

# 第一章 緒論

## 1.1 研究動機與研究方法

一般而言，選擇權的評價方法大致分成兩種。第一，假設標的資產價格變化的隨機過程(geometric stochastic process)為幾何布朗運動，利用 Ito's 引理導出偏微分方程式，再解出評價公式。第二，從標的資產的價格中還原(recovering)風險中立的機率測度(risk-neutral probability measure)，或稱為等價平賭測度(equivalent martingale measure)，最後，利用風險中立的機率測度計算出選擇權的公正價格。

最有名的選擇權評價方法是由兩位美國的財務經濟學家 Black 與 Scholes (1973) 聯合提出的評價公式。Black-Scholes 評價公式的最大特點就是其主要參數為標的資產價格的波動度(volatility)。標的資產波動度的估算並沒有一致的看法，有些人主張使用歷史波動度(historical volatility)，也有些人主張利用市場上的選擇權價格所反算出來的隱含波幅(implied volatility)。有許多研究發現，由選擇權市場反推出來的隱含波幅對同一標的資產且不同履約價或不同到期期限的選擇權均不相同，並且常呈現笑狀波幅(volatility smile)的型態。但是，笑狀波幅的發現和 Black-Scholes 公式是有所衝突的，如果 Black-Scholes 公式是正確的話，那麼同一標的資產選擇權的隱含波幅都應該相等。美國股市在 1987 年大崩盤造成指數選擇權無法使用 Black-Scholes 公式做正確的預測，說明了此公式最大的困難就是標的資產波動度的估算。

因此，發展新的方法來評價選擇權或是其他衍生性金融商品，可以避免使用 Black-Scholes 評價公式時所遭遇之困難。有些研究者開始觀察選擇權的市場價格，嘗試由市場上豐富的資料，推導標的資產價格的隨機過程以及隱含的風險中立機率測度。例如，Rubinstein (1994)提出隱含二元樹(implied binomial tree)的理論，說明

如何還原藏在選擇權市場價格中的隱含風險中立機率測度。Jackwerth (1999)亦發表了一篇有關本課題的綜覽文章，其內容說明還原風險中立機率分佈的方法大致上分成有母數方法(parametric method)和無母數方法(nonparametric method)兩種。

近期，King (2002)利用標的資產自我融資(self-finance)的過程，提出一個衍生性金融商品的套利模型，並指出無套利機會時，可利用拉格朗日乘數法則(Lagrangian multiplier method)由套利模型導出拉格朗日乘子的可行性(feasibility)問題，並由可行性問題的解還原風險中立的機率測度。

本論文假設選擇權為單期，對應同一標的資產且不同履約價格，並且到期日時的狀態(state)為離散點且個數有限，採用與 King 相同的方法，利用拉格朗日乘數法則將選擇權套利模型導出拉格朗日乘子的可行性問題，並且利用可行性問題重新建構線性規劃模型，以討論如何由觀測的市場價格中還原風險中立機率測度。

## 1.2 文章架構

此篇論文的主要架構簡述如下：第一章為緒論，介紹本文的研究動機與研究方法，並介紹基本的文章架構。第二章為文獻回顧，針對選擇權常見的評價方式以及還原風險中立機率測度的相關文獻，做一個綜合性的回顧。第三章先建構選擇權的套利模型，由套利模型導出可行性問題，利用導出的可行性問題重新建構線性規劃模型，討論如何由市場價格還原風險中立機率測度。第四章為實證研究的結果，將得到的結果與市場價格以及 Black-Scholes 公式價格作比較。第五章為結論與建議，將本論文所得到的研究結果作歸納整理，並提出後續研究的建議。