

第五章 結論與建議

本論文首先將單期的選擇權套利模型（模型三）使用拉格朗日乘數法則改寫成無限制式的求極值問題，由此問題導出拉格朗日乘子的可行性問題。而後將目標函數定為權重 r_j 乘以拉格朗日乘子 h_j 之總和，限制式選取前述之可行性問題，重新建構極大化目標函數的線性規劃模型，以求出對應不同狀態下的 h_j 之值，並證明可由 h_j 之解還原風險中立的機率測度以評估選擇權價格。另外，由於模型中限制式的 RHS 皆為 0，根據線性獨立的性質，為了避免求出的 h_j 全部為 0 的情況發生，限制式的選取必須得當，使得到期日可能狀態的個數多於限制式的個數，以保證 h_j 之值恆不為 0，其形式如模型六。

我們以台指選擇權(TXO)的歷史資料評估本論文提出之模型的效能。假設模型六目標函數中的權重 r_j 在每一個狀態下皆相等，結果發現只需使用對應近價選擇權的限制式，就可以得到與市場價格相當接近的風險中立機率測度下之評價價格。此外，不管將 S_T 價格區間分割的多細，評價價格皆沒有太大的變動（但是採用對應買權與賣權最大與次大交易量之限制式時，價外選擇權評價價格會呈現不規則的收斂趨勢）。並且，評價價格與市場價格比較的平均百分誤差最大來源為價外選擇權的部分，原因是深價外選擇權的評價價格皆為 0，但是市場卻存在許多非理性的因素，使得市場價格在深價外選擇權部分經常偏高，造成計算全部選擇權的評價價格與市場價格比較的平均百分誤差亦偏高，但其中價內選擇權的評價價格與市場價格之平均百分誤差所佔的比例相當小，且表現的與 Black-Scholes 公式相差無幾。

另外，不管將 S_T 價格區間分割的多細，對應風險中立機率測度不為 0 之狀態，皆大約落在收盤時的加權股價指數的上下一定區間之內，並且在機率值不為 0 的範圍內，除了兩個上下界狀態點的機率值較小，其他狀態點的機率值皆一致。因此我們推論：根據風險中立機率測度值不為 0 的範圍，即可以推論出未來標的資產價格

的波動範圍。若給予目標函數中 h_j 不相等且不為0的權重，我們也發現還原的風險中立機率測度完全等於給予相同權重的情況。換言之，目標函數中權重 r_j 的選擇（主觀機率值 r_j 之認定）不會影響所還原的風險中立機率測度的分佈。

我們可以進一步將單期的模型推廣至多期的型態，以還原風險中立機率測度並評價選擇權。也可再探討為什麼在機率值不為0的範圍內，除了兩個上下界狀態點的機率值較小，其他狀態點的機率值皆一致，並且給予不同的主觀機率值亦是如此。另外我們在模型六中的目標函數也可改寫成其他形式，並觀察其所還原的風險中立機率測度之型態。例如

$$\min \sum_{j=1}^m \left| q_j - p_j \right|^2, \quad q_j = \frac{h_j}{h_0}$$

其中 $P = (p_1, p_2, \dots, p_m)$ 是一個先驗機率分佈，即之前研究者觀察市場價格所得到的機率分佈或是市場力量決定的主觀機率分佈，使得所求出的風險中立機率分佈 Q （後驗機率分佈）與 P 的誤差最小。