

## 中文摘要

給定一個圖形  $G$ ， $S$  為點集合  $V(G)$  之子集，可視為一傳播集合，以及集合  $M_s = \{m(v) : v \in S\}$ ，為一描述  $S$  中各點擁有訊息之情形的集合。 $(S, M_s)$ -傳播值是指，以  $S$  為傳播集，於最短時間內，令全部點獲得所有種類之訊息，可以符號記為  $b(G; S; M_s)$ 。傳遞的方式滿足下列三項限制：

- (1) 假設點  $u$  在第  $i$  個時間前，即擁有訊息  $j$ ，則  $u$  可在第  $i$  個時間，將此訊息傳送於點  $v$ 。
- (2) 假設  $u$ 、 $v$  為相鄰兩點，則  $u$  可以從  $v$  中接收訊息，或者傳送訊息於  $v$ 。
- (3) 在每一個傳播過程，一個點於每單位時間內，只能傳送或接收一個訊息。

給定一個圖形  $G$ ，其中  $S = V(G)$ ，每個頂點擁有  $k$  個訊息，且每個頂點所擁有的訊息均不相同。若  $B(G)$  是  $(S, M_s)$  的傳播集，則我們稱  $B(G)$  是  $G$  的  $k$ -傳播集。在此條件下，我們以  $b'_k(G)$  表示為  $b(G; S; M_s)$  的值；當  $k = 1$  時，為了方便我們用  $b'(G)$  來表示  $b'_1(G)$ 。我們稱  $b'_k(G)$  是  $G$  的  $k$ -傳播值， $b'(G)$  稱為  $G$  的全傳播值。

在本論文中，我們給定具漢米爾頓環路或漢米爾頓路徑的圖形的  $k$ -傳播值下界，且找到它確定的值，並說明具漢米爾頓環路的  $k$ -傳播值及漢米爾頓路徑的圖形的全傳播值。

# Generalized Broadcasting Numbers for Graphs with Hamiltonian Cycles or Hamiltonian Paths

Yi-Jiun Yeh

## Abstract

Given a graph  $G$  and a set  $S \subseteq V(G)$  together with a set  $M_S = \{m(v) : v \in S\}$ , the  $(S, M_S)$ -broadcasting number of  $G$ , denoted  $b(G; S; M_S)$ , is the minimum number of time needed to complete the broadcasting from  $S$ , that is, to let all the vertices in  $G$  know all the messages in  $\bigcup_{v \in S} m(v)$ , subject to the following constraints:

- (1) a vertex  $u$  can send a message  $j$  to a vertex  $v$  at time  $i$  only if  $u$  owns the message  $j$  before the time  $i$ ;
- (2) a vertex  $u$  can either receive a message from  $v$  or send a message to  $v$  only if  $u$  is adjacent to  $v$ ;
- (3) a vertex can participate in only one call and send or receive only one message per unit time.

Given a graph  $G$ , if  $S = V(G)$ , and  $|m(v)| = k$ ,  $m(u) \cap m(v) = \emptyset$  for all  $u, v \in V(G)$ ,  $u \neq v$ ,  $M_S = \{m(v) : v \in V(G)\}$ , then we say that  $B(G)$  is a *total- $k$  call set* of  $G$  if  $B(G)$  is a call set of  $G$  corresponding to  $(S, M_S)$ . And we use  $b_k^t(G)$  to denote the number  $b(G; S; M_S)$  under this condition. When  $k = 1$ , we use  $b^t(G)$  to replace the number  $b_1^t(G)$  for short. We call  $b_k^t(G)$  the *total- $k$ -broadcasting number* of  $G$  and call  $b^t(G)$  the *total-broadcasting number* of  $G$ .

In this thesis, we give some lower bound for the total- $k$ -broadcasting numbers of graphs and find the total- $k$ -broadcasting numbers of Hamiltonian cycles and the total-broadcasting numbers of Hamiltonian paths.