

中文摘要

在這篇論文，我們主要探討兩個獨立的組合數學主題：一個是 Hadamard 矩陣的建構，一個是有關森林的研究。在第一個主題，所得者又分為二，其一，我們從一個已知的 Hadamard 矩陣，利用 Sylvester 的方法去建構名為 J_m -Hadamard 矩陣。從這個矩陣裡，藉由在 S_m 上適當的排列，可以獲致其他 $2^m m! - 1$ 個 Hadamard 矩陣。另外，我們引進 J_m -class 的概念，將之寫成 CJ_m ，並探討當 n 整除 n' 時， $CJ_{n'}$ 是否包含於 CJ_n 。關於這個問題，我們得到最初的結論是 $CJ_8 \subsetneq CJ_4 \subsetneq CJ_2$ 。其二，在已知的 t 個階數分別是 $4m_1, 4m_2, \dots, 4m_t$ 的 Hadamard 矩陣，希望獲得一個階數是 $2^k m_1 m_2 \dots m_t$ 的 Hadamard 矩陣，使得 k 值愈小愈好。我們可以找到最小指數的上界，這個數稍好於 Craigen 及 de Launey 所得到的值。在第二個主題裡，我們致力於三個目標，首先，我們將平面樹上的一些結果，推廣到平面森林上，諸如 Shapiro 的結果，葉子的偶數、奇數問題，Catalan 數與類似數之間的恒等式。其二，我們用了一個很簡潔的方法去證明 Chung-Feller 定理，也獲致相關的結果及應用。最後，我們以研究數種 n -caterpillars 的優美標法，作為本文的結束，最特別的是我們可藉用拉丁方陣去建構 2^n -caterpillars 的優美標法。

關鍵字：Kronecker 乘積，Sylvester-Hadamard 矩陣， J_m -Hadamard 矩陣， J_m -classes，正交對，Weighing 矩陣，最小指數，平面森林，Catalan 數，Motzkin 數，Riordan 數，Narayana 數，Dyck 路徑，Motzkin 路徑，Chung-Feller 定理，優美標法， n -Caterpillars，拉丁方陣。