第二章 文獻回顧

回顧一系列探討如何建立投資組合的相關文獻，首要推舉 Markowitz (1952) 所發表的現代投資組合理論。Markowitz 文中特別強調風險(risk)，認為可藉由不同類型的資產配置，建構出分散型的投資組合。因此其投資組合之數學規劃模型為在固定報酬的條件下，最小化投資組合的風險。而該模型所採用的風險定義為投資組合報酬率之標準差(standard deviation)，所以其目標函數設為報酬率之變異數，此數學模型為二次(quadratic)規劃模型。

然而 Markowitz 的二次規劃模型在求解過程較為困難，必須當其解集合為凸集合時，最佳解(global optimal solution)才會存在。因此，之後從事投資組合相關研究的學者，紛紛發展出較簡易處理的線性規劃模型，以避免二次規劃模型中所遭遇的困難。

Sharpe 先於 1967 年針對投資組合於風險函數之二次規劃問題，提出參數線性規劃(parametric linear-programming)的論點，以共同基金作為實證分析，發現在選擇合適的參數下，亦即其論文中所設定的參數 M 夠大，則其誤差項小至可接受的範圍。有鑑於此不錯的成果，Sharpe 繼續於 1971 年發表風險變異數之分段線性逼近法(piecewise linear approximations for variance)。Sharpe 是利用分段的方式將二次函數予以線性化，其規劃模型可以較簡單地找出最佳解，同時經實證資料分析，發現此方法所獲得的最佳解與 Markowitz 的二次規劃解差距不大。然而，如何決定分段數目及其所伴隨的誤差項，則是另一個可供討論的問題。

繼之前學者提出二次規劃及線性規劃的模型後，Sang 與 Chesse 在 1980 年提出以目標規劃(goal programming)作為投資組合的選取方法。目標規劃的優點是可

以在目標函數中，分別依個別目標的優先順序給予不同的權重，藉此滿足不同投資者的投資需求。尤其當投資者面臨兩項互為對立的目標，例如最大報酬及最低風險時，在無法兼顧二者的情形下，即可利用目標規劃將多重目標函數整合為單一的目標函數。

指數基金為基金本身持股幾乎完全依據某一市場指數之成份股變動的投資組合。建構指數基金的方式，傳統上可分為三種：完全複製法、分層法及抽樣法。Meade 與 Salkin (1989)將投資組合之數學規劃觀念應用於指數基金的建構方式。論文中提出兩種方法，兩者目標函數皆為追蹤投資組合表現與市場指數誤差之最小值。方法一為估計係數法(estimated coefficients)，是利用統計方法選擇投資組合中每一特定股票之持有比例。方法二為市值加權法(capitalization-weighted)，則是依據每一公司的市值佔整個投資組合所有公司總市值的比例來決定該股票在投資組合中的比例。最後再經由實證分析，發現估計係數法所建構出的指數基金表現優於市值加權法。

Konno 與 Yamazaki 在 1991 年提出新的風險函數定義，以投資組合報酬的平均絕對離差(mean absolute deviation)為風險函數 L_1 ，以此取代 Markowitz 所定義的標準差風險函數 L_2 。此舉即可將 Markowitz 的二次規劃模型轉成線性規劃模型，藉以克服 Markowitz 模型於大尺度實務求解中的困難。同時，該文進一步指出，當投資組合中各投資標的之報酬率符合多元常態分配(multivariate normally distributed)時，風險函數 L_1 與 L_2 之間將存在一線性關係；亦即在投資組合的數學規劃過程中，最小化 L_1 視同等價於最小化 L_2 。

Konno 與 Yamazaki 所提出的風險函數 L_1 ，實際上可分成兩部份討論。高於平均報酬(獲利)部份可稱之為上層風險(upside risk)。而低於平均報酬(損失)部份則稱為下層風險(downside risk)。根據經濟學的定義，依風險承受度大致可將投

資人歸為三類：風險趨避、風險中立及風險偏好。不同類的投資人對於風險之承受程度當然不一致，因此，上層風險及下層風險應分別佔有不同的比重。Speranza (1993)觀察到上述的實際現象，故分別給予此兩項風險函數不同的權重(weight)，再將其組成一線性組合。透過 Speranza 的數學規劃模型，每個投資人皆可藉由調整此線性組合的係數來滿足其風險之承受程度。同時，Speranza 亦發現歷史資料的遠近關係將對投資組合造成不同的影響，因此於原本規劃模型，再加入時間參數，藉此將資料的新舊關係反應於投資組合。

Young (1998)提出新的投資組合選取方式，名稱為大中取小的投資組合選取法(mini-max portfolio selection rule)，此風險函數稱為 L_∞。此方法有別於以報酬變異數為風險測量函數的投資組合建構法；大中取小法則所建構的最佳投資組合來自於給定報酬水準的條件下，最小化觀察期間內該投資組合的最大損失。同時論文中也提出當投資標的之報酬服從常態分配時，大中取小法則所建構的線性規劃模型之最佳解近似於 Markowitz 的二次規劃模型解。

Xia 等在 2000 年提出在投資標的之期望報酬排序(order)的基準下，作一投資組合選取。首先，分別針對投資標的於觀測期間內的實際平均報酬、投資標的在歷史紀錄中的報酬傾向，以及對投資標的未來報酬之預測值這三部分給予不同的權重(weight)。再以加權平均法，計算各投資標的之期望報酬；接著將投資標的之期望報酬作排序。最後再以基因演算法(genetic algorithm)建構出投資組合。

本論文得自期望報酬排序之啟發，希望建構一成長的基金模型。因此，運用 Konno 與 Yamazaki 報酬變異之絕對值模型的概念，來建構成長基金的模型，並將此模型轉成目標規劃模型的形式。另一方面加上風險考量，利用 Young 所提出的大中取小原則，建構另一投資組合的數學模型。然後考量歷史資料的新舊程度對投資組合的影響，將時間參數置入前述之模型，即產生第三種數學規劃模型。

最後藉由實證資料，比較經由此三組數學模型所建構的投資組合效能。