

## 第二章 投資策略及風險衡量指標

### 2.1 投資策略

#### 2.1.1 投資組合保險介紹

投資組合保險，顧名思義就是支付代價，使證券投資受到保障，避免投資組合因證券價格下跌而遭致損失。但投資組合保險不同於一般傳統保險，傳統保險是透過眾人共同分攤而將個別面臨損失的風險分散，保險團體中的每一個人發生損失時，對保險公司而言是一個外生變數，可藉由精算方式決定保費，使得所收取的保費足以支付理賠金額；而投資組合保險是要保障投資人的投資組合，若由保險公司經營，則當投資市場的報酬下滑時，所有投資人之投資組合價值均下跌，所以保險公司面臨的是一個共同的風險，是內生變數，並無法透過精算方式計算合理保費。所以投資組合保險是透過市場機制的運作，在不同的預期心理下，將投資者面臨損失的市場風險轉移給看法不同而願意承擔風險的投機者。

根據 Rubinstein(1985)的敘述，經保險後的投資組合應該符合三個重要性：

- (1)其投資結果低於欲保證金額之機率為 0。
- (2)當股價高於欲保證之水準時，其報酬應和股價維持確定之比例關係。
- (3)在符合前兩項條件之投資組合中，其報酬應該是最高者。

所以投資組合保險的特性在於經由這樣的保險之後，投資人的投資組合價值可以避免因股價的下跌而招致損失，同時又可享受因股價上升所得到的增值。這樣的特性使得投資組合保險成為各類基金所廣泛使用的投資方式。最簡單且直接的方式，就是透過選擇權的買賣及現有投資組合的搭配而保障投資人的投資組合價值，其他如停損策略，買入持有策略，固定比例策略及時間不變性投資組合保險等，都是常見的投資組合保險策略。在本研究中，將針對退休基金，考慮買入持有，固定比例及時間不變性投資組合保險三個投資策略，在不同的起始資產配置下，對投資的成效作衡量和分析。以下先對於這三個投資策略的內容和作法，作一個介紹。

## 2.1.2 投資策略介紹

### 2.1.2.1 買入持有(Buy & Hold; BH)投資策略

顧名思義，買入持有(Buy & Hold; BH)是一種「無為」哲學，只需要決定初始投資組合的股票和債券權重，接下來不論資產間相對價值如何變化，都不必做任何調整。所以BH的表現和股票市場的表現是線性相關的，股票價格上漲時，此策略的增值空間為無限，而股票價格下跌時，BH的表現也會隨其資產價值隨之減少。事實上，為避免尸位素餐之嫌，幾乎沒有基金經理人會採取此種策略，而通常是用來和其他投資策略做一個對照。

接下來將說明買入持有策略之投資過程，而說明中將使用多個參數，所以先

對使用的參數作定義：

$k\%$ ：股票起始權重  $k = 0, 1, \dots, 100$

$W_i$ ：第  $i$  期期初的帳戶價值  $i=1, \dots, 35$

$C_i$ ：第  $i$  期期初提撥到帳戶的金額  $i=1, \dots, 35$

$R_{1i}$ ：第  $i$  期期末股票價值除以期初股票價值的比例  $i=1, \dots, 35$

$R_{2i}$ ：第  $i$  期期末債券價值除以期初債券價值的比例  $i=1, \dots, 35$

$r_i$ ：第  $i$  期期末股票價值占帳戶價值的權重  $i=1, \dots, 35$

$s_i$ ：第  $i$  期期初的股票價值  $i=1, \dots, 35$

$b_i$ ：第  $i$  期期初的債券價值  $i=1, \dots, 35$

$S_i$ ：第  $i$  期期末的股票價值  $i=1, \dots, 35$

$B_i$ ：第  $i$  期期末的債券價值  $i=1, \dots, 35$

在前述的參數設定下，第一期初和第二期初的股票價值及債券價值如下：

$$W_1 = C_1$$

$$s_1 = W_1 * k\%$$

$$b_1 = W_1 - s_1$$

$$S_1 = s_1 * R_{11}$$

$$B_1 = b_1 * R_{21}$$

而第  $i$  期 ( $i=2, 3, \dots, 35$ ) 時，由於期初時購入資產後即不再作任何買賣，所以

不會有交易成本的問題，而股票投資金額及債券投資金額變化如下：

$$W_i = stock_i + bond_i + C_i$$

$$s_i = W_i * \frac{stock_i}{stock_i + bond_i}$$

$$b_i = W_i - s_i$$

$$S_i = s_i * R_{1i}$$

$$B_i = b_i * R_{2i}$$

所以在買入持有的投資策略下，我們可以由101個不同的股票起始權重得到

101個投資結果，並經由這些投資結果找到最後帳戶金額、每期的投資報酬率、破產機率、Sharpe Ratio、Reward-to-VaR ratio及Reward-to-CTE ratio，而以這些指數衡量投資表現。

### 2.1.2.2 固定比例混合法(Constant Mixture ; CM)投資策略

CM的概念是將股票部位維持在整體價值的某個比例。每當股票相對價值超過(低於)此比例時，就需要賣出(買進)以維持此比例。也就是當股票價值降低時加碼買進，反之則賣出。所以我們要決定的除了起始權重外，還有所能容忍的變動幅度，在此我們討論起始股票權重為0%到100%，間隔為1%，而因為若起始股票權重高，一般而言所能容忍的變動幅度應較大，所以在可容忍變動幅度的決定，採用起始權重的上下5%之幅度，舉例而言，如果起始股票權重是60%，則當股票權重超過63%或低於57%，才將其調回60%。更詳細地看投資過程之資產變化，定義投資過程的各個參數：

$k%$  : CM投資策略下的目標權重  $k = 0, 1, \dots, 100$

$CMGap = 5%$  : CM投資策略下所能容忍之目標權重變化比例

$W_i$  : 第*i*期期初的帳戶價值  $i=1, \dots, 35$

$C_i$  : 第*i*期期初提撥到帳戶的金額  $i=1, \dots, 35$

$R_{1i}$  : 第*i*期期末股票價值除以期初股票價值的比例  $i=1, \dots, 35$

$R_{2i}$  : 第*i*期期末債券價值除以期初債券價值的比例  $i=1, \dots, 35$

$s_i$  : 第*i*期期初的股票價值  $i=1, \dots, 35$

$b_i$  : 第*i*期期初的債券價值  $i=1, \dots, 35$

$S_i$  : 第*i*期期末的股票價值  $i=1, \dots, 35$

$B_i$  : 第*i*期期末的債券價值  $i=1, \dots, 35$

sb : 買入股票時的交易成本，為買入股票價值的一定百分比

ss : 賣出股票時的交易成本，為賣出股票價值的一定百分比

bb : 買入債券時的交易成本，為買入債券價值的一定百分比

bs : 賣出債券時的交易成本，為賣出債券價值的一定百分比

在前述的參數設定下，第一期的股票及債券投資金額變化如下：

$$\begin{aligned}
 W_1 &= C_1 \\
 S_1 &= W_1 * k\% \\
 b_1 &= W_1 - S_1 \\
 S_1 &= s_1 * R_{11} \\
 B_1 &= b_1 * R_{21}
 \end{aligned}$$

第*i*期(*i*=2, 3, ..., 35)時，在不考慮交易成本的情況下，我們將先對股票占資

產權重作判斷，以決定第*i*期初的資產分配：

$$\begin{aligned}
 W_i &= S_{i-1} + B_{i-1} + C_i \\
 s_i &= \begin{cases} \frac{S_{i-1}}{S_{i-1}+B_{i-1}} * W_i & \text{for } k\%(1-CMGap) < \frac{S_{i-1}}{S_{i-1}+B_{i-1}} < k\%(1+CMGap) \\ k\% * W_i & \text{else} \end{cases} \\
 b_i &= \begin{cases} \frac{B_{i-1}}{S_{i-1}+B_{i-1}} * W_i & \text{for } k\%(1-CMGap) < \frac{S_{i-1}}{S_{i-1}+B_{i-1}} < k\%(1+CMGap) \\ (1 - k\%) * W_i & \text{else} \end{cases} \\
 S_i &= s_i * R_{1i} \\
 B_i &= b_i * R_{2i}
 \end{aligned}$$

若考慮交易成本，則將先對股票占資產權重作判斷，以決定第*i*期初及第*i*

期末(*i*=2, 3, ..., 35)的資產分配，且交易原則是考慮交易後的股票價值相對權重

為目標權重，所求得的交易金額*x*為

$$x = \begin{cases} \frac{S_{i-1} - k\% * (S_{i-1} + B_{i-1})}{1 - k\% * (ss + bb - ss * bb)} & \text{for } \frac{S_{i-1}}{S_{i-1} + B_{i-1}} > k\% * (1 + CMGap) \\ \frac{S_{i-1} - k\% * (S_{i-1} + B_{i-1})}{-(sb + bs - sb * bs)k\% - (1 - sb) * (1 - bs)} & \text{for } \frac{S_{i-1}}{S_{i-1} + B_{i-1}} < k\% * (1 - CMGap) \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

經過交易後，股票和債券價值都將有所變化，而交易後的股票及債券價值為

$$S_{i-1} = \begin{cases} S_{i-1} - x & \text{for } \frac{S_{i-1}}{S_{i-1}+B_{i-1}} > k\%(1+CMGap) \\ S_{i-1} + (1-sb)*(1-bs)x & \text{for } \frac{S_{i-1}}{S_{i-1}+B_{i-1}} < k\%(1-CMGap) \\ S_{i-1} & \text{else} \end{cases}$$

$$B_{i-1} = \begin{cases} B_{i-1} + (1-ss)*(1-bb)x & \text{for } \frac{S_{i-1}}{S_{i-1}+B_{i-1}} > k\%(1+CMGap) \\ B_{i-1} - x & \text{for } \frac{S_{i-1}}{S_{i-1}+B_{i-1}} < k\%(1-CMGap) \\ B_{i-1} & \text{else} \end{cases}$$

$$W_i = S_{i-1} + B_{i-1} + C_i$$

$$s_i = W_i * \frac{S_{i-1}}{S_{i-1}+B_{i-1}}$$

$$b_i = W_i - s_i$$

$$S_i = s_i * R_{1i}$$

$$B_i = b_i * R_{2i}$$

### 2.1.2.3 時間不變性投資組合保護(Time-invariant Portfolio Protection ;

TIPP)

TIPP 相當簡單實用，不需要預測市場走勢、標準差和利率，也不需要使用

電腦進行繁複困難的計算。本研究的作法如下，首先定義投資過程的各個參數：

$k\%$ ：股票的起始權重  $k = 0, 1, \dots, 100$

$m$ ：風險乘數，在此取風險乘數為2.5

$Floor_{i,k}$  = 第*i*期的保本額度，於期初時決定  $i=1, \dots, 35$

$W_i$ ：第*i*期期初的帳戶價值  $i=1, \dots, 35$

$C_i$ ：第*i*期期初提撥到帳戶的金額  $i=1, \dots, 35$

$R_{1i}$ ：第*i*期期末股票價值除以期初股票價值的比例  $i=1, \dots, 35$

$R_{2i}$ ：第*i*期期末債券價值除以期初債券價值的比例  $i=1, \dots, 35$

$s_i$ ：第*i*期期初的股票價值  $i=1, \dots, 35$

為了使TIPP策略的起始股票權重為0%到100%，並配合風險乘數的影響，本研

究將先以下式決定保本比例

$$s_1 = m \times (C_1 - F_k * C_1) = k\% \times C_1$$

所以

$$F_k = 1 - \frac{k\%}{m} : \text{在} k\% \text{的股票起始權重下之保本比例}$$

在前述的參數設定下，第一期的股票及債券投資金額變化如下：

$$W_1 = C_1$$

$$Floor_{1k} = F * W_1$$

$$s_1 = m \times (W_1 - Floor_{1k}) = k\% \times W_1$$

$$b_1 = W_1 - S_1$$

$$S_1 = s_1 * R_{11}$$

$$B_1 = b_1 * R_{21}$$

而在第*i*期(*i*=2, 3, ..., 35)，不考慮交易成本的情況下，我們將每期決定保本

額度，而後再決定股票價值及債券價值的分配，以決定第*i*期初的資產分配，其

作法如下：

$$W_i = S_{i-1} + B_{i-1} + C_i$$

$$Floor_{i,k} = \max(Floor_{i-1,k}, (stock_{i-1} + bond_{i-1}) * F_k)$$

$$s_i = \max \left\{ m \times (stock_{i-1} + bond_{i-1} - Floor_i) \times \frac{W_i}{stock_{i-1} + bond_{i-1}}, 0 \right\}$$

$$\begin{aligned}
b_i &= W_i - s_i \\
S_i &= s_i * R_{1i} \\
B_i &= b_i * R_{2i}
\end{aligned}$$

若考慮交易成本，則在決定第*i*期的保本額度後，我們將先找出不考慮交易成本下的股票及債券價值，進而找到不考慮交易成本下的股票對債券價值比例，而後再找出交易前後的股票對債券價值比例不變下，所應該交易的證券價值，所以考慮交易成本後，資產分配的股票對債券比例是不變的。在第*i*期( $i=2, 3, \dots, 35$ )

時將先決定期初的保本額度及期初資產如下：

$$\begin{aligned}
\text{Floor}_{i,k} &= \max \left\{ \text{Floor}_{i-1,k}, (S_{i-1} + B_{i-1}) * F_k \right\} \\
W_i &= \text{stock}_{i-1} + \text{bond}_{i-1} + C_i
\end{aligned}$$

所以在第*i*期初對於資產的配置應為

$$\begin{aligned}
s_i &= \max \left\{ m * (S_{i-1} + B_{i-1} - \text{Floor}_{i,k}) * \frac{W_i}{S_{i-1} + B_{i-1}}, 0 \right\} \\
b_i &= W_i - s_i
\end{aligned}$$

但由於需考慮交易成本，所以先找出交易金額*x*，再決定第*i*期末之資產價值

$$x = \begin{cases} \frac{B_{i-1} \frac{W_i}{S_{i-1} + B_{i-1}} s_i - S_{i-1} \frac{W_i}{S_{i-1} + B_{i-1}} b_i}{s_i + (1-sb)(1-bs) * b_i} & \text{for } s_i > S_{i-1} \frac{W_i}{S_{i-1} + B_{i-1}} \\ \frac{S_{i-1} \frac{W_i}{S_{i-1} + B_{i-1}} b_i - B_{i-1} \frac{W_i}{S_{i-1} + B_{i-1}} s_i}{b_i + (1-ss)(1-bb) * s_i} & \text{for } s_i < S_{i-1} \frac{W_i}{S_{i-1} + B_{i-1}} \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

$$S_i = \begin{cases} \left( S_{i-1} \frac{W_i}{S_{i-1} + B_{i-1}} + (1-sb)(1-bs)x \right) R_{1i} & \text{for } s_i > S_{i-1} \frac{W_i}{S_{i-1} + B_{i-1}} \\ \left( S_{i-1} \frac{W_i}{S_{i-1} + B_{i-1}} - x \right) R_{1i} & \text{for } s_i < S_{i-1} \frac{W_i}{S_{i-1} + B_{i-1}} \\ \left( S_{i-1} \frac{W_i}{S_{i-1} + B_{i-1}} \right) R_{1i} & \text{else} \end{cases}$$

$$B_i = \begin{cases} \left( B_{i-1} \frac{W_i}{S_{i-1} + B_{i-1}} - x \right) R_{2i} & \text{for } s_i > S_{i-1} \frac{W_i}{S_{i-1} + B_{i-1}} \\ \left( B_{i-1} \frac{W_i}{S_{i-1} + B_{i-1}} + (1-ss)(1-bb)x \right) R_{2i} & \text{for } s_i < S_{i-1} \frac{W_i}{S_{i-1} + B_{i-1}} \\ \left( B_{i-1} \frac{W_i}{S_{i-1} + B_{i-1}} \right) R_{2i} & \text{else} \end{cases}$$



## 2.2 風險衡量指標

以是否考慮交易成本兩個方向，在三個策略及101個不同的股票起始投資權重時，可以找到下列衡量值，茲分述如下：

### (1) 最終帳戶價值：

最終帳戶價值的計算部分，考慮三種不同的投資策略及101種不同的起始資產配置，第一年初投入帳戶1.08(12\*0.09)元，之後每年的投入金額隨薪資成長率4%而成長，投入金額則隨不同投資策略的調整機制及投資期間的投資報酬率，而改變其資產配置，直到投資期間結束時，審視303組投資結果之最終帳戶平均餘額以找出最佳的投資策略及起始資產配置。

### (2) 達不到目標所得替代率之機率：

達不到目標所得替代率之機率的衡量，是在給定目標所得替代率下，以精算的方式，考慮六十歲之後只要活著，每月領取退休前一年平均月薪的70%之年金，之後每年隨通貨膨脹率2%調整支領金額，直到死亡為止。在樣的基礎下，即可依既定的目標所得替代率，找到六十歲之後所領年金，在六十歲時之精算現值，並將303組投資結果之最終帳戶平均餘額與之比較，找出在這303組投資方式下最終帳戶平均餘額低於精算現值的機率。

### (3) Mean-Variance method之衡量

在大量模擬下，對應不同的投資策略和起始資產配置，可以得到投資報酬率的平均值和標準差，並根據Markowitz(1952)所提出的效率前緣理論，將不同的投資策略和股票起始權重所得到的303組投資報酬率平均值及標準差，繪於以平均值為縱軸，標準差為橫軸的圖上，則可以得到效率前緣，並根據所找到的效率前緣衡量在投資人所願意承受的風險下，其獲得之最大平均投資報酬率，並進而指出所應採取的投資策略及起始資產配置。

### (4) Sharpe ratio

Sharpe在1966年時發表的『共同基金績效』中提出了Sharpe Ratio用以評估投資績效，他主張以總風險作為超額報酬調整的基礎，作法是利用投資組合報酬

與無風險報酬率（可以短期定存利率或短期公債利率表示）之差，再除以投資組合的風險（投資組合的標準差），所以稱為報酬變異比率。

本研究在Wilkie隨機投資模型(1945)長債的平均年報酬率9%為無風險報酬率，而在台灣隨機投資模型部分則以長債之月平均報酬率0.67%為無風險報酬率。另外，在情境分析模擬中則以債券部分之平均報酬率3%為無風險報酬率，並在這個設定下針對各個不同的投資策略和股票起始權重找到對應的Sharpe ratio值，以衡量投資表現。這樣的投資風險衡量指標，考慮了整個投資過程中投資報酬率波動的風險，適合將風險定義為波動程度大小的投資人。

#### (5) Reward-to-VaR ratio

Reward-to-VaR ratio並不將股票的上漲幅度過大看成一種風險，考慮的只有下方風險，本研究則使用投資報酬率分配中VaR95的值為衡量標準，代入Reward-to-VaR ratio之公式

$$\text{Reward-to-VaR ratio} = \frac{\text{模擬之平均報酬率} - \text{無風險報酬率}}{\text{無風險報酬率} - \text{VaR值}}$$

其中當分母的值為負值時，則表示在設定的VaR值下，並不會有損失的產生，這個衡量指標就失去意義。由於只考慮下方風險，這樣的特性使得該指標適用於風險承受度高的投資人，因為這樣的投資人只在意過低的投資報酬率，而非投資報酬率的過度震盪。

(6) Reward-to-CTE ratio

Reward-to-CTE ratio和Reward-to-VaR ratio是相似的衡量指標，本研究中Reward-to-CTE ratio之分母則使用CTE90的值，並代入Reward-to-CTE ratio之公式

$$\text{Reward-to-CTE ratio} = \frac{\text{模擬之平均報酬率} - \text{無風險報酬率}}{\text{無風險報酬率} - \text{CTE值}}$$

其中當分母的值為負值時，則表示在設定的CTE值下，不會有損失的產生，所以這個衡量指標就失去其意義。同樣地，這個指標也只考慮下方風險，所以適用風險承受度高的投資人，而在最近的研究中，由於CTE的值是一個條件平均值，能減少投資報酬率分配的偏度所形成的影響，所以這個指標已經漸漸取代Reward-to-VaR ratio而成為常用的衡量指標。