

## 第六章

### 相關參數試算結果及財務意涵解釋

#### 6.1 模型計算流程與架構說明

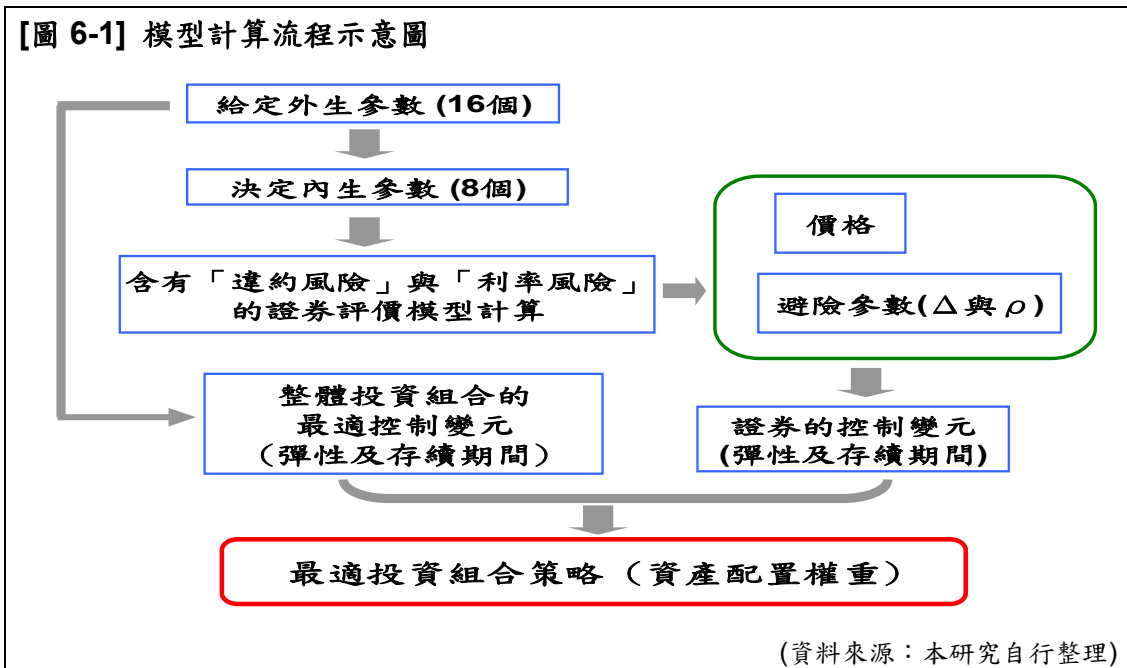
在說明本文模型之相關參數之前，在此可由以下[圖 6-1]看出整體模型計算求解之流程與架構，至於該示意圖之外生參數及內生參數，詳細列於[表 6-1]：

[表 6-1] 外生參數與內生參數說明表

	符號	給定數值	說明 (單位)
外生參數	T	5	投資期間 (年)
	t	0 ~ 5	現在時點
	$V_0$	\$150	公司價值 (仟萬)
	F	\$75	公司債券於到期時承諾應支付給債券投資人的本金 (以仟萬計)
	$\alpha$	30%	違約時的回收率 (Recovery Rate) ; (1- $\alpha$ )則是破產成本
	a	0.75	均數迴歸的回復力道 (a 值若設得太小將造成負利率的情況產生)
	b	4.00%	短期利率的長期水準
	$r_0$	2.00%	初始短期利率
	$\sigma_r$	10%	短期利率的波動度(年化)
	$\lambda_r$	2%	短期利率的風險溢酬 (excess return)
	$\sigma_v$	20.00%	公司價值的波動度(年化)
	$\lambda_v$	2.00%	公司價值的風險溢酬 (excess return)
	corr	45%	「公司價值」與「短期利率」之間的相關係數
	$f_1$	75%	「提前違約」時債券投資人對公司殘值的求償比例
	$f_2$	100%	「到期違約」時債券投資人對公司殘值的求償比例
$\xi_r$	0.048	無違約風險之債券的風險市場價格	
內生參數	$E^Q[r(t)]$	-	風險機率測度(Q)之下的即期利率期望值
	$\nu(t)$	-	違約門檻： $\nu(t) = \alpha \times F \times P(t, T)$
	$\sigma_P(t, T)$	-	無違約風險零息債券的波動度(年化)
	$P(t, T)$	-	無違約風險零息債券的期初價格
	$\Sigma(T)$	-	選擇權整體變異數
	$V_t$	-	投資期間內 t 時刻的公司價值 (推導過程請詳見 Appendix E)
	$l(t)$	-	Merton (1974) 所定義之 Debt ratio 的倒數，用於衡量「到期違約」風險
$Q(t)$	-	視為提前違約的指標，越接近 1 表示越容易發生提前違約	

(資料來源：本研究自行整理)

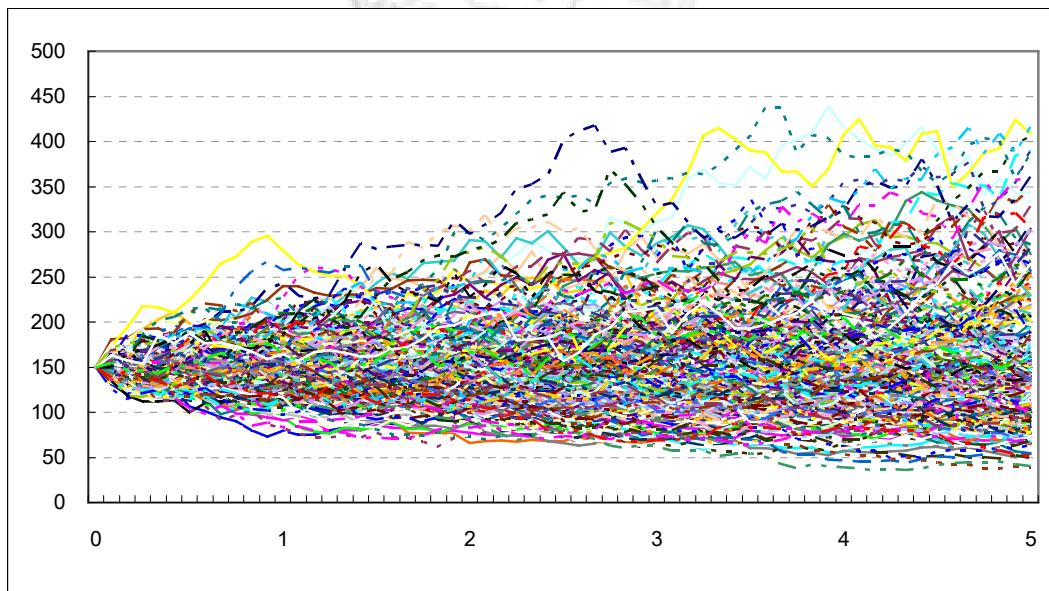
[圖 6-1] 模型計算流程示意圖



## 6.2 衍生性證券之價格及敏感度分析

針對前述給定之外生參數環境下，利用蒙地卡羅模擬，模擬投資期間達 5 年之公司價值變化，(模擬 10000 條路徑，單位時間為一個月)，如圖 6-2-1 所示：

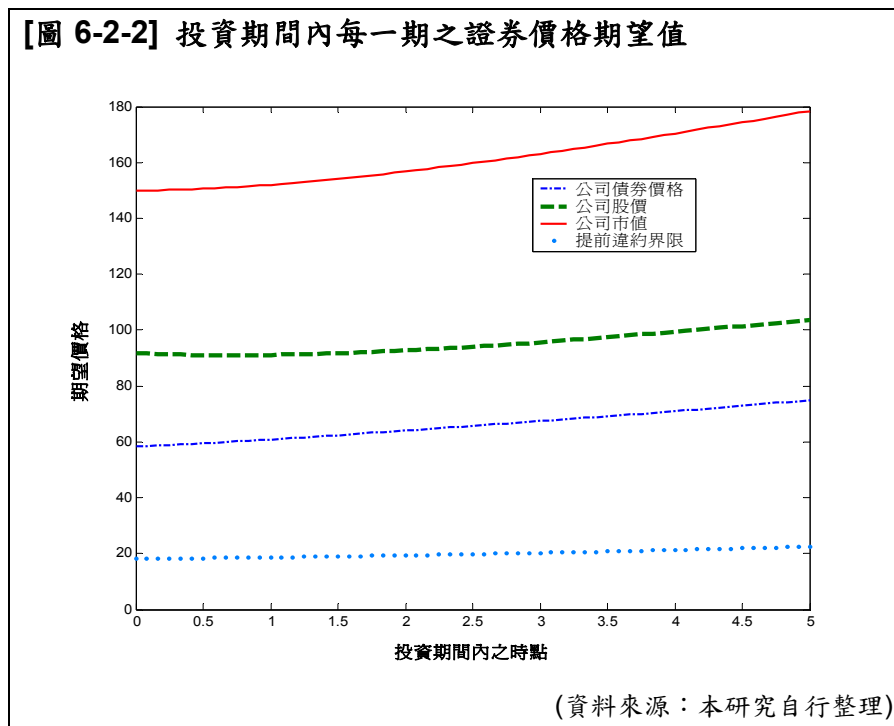
[圖 6-2-1] 利用蒙地卡羅模擬標的資產(公司價值)之實際表現



(資料來源：本研究自行整理)

此一萬條路徑包含公司價值在五年內可能之變化表現，然而實際公司價值之走勢僅可能是其中一條。(6.4 節將挑選此一萬條路徑之其中兩條分析最適投資策略)

基於「市場無套利機會」之風險中立機率測度下，針對債券到期日固定為 5 年，到期日前(投資期間內)每一期之證券價格期望值如下列圖 6-2-2 所示：

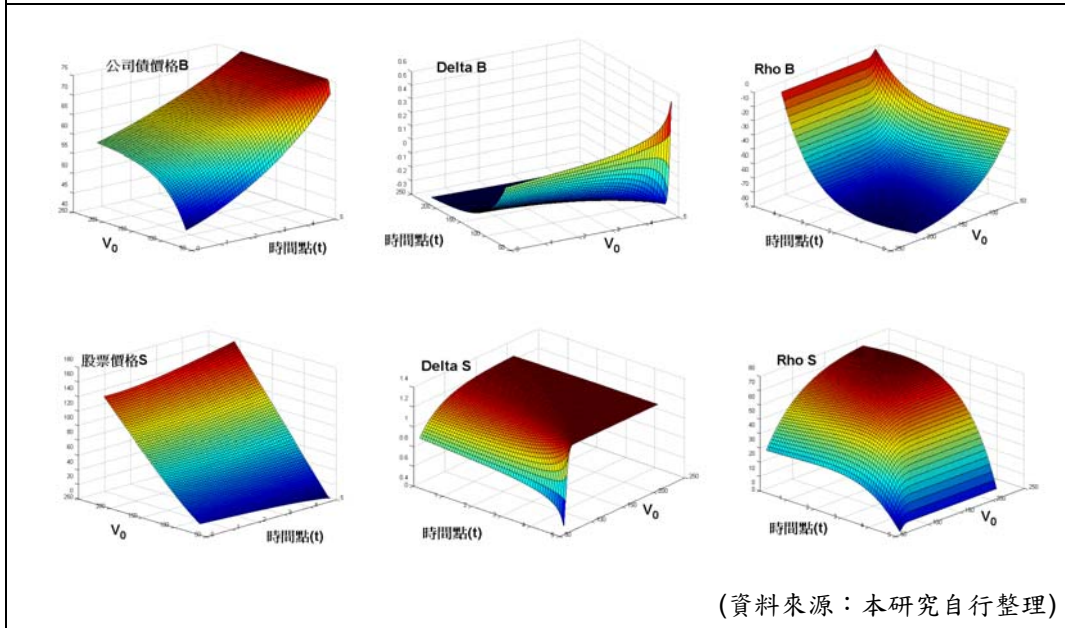


[圖 6-2-2] 公司市值之期望值呈現平滑成長現象，乃是忽略風險項(幾何布朗運動  $dW_V$  與  $dW_r$ )影響下之結果，若考慮風險項之影響，則公司市值將會是如同[圖 6-2-1]所模擬的其中一條路徑，呈現上下波動不規則而不平滑之走勢變化。既然標的資產(公司市值)之期望值表現為平滑成長趨勢，則所對應之衍生性商品(公司債及股票)期望價值也會隨之而呈現平滑成長趨勢。

此外，基於 6-1 節所給定之外生參數環境下，證券(公司債與股票)於投資期間內若以「期望值」觀點來看，並無發生提前違約與到期違約風險，但由於期望值乃是忽略「風險波動」之觀點，所以投資期間內實際之證券價值變化，是有違約風險之虞的，即證券價值因公司價值向下波動導致違約情事發生。

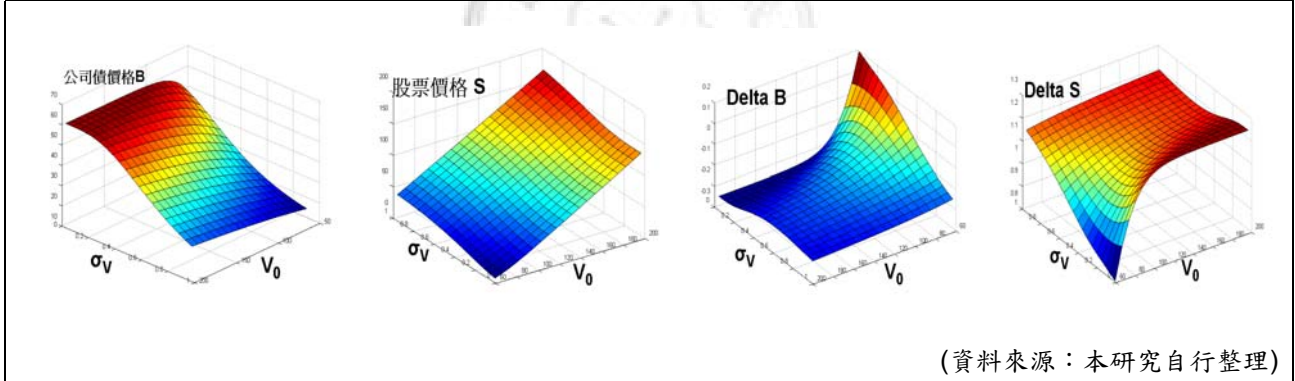
若同時調動時間( $t$ )與初始公司價值( $V_0$ )兩項外生參數，則可觀測出證券價格及避險參數(Delta 與 Rho)之變化影響，如下列圖 6-2-3 所示：

**[圖 6-2-3] 時間(t)與初始公司價值( $V_0$ )對證券價格及避險參數之變化影響**



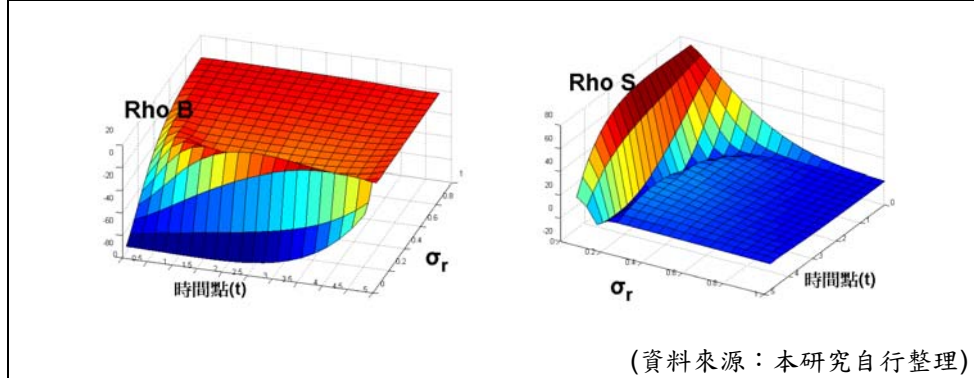
若同時調動期初公司價值( $V_0$ )與公司價值波動度( $\sigma_V$ )兩項外生參數，則可觀測出證券價格及避險參數之變化影響，如圖 6-2-4 所示：

**[圖 6-2-4] 初始公司價值( $V_0$ )與公司價值波動度( $\sigma_V$ )對證券價格及避險參數之變化影響**



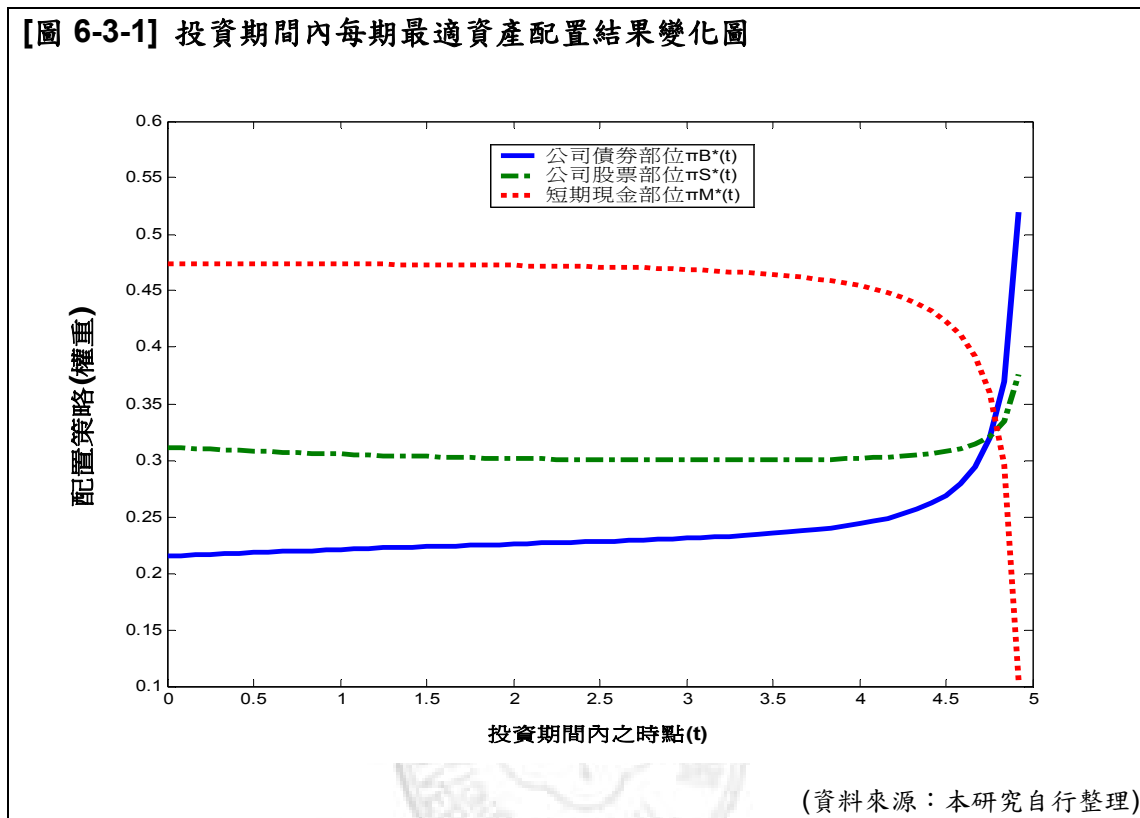
若同時調動時間(t)與期初利率水準( $r_0$ )兩項外生參數，則觀測證券價格避險參數(Rho)的變化影響，如圖 6-2-5 所示：

**[圖 6-2-5] 時間(t)與初始利率( $r_0$ )對於證券避險參數的變化影響**



### 6.3 「期望值」觀點下之最適投資策略試算分析

一、基於前節 [圖 6-2-2] 證券(公司債和股票)價格變動之「期望值」前提下，投資期間內每期(之最適資產配置權重之結果，如圖 6-3-1 所示：

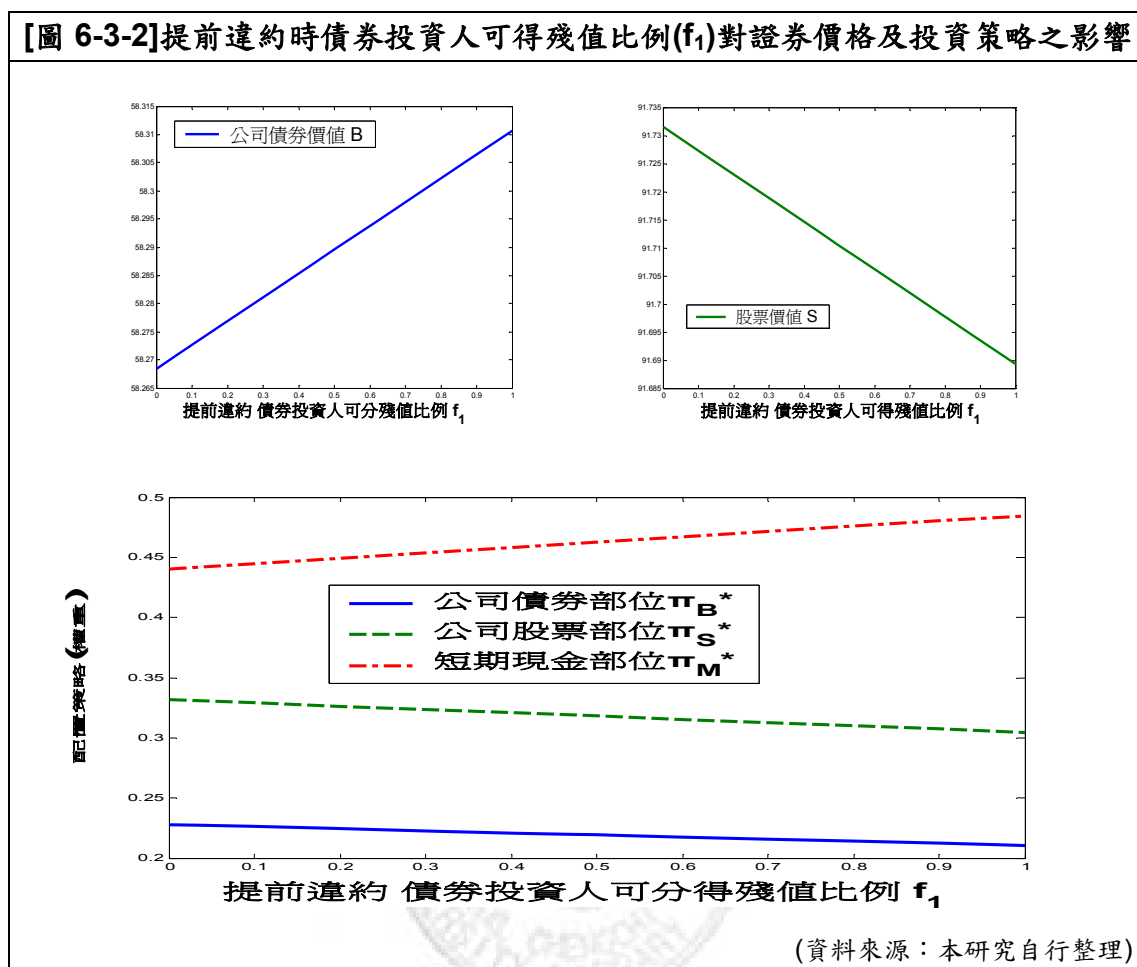


針對某企業於投資期初所發行之證券(到期日為五年之公司債與股票)，財富效用為對數型態之投資人乃基於「最適成長投資組合」之策略，在投資期間內的前四年內配置約不到五成之資金於現金部位，而其餘五成以上的資金配置在風險性證券，並持有較多之股票(約三成)與較少之公司債(約兩成)，可觀測出前四年內，三項部位的配置權重均維持非常平滑的趨勢。

但在投資期間的最後一年內(第四年至第五年)，投資策略發生劇烈變化，財富效用函數為對數型態之投資人將會減少手中所持有之現金部位，而改以持有更多之風險性證券，尤其是投資期間內的最後兩季內，投資組合裡公司債券配置比例反而佔極大多數，股票配置比例次之，而現金配置比例將變為最少。

值得注意的是，上述接近投資期滿(公司債到期日)之配置策略劇烈變化現象，乃是基於證券(公司債與股票)以違約觀點而言均具有選擇權特性，而歐式選擇權在越接近履約時刻之價值與避險參數均會產生急遽變化，於是以證券價格和避險參數所合成之資產配置策略(權重)也會隨之呈現如 [圖 6-3-1] 的現象。

二、探討提前違約時，債券投資人可得公司殘值比例( $f_1$ )對於證券(公司債與股票)價格及最適投資策略之影響，如 [圖 6-3-2] 所示：



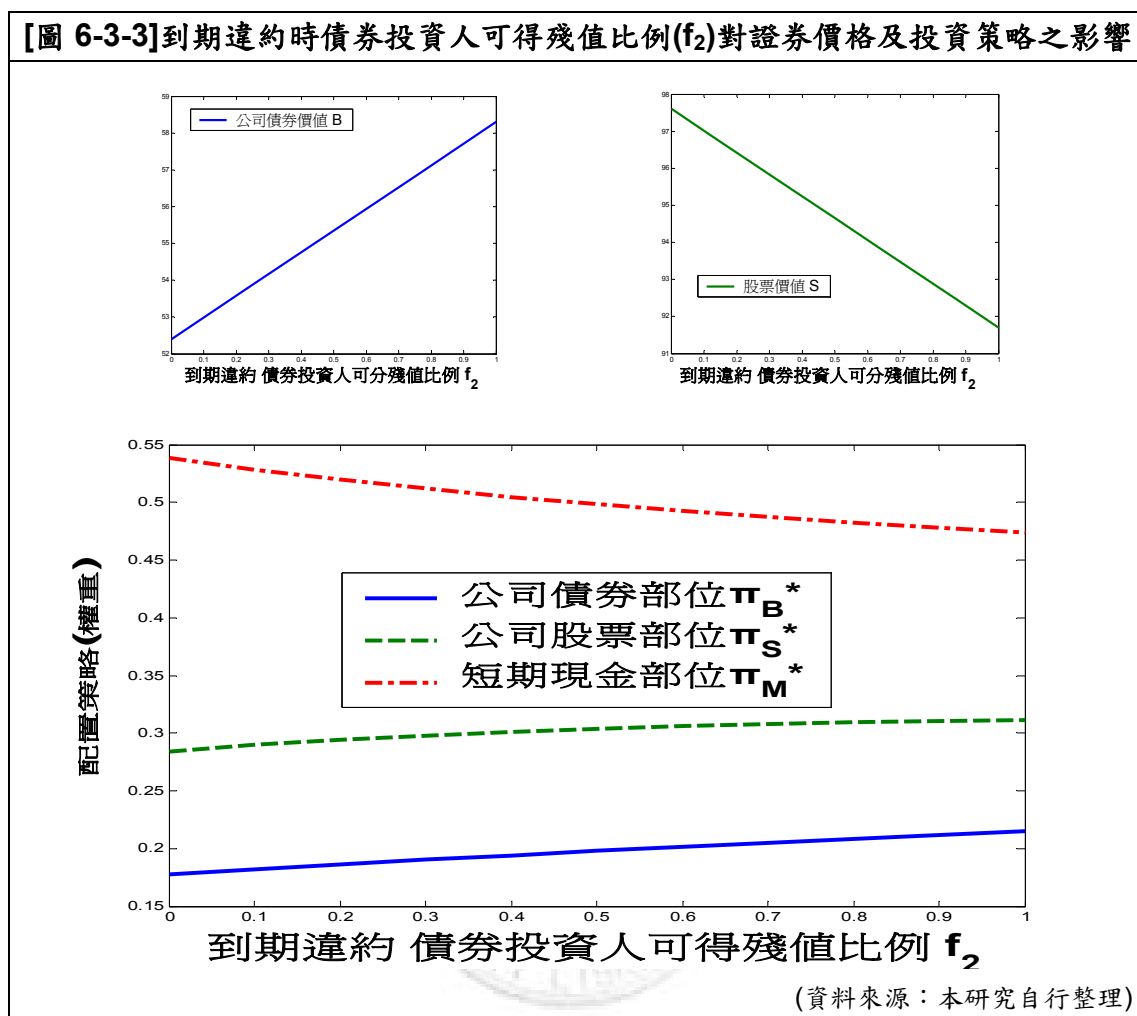
基於股東於企業發生提前違約時，可與債券投資人一同求償公司殘值的假設下，債券投資人於提前違約時可得公司殘值的比例( $f_1$ )越高，表示對公司債投資人的保障越好，於是公司債券價值將隨  $f_1$  越高而越值錢，然而此時  $f_1$  越高，亦同時表示對股東較不利，因為股東可分得公司之殘值比例( $1-f_1$ )越少，所以股價越不值錢。

然而對於財富效用為對數型態之投資人而言，「債券投資人可於到期違約分得公司殘值比例( $f_2$ )」越高，對投資組合裡公司債券與股票卻持有較少之比例，反而改配置較多之資金於現金部位。

股東於企業發生提前違約時「可與債券投資人一同求償公司殘值之**特殊情境**( $f_1 \neq 1$ )」和「無法與債券投資人一同求償公司殘值之**一般情境**( $f_1 = 1$ )」，兩者比較發現，**特殊情境**之下投資人將會比**一般情境**之下而配置較多之資金於風險性證券部位(無論是公司債或股票)與較少比例之現金部位。



三、探討到期違約時，債券投資人可得公司殘值比例( $f_2$ )對於證券(公司債與股票)價格及最適投資策略之影響，如 [圖 6-3-3] 所示：



基於股東於企業發生到期違約時，可與債券投資人一同求償公司殘值的假設下，債券投資人於提前違約時可得公司殘值的比例( $f_2$ )越高，表示對公司債投資人的保障越好，於是公司債券價值將隨  $f_2$  越高而越值錢，然而此時  $f_2$  越高，亦同時表示對股東較不利，因為股東可分得公司之殘值比例( $1-f_2$ )越少，所以股價越不值錢。

然而對於財富效用為對數型態之投資人而言，「債券投資人可於到期違約分得公司殘值比例( $f_2$ )」越高，對投資組合裡公司債券與股票將同時持有較多之比例，配置於現金部位的比例將越少。

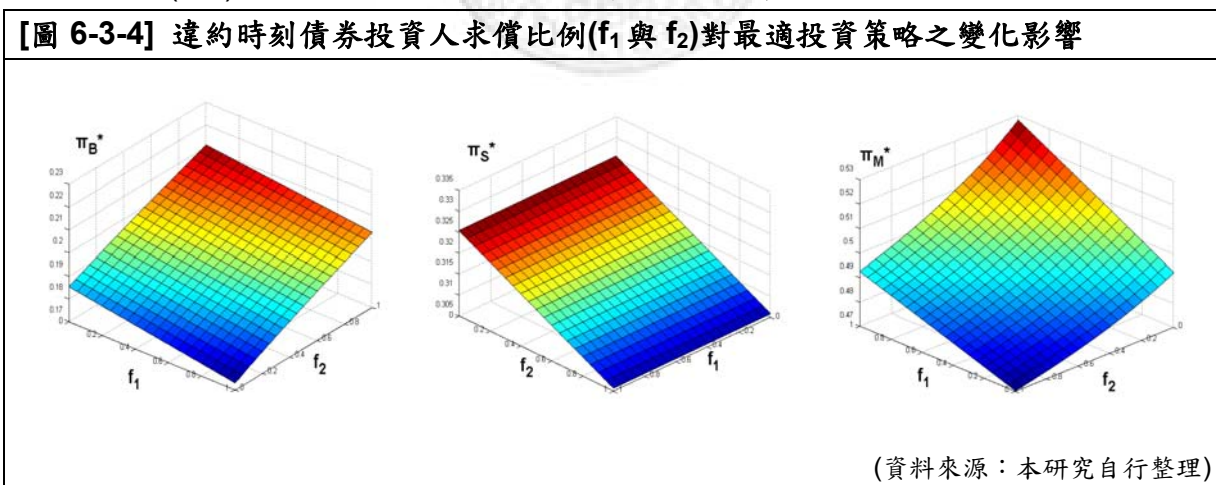
股東於企業發生到期違約時「可與債券投資人一同求償公司殘值之**特殊情境**( $f_2 \neq 1$ )」和「無法與債券投資人一同求償公司殘值之**一般情境**( $f_2 = 1$ )」，兩者比較發現，**特殊情境**之下投資人將會比**一般情境**之下而配置較少之資金於風險性證券部位(無論是公司債或股票)與較多比例之現金部位。

在此將前述 [圖 6-3-2] 與 [圖 6-3-3] 相關現象，整理至下列 [表 6-3] 可方便瞭解：

[表 6-3] 特殊情境與一般情境之最適資產配置策略比較	
財富配置於風險性資產(公司債、股票)之權重比較	
提前違約 (討論 $f_1$ 比例)	特殊情境( $0 < f_1 < 1$ ) $>$ 一般情境( $f_1=1$ )
到期違約 (討論 $f_2$ 比例)	特殊情境( $0 < f_1 < 1$ ) $<$ 一般情境( $f_1=1$ )
(資料來源：本研究自行整理)	

對於「公司一旦發生違約，債券投資人不再享有全部公司殘值之求償權，此時股東亦享有部份比例求償權，公司殘值將由債券投資人與股東兩者『比例』共分」之「特殊情境」，若考慮「提前違約風險」之下(討論  $f_1$ )，最適投資組合策略中配置於風險性證券(公司債、股票)之權重將會顯著高於股東無法分享殘值之「傳統情境」設定下之配置結果，但若考慮「到期違約風險」(討論  $f_2$ ) 則得出相反結果，即：特殊情境配置於風險性證券比例少於一般情境之結果。表示「特殊情境」下，對數型態財富效用之投資人對於「提前違約風險」之接受度高於「到期違約風險」，「一般情境」則為相反。

四、於期初( $t=0$ )變動  $f_1$  比例與  $f_2$  比例，分析最適投資策略之變化，如圖 6-3-4 所示：



對於財富效用函數為對數型態之投資人而言，由圖[6-3-4]可看出，於公司債券方面，在「 $f_1$  比例越低且  $f_2$  比例越高」之情況下，期初配置於公司債券的部位將會越多；於股票方面，在「 $f_1$  比例越低且  $f_2$  比例越低」之情況下，期初配置於股票的部位將會越多；於無險性資產(短期現金部位)方面，在「 $f_1$  比例越高且  $f_2$  比例越低」之情況下，期初配置於現金的部位將會越多。

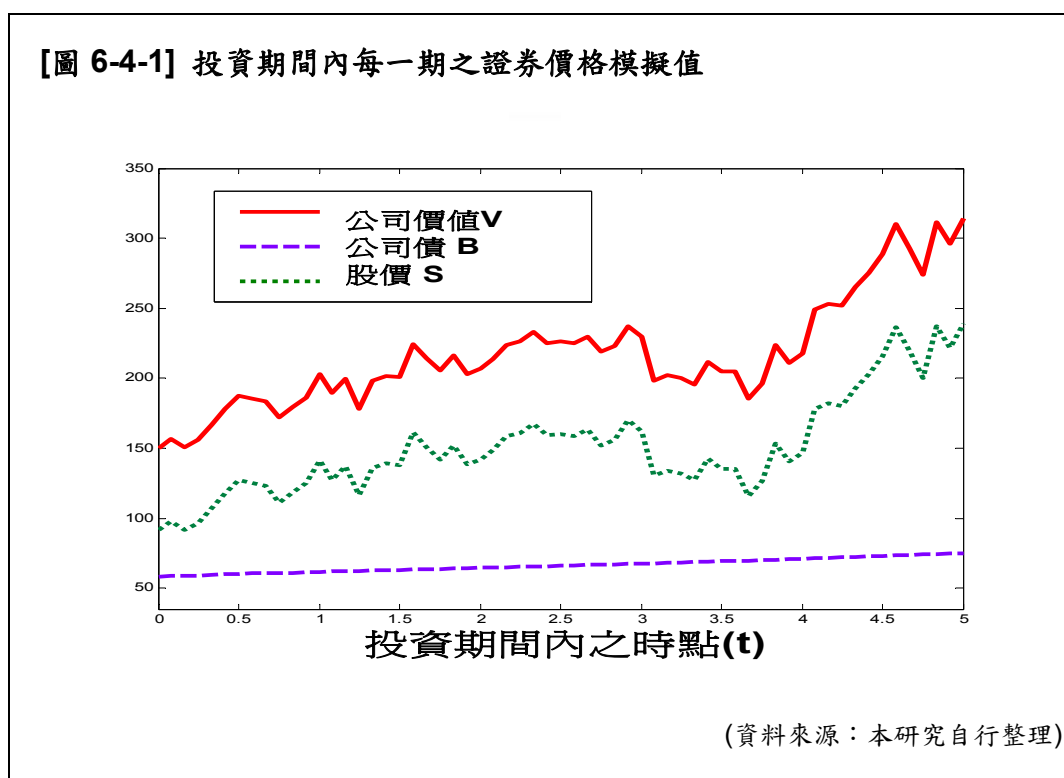


## 6.4 「模擬值」觀點下之最適投資策略試算分析

前節(6.3)之最適配置結果乃基於證券價值之「期望值」觀點下所得出之結果，故較為平滑，本節將以 6.2 節之[圖 6-2-1]所模擬之一萬條公司價值變化路徑中，選擇下列甲乙兩種公司價值可能之表現來分析對數型態財富效用投資人之最適資產配置策略。

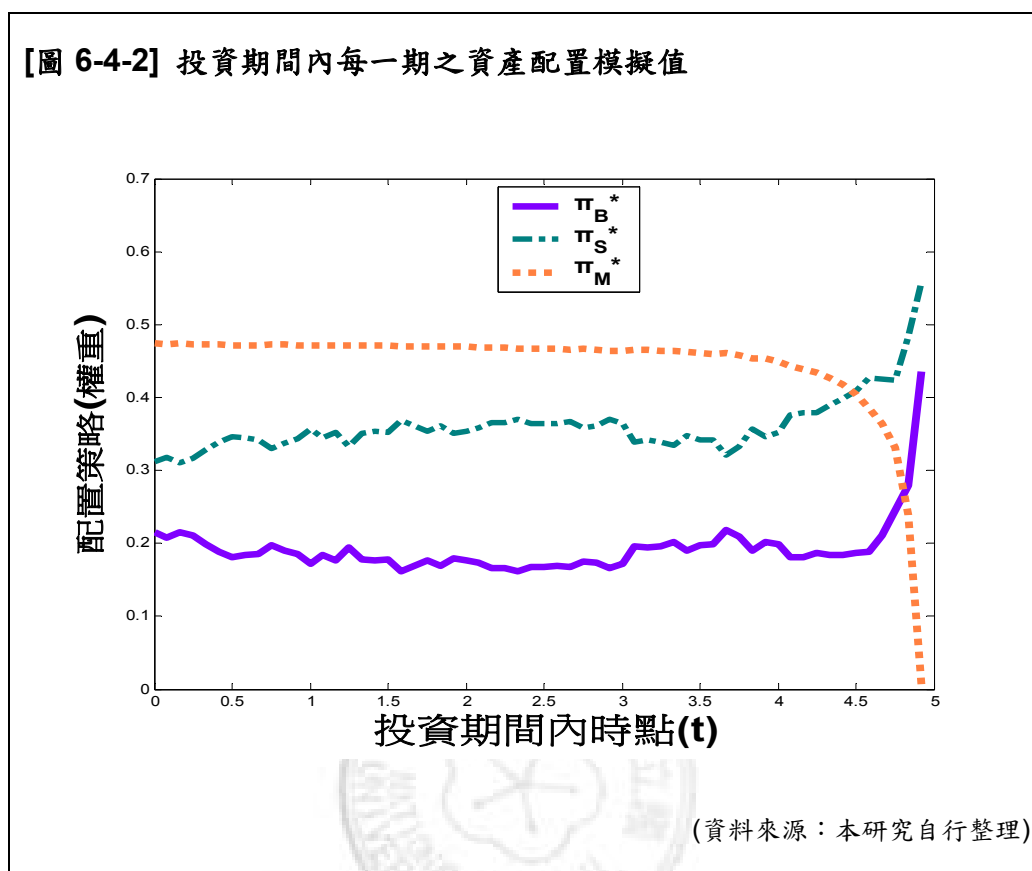
### 甲、投資期間內公司價值向上波動起伏成長

(一) 針對債券到期日固定為 5 年，模擬投資期間內證券價值如圖 6-4-1 所示：



在此模擬情境下，投資期間(5 年內)此企業經營績效尚稱良好，五年內公司價值增加一倍，大致呈現向上成長而波動起伏趨勢，然而於第三年與第四年內經營績效略遜(或企業獲利能力略為下降)而公司價值也因此減損，此時股東價值將隨之下降波動，由於從未發生任何違約風險，公司債券價值於投資期間內呈現平滑向上遞增至企業應償還本金(F=75)為止。

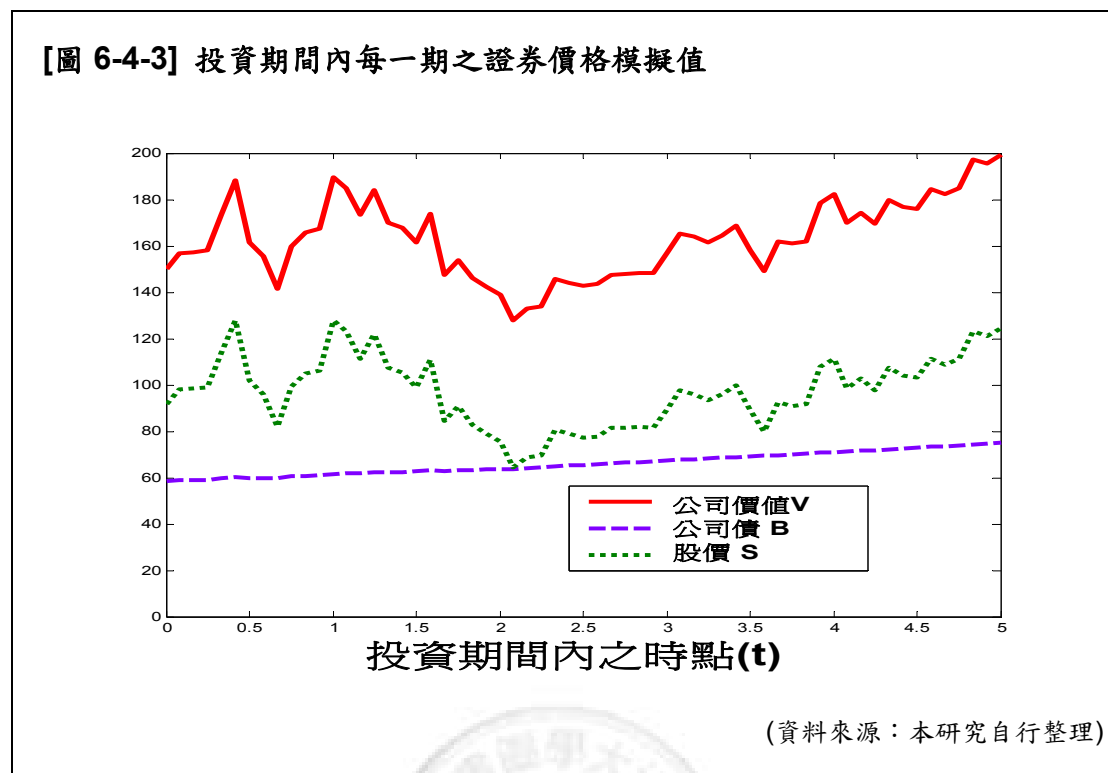
(二) 投資期間內最適投資策略模擬結果，如圖 6-4-2 所示：



類似 6.3 節[圖 6-3-1]期望值觀點下之配置「趨勢」，但不同處在於考慮風險波動之下的模擬配置結果中，風險性證券(公司債與股票)的配置權重將不再平滑，此外由於第三年第一季至第三季公司股價下跌，相對於較穩定之公司債而言，投資人持有公司債之比例略有上升而持有股票比例略為下修，但整段投資期間內對股票之配置比例仍永遠高於公司債，原因在於投資期滿時，公司債雖可完全收回應得之本金外，因為經營績效良好而反應至較優的股價表現，此時股票可為投資人帶來更為豐厚之收益，於是在越接近投資期滿時，財富效用為對數型態的投資人將會配置較少之現金並改而換取更多之公司股票與公司債，如此才可「複製」出所謂連續複利後投資報酬率最優之「最適成長投資組合」。

## 乙、投資期間內公司價值微幅成長而中間因波動而產生減損

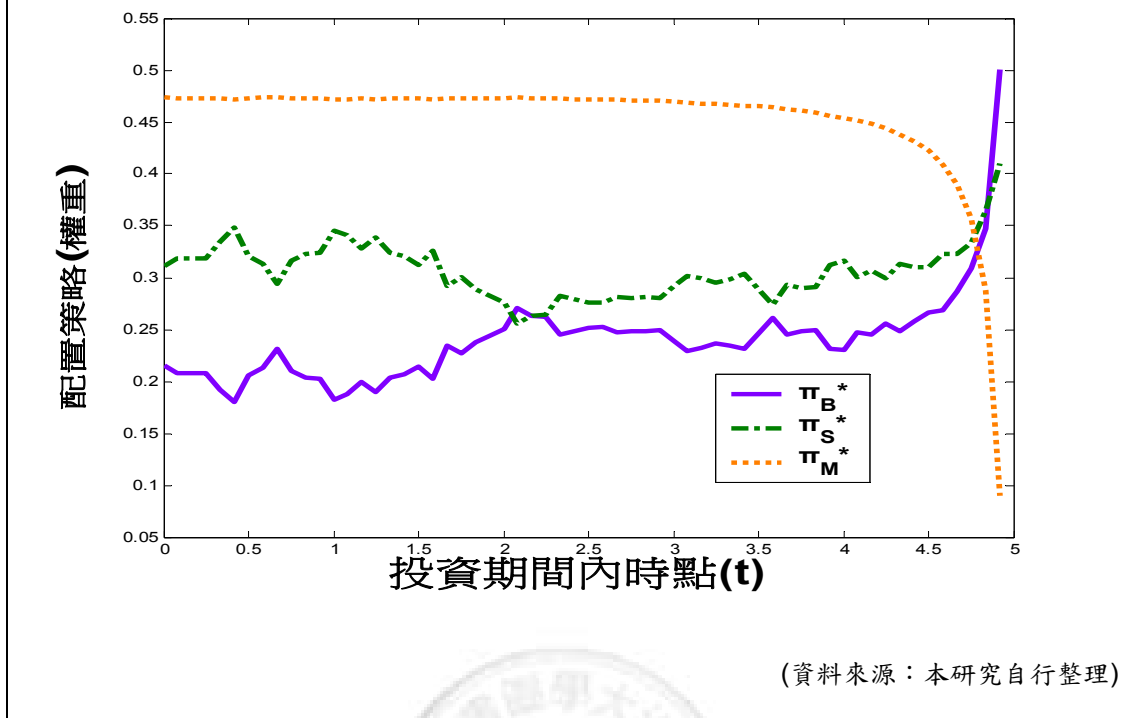
(一) 針對債券到期日固定為 5 年，模擬投資期間內證券價值如圖 6-4-3 所示：



在此模擬情境下，投資期間(5 年內)此企業經營績效普通，五年內公司價值僅增加三分之一(由 150 增加至 200)，雖大致呈現向上小幅度成長而波動起伏趨勢，但在第一年與第二年內經營績效不佳(或企業獲利能力大幅下降)而公司價值也因此而嚴重減損，此時股價將隨之大幅下降縮水，股東權益並於第二年第一季內向下觸及至整體企業之債務價值(公司債現值)，而此時達到整段投資其間內之谷底低點，從此至投資期滿(第五年)公司價值將大致呈現成長趨勢。此外由於從未發生任何違約風險，公司債券價值於投資期間內呈現平滑向上遞增至企業應償還本金( $F=75$ )為止。

(二) 投資期間內最適投資策略模擬結果，如圖 6-4-4 所示：

[圖 6-4-4] 投資期間內每一期之資產配置模擬值



距離投資期滿的前一季(4.75 年)之前，投資人最適資產配置中股票持有比例大致高於公司債之持有比例，但由於第二年第一季企業經營不佳而股價向下重挫而股東權益並於向下觸及至整體企業之債務價值(公司債現值)，而此時股價達到整段投資其間內之谷底低點，所以第二年第一季最適投資策略將修正為持有較多之公司債與較少之股票，但隨後因為經營績效略有改善並反應至股價上，股價從谷底開始攀升，此時至第四年第三季內，配置於股票之比例將多於公司債，並在第四年開始將投資組合內現金部位大大幅減低，改以配置最多權重於公司債部位，股票次之，現金最少。於是在越接近投資期滿時，財富效用為對數型態的投資人將會配置較少之現金並改而換取更多之公司股票與公司債，如此才可複製出所謂「期望」連續複利後投資報酬率最優之「最適成長投資組合」。