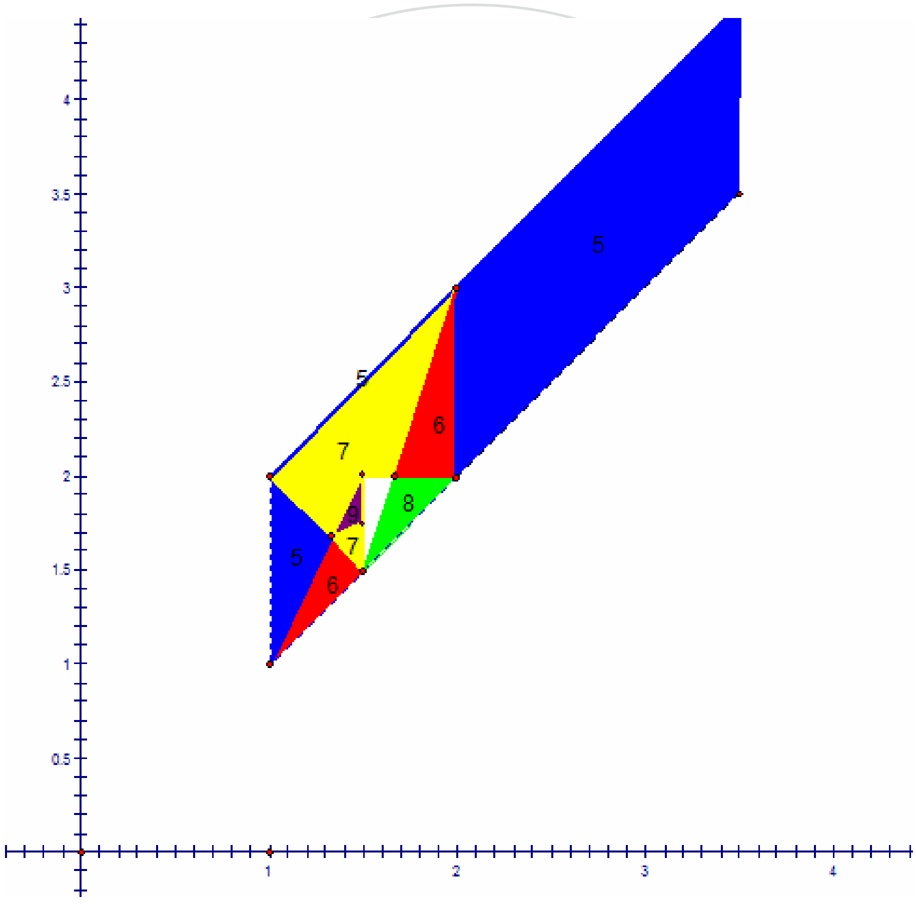
第五章　結論與推論

5.1　一般型的迪菲方塊(DIFFY BOX)

根據 § 4.5，一個非負整數的迪菲方塊(DIFFY BOX) $[a,b,c,d]$在 $a>b>c>d$ 的條件下，可以轉換成$[0,1,x,y]$，且滿足 $x+1\geq y>x>1$，表示在坐標平面下的範圍如圖 4.12。接著，針對這個範圍來做討論，得到如下圖 5.1 的結果，其證明過程詳寫於附錄二。



（圖 5.1）

5.2 結論與推論

本論文是從非負整數的迪菲方塊(DIFFY BOX)開始討論。其實在表 3.2 中有一個不確定性，從附錄一中的證明過程中也可以發現，迪菲方塊(DIFFY BOX)在某兩種情況之下，可能會有大於七的長度出現。但是大到什麼程度，真的會有限長度嗎？這也是我心中最大的疑問!所以這篇論文，我先在第四章證明非負整數的迪菲方塊(DIFFY BOX)在有限步驟內確實會結束運算，解決了當初的不確定性。在 §3.2 一般型迪菲方塊(DIFFY BOX)使用的證明過程中，是用四個未知數在考慮，且因為其中只要有遇到絕對值，就必須繼續討論，所以過程相當繁雜。因此我將迪菲方塊(DIFFY BOX)推廣至有理數的範圍，且仍會在有限步驟內結束運算，並且證明有理數的迪菲方塊(DIFFY BOX)滿足縮放不變定律。目的是將迪菲方塊(DIFFY BOX) $[a,b,c,d]$轉變成$[0,1,x,y]$的型式，在$x+1\geq y>x>1$的條件下，用兩個未知數來做討論。從這個轉換的證明過程中，明顯由繁化簡，因為所有的值都可以在坐標平面上表示出來，可以節省許多去探討它正、負號的情形。最後因為時間的關係，我仍有一小部分未解決，希望以後有機會可以繼續做更深入的研究。

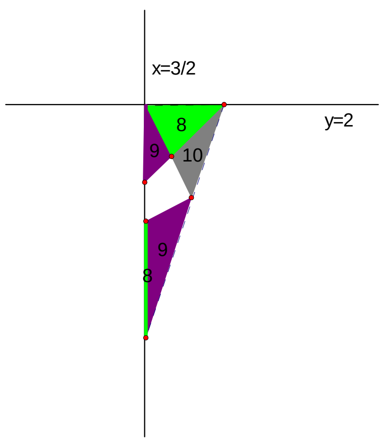
總結此篇論文的內容，在此提出以下幾點結論及推論：

(1) 任意一個有理數的迪菲方塊(DIFFY BOX)在有限步驟內會出現四個為零的數。

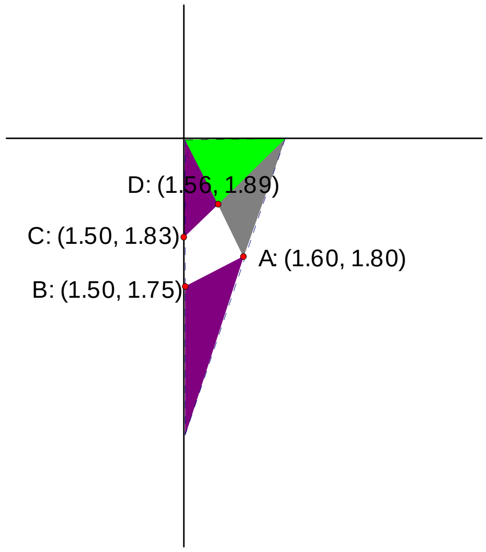
(2) 從表 3.1、表 3.2 及圖 5.1 中，我們可以清楚看出大部分非負整數的迪菲方塊(DIFFY BOX)長度小於 7。

(3) 表 3.2 中，那些長度不確定的一般型迪菲方塊(DIFFY BOX) $[a,b,c,d]$，若經過方法 5.7 轉換成$[0,1,x,y]$的型式，就落在圖 5.1 的白色區域內。

(4) 圖 5.1 中的空白地方繼續做討論，可以得到圖 5.2 的結果。在圖 5.1 和圖 5.2 中可以看出，若再繼續針對圖 5.2 的空白地方做討論，將會有某個越來越小的區域有越來越大的長度。



(5) 在圖 5.2 中的白色區塊，將四個頂點標上坐標，如圖 5.3，則發現 $1.5 < x < 1.6$ 且 $1.75 < y < 1.89$ ，這讓我聯想起一個特殊值，就是：$x^3 - x^2 - x - 1 = 0$ 的實數解 $x \approx 1.839286755...$。如果讓 $y \approx 1.839286755...$，那麼再試著取一個介於 1.5 和 1.6 之間的數。在此取 $x = y(y-1)$，則 $x \approx 1.54368701211...$ ，剛好滿足範圍值。



(圖 5.3)

以下我試了幾組用上面數字組合的迪菲方塊(DIFFY BOX)，發現一件奇妙的事，如下表 5.1。

迪菲方塊(DIFFY BOX)	長度
[0 , 1 , 1.5 , 1.8]	9
[0 , 1 , 1.54 , 1.84]	11
[0 , 1 , 1.544 , 1.839]	17
[0 , 1 , 1.5436 , 1.8392]	21
[0 , 1 , 1.54369 , 1.83929]	26
[0 , 1 , 1.543689 , 1.839287]	30

(表 5.1)

（6）針對表 5.1，可以猜想：當迪菲方塊(DIFFY BOX）為$[\,0,1,q(q-1),q\,]$（此q為$x^3-x^2-x-1=0$的實數解）時，$l[\,0,1,q(q-1),q\,]=+\infty$。或許這也正意味著，迪菲方塊(DIFFY BOX)在無理數的範圍時,有可能不會在有限步驟內出現四個為零的數。

最後，本篇論文至此，雖未繼續研究此奇妙現象，但也開闢了另一個研究的新方向。