第一章　緒論

利率交換選擇權是一種以利率交換爲標的資產的選擇權，選擇權的買方在期初支付一筆權利金給賣方，買方有權在未來某個特定時點執行此權利，並且進入一個利率交換契約。針對標的利率交換契約，可將此利率交換選擇權分爲以下兩類：

1．付固定利率的利率交換選擇權**(Payer's Swaption)**

此選擇權的持有者有權進入一個「支付固定利率並且收取浮動利率的利率交換契約」，只要未來交換利率高於執行價格時，買方將會選擇履約。

2．收固定利率的利率交換選擇權**(Receiver's Swaption)**

此選擇權的持有者有權進入一個「收取固定利率並且支付浮動利率的利率交換契約」，只要未來交換利率低於執行價格時，買方將會選擇履約。

另一方面，如果根據買方的履約方式，利率交換選擇權可分爲以下三類：

1．歐式利率交換選擇權**(European Swaption)**

買方只能在選擇權到期日時決定是否要進入一利率交換契約。

2．美式利率交換選擇權**(American Swaption)**

買方可以在選擇權到期日前的任何一個時點，決定是否要進入一利率交換契約。

3．百慕達式利率交換選擇權**(Bermudan Swaption)**

百慕達式爲介於歐式與美式契約間的商品，買方只能在選擇權到期日前的某些特定時點，決定是否要進入一利率交換契約。

利率交換選擇權的參與者包含交易商、專業投資機構及一般企業，其中交易商爲具有新台幣利率衍生性商品交易資格的金融機構，除了部份外商銀行及本國銀行

具有此資格，證券商須取得櫃檯買賣中心核發的新台幣利率衍生性商品營業許可，才具備交易資格。另外，專業投資機構須承作避險性目的之新台幣利率衍生性商品交易。

承作利率交換選擇權可能產生兩種風險。一個是利率風險，即當投資人承作利率交換選擇權交易後，因爲市場利率的上升或下降，會使得投資人所承作的契約產生損益變化的風險，對選擇權買方而言，最大的損失爲權利金，然而對賣方而言，其最大損失爲無限；另一個則是信用風險，主要是指交易對手對於現在或未來的現金流量無法履行交割義務之風險，該風險的大小取決於契約損益金額的大小以及交易對手的履約能力，所以投資人在承作交易前應該慎選利率交換選擇權的交易商，以降低交易對手的信用風險。

隨著加入WTO，國內金融市場必須能夠創造並且包含更多元的新金融商品，例如轉換公司債資產交換、金融資產證券化、利率衍生性商品、認售權証及股權衍生性商品等。綜觀國外經驗，不難看出其中的利率衍生性商品市場自1980年代以來即迅速蓬勃發展，商品種類多樣且複雜，例如利率選擇權、利率交換選擇權、遠期利率協定、利率上下限等商品。根據中央銀行公佈的統計資料，對本國銀行與外商銀行而言，利率交換選擇權佔新台幣利率衍生性商品交易量的第二位。由於企業的資產與負債利率結構不盡相同，利率波動過於劇烈將會影響其獲利，此時企業可透過利率衍生性商品的操作來調整公司資產與負債對利率的敏感度，將可有效降低企業所需承擔的利率風險。不難預期利率環境變動必定日趨劇烈，在避險性須求的帶動下，將會使得國內利率衍生性市場的發展愈來愈健全。

現在考慮歐式支付者利率交換選擇權的評價，令$t < t_0 < t_1 < \cdots < t_n$，其中$t$爲評價時點，$t_0$爲選擇權的到期日，同時亦爲利率交換契約的生效日，$t_1$爲第一個利率交換日，$t_n$爲利率交換終止日。若$t_0$時的交換利率$S(t_0)$大於履約利率$K$，則買方會執行此權利，一旦履約，之後每一期賣方都須將交換利率與履約利率的差值乘上名目本金再乘上應計天期支付給買方。即買方可於第k期獲得收益$\delta_k(S(t_0)-K)^+$，其中$\delta_k = t_k - t_{k-1}$表時間間隔，將現金流量折現至t_0時點爲$\delta_k(S(t_0)-K)^+ P(t_0,t_k)$，總共$n$期的現金流量在$t_0$的現值爲

$$\sum_{k=1}^{n}\delta_k(S(t_0)-K)^+ P(t_0,t_k) = (S(t_0)-K)^+\sum_{k=1}^{n}\delta_k P(t_0,t_k)$$

再將t_0的價值折現至評價時點t

$$e^{-\int_t^{t_0} r_u du}(S(t_0)-K)^+\sum_{k=1}^{n}\delta_k P(t_0,t_k)$$

因此支付者利率交換選擇權$S^*(t)$在時點t的價值爲

$$S^*(t) = E^Q[e^{-\int_t^{t_0} r_u du}(S(t_0)-K)^+\sum_{k=1}^{n}\delta_k P(t_0,t_k)\big|\zeta_t] \tag{1.1.1}$$

其中E^Q代表由貨幣市場帳戶$\beta(t)$所引導出的機率測度下的期望值。

我們以基點現值$\sum_{k=1}^{n}\delta_k P(t,t_k)$ (Present Value of Basis Point, $PVBP(t)$)作爲計價單位，則遠期交換利率$S(t)$在此測度下會是機率平賭過程，因此可將$S(t)$假設爲對數常態分配。則(1.1.1)式將等於

$$E^Q[e^{-\int_t^{t_0} r_u du}(S(t_0)-K)^+ PVBP(t_0)|\zeta_t]$$

$$=E^Q[\frac{\beta(t)}{\beta(t_0)}(S(t_0)-K)^+ PVBP(t_0)|\zeta_t]$$

$$=E^Q[\frac{PVBP(t_0)/\beta(t_0)}{PVBP(t)/\beta(t)}PVBP(t)(S(t_0)-K)^+|\zeta_t]$$ ($\frac{PVBP(t_0)/\beta(t_0)}{PVBP(t)/\beta(t)}$ 表 Radon-Nikodym Derivative)

$$=PVBP(t)E^F[(S(t_0)-K)^+|\zeta_t]$$ (E^F 由 $PVBP(t)$ 導出的機率測下的期望值)

由於已知 $S(t_0)$ 在 F 測度下爲對數常態分配，即可使用Black(1979)的公式求得選擇權的價格

$$S^*(t)=PVBP(t)\cdot[S(t)N(d_1)-KN(d_2)]$$

其中 $d_1=\frac{\ln(S(t)/K)+1/2\nu_S^2(t)}{\nu_S(t)}$, $d_2=d_1-\nu_S(t)$

$\nu_S^2(t)=\int_t^{t_0}\sigma_S^2(u)du$, $\sigma_S(t)$ 爲瞬間百分比波動度。

相較於歐式利率交換選擇權，百慕達式利率交換選擇權擁有更多可以選擇履約的時點，所以在評價上複雜許多，無法推導出公式解，必須藉由數值方法來評價。而本論文的重點即是將利用數值方法中的最小平方蒙地卡羅法(Least Square Monte Carlo Method , LSM)來評價百慕達式利率交換選擇權。本文架構如下：第一章緒論，介紹何謂利率交換選擇權，以及從結構較簡單的歐式選擇權出發，推導出其評價公式。第二章爲LIBOR市場模型，由於在評價的過程中，我們須要考慮利率的動態過程來表示標的的變動情況，而最適合用來描述利率動態過程的模型爲遠期LIBOR利

率，因此在此章節中將詳述LIBOR市場模型的建構過程及遠期LIBOR利率在不同計價單位下的動態過程。第三章爲最小平方蒙地卡羅法，以一個簡單的例子作爲演練並從演練的過程中熟悉LSM的作法及概念。第四章爲利率交換選擇權商品的評價及應用，在此章節中，利用LSM評價一個百慕達式利率交換選擇權，並且說明在實務上如何使用歐式及百慕達式利率交換選擇權作爲避險。第五章爲本文結論。