# 附錄 2：

## 本研究所使用到的實證模型之簡介

### 一、ADF 單根檢定

$$\Delta Y_t = \gamma Y_{t-1} + \sum_{i=2}^{p} \beta_i \Delta Y_{t-i+1} + \mu_t \text{，（無截距項、無時間趨勢項）} \quad \text{（i）}$$

$$\Delta Y_t = \alpha_0 + \gamma Y_{t-1} + \sum_{i=2}^{p} \beta_i \Delta Y_{t-i+1} + \mu_t \text{，（有截距項、無時間趨勢項）} \quad \text{（ii）}$$

$$\Delta Y_t = \alpha_0 + \gamma Y_{t-1} + \alpha_1 t + \sum_{i=2}^{p} \beta_i \Delta Y_{t-i+1} + \mu_t \text{，（有截距項、有時間趨勢項）} \quad \text{（iii）}$$

其中，$\sum_{i=2}^{p} \beta_i \Delta Y_{t-i+1}$ 為被解釋變數的落後項，*p* 表示最適落後期數。其虛無假設亦為 $H_0$: $\gamma$= 0，若拒絕虛無假設則表示序列不具單根，為一定態序列。[133]

### 二、Ljung-Box Q 序列相關檢定

$$Q_{LB} = T(T+2)\sum_{k=1}^{m} \frac{\hat{\tau}_k^{\,2}}{T-k} \sim X_m^2 \quad \text{（iv）}$$

其中，*T* 為觀察值個數，*m* 為落後期數，$\hat{\tau}_k$ 為第 *t* 期資料與第 *t-k* 期的自我相關估計值，若檢定結果接受虛無假設，則表示序列無自我相關存在；反之，則存在序列自我相關，亦即不符合白噪音過程。[134]

### 三、Jarque-Bera 常態分配檢定

$$JB = \frac{N-k}{6}\left(S^2 + \frac{1}{4}(K-3)^2\right) \quad \text{（v）}$$

其中，*S* 為偏態係數，*K* 為峰態係數，*k* 為變數序列中估計係數之個數。另外，Jarque-Bera 檢定統計量是一個自由度為 2 的卡方分配，因此，計算所得出的 Jarque-Bera 統計量大於卡方分配之查表值時，則拒絕變數為常態分配之虛無假設。[135]

---

[133] David A. Dickey and Wayne A. Fuller, "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root," *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 74, No. 366. (June 1979), pp. 427-431.

[134] G. M. Ljung and G. E. P. Box, "On a Measure of Lack of Fit in Time Series Models," *Biometrika*, Vol. 65, No. 2. (August 1978), pp. 297-303.

[135] Carlos M. Jarque and Anil K. Bera, "Efficient Tests for Normality, Homoscedasticity and Serial

### 四、ARCH LM 自我迴歸條件異質變異檢定

$$\varepsilon_t^2 = \beta_0 + \beta_1\varepsilon_{t-1}^2 + \beta_2\varepsilon_{t-2}^2 + ... + \beta_p\varepsilon_{t-p}^2 + \mu_t \qquad \text{(vi)}$$

其中，$\varepsilon$ 為殘差項。其檢定統計量為 F 統計量，即檢定各期係數是否為顯著；另一為 LM 統計量，即利 $R^2$ 作為統計量，而此統計量為一個自由度為 $p$ 的卡方分配。[136]

### 五、AIC 與 SBC 最適落後期數檢定

$$\mathrm{AIC} = T\ln(SSE) + 2k \qquad \text{(vii)}$$

$$\mathrm{SBC} = T\ln(SSE) + k\ln(T) \qquad \text{(viii)}$$

其中，$T$ 為樣本總數，ln（$SSE$）是殘差平方和（$SSE$）的自然對數，ln（$T$）是樣本總數的自然對數，$k$ 則為待估參數總數。事實上，由於總解釋變異數（$SST$）等於可解釋變異數（$SSR$）加上未解釋變異數（$SSE$），其中，$SSR$ 愈大代表模型樣本資料的解釋能力愈佳；因而在 $SST$ 固定不變的情形下，AIC 與 SBC 計算值愈小，則表示模型配適度最佳。

### 六、F 檢定

假定相對於獨立隨機變項 X 之每一數值 $X_i$（i=1,2,…,$n_i$），且有一系列依變項 Y 之觀察值 $Y_{ij}$（j=1,2,…,$n_{ij}$）。其虛無假設 H0 為所有的 $\mu_i$ 相等（相對於 H1：並非所有的 $\mu_i$ 都相等）。

$$Y_{ij}=\mu_i+e_{ij}，i=1,2,\ldots,p，j=1,2,\ldots,n_i \qquad \text{(ix)}$$

此處 $e_{ij}$ 為獨立常態分配 N（o,$\sigma^2$）。「虛無假設為真」意指 Y 迴歸於 X 之現象並不存在。因此，二個平方和定義如下：

$$s_B^2 = \sum_i n_i(Y_{io} - Y_{00})^2 \;，\; s_E^2 = \sum_i\sum_j (Y_{ij} - Y_{i0})^2 \qquad \text{(x)}$$

將對應之均分分別以 $\bar{s}_B^2$ 與 $\bar{s}_E^2$ 表示，則在虛無假設下，F=$\bar{s}_B^2/\bar{s}_E^2$ 乃自由度為（$p$-1, $n$-$p$）之 F 分配。[137]

---

Independence of Regression Residuals," *Economics Letters*, Vol. 6, No. 3(June 1980), pp. 255-259.

136 Robert F. Engle, "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation," *Econometrica*, Vol. 50, No. 4. (July 1982), pp. 987-1007.

137 Gopal K. Kanji 著，陳明終、鍾才元譯，《100 種統計檢定》（台北：心理出版社，2006），頁 158。

## 七、Durbin-Watson 檢定

此檢定以一階自迴歸誤差模式 $\varepsilon_t=\psi\varepsilon_{t-1}+\mu_t$ 為基礎，其中 $\psi$ 為自身相關參數，$\mu_t$ 而為平均數 0、變異數為 $\sigma^2$ 之獨立常態分配。如所關注的是正的自相關，則待檢定之假設為：

$H_0$：$\psi\leqq 0$，$H_1$：$\psi>0$　（xi）

此處 $H_0$ 係指誤差項為零相關或負相關，而 $H_1$ 則指誤差項為正自相關。此檢定根據相鄰殘差間之差 $\varepsilon_t$-$\varepsilon_{t-1}$，其定義如下：

$$d=\frac{\sum_{t=2}^{n}(e_t-e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n}e_t^2} \quad \text{（xii）}$$

其中，$e_t$ 為週期 $t$ 的迴歸殘差，$n$ 則為套用此迴歸模式之時間週期數。當誤差項為正的自相關時，相鄰殘差之差傾向大小相等，因此檢定統計量 d 的分子會較小。如誤差項為零相關或負相關，$\varepsilon_t$ 與 $\varepsilon_{t-1}$ 傾向於大小不等，檢定統計量的分子會較大。此檢定的精確界線很難加以算出，應用時需參考下限 $d_L$ 與上限 $d_U$。當 d 小於下限 $d_L$ 時，表示該迴歸式存有正的自相關。反之，當 d 大於上限 $d_U$，則表示無正的自相關。若 $d_L<d<d_U$，則此檢定無具體結論。[138]

## 八、ARCH model

$Y_t=x_t\beta+\varepsilon_t$

$\varepsilon_t \mid \Psi_{t-1} \sim N(0, h_t)$

$h_t=h(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2},\ldots, \varepsilon_{t-p}, x_{t-1}, x_{t-2},\ldots,x_{t-p}, \alpha)=h(\Psi_{t-1}, \alpha)$　（xiii）

其中，$Y_t$ 為被解釋變數，$x_t$ 為解釋變數，$\beta$ 為估計參數，$\varepsilon_t$ 為殘差項，$\Psi_{t-1}$ 為 t-1 期所有可利用的資訊組合，$h_t$ 為第 t 期的條件變異數，且受到過去 $p$ 期已實現之殘差項及當期或前期解釋變數 $x_t$ 的影響。

Engle 更進一步假設 $Y_t$ 為條件常態分配，條件變異數為過去 $p$ 期殘差項平方的線性組合，並對參數加上一些限制以確保條件變異數為正值。因此，可將 ARCH model 轉換成 xiv 式：

$Y_t=x_t\beta+\varepsilon_t$

$\varepsilon_t \mid \Psi_{t-1} \sim N(0, h_t)$

$h_t=\alpha_0+\alpha_1\varepsilon^2_{t-1}+\ldots+\alpha_p\varepsilon^2_{t-p}$　（xiv）

若 $\alpha_0>0$ 且 $\alpha_i\geqq 0$（$i$=1,2,…,$p$），Engle 證明 $\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_p<1$ 為資料具恆定性的充要條件。由上述模型設定可知，條件變異數會受到已實現殘差項的影響，亦即波動呈現序列相關前後期會相互影響。因此，ARCH model 可以描述具有群聚

138 Gopal K. Kanji 著，《100 種統計檢定》，頁 171。

（clustering）現象的時間序列資料。[139]



[139] Robert F. Engle, "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation," pp. 987-1007.