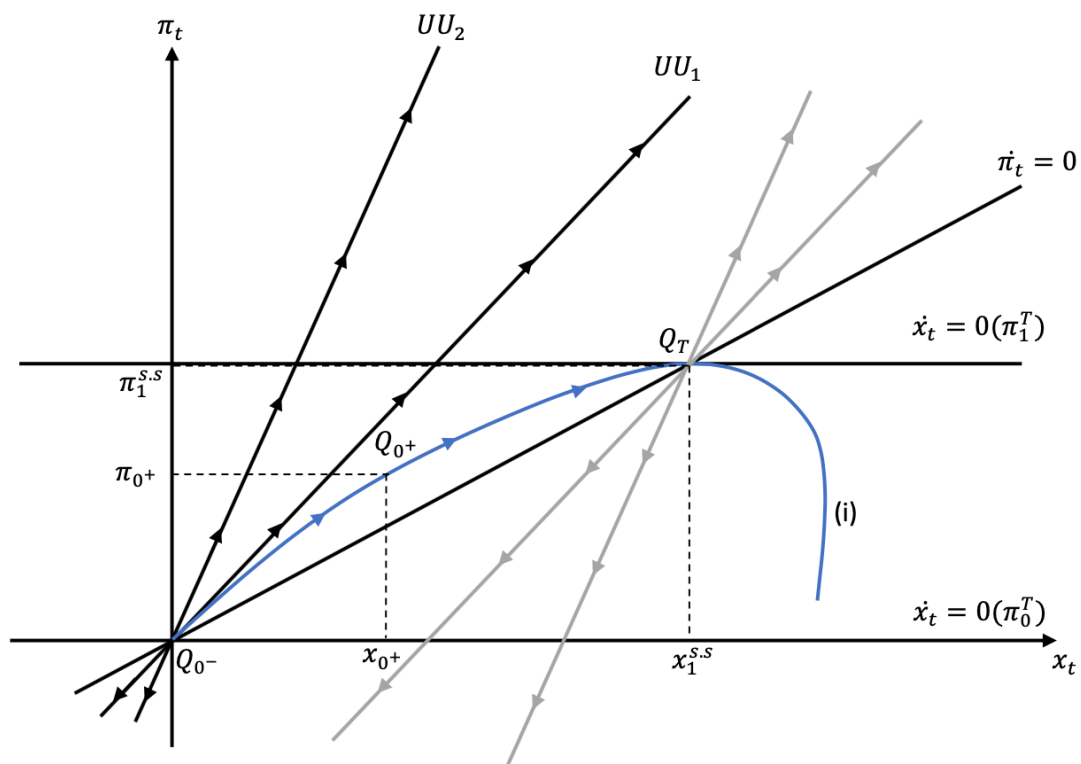


圖 3-5 預料到之恆久性貨幣擴張政策

我們可以利用圖形解析來說明式(3.23)與式(3.24)所呈現的 x_t 與 π_t 之動態調整。假設經濟體系於期初時均衡點為 $\dot{x}_t = 0(\pi_0^T)$ 線與 $\dot{\pi}_t = 0$ 線之交點 Q_{0^-} ，該點

所對應期初的產出缺口與通貨膨脹率皆為 0。當貨幣當局宣布將自 T^+ 時起，把目標通貨膨脹率從 π_0^T 提高至 π_1^T ， $\dot{x}_t = 0$ 線與 $\dot{\pi}_t = 0$ 線的垂直移動幅度分別為：

$$\left. \frac{\partial \pi_t}{\partial \pi^T} \right|_{x_t=0} = \frac{\phi}{\phi - 1} \quad (3.33)$$

$$\left. \frac{\partial x_t}{\partial \pi^T} \right|_{\pi_t=0} = 0 \quad (3.34)$$

由式(3.33)與式(3.34)可知，當目標通貨膨脹率自 T^+ 時起從 π_0^T 提高至 π_1^T 時， $\dot{x}_t = 0(\pi_0^T)$ 線會垂直上移至 $\dot{x}_t = 0(\pi_1^T)$ 線， $\dot{\pi}_t = 0$ 線不變，長期均衡點由點 Q_{0^-} 移至點 Q_T 。由於為恆久性的貨幣擴張政策，準此，長期均衡即是點 Q_T ，該點所對應的通貨膨脹率與產出缺口分別為 $\pi_1^{s,s}$ 與 $x_1^{s,s}$ 。是以，若貨幣當局採行恆久性之貨幣擴張政策，則經濟體系之 x_t 與 π_t 的長期均衡值皆會提高(x_t 由 0 上漲至 $x_1^{s,s}$ ， π_t 由 0 上漲至 $\pi_1^{s,s}$)。

接著，討論經濟體系於 0^+ 時至 T^- 時段之 x_t 與 π_t 的動態調整。在 $t = 0^-$ 時，目標通貨膨脹率仍然維持在原先的 π_0^T 水準，此時經濟體系處於 $\dot{x}_t = 0(\pi_0^T)$ 線與 $\dot{\pi}_t = 0$ 線之交點 Q_{0^-} 的靜止均衡狀態，此時該點所對應之產出缺口與通貨膨脹率皆為 0。

在 $t = 0^+$ 的瞬間，貨幣當局宣告在 T^+ 時刻將目標通貨膨脹率由 π_0^T 永久提高至 π_1^T 。具有理性預期的消費者認知到未來名目利率水準將會下降，未來實質利率將會減少，現在儲蓄之利得相對下降，根據連續條件，消費者會於貨幣當局宣告之際就立刻增加其消費水平，此時總和需求擴大，總和產出水準高於自然產出水準，造成產出缺口擴大。具有理性預期的廠商體認到此時總和需求增加，

其面對之商品需求量上升，因此廠商會於貨幣當局宣告之際立刻提高其產品價格，使得通貨膨脹率增加。故在貨幣當局宣告未來將會實施擴張性貨幣政策的時刻，產出缺口由 0 向上跳躍至 x_{0+} ，通貨膨脹率由 0 向上跳躍至 π_{0+} ，且其跳躍的幅度跟政策宣告與實施的間隔時間 T 的長短有關。為了確保體系的收斂，經濟體系勢必會跳躍至圍繞著市場基要點 Q_0 -運動的路徑(i)上的點 Q_{0+} ，此時該點所對應的產出缺口與通貨膨脹率分別為 x_{0+} 與 π_{0+} 。

在 $0^+ \leq t \leq T^-$ 時期，此時雖然政策已經宣告但還尚未實施，目標通貨膨脹率仍然停留於原先的 π_0^T 水準，因此經濟體系動態的走勢仍然圍繞著 Q_0 -點運動，故產出缺口與通貨膨脹率皆會於 0^+ 時至 T^- 時段由 Q_{0+} 點沿著路徑(i)單調地上升，並於 T^- 時刻走到 $\dot{x}_t = 0(\pi_1^T)$ 線與 $\dot{\pi}_t = 0$ 線相交的點 Q_T 。在 $t = T^+$ 的瞬間，貨幣當局實施貨幣擴張政策，此時目標通貨膨脹率由 π_0^T 跳躍至 π_1^T ，經濟體系於此時抵達新長期均衡點 Q_T ，此時該點所對應之均衡產出缺口與均衡通貨膨脹率分別為 $x_1^{s,s}$ 與 $\pi_1^{s,s}$ ，並不再變動。

據此，我們就可以清楚地瞭解經濟體系的動態調整路徑為：在民眾與廠商接收到貨幣當局將會調高目標通貨膨脹率的時刻(第 0^+ 時)，產出缺口與通貨膨脹率將會跳動的上漲(產出缺口由 0 上漲至 x_{0+} ，通貨膨脹率由 0 上漲至 π_{0+})，爾後迄執行目標通貨膨脹率調高的時段內(0^+ 時至 T^- 時)，產出缺口與通貨膨脹率會單調的上揚。而在真正執行貨幣擴張政策之時，產出缺口與通貨膨脹率已抵達新均衡分別為 $x_1^{s,s}$ 與 $\pi_1^{s,s}$ 。

二. 未預料到之暫時性貨幣擴張政策

我們配合圖 3-6 來說明未預料到的暫時性貨幣擴張政策。假定期初第 0 時，貨幣當局未宣告地調高目標通貨膨脹率，並宣告於 T 時將目標通貨膨脹率調回至期初水準。為了行文方便起見，令 0^- 時及 0^+ 時分別代表未預料到之暫時性貨幣政策實施的前、後瞬間， T^- 時及 T^+ 時分別代表貨幣當局將目標通貨膨脹率調回至期初水準的前、後瞬間。

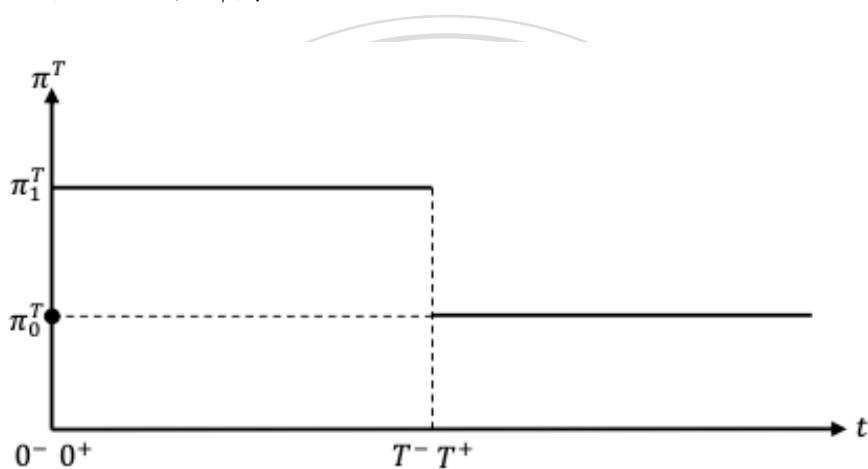


圖 3-6 未預料到之暫時性貨幣擴張政策時間軸

據式(2.19)與式(2.20)可以以數學式表達 x_t 與 π_t 的動態調整路徑：

$$x_t = \begin{cases} x^{s.s}(\pi_0^T); & t = 0^- \\ x^{s.s}(\pi_1^T) + A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t}; & 0^+ \leq t \leq T^- \\ x^{s.s}(\pi_0^T) + B_1 e^{\lambda_1 t} + B_2 e^{\lambda_2 t}; & t \geq T^+ \end{cases} \quad (3.35)$$

$$\pi_t = \begin{cases} \pi^{s.s}(\pi_0^T); & t = 0^- \\ \pi^{s.s}(\pi_1^T) + \frac{\lambda_1}{\phi - 1} A_1 e^{\lambda_1 t} + \frac{\lambda_2}{\phi - 1} A_2 e^{\lambda_2 t}; & 0^+ \leq t \leq T^- \\ \pi^{s.s}(\pi_0^T) + \frac{\lambda_1}{\phi - 1} B_1 e^{\lambda_1 t} + \frac{\lambda_2}{\phi - 1} B_2 e^{\lambda_2 t}; & t \geq T^+ \end{cases} \quad (3.36)$$

為了求得係數 A_1, A_2, B_1 與 B_2 確切數值，我們需藉助經濟體系最終收斂至均衡的安定條件，以及理性預期的連續條件，這些條件分別表示成：

$$B_1 = B_2 = 0 \quad (3.37)$$

$$x_{T^-} = x_{T^+} \quad (3.38)$$

$$\pi_{T^-} = \pi_{T^+} \quad (3.39)$$

將式(3.35)與式(3.36)代入式(3.38)與式(3.39)的連續條件，並將式(3.37)的安定條件代入整理可得：

$$\begin{bmatrix} e^{\lambda_1 T} & e^{\lambda_2 T} \\ \frac{\lambda_1}{\phi - 1} e^{\lambda_1 T} & \frac{\lambda_2}{\phi - 1} e^{\lambda_2 T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\rho\phi(\pi_0^T - \pi_1^T)}{\kappa(\phi - 1)} \\ \frac{\phi(\pi_0^T - \pi_1^T)}{\phi - 1} \end{bmatrix}$$

利用 Cramer's 法則可求得 A_1 和 A_2 為：

$$A_1 = \frac{\lambda_2\phi(\pi_0^T - \pi_1^T)}{\lambda_1(\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_1 T} > 0 \quad (3.40)$$

$$A_2 = -\frac{\lambda_1\phi(\pi_0^T - \pi_1^T)}{\lambda_2(\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_2 T} < 0 \quad (3.41)$$

將式(3.37)、式(3.40)與式(3.41)代入式(3.35)和式(3.36)中，即可得到產出缺口與

通貨膨脹率的明確動態調整路徑：

$$x_t = \begin{cases} x^{s.s}(\pi_0^T); & t = 0^- \\ x^{s.s}(\pi_1^T) + \frac{\lambda_2\phi(\pi_0^T - \pi_1^T)}{\lambda_1(\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_1(T-t)} \\ \quad - \frac{\lambda_1\phi(\pi_0^T - \pi_1^T)}{\lambda_2(\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_2(T-t)}; & 0^+ \leq t \leq T^- \\ x^{s.s}(\pi_0^T); & t \geq T^+ \end{cases} \quad (3.42)$$

$$\pi_t = \begin{cases} \pi^{s.s}(\pi_0^T); & t = 0^- \\ \pi^{s.s}(\pi_1^T) + \frac{\lambda_2\phi(\pi_0^T - \pi_1^T)}{(\phi - 1)(\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_1(T-t)} \\ \quad - \frac{\lambda_1\phi(\pi_0^T - \pi_1^T)}{(\phi - 1)(\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_2(T-t)}; & 0^+ \leq t \leq T^- \\ \pi^{s.s}(\pi_0^T); & t \geq T^+ \end{cases} \quad (3.43)$$

由式(3.42)與式(3.43)可計算出貨幣當局未宣告地採行擴張性貨幣政策的時刻，產出缺口與通貨膨脹率的跳動。首先，貨幣當局未宣告地調高目標通貨膨脹率之際的 x_t 與 π_t 分別為：

$$x_{0^-} = 0 \quad (3.44)$$

$$x_{0^+} = \frac{\rho\phi(\pi_1^T - \pi_0^T)}{\kappa(\phi - 1)} + \frac{\lambda_2\phi(\pi_0^T - \pi_1^T)}{\lambda_1(\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_1 T} - \frac{\lambda_1\phi(\pi_0^T - \pi_1^T)}{\lambda_2(\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_2 T} \quad (3.45)$$

$$\pi_{0^-} = 0 \quad (3.46)$$

$$\pi_{0^+} = \frac{\phi(\pi_1^T - \pi_0^T)}{\phi - 1} + \frac{\lambda_2\phi(\pi_0^T - \pi_1^T)}{(\phi - 1)(\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_1 T} - \frac{\lambda_1\phi(\pi_0^T - \pi_1^T)}{(\phi - 1)(\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_2 T} \quad (3.47)$$

將式(3.45)與式(3.44)相減可得貨幣當局未事先宣告地實施擴張性貨幣政策之際

產出缺口跳動的幅度為：

$$x_{0^+} - x_{0^-} = \frac{\rho\phi(\pi_1^T - \pi_0^T)}{\kappa(\phi - 1)} - \frac{\phi(\pi_1^T - \pi_0^T)}{(\lambda_1 - \lambda_2)} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} e^{-\lambda_2 T} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} e^{-\lambda_1 T} \right) \quad (3.48)$$

將式(3.47)與式(3.46)相減可得貨幣當局未事先宣告地實施擴張性貨幣政策之際

通貨膨脹率的跳動的幅度為：

$$\pi_{0^+} - \pi_{0^-} = \frac{\phi(\pi_1^T - \pi_0^T)}{\phi - 1} - \frac{\phi(\pi_1^T - \pi_0^T)}{(\phi - 1)(\lambda_1 - \lambda_2)} (\lambda_1 e^{-\lambda_2 T} - \lambda_2 e^{-\lambda_1 T}) \quad (3.49)$$

由式(3.48)與式(3.49)可觀察出，當貨幣當局未事先宣告地實施擴張性貨幣政策之際，若民眾預期貨幣政策之持續時間越長(T 越大)，則產出缺口與通貨膨脹率上漲的跳躍程度越大。有兩個特殊情況值得我們注意：(i)在 $T \rightarrow \infty$ 時，產出缺口與通貨膨脹率於第0時前後瞬間調整的幅度分別為：

$$x_{0^+} - x_{0^-} = \frac{\rho\phi(\pi_1^T - \pi_0^T)}{\kappa(\phi - 1)}$$

我們可以利用圖形解析來說明式(3.42)與式(3.43)所呈現的 x_t 與 π_t 之動態調整。假設經濟體系於期初時均衡點為 $\dot{x}_t = 0(\pi_0^T)$ 線與 $\dot{\pi}_t = 0$ 線之交點 Q_{0-} ，該點所對應期初的產出缺口與通貨膨脹率皆為 0。當經濟體系面臨未預料到的目標通貨膨脹率提高時，此時， $\dot{x}_t = 0(\pi_0^T)$ 水平上移至 $\dot{x}_t = 0(\pi_1^T)$ ， $\dot{\pi}_t = 0$ 線不變，¹³長期均衡點由點 Q_{0-} 移至點 \tilde{Q} 。由於為暫時性的貨幣擴張政策，故貨幣當局會於 T^+ 時將目標通貨膨脹率由 π_1^T 調回至 π_0^T ，此時， $\dot{x}_t = 0(\pi_1^T)$ 線水平下移回至期初 $\dot{x}_t = 0(\pi_0^T)$ 線， $\dot{\pi}_t = 0$ 線仍然不變，長期均衡點由點 \tilde{Q} 移至點 Q_T (也就是與期初一致的均衡點 Q_{0-})。因此在暫時性的擴張性貨幣政策之下，經濟體系之 x_t 與 π_t 的長期均衡最終是不變的。

接著，討論經濟體系於 0^+ 時至 T^- 時段之 x_t 與 π_t 的動態調整。在 $t = 0^-$ 時，目標通貨膨脹率仍然維持在原先的 π_0^T 水準，此時經濟體系處於 $\dot{x}_t = 0(\pi_0^T)$ 線與 $\dot{\pi}_t = 0$ 線之交點 Q_{0-} 的靜止均衡狀態，此時該點所對應之產出缺口與通貨膨脹率皆為 0。

在 $t = 0^+$ 的瞬間，貨幣當局未宣告地將目標通貨膨脹率由 π_0^T 調升至 π_1^T ，此時經濟體系的市場基要由點 Q_{0-} 轉為點 \tilde{Q} 。具有理性預期的消費者認知到未來名目利率水準將會下降，未來實質利率將會減少，現在儲蓄之利得相對下降，根據連續條件，消費者會於貨幣當局宣告之際就立刻增加其消費水平，此時總和需求擴大，總和產出水準高於自然產出水準，造成產出缺口擴大。具有理性預

¹³ 目標通貨膨脹率增加對於 $\dot{x}_t = 0$ 線與 $\dot{\pi}_t = 0$ 線之移動幅度，見式(3.33)與式(3.34)。

期的廠商體認到此時總和需求增加，其面對之商品需求量上升，因此廠商會於貨幣當局宣告之際立刻提高其產品價格，使得通貨膨脹率增加。故在貨幣當局實施未事先宣告的擴張性貨幣政策之際，產出缺口由 0 向上跳躍至 x_{0+} ，通貨膨脹率由 0 向上跳躍至 π_{0+} ，且其跳躍的幅度與貨幣政策持續之時間 T 的長短有關。為了確保體系的收斂，經濟體系勢必會跳躍至圍繞著點 \tilde{Q} 運動的路徑(i)上的點 Q_{0+} ，此時該點所對應的產出缺口與通貨膨脹率分別為 x_{0+} 與 π_{0+} 。

在 $0^+ \leq t \leq T^-$ 時期，目標通貨膨脹率水準仍為 π_1^T ，故此刻經濟體系動態的走勢仍圍繞著點 \tilde{Q} 運動，產出缺口與通貨膨脹率皆會於 0^+ 時至 T^- 時段由 Q_{0+} 點沿著路徑(i)單調地下降，並於 T^- 時刻走到與期初均衡點 Q_{0-} 相交的點 Q_T 。最後在 $t = T^+$ 的瞬間，貨幣當局將目標通貨膨脹率由 π_1^T 調回至 π_0^T ，經濟體系於此時位於均衡點 $Q_T (= Q_{0-})$ ，該點所對應之產出缺口與通貨膨脹率皆為 0，即通貨膨脹率與產出缺口回至期初均衡值，並不再變動。

據此，我們就可以清楚地瞭解經濟體系的動態調整路徑為：當貨幣當局未事先宣告地調高目標通貨膨脹率之際（第 0^+ 時），產出缺口與通貨膨脹率將會跳動的上漲（產出缺口由 0 上漲至 x_{0+} ，通貨膨脹率由 0 上漲至 π_{0+} ），爾後於執行擴張性貨幣政策的時段內（第 0^+ 時至 T^- 時），產出缺口與通貨膨脹率會單調的下跌。待目標通貨膨脹率重新回復原先水準之際（第 T^+ 時），產出缺口與通貨膨脹率皆回至期初均衡值。

三. 預料到之暫時性貨幣擴張政策

我們配合圖 3-8 來說明預料到的暫時性貨幣擴張政策。假定期初第 0 時，貨幣當局宣告將會暫時性的調高目標通貨膨脹率，到了 T_1 時，貨幣當局將目標通貨膨脹率由 π_0^T 暫時調高至 π_1^T ，到了 T_2 時，貨幣當局將目標通貨膨脹率調回至期初水準。為了行文方便起見，令 0^- 時及 0^+ 時分別代表預料到之暫時性貨幣政策宣告的前、後瞬間， T_1^- 時及 T_1^+ 時分別代表貨幣當局實施該暫時性貨幣政策的前、後瞬間， T_2^- 時及 T_2^+ 時分別代表貨幣當局將目標通貨膨脹率調回至期初水準的前、後瞬間。

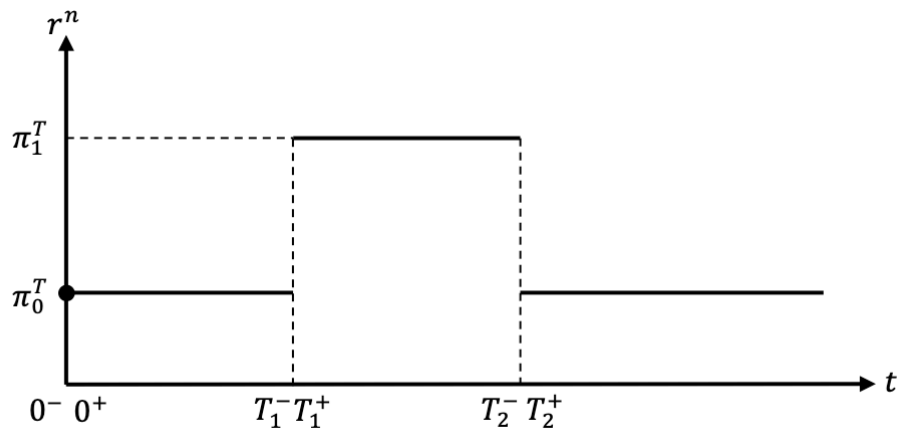


圖 3-8 預料到之暫時性貨幣擴張政策時間軸

根據式(2.19)與式(2.20)可以以數學式表達 x_t 與 π_t 的動態調整路徑：

$$x_t = \begin{cases} x^{s.s}(\pi_0^T); & t = 0^- \\ x^{s.s}(\pi_0^T) + A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t}; & 0^+ \leq t \leq T_1^- \\ x^{s.s}(\pi_1^T) + B_1 e^{\lambda_1 t} + B_2 e^{\lambda_2 t}; & T_1^+ \leq t \leq T_2^- \\ x^{s.s}(\pi_0^T) + C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}; & t \geq T_2^+ \end{cases} \quad (3.50)$$

$$\pi_t = \begin{cases} \pi^{s.s}(\pi_0^T); & t = 0^- \\ \pi^{s.s}(\pi_0^T) + \frac{\lambda_1}{\phi-1}A_1e^{\lambda_1t} + \frac{\lambda_2}{\phi-1}A_2e^{\lambda_2t}; & 0^+ \leq t \leq T_1^- \\ \pi^{s.s}(\pi_1^T) + \frac{\lambda_1}{\phi-1}B_1e^{\lambda_1t} + \frac{\lambda_2}{\phi-1}B_2e^{\lambda_2t}; & T_1^+ \leq t \leq T_2^- \\ \pi^{s.s}(\pi_0^T) + \frac{\lambda_1}{\phi-1}C_1e^{\lambda_1t} + \frac{\lambda_2}{\phi-1}C_2e^{\lambda_2t}; & t \geq T_2^+ \end{cases} \quad (3.51)$$

為了求得係數 A_1, A_2, B_1, B_2, C_1 與 C_2 確切數值，我們需藉助經濟體系最終會收斂

至均衡的安定條件，以及理性預期的連續條件，這些條件分別表示成：

$$C_1 = C_2 = 0 \quad (3.52)$$

$$x_{T_1^-} = x_{T_1^+} \quad (3.53)$$

$$\pi_{T_1^-} = \pi_{T_1^+} \quad (3.54)$$

$$x_{T_2^-} = x_{T_2^+} \quad (3.55)$$

$$\pi_{T_2^-} = \pi_{T_2^+} \quad (3.56)$$

將式(3.50)與式(3.51)分別代入式(3.53)至式(3.56)的連續條件，並將式(3.52)的安

定條件代入整理可得：

$$\begin{bmatrix} e^{\lambda_1 T_1} & e^{\lambda_2 T_1} & -e^{\lambda_1 T_1} & -e^{\lambda_2 T_1} \\ 0 & 0 & e^{\lambda_1 T_2} & e^{\lambda_2 T_2} \\ \frac{\lambda_1}{\phi-1}e^{\lambda_1 T_1} & \frac{\lambda_2}{\phi-1}e^{\lambda_2 T_1} & -\frac{\lambda_1}{\phi-1}e^{\lambda_1 T_1} & -\frac{\lambda_2}{\phi-1}e^{\lambda_2 T_1} \\ 0 & 0 & \frac{\lambda_1}{\phi-1}e^{\lambda_1 T_2} & \frac{\lambda_2}{\phi-1}e^{\lambda_2 T_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\rho\phi(\pi_1^T - \pi_0^T)}{\kappa(\phi-1)} \\ \frac{\rho\phi(\pi_0^T - \pi_1^T)}{\kappa(\phi-1)} \\ \frac{\phi(\pi_1^T - \pi_0^T)}{\phi-1} \\ \frac{\phi(\pi_0^T - \pi_1^T)}{\phi-1} \end{bmatrix}$$

利用 Cramer's 法則可求得 A_1, A_2, B_1 和 B_2 為：

$$A_1 = \frac{\lambda_2\phi(\pi_1^T - \pi_0^T)}{\lambda_1(\lambda_2 - \lambda_1)} [1 - e^{-(T_2-T_1)\lambda_1}] e^{-\lambda_1 T_1} < 0 \quad (3.57)$$

$$A_2 = -\frac{\lambda_1 \phi (\pi_1^T - \pi_0^T)}{\lambda_2 (\lambda_2 - \lambda_1)} [1 - e^{-(T_2 - T_1) \lambda_2}] e^{-\lambda_2 T_1} > 0 \quad (3.58)$$

$$B_1 = \frac{\lambda_2 \phi (\pi_1^T - \pi_0^T)}{\lambda_1 (\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_1 T_2} > 0 \quad (3.59)$$

$$B_2 = -\frac{\lambda_1 \phi (\pi_1^T - \pi_0^T)}{\lambda_2 (\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_2 T_2} < 0 \quad (3.60)$$

將式(3.57)至式(3.60)與式(3.37)代入式(3.50)和式(3.51)中，即可得到產出缺口與

通貨膨脹率的明確動態調整路徑：

$$x_t = \begin{cases} x^{s.s}(\pi_0^T); & t = 0^- \\ x^{s.s}(\pi_0^T) + \frac{\lambda_2 \phi (\pi_1^T - \pi_0^T)}{\lambda_1 (\lambda_2 - \lambda_1)} [1 - e^{-(T_2 - T_1) \lambda_1}] e^{-\lambda_1 (T_1 - t)} \\ \quad - \frac{\lambda_1 \phi (\pi_1^T - \pi_0^T)}{\lambda_2 (\lambda_2 - \lambda_1)} [1 - e^{-(T_2 - T_1) \lambda_2}] e^{-\lambda_2 (T_1 - t)}; & 0^+ \leq t \leq T_1^- \\ x^{s.s}(\pi_1^T) + \frac{\lambda_2 \phi (\pi_1^T - \pi_0^T)}{\lambda_1 (\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_1 (T_2 - t)} \\ \quad - \frac{\lambda_1 \phi (\pi_1^T - \pi_0^T)}{\lambda_2 (\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_2 (T_2 - t)}; & T_1^+ \leq t \leq T_2^- \\ x^{s.s}(\pi_0^T); & t \geq T_2^+ \end{cases} \quad (3.61)$$

$$\pi_t = \begin{cases} \pi^{s.s}(\pi_0^T); & t = 0^- \\ \pi^{s.s}(\pi_0^T) + \frac{\lambda_2 \phi (\pi_1^T - \pi_0^T)}{(\phi - 1)(\lambda_2 - \lambda_1)} [1 - e^{-(T_2 - T_1) \lambda_1}] e^{-\lambda_1 (T_1 - t)} \\ \quad - \frac{\lambda_1 \phi (\pi_1^T - \pi_0^T)}{(\phi - 1)(\lambda_2 - \lambda_1)} [1 - e^{-(T_2 - T_1) \lambda_2}] e^{-\lambda_2 (T_1 - t)}; & 0^+ \leq t \leq T_1^- \\ \pi^{s.s}(\pi_1^T) + \frac{\lambda_2 \phi (\pi_1^T - \pi_0^T)}{(\phi - 1)(\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_1 (T_2 - t)} \\ \quad - \frac{\lambda_1 \phi (\pi_1^T - \pi_0^T)}{(\phi - 1)(\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_2 (T_2 - t)}; & T_1^+ \leq t \leq T_2^- \\ \pi^{s.s}(\pi_0^T); & t \geq T_2^+ \end{cases} \quad (3.62)$$

由式(3.61)與式(3.62)可計算出在再貨幣當局宣告採行擴張性貨幣政策時刻

產出缺口與通貨膨脹率的跳動。首先，貨幣當局宣告調高目標通貨膨脹率之際

的 x_t 與 π_t 分別為：

$$x_{0^-} = 0 \quad (3.63)$$

$$x_{0+} = \frac{\phi(\pi_1^T - \pi_0^T)}{(\lambda_2 - \lambda_1)} \left[\frac{\lambda_2}{\lambda_1} (e^{-\lambda_1 T_1} - e^{-\lambda_1 T_2}) - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} (e^{-\lambda_2 T_1} - e^{-\lambda_2 T_2}) \right] \quad (3.64)$$

$$\pi_{0-} = 0 \quad (3.65)$$

$$\pi_{0+} = \frac{\phi(\pi_1^T - \pi_0^T)}{(\phi - 1)(\lambda_2 - \lambda_1)} \left[\lambda_2 (e^{-\lambda_1 T_1} - e^{-\lambda_1 T_2}) - \lambda_1 (e^{-\lambda_2 T_1} - e^{-\lambda_2 T_2}) \right] \quad (3.66)$$

將式(3.64)與式(3.63)相減可得貨幣當局宣告實施暫時性貨幣擴張政策時刻產出

缺口跳動的幅度為：

$$x_{0+} - x_{0-} = \frac{\phi(\pi_1^T - \pi_0^T)}{(\lambda_2 - \lambda_1)} \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} [1 - e^{-(T_2 - T_1)\lambda_1}] e^{-\lambda_1 T_1} - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} [1 - e^{-(T_2 - T_1)\lambda_2}] e^{-\lambda_2 T_1} \right) \quad (3.67)$$

將式(3.66)與式(3.65)相減可得貨幣當局宣告實施暫時性貨幣擴張政策時刻通貨

膨脹率的跳動的幅度為：

$$\pi_{0+} - \pi_{0-} = \frac{\phi(\pi_1^T - \pi_0^T)}{(\phi - 1)(\lambda_2 - \lambda_1)} \left(\lambda_2 [1 - e^{-(T_2 - T_1)\lambda_1}] e^{-\lambda_1 T_1} - \lambda_1 [1 - e^{-(T_2 - T_1)\lambda_2}] e^{-\lambda_2 T_1} \right) \quad (3.68)$$

由式(3.67)與式(3.68)可觀察出，當政策宣告與執行的時間差越大(T_1 越大)，則產出缺口與通貨膨脹率上漲的跳躍程度越小；若民眾預期貨幣政策之持續時間越長(T_2 越大)，則產出缺口與通貨膨脹率上漲的跳躍程度越大。有四個特殊情況值得我們注意：(i)在 $T_1 \rightarrow \infty$ 時，產出缺口與通貨膨脹率於第 0 時不會有所調整(即 $x_{0-} = x_{0+}$ ， $\pi_{0-} = \pi_{0+}$)。這是由於， $T_1 \rightarrow \infty$ 代表貨幣當局要在無窮期之後才會將目標通貨膨脹率調高，這等於是告訴民眾，他們將會永遠固守目前的目標通貨膨脹率，故產出缺口與通貨膨脹率當然不會變動；(ii)在 $T_1 = 0$ 的情況下，產出缺口與通貨膨脹率於第 0 時前後瞬間調整的幅度分別為：

$$x_{0^+} - x_{0^-} = \frac{\rho\phi(\pi_1^T - \pi_0^T)}{\kappa(\phi - 1)} - \frac{\phi(\pi_1^T - \pi_0^T)}{(\lambda_1 - \lambda_2)} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} e^{-\lambda_2 T_2} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} e^{-\lambda_1 T_2} \right)$$

$$\pi_{0^+} - \pi_{0^-} = \frac{\phi(\pi_1^T - \pi_0^T)}{\phi - 1} - \frac{\phi(\pi_1^T - \pi_0^T)}{(\phi - 1)(\lambda_1 - \lambda_2)} (\lambda_1 e^{-\lambda_2 T_2} - \lambda_2 e^{-\lambda_1 T_2})$$

其與前一小節貨幣當局未事先宣告地實施暫時性貨幣政策之際，產出缺口與通貨膨脹率缺口的跳動結果一樣(式(3.48)與式(3.49))。這是由於， $T_1 = 0$ 代表貨幣當局宣布自即日起(第0時)將目標通貨膨脹率調升至 π_1^T ，並於第 T_2 時將目標通貨膨脹率水準調回至 π_0^T ，這與前一小節當貨幣當局將目標通貨膨脹率於第0時調高為 π_1^T ，且同時告訴民眾於第 T 時將目標通貨膨脹率水準調回至 π_0^T 的經濟意涵是完全相同的；(iii)在 $T_1 = T_2$ 時，產出缺口與通貨膨脹率於第0時不會有所調整(即 $x_{0^-} = x_{0^+}$ ， $\pi_{0^-} = \pi_{0^+}$)。這是由於， $T_1 = T_2$ 代表貨幣當局宣布於第 T_1 時起將目標通貨膨脹率調升至 π_1^T ，並於同一時刻(第 T_1 時)將目標通貨膨脹率水準調回至 π_0^T 。這等於是告訴民眾，他們將會永遠固守目前的目標通貨膨脹率，故產出缺口與通貨膨脹率當然不會變動；(iv)在 $T_2 \rightarrow \infty$ 時，產出缺口與通貨膨脹率於第0時前後瞬間調整的幅度分別為：

$$x_{0^+} - x_{0^-} = \frac{\phi(\pi_1^T - \pi_0^T)}{\lambda_1 - \lambda_2} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} e^{-\lambda_2 T_1} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} e^{-\lambda_1 T_1} \right)$$

$$\pi_{0^+} - \pi_{0^-} = \frac{\phi(\pi_1^T - \pi_0^T)}{(\phi - 1)(\lambda_1 - \lambda_2)} (\lambda_1 e^{-\lambda_2 T_1} - \lambda_2 e^{-\lambda_1 T_1})$$

其與第一小節貨幣當局事先宣告地實施恆久性貨幣政策之際，產出缺口與通貨膨脹率缺口的跳動結果一樣(式(3.31)與式(3.32))。這是由於， $T_2 \rightarrow \infty$ 代表貨幣當局宣布於第 T_1 時起將目標通貨膨脹率調升至 π_1^T ，並在無窮期之後才會將目標通貨膨脹率水準調回至 π_0^T ，這與第一小節貨幣當局宣布於第 T 時起將目標通貨膨

脹率調升至 π_1^T ，並同時告訴民眾將會永遠固守該目標通貨膨脹率水準的經濟意涵一致。

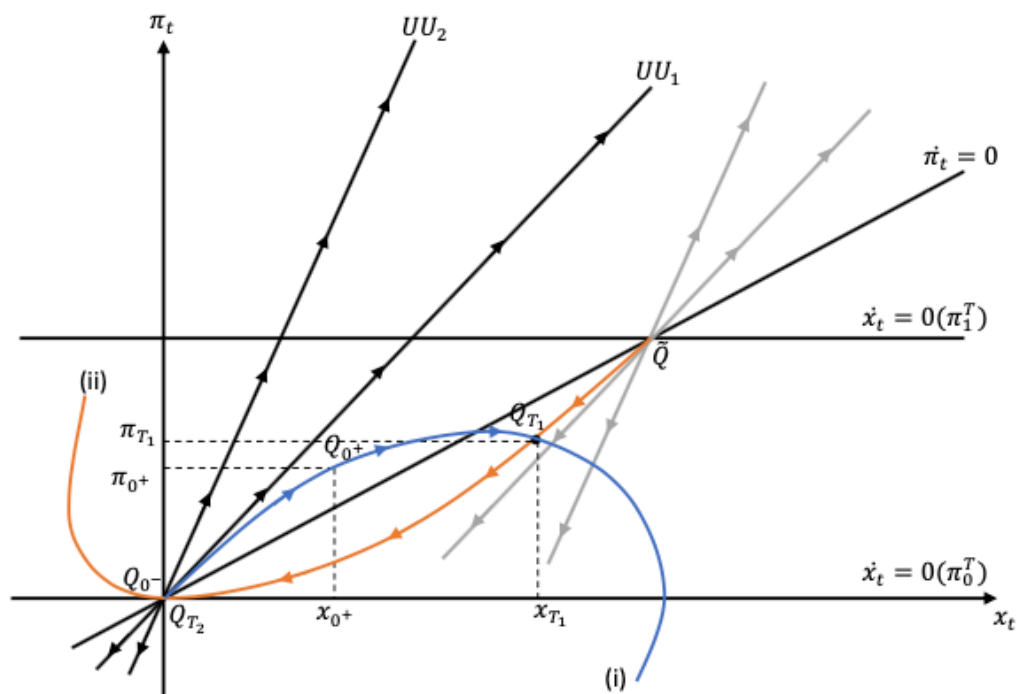


圖 3-9 預料到之暫時性貨幣擴張政策

我們可以利用圖形解析來說明式(3.61)與式(3.62)所呈現的 x_t 與 π_t 之動態調整。假設經濟體系於期初時均衡點為 $x_t = 0(\pi_0^T)$ 線與 $\pi_t = 0$ 線之交點 Q_{0-} ，該點所對應期初的產出缺口與通貨膨脹率皆為 0。當貨幣當局宣布自 T_1^+ 時起，把目標通貨膨脹率從 π_0^T 提高至 π_1^T ，此時， $x_t = 0(\pi_0^T)$ 水平上移至 $x_t = 0(\pi_1^T)$ ， $\pi_t = 0$ 線不變，長期均衡點由點 Q_{0-} 移至點 \tilde{Q} 。由於為暫時性的貨幣政策，貨幣當局會於 T_2^+ 時將目標通貨膨脹率由 π_1^T 調回至 π_0^T ，此時， $x_t = 0(\pi_1^T)$ 線水平下移回至期初 $x_t = 0(\pi_0^T)$ 線， $\pi_t = 0$ 線仍然不變，長期均衡點由點 \tilde{Q} 移至點 Q_{T_2} （也就是與

期初一致的均衡點 Q_0^-)。因此在暫時性的擴張性貨幣政策之下，經濟體系之 x_t 與 π_t 的長期均衡最終是不變的。

接著，討論經濟體系於 0^+ 時至 T_2^- 時段之 x_t 與 π_t 的動態調整。在 $t = 0^-$ 時，目標通貨膨脹率仍然停留於原先的 π_0^T 水準，此時經濟體系處於 $\dot{x}_t = 0(\pi_0^T)$ 線與 $\dot{\pi}_t = 0$ 線之交點 Q_0^- 的靜止均衡狀態，該點所對應之產出缺口與通貨膨脹率皆為0。

在 $t = 0^+$ 的瞬間，貨幣當局宣告在 T_1 時刻將目標通貨膨脹率由 π_0^T 提高至 π_1^T ，並於 T_2 時刻將目標通貨膨脹率由 π_1^T 調回 π_0^T 。具有理性預期的消費者認知到未來 T_1 時至 T_2 時名目利率水準會下降，未來之實質利率將會下降，現在儲蓄之利得相對下降，根據連續條件，消費者會於貨幣當局宣告之際就立刻增加其消費水平，此時總和需求擴大，總和產出水準高於自然產出水準，造成產出缺口擴大。具有理性預期的廠商體認到此刻總和需求增加，其面對之商品需求量上升，因此廠商會於貨幣當局宣告之際立刻提高其產品價格，使得通貨膨脹率增加。故在貨幣當局宣告未來將會實施擴張性貨幣政策的時刻，產出缺口由0跳躍至 x_{0+} ，通貨膨脹率由0跳躍至 π_{0+} ，且其跳躍的幅度跟政策宣告與實施之間隔時間 T_1 與該政策之持續時間 T_2 的長短有關。為了確保體系最終會收斂，即在貨幣當局將目標通貨膨脹率重新回復至 π_0^T 水準的時刻(第 T_2^+ 時)，必須將經濟體系送達均衡點 Q_{T_2} ，準此，經濟體系於此刻勢必會跳躍至圍繞著市場基要點 Q_0^- 運動的路徑(i)上的點 Q_{0+} ，該點所對應的產出缺口與通貨膨脹率分別為 x_{0+} 與 π_{0+} 。

在 $0^+ \leq t \leq T_1^-$ 時期，此時雖然政策已經宣告但還尚未實施，目標通貨膨脹率仍然停留於原先的 π_0^T 水準，因此經濟體系動態的走勢仍然圍繞著點 Q_0^- 運動，故產出缺口與通貨膨脹率皆會於 0^+ 時至 T_1^- 時段由點 Q_0^+ 沿著路徑(i)運動，並於 $t = T_1^-$ 時刻走到與路徑(ii)相交的點 Q_{T_1} ，此時該點所對應的產出缺口與通貨膨脹率分別為 x_{T_1} 和 π_{T_1} 。

在 $T_1^+ \leq t \leq T_2^-$ 時期，此時貨幣當局將目標通貨膨脹率由 π_0^T 提高至 π_1^T ，經濟體系的市場基要乃轉為點 \tilde{Q} ，因此動態的調整軌跡會圍繞著點 \tilde{Q} 運動，故產出缺口與通貨膨脹率皆會於 T_1^+ 時至 T_2^- 時段由點 Q_{T_1} 沿著路徑(ii)單調地減少，並於 T_2^- 時刻走到與期初均衡點 Q_0^- 相交的點 Q_{T_2} 。最後在 $t = T_2^+$ 時，貨幣當局將目標通貨膨脹率由 π_1^T 調回至 π_0^T ，經濟體系於此時位於均衡點 $Q_{T_2} (= Q_0^-)$ ，該點所對應之產出缺口與通貨膨脹率皆為0，即通貨膨脹率與產出缺口回至期初均衡值，並不再變動。

據此，我們就可以清楚地瞭解經濟體系的動態調整路徑為：在民眾與廠商接收到貨幣當局將會調高目標通貨膨脹率的時刻(第 0^+ 時)，產出缺口與通貨膨脹率將會跳動的上漲(產出缺口由0上漲至 x_{0^+} ，通貨膨脹率由0上漲至 π_{0^+})，於宣告之後迄執行目標通貨膨脹率調高的時段內(0^+ 時至 T_1^- 時)，產出缺口會單調地上揚，在執行目標通貨膨脹率提高的時段內(T_1^+ 時至 T_2^- 時)，產出缺口與通貨膨脹率呈現持續地下跌，待目標通貨膨脹率重新回復原先水準之際(第 T_2^+ 時)，產出缺口與通貨膨脹率皆回至期初均衡水準。

第四章 結論

本文以 Werning(2012)和 Liu, Huang and Lai(2020)為基礎，建構連續時間下的新興凱因斯模型，並且引用 Eggertsson (2011)所提及的借款人違約機率與負的自然實質利率衝擊有關，故本文透過未預料到之暫時性自然實質利率衝擊來詮釋金融海嘯期間經濟體系之產出缺口與通貨膨脹率的影響。此外本文利用政策的宣示效果來分析，在貨幣當局採行泰勒法則的貨幣政策下，實施事先宣告與未事先宣告的擴張性貨幣政策(調整目標通貨膨脹率)，如何影響理性預期之下民眾與廠商的決策行為，進而影響經濟體系的產出缺口與通貨膨脹率。

由第三章的分析可知，當金融風暴發生之際，具有理性預期的民眾會立即樽節消費支出，理性預期的廠商因知道未來產品需求量將會減少，故會立刻調降其商品價格，準此，產出缺口與通貨膨脹率皆出現下跌，這也解釋了在實際數據上，為何在金融風暴發生之後，有許多國家的產出缺口以及通貨膨脹率出現大幅度下滑的現象。

此外，由第三章之分析亦可知，當貨幣當局宣告將目標通貨膨脹率調高之際，不論政策的型態為何，此時民眾皆會立即增加消費水平，廠商因知道未來產品需求將會增加，故會立刻調漲其商品價格，是以，經濟體系的產出缺口與通貨膨脹率會在政策宣告但還未實施之際就先上漲，這體現了完全預知模型“未演先轟動”的特色。

附錄 A

依循 Moll(2012)，附錄 A 說明式(3.1)及式(3.2)的前瞻性新興凱因斯菲利普曲線與動態 IS 曲線之推導。

A.1 代表性家庭

與 Galí(2015)一致，代表性家庭透過消費與勞動中獲得效用，且消費具有正的邊際效用，勞動具有負的邊際效用。代表性家庭之終身效用函數現值由下式表示：

$$\Omega_0 = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \left\{ \ln C_t - \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right\} dt ; \rho, \varphi > 0 \quad (A.1.1)$$

其中， C_t 與 N_t 分別為消費與勞動，參數 ρ 為時間偏好率， φ 為跨期勞動供給替代彈性之倒數，且 $\rho, \varphi > 0$ 。

代表性家庭之預算限制式可表示為：

$$P_t C_t + \dot{B}_t = \Pi_t + i_t B_t + W_t N_t \quad (A.1.2)$$

其中， P_t 為總合物價指數， B_t 為代表性家庭持有的無風險政府債券， $\dot{B}_t = \frac{\partial B_t}{\partial t}$ 為代表性家庭所持有之政府債券隨時間的變動量， Π_t 為中間財廠商所賺得之名目利潤， i_t 為名目利率水準， W_t 為名目工資水準。式(A.1.2)表明代表性家庭會將所賺取之所得全數用以消費或是購買無風險之政府公債。

根據式(A.1.1)與式(A.1.2)可建構出代表性家庭的極大化終身效用問題：

$$\begin{aligned} \text{Max}_{C_t, N_t} \quad & \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \left\{ \ln C_t - \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right\} dt \\ \text{s.t.} \quad & P_t C_t + \dot{B}_t = \Pi_t + i_t B_t + W_t N_t \end{aligned} \quad (A.1.3)$$

依(A.1.3)的最適問題，我們可設定以下的現值 Hamiltonian 函數 H ：

$$H = \ln C_t - \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} + \lambda_t(\Pi_t + i_t B_t + W_t N_t - P_t C_t) \quad (A.1.4)$$

式(A.1.4)中共狀態變數 λ_t 為代表性家庭每增加持有一單位之政府公債，未來所有期間所獲得以效用表示的利得之折現值，亦可稱 λ_t 為政府債券的影子價格(shadow price)。¹⁴

由式(A.1.4)可推得代表性家庭的最適一階條件分別為：

$$\frac{\partial H}{\partial C_t} = \frac{1}{C_t} - \lambda_t P_t = 0 \quad (A.1.5)$$

$$\frac{\partial H}{\partial B_t} = \lambda_t i_t = -\dot{\lambda}_t + \rho \lambda_t \quad (A.1.6)$$

$$\frac{\partial H}{\partial N_t} = -N_t^\varphi + \lambda_t W_t = 0 \quad (A.1.7)$$

除式(A.1.5)至式(A.1.7)的最適條件外，另需橫截條件來確保代表性家庭之決策係滿足終生效用折現極大：

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\partial \Omega_0}{\partial B_t} e^{-\rho t} = 0 \quad (A.1.8)$$

式(A.1.8)隱含代表性家庭在追求效用極大的最終之際，其所持有的政府債券所帶來的效用折現值必定為零。

依據式(A.1.5)，將等號兩邊同對時間 t 全微分，並同乘 C_t ，可得：

$$\frac{\dot{C}_t}{C_t} = -\frac{\dot{\lambda}_t}{\lambda_t} - \pi_t \quad (A.1.9)$$

將式(A.1.9)與式(A.1.6)合併，可得到歐拉方程式(Euler equation)：

$$\frac{\dot{C}_t}{C_t} = (i_t - \pi_t) - \rho \quad (A.1.10)$$

最後將式(A.1.5)代入式(A.1.7)可得勞動供給函數：

$$\frac{W_t}{P_t} = C_t N_t^\varphi \quad (A.1.11)$$

¹⁴ 對於共狀態變數 λ_t 的經濟意涵及數學推導，詳見賴景昌(2020)，「國際金融」講義。

A.2 代表性廠商

假設生產者係由兩個部門所組成，分別為最終財廠商與中間財廠商，且(i)最終財市場為一完全競爭市場，並且每一個最終財皆是使用連續的中間財來生產。(ii)中間財市場為一獨佔性競爭市場，並且每一個中間財唯利用單一生產要素—勞動力 n_t 來生產；另外，中間財廠商在調整其商品價格時必須支付額外的調整成本。接著，我們分別討論兩種廠商的最適行為。

首先，討論最終財廠商的最適行為。假設最終財廠商係用連續的中間財 $y_t(j), j \in [0,1]$ 來生產最終財貨，且最終財廠商的生產函數設定為 CES 型生產函數，由下式給出：

$$Y_t = \left(\int_0^1 y_t(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}, \quad \varepsilon > 0 \quad (\text{A.2.1})$$

式中， ε 為中間財之間的替代彈性，若 ε 越大則代表中間財產品之間之替代性越大，並於此假設 $\varepsilon > 0$ 。

將 $p_t(j)$ 定義為第 j 項商品 $y_t(j)$ 之價格，最終財廠商的最適問題可表示為：

$$\begin{aligned} \text{Max}_{y_t(j)} \quad & P_t Y_t - \int_0^1 p_t(j) y_t(j) dj \\ \text{s. t} \quad & Y_t = \left(\int_0^1 y_t(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \end{aligned} \quad (\text{A.2.2})$$

由式(A.2.2)可推得最適的一階條件為：

$$y_t(j) = \left(\frac{p_t(j)}{P_t} \right)^{-\varepsilon} Y_t \quad (\text{A.2.3})$$

式(A.2.3)代表最終財廠商在利潤極大化之下，所選擇個別中間財產品 $y_t(j)$ 的最適條件，該式可視為中間財廠商所面對之商品需求函數。

由於最終財產品市場為一完全競爭市場，故根據零利潤條件，我們可以得到市場之價格指數 P_t 為：

$$P_t = \left(\int_0^1 p_t(j)^{1-\varepsilon} dj \right)^{\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}} \quad (A.2.4)$$

接著，討論中間財廠商之最適行為。假設中間財廠商為獨佔性競爭廠商，且假設這些中間財廠商有相同之生產函數，該函數表示如下：

$$y_t(j) = A_t n_t(j)$$

式中， A_t 為生產技術(並假設中間財廠商之技術進步率為一常數 a ，即 $\frac{A_t}{A_t} = a$)，而 $n_t(j)$ 為第 j 家中間財廠商生產所需雇用之勞動量。

根據 Rotemberg (1982)，假設中間財廠商於調整價格時會出現價格調整成本，¹⁵我們假設廠商 j 之調整成本函數為：

$$\Theta_t \left(\frac{p_t(j)}{p_t(j)} \right) = \frac{\theta}{2} \left(\frac{p_t(j)}{p_t(j)} \right)^2 P_t Y_t \quad (A.2.5)$$

式中， θ 為價格僵固係數，若 θ 越小，則代表廠商越有能力自由地調整其價格。當 $\theta = 0$ 時，此時中間財廠商不存在調整價格的成本，代表廠商可以完全自由地調整其產品價格。

由於中間財市場為一獨佔性競爭市場，是以中間財廠商受限於其產品需求線之下決定最適的商品價格，中間財廠商最適定價問題可表示為：

¹⁵ Moll(2012)認為使用 Rotemberg (1982)的價格調整成本函數較貼近菜單成本(menu cost)理論。且

Schmitt-Grohe and Uribe (2004), Fernández-Villaverde et al. (2011)皆使用此價格調整成本函數。

$$\begin{aligned} & \text{Max}_{p_t(j)} \int_0^\infty e^{-\int_0^t i(s) ds} \left(p_t(j) y_t(j) - W_t n_t(j) - \frac{\theta}{2} \left(\frac{\dot{p}_t(j)}{p_t(j)} \right)^2 P_t Y_t \right) dt \\ & \text{s.t. } y_t(j) = \left(\frac{p_t(j)}{P_t} \right)^{-\varepsilon} Y_t \end{aligned} \quad (\text{A.2.6})$$

依據(A.2.6)我們可以得到一階條件為：¹⁶

$$\rho \pi_t = \frac{\varepsilon - 1}{\theta} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \frac{W_t}{P_t} \frac{1}{A_t} - 1 \right) + \dot{\pi}_t \quad (\text{A.2.7})$$

與 Moll(2012)一致，透過微分方程之求解我們可推得通貨膨脹的最適路徑為：

$$\pi_t = \frac{\varepsilon - 1}{\theta} \int_t^\infty e^{-\rho(s-t)} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \frac{W_s}{P_s} \frac{1}{A_s} - 1 \right) ds \quad (\text{A.2.8})$$

式(A.2.8)表明，中間財廠商的定價策略具有前瞻性，也就是廠商會依照所有未來期間之邊際成本折現值來訂定當前商品之最適價格，倘若未來生產成本增加，此時廠商就會於當期調高其產品價格。

A.3 財政部門

假設政府的財政支出唯透過發行無風險之政府公債來融通(本文假設政府單位不存在稅收)，則政府之預算限制式可由下式給出：

$$\dot{B}_t = P_t G_t + i_t B_t \quad (\text{A.3.1})$$

A.4 均衡

根據式(A.1.2)的代表性家庭預算限制式、式(A.3.1)的政府預算限制式、最終財廠商之零利潤條件以及家計部門透過中間財廠商所賺得之名目利潤：

$$\Pi_t = \int_0^1 p_t(j) y_t(j) dj - \int_0^1 W_t n_t(j) dj$$

¹⁶ 關於中間財廠商最適一階條件的詳細推導，見 Moll(2012)。

將以上四式合併，並在債券市場與勞動市場皆處於均衡狀態之下，且不存政府支出的情況下($G_t = 0$)，最終財商品市場之均衡條件(資源限制式)為：

$$C_t = Y_t \quad (A.4.1)$$

A.5 IS 曲線推導

首先，倘若中間財廠商不存在價格調整成本，即 $\theta = 0$ 之下所推導出來之均衡產出水準稱為自然產出(Natural Output)，均衡實質利率水準稱為自然實質利率(Natural real interest rate)，其分別表示如下：¹⁷

$$Y_t^n = \left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{1+\varphi}} A_t \quad (A.5.1)$$

$$r_t^n = a + \rho \quad (A.5.2)$$

接著定義產出缺口為經濟體系實際之產出水準與自然產出水準之比值：

$$X_t = \frac{Y_t}{Y_t^n} \quad (A.5.3)$$

將(A.5.3)對時間 t 全微分整理可得：

$$\frac{\dot{X}_t}{X_t} = \frac{\dot{Y}_t}{Y_t} - \frac{\dot{Y}_t^n}{Y_t^n} \quad (A.5.4)$$

最後將(A.5.4)與資源限制式(A.4.1)帶入歐勒方程式(A.1.10)中，即可得到 IS 曲

線：

$$\frac{\dot{X}_t}{X_t} = i_t - \pi_t - r_t^n \quad (A.5.5)$$

接著，令 x_t 為產出缺口 X_t 的對數值($x_t = \ln X_t$)，式(A.5.5)可表示成：

$$\dot{x}_t = i_t - \pi_t - r_t^n \quad (A.5.6)$$

因此我們即可求得新興凱因斯模型之下的動態 IS 曲線，即式(2.2)。

¹⁷ 不存在價格僵固之下各經濟變數的均衡解值，見 Moll(2012)

A.6 菲利普曲線推導

同樣，倘若中間財廠商不存在價格調整成本，即 $\theta = 0$ 之下所推導出來之均

衡實質工資為：

$$\left(\frac{W_t}{P_t}\right)^n = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} A_t \quad (\text{A.6.1})$$

將(A.6.1)同乘 $\frac{W_t}{P_t}$ 整理可得：

$$\frac{W_t}{A_t P_t} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \frac{\frac{W_t}{P_t}}{\left(\frac{W_t}{P_t}\right)^n} \quad (\text{A.6.2})$$

將式(A.6.2)帶入中間財廠商之最適定價條件(A.2.7)中，可得到：

$$\rho\pi_t = \frac{\varepsilon - 1}{\theta} \left(\frac{\frac{W_t}{P_t}}{\left(\frac{W_t}{P_t}\right)^n} - 1 \right) + \dot{\pi}_t \quad (\text{A.6.3})$$

接著將勞動供給函數(A.1.11)，市場結清條件(A.4.1)以及生產函數 $Y_t = A_t N_t$

代入(A.6.3)，即可得到新興凱因斯之菲利普曲線：

$$\rho\pi_t = \frac{\varepsilon - 1}{\theta} (X_t^{1+\varphi} - 1) + \dot{\pi}_t \quad (\text{A.6.4})$$

透過微分方程之求解式(A.6.4)，我們可推得通貨膨脹的最適路徑為：

$$\pi_t = \frac{\varepsilon - 1}{\theta} \int_t^{\infty} e^{-\rho(s-t)} (X_s^{1+\varphi} - 1) ds \quad (\text{A.6.5})$$

式(A.6.5)與 Werning(2012)一致，其表明當期通貨膨脹率取決於未來所有期間之

產出缺口的折現值，故式(A.6.4)為一前瞻性之新興凱因斯菲利普曲線。若未來

出現正的產出缺口，此時通貨膨脹率會上升；反之，若未來出現負的產出缺

口，此時通貨膨脹率會下降。

最後，將式(A.6.4)的產出缺口以對數形式 x_t 表示，即可得到本文之前瞻性

新興凱因斯菲利普曲線(式 2.1)：¹⁸

$$\rho\pi_t = \kappa x_t + \dot{\pi}_t \quad (A.6.6)$$

其中， $\kappa = \frac{(\varepsilon-1)(1+\varphi)}{\theta} > 0$ 。



¹⁸ 式(A.6.4)中 $X_t^{1+\varphi} - 1 = e^{(1+\varphi)x_t} - 1$ ，將此式於 $x_t = x_0$ 處進行泰勒展開，可得：

$$e^{(1+\varphi)x_t} - 1 \approx e^{(1+\varphi)x_0} - 1 + [(1+\varphi)e^{(1+\varphi)x_0}(x_t - x_0)]$$

當 $x_0 = 0$ 時，我們可得：

$$X_t^{1+\varphi} - 1 \approx (1+\varphi)x_t$$

將上式帶入式(A.6.4)，整理後即可得到式(A.6.6)。

參考文獻

一. 中文部分

許溪南、王家美(2010)，「2008 全球金融海嘯之起因、影響與教訓」，〈證券櫃檯月刊〉，第一四九期：頁 87-98。

蔡耀如(2010)，「金融危機對金融體系與總體經濟之影響」，〈全球金融危機專輯(增訂版)〉：頁 25-46，台北：中央銀行。

賴景昌(1994)，〈國際金融理論-進階篇〉，第四章，台北:茂昌。

賴景昌(2018)，〈總體經濟學〉，第四版，第十四章，台北:雙葉。

賴景昌(2020)，「理性預期」、「宣示效果」、「國際金融」，研究所上課講義。

二. 西文部分

Christiano, L. J., Eichenbaum, M. and Evans, C. L. (2005), "Nominal Rigidities and the Dynamic Effects of a Shock to Monetary Policy," *Journal of Political Economy*, 113, 1-45.

Christiano, L. J., Eichenbaum, M. and Rebelo, S. (2011), "When Is the Government Spending Multiplier Large?" *Journal of Political Economy*, 119, 78-121.

Eggertsson, G. B. (2011), "What Fiscal Policy is Effective at Zero Interest Rates?" *NBER Macroeconomics Annual*, 25, 59-112.

Fernández-Villaverde, J., Guerrón-Quintana, P., Rubio-Ramírez, J. F. and Uribe, M. (2011), "Risk Matters: The Real Effects of Volatility Shocks," *American Economic Review*, 101, 2530-2561.

- Galí, J. (2015), *Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle*, 2nd Edition. Princeton and Oxford: Princeton University Press.
- Holston, K., Laubach, T. and Williams, J. C. (2017), “Measuring the Natural Rate of Interest: International Trends and Determinants,” *Journal of International Economics*, 108, 59-75.
- Liu, S. F., Huang, W. C. and Lai, C. C. (2020), “Could Fiscal Policies Overcome a Deep Recession at the Zero Lower Bound?” MPRA Paper No. 101282.
- Rotemberg, J. J. (1982), “Sticky Prices in the United States,” *Journal of Political Economy*, 90, 1187-1211.
- Rotemberg, J. and Woodford, M. (1999), “Interest Rate Rules in an Estimated Sticky Price Model,” NBER Papers No. 6618.
- Schmitt-Grohe, S. and Uribe, M. (2004), “Solving Dynamic General Equilibrium Models Using a Second-order Approximation to the Policy Function,” *Journal of Economic Dynamics & Control*, 28, 755-775.
- Walsh, C. E. (2010), “Teaching Inflation Targeting: An Analysis for Intermediate Macro,” *Journal of Economic Education*, 33, 333-346.
- Walsh, C. E. (2017), *Monetary Theory and Policy*, 4th Edition. Cambridge, Mass.: MIT Press.
- Werning, I. (2012), “Managing a Liquidity Trap: Monetary and Fiscal Policy,” NBER Papers No. 17344.
- Wieland, J. F. (2019), “Are Negative Supply Shocks Expansionary at the Zero Lower Bound?” *Journal of Political Economy*, 3, 973-1007.
- Woodford, M. (2003), *Interest and Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy*. Princeton and Oxford: Princeton University Press.

三. 網站部分

Moll, B. (2012), *Lecture 2: New Keynesian Model in Continuous Time*. Princeton University.

檢自 <https://benjaminmoll.com/wp->

[content/uploads/2019/07/Lecture2_ECO521_web.pdf](https://benjaminmoll.com/wp-content/uploads/2019/07/Lecture2_ECO521_web.pdf) (最後瀏覽日期：

2022/06/30)

