第五章 啟發式演算法與實證的結果與討論

5.1 啟發式演算法

針對前章所述，模型 B 為混合整數線性規劃模型，當變數與限制式過多時，無法用枝界法直接求得期望的整數解，本節的任務為發展啟發式演算法，求近似的最佳整數解。

在求解的過程中，除了 x_j 要滿足整數的條件之外，尚有 y_j 屬於 0-1 變數，使得整數變數過多，導致最佳解無法求得。因此，為了解決這個問題，我們先放鬆模型 B 的整數變數，求得最佳解後，根據放鬆模型 y_j 變數的資訊，將選取資產種類所對應的 x_j 變數定為如：$0 \le x_j \le U_j$ 的整數變數，將未選取的 x_j 變數固定為零，再以枝界法解固定變數後的模型。演算法的過程如下：

步驟 1　解局部放鬆的混合整數線性規劃模型：

將每個 x_j 放鬆為正實數變數， y_j 仍為 0-1 變數。

步驟 2　固定 0-1 變數：

在步驟 1 所求得的 y_j 值中，若 $y_j \neq 1$ 時，則固定 $x_j = 0$。

步驟 3　再解混合整數線性規劃模型：

即可得到所求的整數 x_j 值。

我們將放鬆的模型所求出的 y_j 值，保留 $y_j = 1$ 的那些 j 於原模型中再次求解，也就是將原本模型的所有 j，經過求解 x_j 放鬆為正實數的模型之後，將沒有選擇到投資組合的 j 排除，只讓有選擇到的 j 繼續調整到符合原有模型中的所有限制條件。因此，除了整數變數大幅減少，更能有效率地求得原模型的最佳整數解。

5.2 大中取小投資組合的效能與討論

針對上述所提，我們用啟發式演算法與枝界法做計算上效率的比較，發現使用枝界法在超過 6000CPU 秒都無法求得整數解，而啟發式演算法能夠在 4000CPU 秒內，求得我們所要的整數解。下面針對啟發式演算法在不同期間不同報酬率的效能比較，如下表一：(時間單位：CPU 秒)

表一

期間 \ 報酬率		0.10%	0.15%	0.20%	0.25%	0.30%	0.35%
T1	CPU	7.1	17.2	3846	3660.1	1502.2	1845.0
	Iteration	3425	7427	451513	406855	258876	274594
T2	CPU	56.4	0.9	12.0	77.0	133.6	74.2
	Iteration	28371	814	6443	36140	55673	29904
T3	CPU	0.6	1.3	0.4	0.9	9.8	1.5
	Iteration	710	1052	595	797	4977	997

從表一我們可以發現：不管在 T1、T2、或 T3 期間，當報酬率增加時，利用啟發式演算法來求解所花費的時間與疊代數也隨之增加，不過，其效能遠比利用枝界法來求解要好得多。

5.3 實證的結果與討論

我們以台灣上市股票市場作為實證的對象，選取股本超過 45 億的股票總共有 181 種，來進行實證分析。我們將分成兩大主題來討論：

- 探討不同模型在同一期間的表現狀況
- 檢測在不同的報酬率下，模型 B 的表現狀況

我們使用與呂建鴻（民 91）相同期間的股價資料，均擷取自 TEJ 台灣經

濟新報資料庫，包括每週收盤價的數據及台灣發行量加權股價指數（以下簡稱市場指數）等。

我們用三組不同期間的數據資料來做分析，分別為

T1：2000 年 1 月 7 日至 2000 年 12 月 8 日

T2：2001 年 1 月 5 日至 2001 年 12 月 14 日

T3：2001 年 6 月 22 日至 2002 年 5 月 24 日

將每組期間分成兩部分，前 25 期稱為內樣本期間（in-sample period），利用內樣本期間的資料建構最佳的投資組合；而後 25 期稱為外樣本期間（out-of-sample period），利用前述的投資組合，計算在外樣本期間的市值。我們使用的電腦環境為 Pentium 4 2.0GHz，並利用 GAMS（Brooke, Kendrick, and Meeraus, 1988）軟體來進行模型的求解。

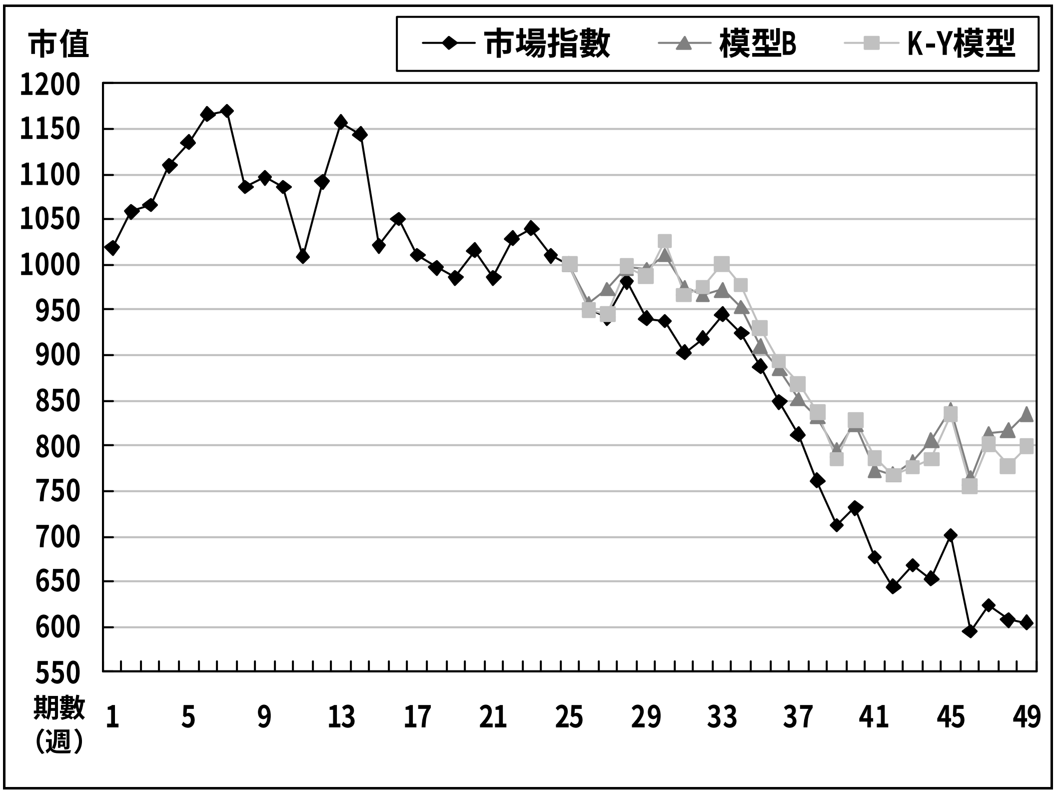
在進行求解的過程之前，我們設定投資組合總類數的上限為 20，購買 1000 單位股票的交易費用比率為 0.1425%，允許可投資總額的上限為 10000 單位，下限為 9000 單位，而每種股票的投資金額最多為投資總額上限的 8%，最少為投資總額上限的 1%。接下來，針對兩大主題來進行分析，其結果如下：

（一）探討不同模型在同一期間的表現狀況

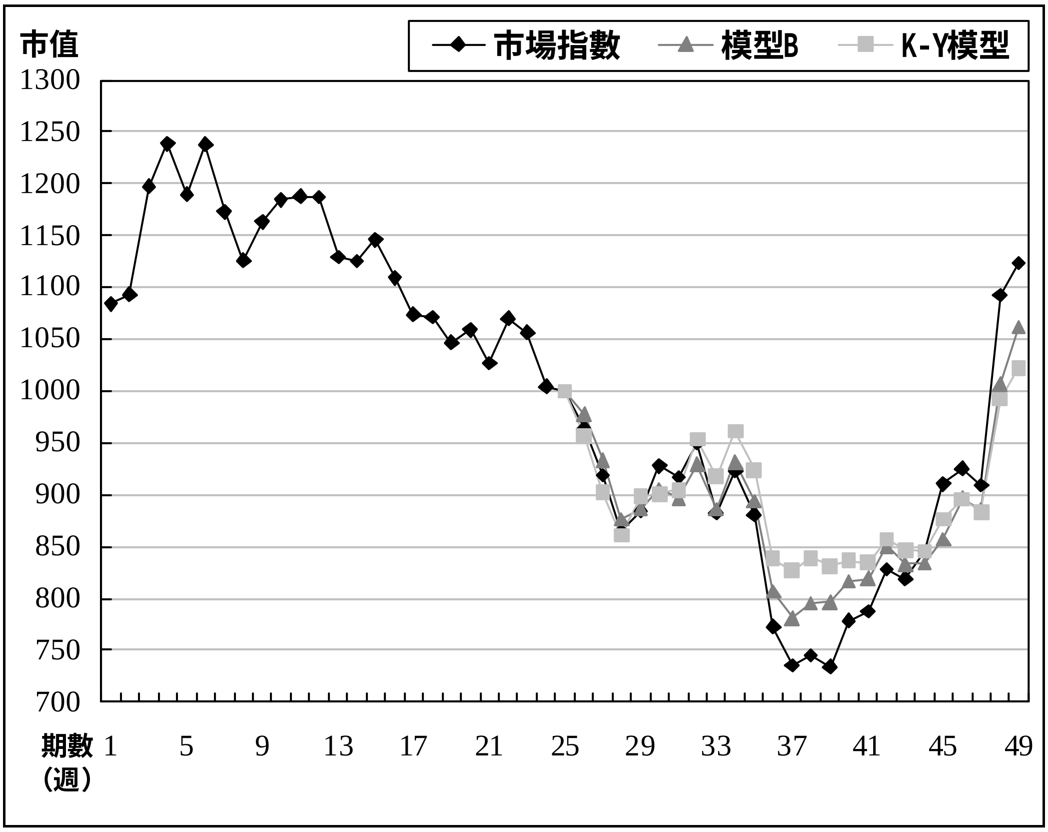
在三組期間中，針對第四章所提出的模型 B 與第三章提到 Konno 和 Yamazaki（1991）的模型（以下簡稱 K-Y 模型）做市值變化的計算，使用報酬率為每週 0.15%於兩模型中，相當於年報酬率 7.8%，並以市場指數為基準，做這三者市值變化的比較，其市值的變化圖分別為圖一、圖二、圖三，圖中的 x 軸表示在投資期間的期數，以週為基準，而 y 軸表示市值的大小，並將兩個模型的市值與市場指數皆標準化為 1000 開始（第 25 週），才能做比較。其投資組合的投資比重如附表一、附表二。

從圖中我們發現在 T1 期間，模型 B 與 K-Y 模型皆比市場指數的表現來得好很多，而模型 B 與 K-Y 模型的表現相差不大；在 T2 期間，大家的市值表現都差不多；在 T3 期間，模型 B 與 K-Y 模型皆比市場指數的表現來得好很多，不過，模型 B 與 K-Y 模型則相差不多。我們可以參考附表三、附表四、

圖一 在 T1 期間的市值變化圖



圖二 在 T2 期間的市值變化圖



圖三 在 T3 期間的市值變化圖

附表五，分別為不同期間兩個模型的報酬率，從報酬率的數據顯示：在 T1 期間，大家的報酬率都是下跌的情形，但是從時間 t = 24（第 25 週）的報酬率來看，分別為–39.52、–16.47、–20.05，模型 B 的報酬率下跌情形比其他二者來得小很多；在 T2 期間，大家的報酬率都有高有低；在 T3 期間，大家的報酬率都是上升的情況，從時間 t = 24（第 25 週）的報酬率來看，市場指數的報酬率大約為 7%，而模型 B 的報酬率遠比市場指數的報酬率來得高，甚至可達 24%。

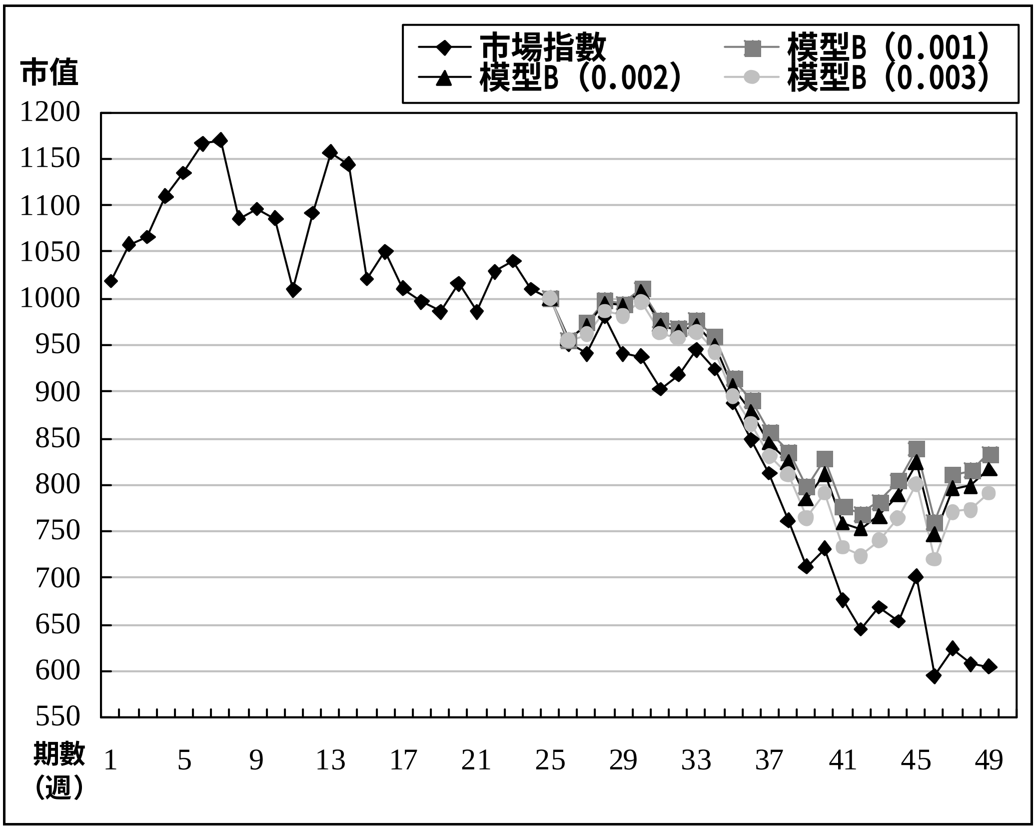
（二）檢測在不同的報酬率下，模型 B 的表現狀況

在不同期間，針對模型 B 使用不同的報酬率分別為 0.1%、0.2%、0.3%，所得到的市值變化圖為圖四、圖五、圖六。從圖中可以發現，不管報酬率為何，大家的表現都相去不多，但都比市場指數來得理想。可以參考附表六、附表七、附表八，分別為 T1、T2、T3 期間的報酬率。

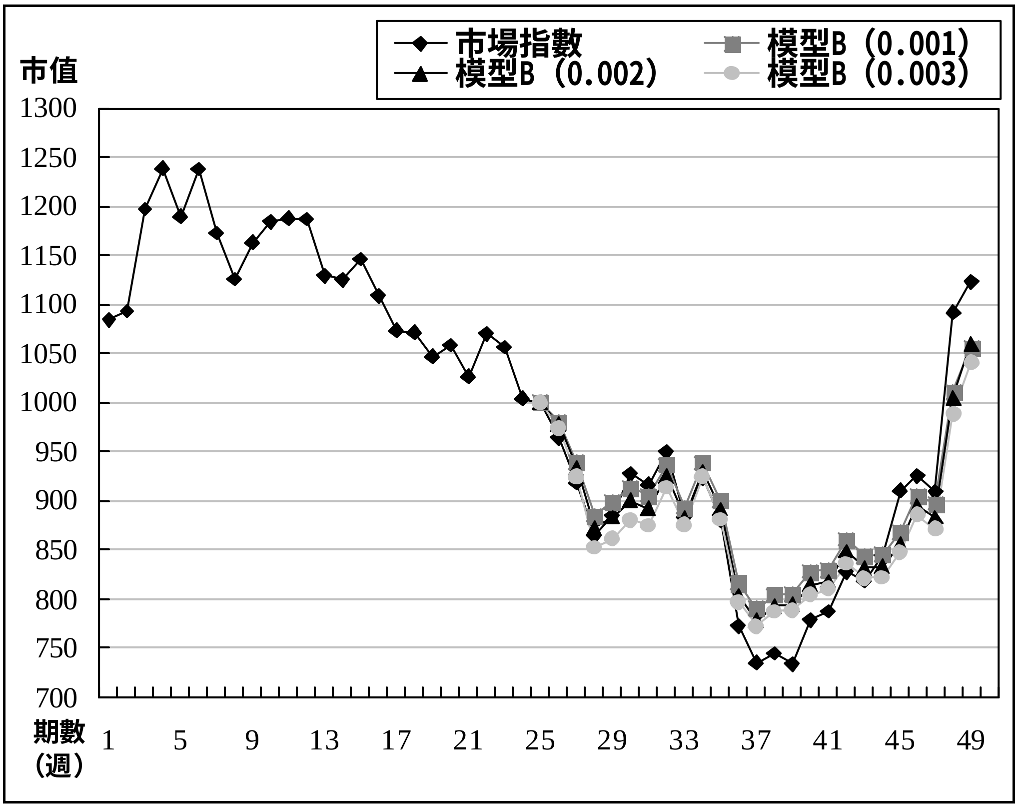
從分析中發現，在同一期間中，使用不同的報酬率其市值的表現並沒有受到太大的影響，但是，若報酬率太大會使得模型 B 無法得到可行解。因此，Speranza（1996）提出若利用演算法無法得到可行解時，可以放寬投資總額

的上限與下限之間的大小，再進行模型的求解。

圖四 在 T1 期間不同報酬率的市值變化圖



圖五 在 T2 期間不同報酬率的市值變化圖



圖六 在 T3 期間不同報酬率的市值變化圖