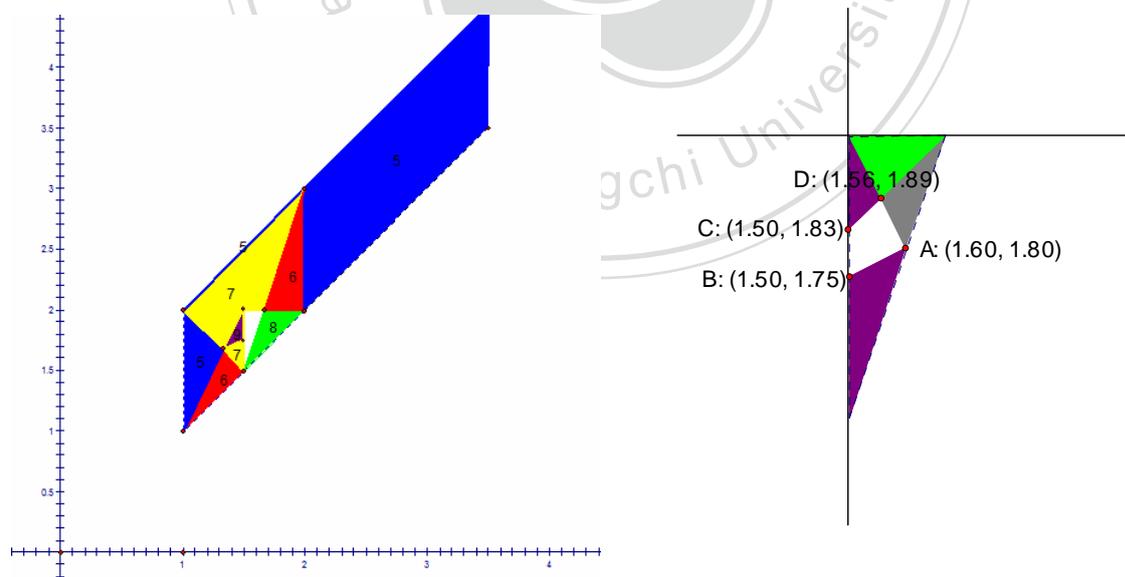


論文摘要

本篇論文的主題是在討論一個名為迪菲方塊(DIFFY BOX)的數學遊戲。內容是：在一個正方形的四個頂點處各寫下一個非負整數，然後算出相鄰兩角數字差的絕對值，寫在四條邊線的中點，再算出相鄰中點的數字差的絕對值，寫在四個頂點處，繼續重覆這個程序，直到出現四個為零的數。

三年前，我用這個主題指導學生參加科展，當時也深信任給四個非負整數，最後一定出現四個為零的數，但整個研究到最後卻未證明出結論。於是，再次把這主題拿出來，試圖解決當初的問題。

這篇論文一開始我將之前的研究與問題先提出來，然後從第四章開始，使用數學歸納法及遞減數列的概念來證明非負整數的迪菲方塊(DIFFY BOX)在有限步驟內確實會出現四個為零的數。接著，我將非負整數的迪菲方塊(DIFFY BOX)在有限步驟內會出現四個為零的數之結論推廣至有理數的迪菲方塊(DIFFY BOX)也會成立；並利用【方法 4.9】(p. 26)，將在第三章討論的非負整數迪菲方塊(DIFFY BOX) $[a, b, c, d]$ 且 $a > b > c > d$ ，轉變成 $[0, 1, x, y]$ 的樣子，目的是將第三章用四個未知數在討論 $[a, b, c, d]$ 時的複雜情形轉成只剩下兩個未知數來討論。而此時的迪菲方塊(DIFFY BOX) $[0, 1, x, y]$ 滿足 $x+1 \geq y > x > 1$ ，然後，在這個範圍內發現大部分的迪菲方塊(DIFFY BOX)最多經過七個步驟就可以得到四個為零的數，如左下圖；但是在某個越來越小範圍的 (x, y) 會需要經過很多的步驟才能出現四個為零的數。



論文最後，提出一個猜想：當迪菲方塊(DIFFY BOX) 為 $[0, 1, q(q-1), q]$ (此 q 為 $x^3 - x^2 - x - 1 = 0$ 的實數解) 時， $l[0, 1, q(q-1), q] = +\infty$ 。本篇論文至此，雖未繼續研究此奇妙現象，但也開闢了另一個新的研究方向。