第二章　不對稱資訊下最適所得稅之研究

1. 前言

1.1 文獻回顧

最適所得稅理論與所得稅逃漏問題均屬於公共經濟學中重要的研究領域。有關最適所得稅理論的研究，最早應可追溯至 Edgeworth (1897)之分析。他假設社會上每個人的所得狀況為既定，同時所得效用函數為完全相同，且呈邊際效用遞減狀態。於是利用 Utilitarian 社會福利函數所進行的分析可以得出，最適所得稅應為累進稅的結論。而且此一累進稅應使社會上每個人的稅後所得彼此相等。此外，由於 Edgeworth 假設政府在事前可完全地觀察每個人的所得水準或納稅能力，因此上述累進稅可以直接透過定額稅方式來課徵，並達到納稅人稅後所得彼此相等的結果。換言之，定額稅型態的最適所得稅，可以完全不必考慮租稅扭曲效果或效率損失問題，這種以定額稅方式課徵累進性所得稅的觀點，乃成為單純由所得分配面探討最適所得稅的代表性結論。

然而，上述推論卻是在納稅人獲取所得能力的資訊，可以被充分掌握的前提下所得出。一旦將資訊不對稱或資訊取得成本納入考慮後，租稅扭曲現象就勢必要併入最適所得稅的分析及討論之中。有鑑於此，Mirrlees (1971)乃將資訊不對稱的觀點引進於最適所得稅的研究

中，他認為納稅人獲取所得的能力與勞動供給皆屬於政府無法得知的私人資訊，政府只能以觀察到的所得作為課稅標的，故必須同時考量課稅對納稅人工作誘因的扭曲效果，此一扭曲效果又足以產生額外的效率損失。因此，在考量公平與效率兩項因素之後，最適所得稅的累進程度必然較Edgeworth假設資訊可完全掌握下的累進程度來得緩和。除了 Mirrlees 之外，其他不完全資訊下的最適所得稅分析，尚包括 Seade (1977)、Stiglitz (1987)、與 Boadway & Keen (1993)等，他們利用 Mirrlees 的觀點，甚至進一步推導出最高所得階層的邊際稅率應為零的結論。

自 Mirrlees 以來，上述有關最適所得稅理論的研究，皆是假設政府無法透過任何方式得知納稅人獲取所得的能力與勞動供給的資訊，但是其卻可以在無須花費任何成本的情況下，完全掌握到納稅人的所得水準。然而，這項假設仍然有值得爭議之處。因為即使政府可以掌握到納稅人的所得水準，但是通常卻不可能完全不必付出任何代價。實務上，稽查成本便是政府為了要掌握納稅人所得水準必須付出的支出。政府必須對納稅人進行實地稽查才能得知其真實所得，否則便可能發生納稅人以申報不實所得的方式來逃漏應納稅負。於是，為了探討稽查成本與租稅逃漏行為存在的問題，最適所得稅理論的研究，又進一步衍生出新的課題。在此一課題中，最具代表性的研究包括 Reinganum & Wilde (1985)、Border & Sobel (1987)、Mookherjee & Png (1989)、 Cremer & Marchand & Pestieau (1990)、Sanchez & Sobel (1993)等。但是，他們的分析都是集中在有關政府最適稽查策略的討論上，至於最適所得稅的分析，反而付之闕如。

為了將稽查策略納入最適所得稅理論的分析中，Cremer & Gahvari (1995)、Chander & Wilde (1998)等嘗試在分析最適所得稅結構時

，加入納稅人有逃漏稅動機的假設。在 Cremer & Gahvari 的研究中，他們假設勞動供給是內生決定的，即考量所得稅對納稅人工作誘因影響的問題；而 Chander & Wilde 的研究，則假設所得是外生給定的，即迴避所得稅對勞動供給的扭曲效果。另一方面，Cremer & Gahvari 的分析模型，假設社會上只有高、低能力兩種類型的納稅人，在同時考慮所得稅制度影響工作誘因與逃漏稅動機的情況下，他們也得到與 Seade (1977)等相同的結論，即最高能力階層的邊際稅率應為零，至於低能力階層的邊際稅率則視情況而定，可能為零，亦可能為正。至於 Chander & Wilde 則是認為稽查成本與租稅逃漏行為存在的問題，削弱了政府利用租稅制度進行所得重分配的能力，所以即使沒有考慮到所得稅可能對勞動供給產生的效率損失，他仍然得出最適所得稅結構是累退的結論。

但是，值得注意的是，在 Cremer & Gahvari 的分析中，政府事前的政策選擇變數，除了納稅人獲取的所得與相關稅負之外，尚包括了政府對納稅人申報所得的稽查機率[1]。他們利用直接顯示偏好機制來證明，只要政府事前在所得稅制度中加入誘因機制的設計，則透過該機制的運作，就可以在事後讓高能力的納稅人不會模仿低能力者，且納稅人也會誠實的申報所得而不會有逃漏稅的行為發生。Chander & Wilde 的模型亦有類似的處理。他們的分析，也是試圖在所得稅的設計上納入能夠誘使納稅人誠實申報的誘因機制，因此可以達到事後沒有人會謊報所得的結果。

然而，從現實觀點而言，Cremer & Gahvari 與 Chander & Wilde 等假設政府事前預告稽查機率，並透過誘因機制，進而達到事後沒有納稅人偽裝行為能力或逃漏稅的推論，至少存在三個與現實不符的現

[1] 當稽查機率為政府事前需選擇的政策變數時, 即屬於預告稽查機率的查核方式(pre-commitment auditing)。此時納稅人在進行其行為選擇之前, 已知政府將採行的查核方式與機率。

象。首先，納稅人在決定獲取多少所得與是否逃漏稅之前，通常並不見得能充分知悉政府查核的方式與機率。其次，無論政府如何於事前訂定稽查策略，納稅人事後逃漏稅的情形在現實社會似乎總不可免。最後，即使上述兩種情形皆不存在，也就是如 Cremer & Gahvari 與 Chander & Wilde 所假設，政府確實讓納稅人預先了解其擬採行的稽查策略，而且納稅人最終也會選擇誠實申報所得，但此時政府在事後仍然必須要執行其預定的查核方法，否則將有損政府的信用。於是，這樣一來便產生了政府在明知沒有人逃漏稅卻仍然必須進行查核的矛盾現象。

Graetz & Reinganum & Wilde (1986)、Reinganum & Wilde (1986) 等採取另外不同的方式來進行分析，則可避免上述的尷尬現象。他們將納稅人是否(或如何)逃漏稅與政府是否(或如何)稽查，兩項策略的決定，視為一個互為影響的賽局。此時，就納稅人而言，由於政府並未預告其查核的方式與機率，所以他們在決定是否逃漏稅時，便會將政府各種可能採行的稽查策略都納入考量。相對的，就政府而言，在決定採行的稽查策略時，亦會同時考慮到納稅人各種可能的逃漏稅情況[2]。此一 Nash 均衡的分析結果，同時考量了政府稽查策略與納稅人逃漏行為，因此也比較符合現實觀察的認知。

1.2 研究目的與方法

1.2.1 研究目的

[2]當稽查機率不是政府事前選擇的政策變數，而是與納稅人的逃漏選擇同時決定時，即屬於未預告稽查機率的查核方式(no-commitment auditing)。此時納稅人在進行其行為選擇之前，並不確定政府將採行的查核方式與機率。

將納稅人的逃漏稅行為納入最適所得稅分析之中，固然是晚近最適所得稅研究的重要里程碑，然而納稅人逃漏稅行為會受到政府稽查策略的影響，其間關係又勢必影響到最適所得稅的研究結論。雖然 Graetz & Reinganum & Wilde、Reinganum & Wilde 等利用賽局理論的分析，探討納稅人的逃漏行為與政府稽查策略的關係，並因此進行所得稅逃漏問題的研究。但是，過往的研究文獻中，並未嘗試將此一逃漏稅行為與政府稽查策略的關係，納入最適所得稅分析中。這顯然是研究最適所得稅問題時，有待填補的空白領域。

另一方面，以往將逃漏稅問題納入最適所得稅理論的研究，都是假設政府採行預告稽查機率的查核方式，而且只要事前在所得稅制度中加入誘因機制的設計與運作，事後便會呈現出課稅既不會影響納稅人的工作誘因，而且納稅人也會誠實申報所得的結果。但是，如果考慮對納稅人申報所得的稽查機率，不是政府事前選擇的政策變數，而是如 Graetz & Reinganum & Wilde、Reinganum & Wilde 等，認為納稅人的逃漏行為與政府的稽查策略是彼此互為影響時，則此時將逃漏稅問題納入最適所得稅的分析，顯然更切合事實，因此分析的結論也必然更具意義。

本文的目的即是在研究最適所得稅理論時，加入納稅人存有逃漏稅動機與行為的問題。但是與 Cremer & Gahvari、Chander & Wilde 等研究不同，本文的主要重點在於探討當稽查機率並非政府事前政策變數(即政府的稽查策略與納稅人的逃漏行為是相互影響)時，最適所得稅理論的分析結論，究竟如何改變。同時，我們並試圖將上述分析的結論，與過去假設政府採行事前預告稽查機率情況下的分析結論，做一比較。

1.2.2 研究方法

首先，本文擬延續 Cremer & Gahvari 、Graetz & Reinganum & Wilde 等的研究，假設社會上僅有兩類型的納稅人，並參考 Khalil (1997)[3]的兩階段模型來進行最適所得稅分析。在此所謂的兩階段模型是指在第一階段時，政府提出所得稅制度[4]。然後便進入第二階段，在此階段納稅人是否(或如何)逃漏稅，以及政府是否(或如何)進行稽查則同時決定。至於求取最適均衡解的方式，是先求解第二階段的課題，然後再將第二階段的均衡解帶回到第一階段的模型中來分析，以求得最適的均衡解。

其次，本文主要的的研究架構將分為兩大部分：第一部份的研究，和 Chander & Wilde 的假設相同，即假設納稅人的所得是外生給定的，此時所得稅對納稅人工作誘因的扭曲效果將暫時予以忽略。然後我們應用 Graetz & Reinganum & Wilde 的模型，來探討政府與納稅人之間資訊不對稱所產生的逆選擇問題，以及其對所得稅結構的影響。第二部分的研究，則以 Cremer & Gahvari 的分析為基礎，建構一個兩階段模型，俾以討論政府未事前預告稽查機率下的最適所得稅制度。此一兩階段模型係假設納稅人的所得是內生決定的，政府需考慮課稅對納稅人工作誘因的影響。在此情況下，不但高能力類型的納稅人有可能模仿低能力者的行為，而且納稅人也可能會以申報不實所得來逃漏稅負。因此，政府在決定最適所得稅結構時，需同時面臨資訊不對稱所產生的逆選擇與道德冒險兩個問題。

本文除本節前言之外，第二節為外生所得下之最適所得稅模型分

---

[3] Khalil (1997)的研究重點，乃在假設雇主與勞工之間存在資訊不對稱的情況下，討論最適產量如何訂定的問題。

[4] 即是此時政府必須決定最適所得稅的結構為如何。

析；第三節為內生所得下之最適所得稅模型分析。

2. 外生所得下之最適所得稅分析

2.1 基本假設

我們主要是以 Graetz & Reinganum & Wilde 的模型為基礎[5]，假設納稅人除了所得水準彼此存在相互差異之外，其餘各項特徵彼此均完全相同。而納稅人的所得水準僅有兩種類型，一為高所得Y_H類型，另一為低所得Y_L類型，故$Y_L < Y_H$。復令納稅人所得為Y_H或Y_L的機率分別為q與$1-q$，且$0 < q < 1$。若政府擬對納稅人課征所得稅，並規定當納稅人的所得為Y_i時，應該向政府誠實申報其Y_i之所得水準，然後繳納T_i的稅負，$i = H, L$。又$T_H \le Y_H$，$T_L \le Y_L$，且$T_L \le T_H$。此外，納稅人的效用水準U為其可支配所得的函數，且$U(0) = 0$。另假設納稅人為風險趨避者，故其效用函數為嚴格內凹(strictly concave)。

假設政府對於納稅人所得資訊的掌握，可分為具有完全訊息與不具有完全訊息兩種情形。前者是指政府無需花費任何成本便可以知悉納稅人的所得為何種類型。而後者是指政府在事前並不知道納稅人的所得水準，究竟為那一種類型，僅知道納稅人所得為Y_H的機率為q，所得為Y_L的機率為$1-q$。然而，此時政府可以透過對納稅人進行實地

[5] 本模型與 Graetz & Reinganum & Wilde 模型的差異，主要有二。第一，Graetz & Reinganum & Wilde 模型中假設納稅人中，有部分比例為策略選擇型的納稅人(strategic taxpayer)，另外有部分比例則是天性守法型的納稅人(habitual complier)。前者是指納稅人會依據自己的所得類型與政府可能採行的稽查機率，追求預期效用最大來決定自己的行為。後者則是指納稅人不論自己的所得為何種類型，都會誠實申報所得。但本模型基於簡化分析的考量，並未作此區分。第二，Graetz & Reinganum & Wilde 模型中，假設政府查獲納稅人謊報所得時，將處以定額罰款。但本模型則係假設政府將完全沒收納稅人的所得。

稽查的方式，來獲得納稅人真實所得水準的資訊，惟政府必須因此而支付實地查核成本A，$A \geq 0$。我們可以將上述所得為外生給定，且政府對納稅人的所得資訊不具有完全訊息的情況下，有關納稅人與政府的各種可能行為與策略，整理於圖 2.1.1。

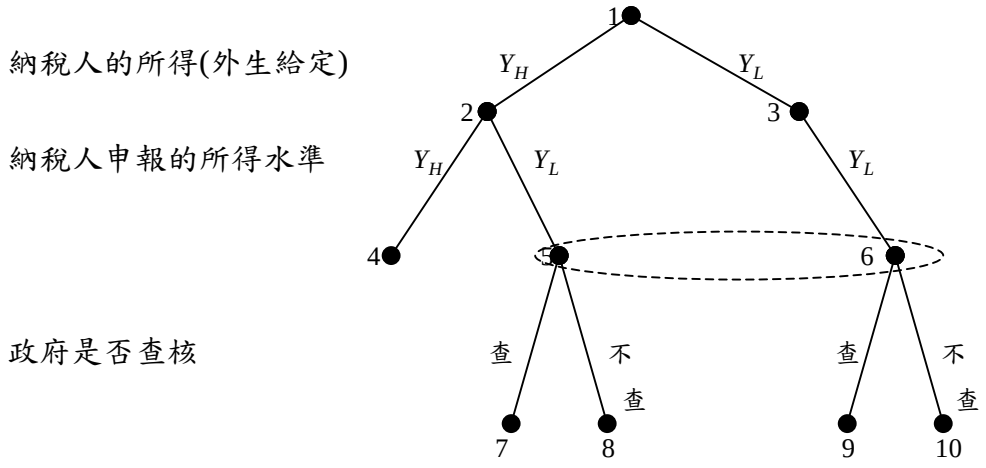

圖 2.1.1　所得為外生給定，且政府對納稅人的所得資訊不具有完全訊息情況下，納稅人與政府的各種可能行為與策略

圖 2.1.1 即為描述納稅人與政府各種可能行為與策略的賽局樹狀圖(game tree)。圖中的點 1 代表為區分各種情況前的所有納稅人，點 2 及點 3 則是將前述這些納稅人依其實際所得水準，分別區分為Y_H及

兩種所得類型。其中Y_H類型者又可以依其是否誠實申報，進而區分為選擇誠實申報為Y_H或謊報為Y_L兩種類型(點 4 及點 5)。另根據理性行為判斷，我們可以假設此時Y_L類型沒有動機謊報所得為Y_H(點 6)。所以，凡是申報為高所得者均代表其係屬誠實申報(點 4)，因此政府實無須再對其進行任何查核。但如果納稅人申報的所得是Y_L時，便有可能存在著謊報的情形(情況如點 5)。此時政府可以針對該類申報案件，決定查核與否及查核機率，以確知納稅人是否有謊報所得的情形，我們因此可再區分為各個不同情況如圖示(分別表示為點 7 至點 10)。另外，圖中虛線部份則是代表政府的訊息集合(information set)。當政府未採取進一步查核工作之前，並無法辨別同一訊息集合中各點背後的差異(點 5 與點 6)，究竟是誠實抑或是謊報所得的納稅人。

至於政府查核的工作，則可以區分為兩種策略型態。一種是採取事前預告稽查機率的查核策略，此時納稅人在決定是否逃漏稅時，已知政府將採行的查核方式及機率。採取此方式的主要目的，在於利用預告的稽查機率作為嚇阻手段，以誘使納稅人誠實申報其所得。其次一種方式是政府事前並不預告稽查機率，而是考慮納稅人可能選擇的行為後再決定稽查機率。此時納稅人是否(或如何)逃漏稅與政府是否(或如何)查核，兩項策略會如何決定，將成為一個互為影響的賽局。

另外，假設政府查核後，若發現納稅人有謊報所得的情況，則會對納稅人施予懲處。至於懲處的標準，則是完全沒收納稅人的所得$(Y_H - T_L)$[6]。其次，我們也從稽徵成本合理化的觀點，更進一步假設$A < Y_H - T_L$，即表示政府為查核而付出的成本不會超過因為查獲謊報所增加的收益。

上述各項假設，均為本節以下各個模型中，討論具有完全訊息與

[6] 此時納稅人謊報所得的罰款是內生決定的。

不具有完全訊息兩種情形下，政府如何對納稅人課征最適所得稅的基本假設。

2.2 完全訊息下之最適所得稅分析

當政府對納稅人的所得水準具有完全訊息時，表示無需花費任何成本便可以確知納稅人的所得類型。此時，政府建立最適所得稅制度的目標，主要在於選擇一組政策變數$\{T_H^c, T_L^c\}$[7]，使得納稅人在維持既定的預期效用水準下，能創造最大的課稅收入。茲將政府此一政策計劃 P^c 表示如下：

$$\max_{\{T_H^c, T_L^c\}} \quad qT_H^c + (1-q)T_L^c \text{，} \tag{2.1}$$

$$\text{s.t.} \quad qU(Y_H - T_H^c) + (1-q)U(Y_L - T_L^c) \geq \overline{U} \text{。} \tag{2.2}$$

以上(2.1)式為極大化政府收入的目標函數。(2.2)式則限制政府必須使得納稅人稅後的預期效用至少維持在某一既定的$\overline{U}$水準。求解計劃 P^c，可知其最適均衡解$\{T_H^{c*}, T_L^{c*}\}$，必須滿足下列的條件式：

$$U'(Y_H - T_H^{c*}) = U'(Y_L - T_L^{c*}) \text{，}$$

即$Y_H - T_H^{c*} = Y_L - T_L^{c*}$的均衡條件必須成立。換言之，在政府對納稅人的所得水準具有完全訊息下，最適所得稅的稅負結構應達到每個納稅人

[7] 此表示政府提出的最適所得稅制度，內容包括對高低所得者課徵的稅負。

的稅後所得為彼此相等。此一結果與Edgeworth的分析討論完全相符。

我們可以對上述結論所代表的經濟意義，作進一步的說明。在納稅人的所得水準為外生給定的條件下，由於政府課征所得稅並不致於影響納稅人的工作意願，因而也不會產生租稅扭曲效果或效率損失問題。此時，若政府對納稅人的所得水準具有完全訊息，則當然可以全然基於所得分配平均化有助於提高社會福利的考量，建立一個讓每位納稅人稅後所得彼此相等的最適所得稅制度。

2.3 不具有完全訊息下之最適所得稅分析－預告稽查機率

如前所述，所謂政府對納稅人的所得水準不具有完全訊息，是指政府在事前並不知道納稅人的所得水準，究竟屬於那一類型。然而，只要花費稽查成本，政府仍然可以透過事後實地稽查而確知納稅人的所得類型。此時，政府若採取事前預告稽查機率的查核策略，以期達到讓納稅人誠實申報所得的目的，則政府所提出的最適租稅制度，除了包括一組高低所得者不同的應納稅負標準之外，還須包括針對申報為低所得者的稽查機率，因此政府的政策選擇變數將包括$\{T_H^m, T_L^m, \beta^m\}$三項，其中$\beta^m$為預告的稽查機率。政府的政策計劃$P^m$則可表示為：

$$\max_{\{T_H^m, T_L^m, \beta^m\}} \quad qT_H^m + (1-q)(T_L^m - \beta^m A) \text{，} \tag{2.3}$$

$$\text{s.t.} \quad qU(Y_H - T_H^m) + (1-q)U(Y_L - T_L^m) \geq \overline{U} \text{，} \tag{2.4}$$

$$U(Y_H - T_H^m) \geq (1-\beta^m)U(Y_H - T_L^m) \text{。} \tag{2.5}$$

上述(2.3)式為極大化政府預期淨收入的目標函數。而限制條件式則有兩項，除了政府必須使得納稅人稅後預期效用至少維持在某一既定的$\overline{U}$水準((2.4)式)之外，還增加了(2.5)式的誘因限制式(incentive constraint)。該式表示高所得者採取誠實申報所獲致的效用，必須大於(或等於)謊報為低所得者的預期效用。因此，在上述誘因限制式下，可以確保達到高所得者誠實申報的結果。又因為高所得者必然採取誠實申報策略，所以由(2.3)式所顯示的政府淨收入中，政府的查核工作僅產生稽查成本，而不會帶來任何的罰款收入。因此，此種預告稽查機率模型的特徵，是要利用查核作為嚇阻的手段，來誘使高所得的納稅人誠實申報所得，而並非為了取得查獲謊報的罰款。然而，為了取信於納稅人，政府在事後即使明知沒有人謊報所得，仍然會依照預告的稽查機率來進行查核。

命題 2.3.1　當$A>0$時，$U'(Y_L-T_L^{m*})-U'(Y_H-T_H^{m*})>0$，且$0\le\beta^{m*}<1$。

為了說明上述命題的內容，我們先將計劃P^m轉化成拉式函數(Lagrange function)的形式如下：

$$\Lambda^m = qT_H^m+(1-q)(T_L^m-\beta^m A)+\lambda_1^m[qU(Y_H-T_H^m)+(1-q)U(Y_L-T_L^m)-\overline{U}]+ \\ \lambda_2^m[U(Y_H-T_H^m)-(1-\beta^m)U(Y_H-T_L^m)]。 \tag{2.6}$$

其中λ_1^m、λ_2^m兩者為拉式乘數(Lagrange multiplier)，且$\lambda_1^m\ge 0$，$\lambda_2^m\ge 0$。然後求解計劃P^m[8]，可以得知最適均衡解$\{T_H^{m*},T_L^{m*},\beta^{m*}\}$必須滿足以下的一般條件式：

[8] 有關求解計劃P^m的過程，詳見附錄一。

$$U'(Y_L - T_L^{m*}) - U'(Y_H - T_H^{m*})$$

$$= \frac{\lambda_2^m}{\lambda_1^m(1-q)(\lambda_1^m q + \lambda_2^m)}[(1-q) + (\lambda_1^m q + \lambda_2^m)(1-\beta^{m*})U'(Y_H - T_L^{m*})]。 \qquad (2.7)$$

經由上式可判定$U'(Y_L - T_L^{m*}) - U'(Y_H - T_H^{m*}) \geq 0$。我們分別依下列兩種情況來解釋(2.7)式的意義。第一種情況是當$A = 0$時，即表示政府對納稅人的所得水準具有完全訊息的情況。此時$\lambda_2^m = 0$[9]，所以政策計劃P^m即簡化為計畫P^c。另外，根據(2.7)式亦可知，此時最適均衡解仍然必須滿足$U'(Y_L - T_L^{m*}) - U'(Y_H - T_H^{m*}) = 0$或$Y_H - T_H^{m*} = Y_L - T_L^{m*}$的條件，即最適所得稅的稅負結構應使得每個納稅人的稅後所得為彼此相等。第二種情況是當$A > 0$時，即表示政府對納稅人的所得水準不具有完全訊息的情況。此時$\lambda_2^m > 0$，故(2.5)式的等號必須成立[10]，所以可知

$$\beta^{m*} = [U(Y_H - T_L^{m*}) - U(Y_H - T_H^{m*})]/U(Y_H - T_L^{m*})\ 。$$

又根據(2.7)式可知，最適均衡解必須滿足$U'(Y_L - T_L^{m*}) - U'(Y_H - T_H^{m*}) > 0$，或$Y_H - T_H^{m*} > Y_L - T_L^{m*}$的條件。此外，根據上述條件，我們亦可進一步確知$U(Y_H - T_H^{m*}) \neq 0$[11]，故$0 \leq \beta^{m*} < 1$。以上的說明，即為命題 2.3.1 的內容。□

命題 2.3.1 的推論表示當政府對納稅人的所得水準不具有完全訊息時，若政府擬採行事前預告稽查機率的查核策略，以達到高所得者誠實申報的目的，則此時政府所提出的最適所得稅制度，必須使得高

[9] 可參考附錄一的(A3)式。

[10] 可參考附錄一的(A3)與(A6)式。

[11] 若$U(Y_H - T_H^{m*}) = 0$，則$Y_H - T_H^{m*} = 0$。然而由於最適均衡解必須滿足$Y_H - T_H^{m*} > Y_L - T_L^{m*}$的條件, 故可知此時$Y_L - T_L^{m*} < 0$。但此與上一節中$T_L \leq Y_L$的基本假設不符。故$U(Y_H - T_H^{m*}) \neq 0$。

所得者的稅後所得高於低所得者，且政府預告的稽查機率小於一(即政府不會採取百分之一百的稽查策略)。

接下來我們比較政策計劃 P^c 與 P^m 兩者的差異，並藉此進一步說明命題 2.3.1 的經濟意義。計劃 P^c 表示在政府對納稅人的所得水準具有完全訊息的情況下，最適所得稅的稅負結構必須使高、低所得者的稅後所得彼此相等；而計劃 P^m 則表示在政府對納稅人的所得水準不具有完全訊息，且政府擬事前預告稽查機率的情況下，最適所得稅的稅負結構必須使高所得者的稅後所得較低所得者為高。藉由上述結論可知，在其他條件不變下，$T_H^{c*} - T_L^{c*} = Y_H - Y_L$，而 $T_H^{m*} - T_L^{m*} < Y_H - Y_L$。所以，$T_H^{c*} - T_L^{c*} > T_H^{m*} - T_L^{m*}$。另外，再根據(2.2)與(2.4)式，我們可進一步推知下列不等式成立：

$$\frac{T_H^{c*}/Y_H}{T_H^{m*}/Y_H} > \frac{T_L^{c*}/Y_L}{T_L^{m*}/Y_L}$$ [12]。

由上述不等式，我們可知計劃 P^m 下的最適所得稅制度，其累進程度較計劃 P^c 者為低。由於計劃 P^m 乃建立在政府對納稅人的所得水準不具有完全訊息之下，同時，低所得者並無謊報所得的動機。然而，高所得者相較於政府而言，卻具有掌握所得資訊的優勢，即其可以謊報為低所得者而獲得減輕稅負的利益。所以，為了達到高所得者誠實申報並繳納較高稅負的目的，此時政府所提出的最適所得稅制度，便必須使得事後高所得者的稅後所得能夠高於低所得者。這種安排相較於計劃 P^c 而言，可以說是政府給予高所得者若干程度的資訊租(information rent)，以作為其握有所得資訊優勢的代價，並藉此誘使其沒有

[12] 我們判斷某一租稅制度是否具有累進性，是以關係式 $(T_H / Y_H) > (T_L / Y_L)$ 是否成立作為標準。同理，P^m 下的租稅制度，其累進程度是否相對較計劃 P^c 下的為高，可以彷前述建立關係式 $[(T_H^{c*} / Y_H)/(T_H^{m*} / Y_H)] > [(T_L^{c*} / Y_L)/(T_L^{m*} / Y_L)]$ 作為判斷標準。

動機謊報所得。

另一方面，我們已知在此情況下，政府的稽查手段其實乃為嚇阻工具，目的在誘使高所得納稅人誠實申報所得，所以查核工作僅為政府帶來直接的稽查成本，並不會增加任何的罰款收入。然而，若再觀察(2.5)式可知，政府的查核手段亦有進一步間接減少高所得者資訊租的作用。即在其他條件不變下，若β^{m*}增加，T_H^{m*}大於T_L^{m*}的相對幅度亦會增加。換言之，政府增加稽查機率，固然會直接增加政府事後的實地稽查成本，但卻也間接產生降低高所得者資訊租的利益。

綜合以上的分析我們可得知，在政府必須付出實地稽查成本才能確知納稅人所得水準的情況下，若此時擬採取事前預告稽查機率的稽查策略，則政府可以同時運用兩種工具，以使得高所得納稅人沒有動機謊報所得。其一為政府讓高所得者擁有若干程度的資訊租，以作為利誘手段。即政府提出的最適所得稅稅負結構，會使得高所得者的稅後所得高於低所得者。另一則是政府以事前預告的稽查機率作為嚇阻工具。由於政府可以同時利用上述兩種政策工具，因此無須藉由預告百分之一百的稽查機率，來杜絕高所得者謊報所得的行為。只是，由於高所得者事後會選擇誠實申報所得，所以此時會出現政府在明知沒有人逃漏稅的情況下，仍將依照其預告的稽查機率去進行查核的特殊現象。

2.4 不具有完全訊息下之最適所得稅分析－未預告稽查機率

當政府對納稅人的所得水準不具有完全訊息時，如果政府決定不採取事前向納稅人預告稽查機率的查核策略，而是考慮納稅人可能的

行為後再決定稽查機率，則此時納稅人是否(或如何)逃漏稅與政府是否(或如何)查核，兩者會如何決定，可視為一個互為影響的賽局。我們根據此一賽局架構，建立一個兩階段模型來進行最適所得稅分析。該兩階段模型的內容與意義，首先說明如下：

在模型的第一階段，政府部門先提出一組(最適)所得稅制度，內容包括針對高、低所得者分別課徵的稅負水準，此時政府的政策選擇變數組合為$\{T_H^n, T_L^n\}$。接下來便進入第二階段。在第二階段中，當納稅人的所得為Y_L時，會選擇誠實申報，但當他們的所得為Y_H時，則假設他們有τ的機率會謊報所得為Y_L(即僅有$1-\tau$的機率會誠實申報所得)，$0 \le \tau \le 1$。此時，對政府而言，其面臨納稅人申報所得為Y_H或Y_L的機率將分別為f_H與f_L，$f_H = q - q\tau$，$f_L = 1 - q + q\tau$，$0 < f_H, f_L < 1$。另外，假設政府在第二階段中，對申報為低所得的納稅人，以β^n的稽查機率進行查核，其中謊報之高所得者佔申報為低所得納稅人的比例為$\mu(\tau)$，故$\mu(\tau) = q\tau/(1-q+q\tau)$。

為了決定最適所得稅制度，政府此時所須考慮的限制條件，除了維持納稅人的預期效用在某一個既定水準之上，還包括納稅人與政府在第二階段最適選擇的均衡條件。因此，我們可以將政府的政策計劃P^n表示如下：

$$\max_{\{T_H^n, T_L^n\}} \quad f_L\{(1-\beta^n)T_L^n + \beta^n[\mu(\tau)(Y_H - A) + (1-\mu(\tau))(T_L^n - A)]\} + f_H T_H^n \text{，} \tag{2.8}$$

$$\text{s.t.} \quad q[\tau(1-\beta^n)U(Y_H - T_L^n) + (1-\tau)U(Y_H - T_H^n)] + (1-q)U(Y_L - T_L^n) \ge \overline{U} \text{，} \tag{2.9}$$

$$\beta^n \in \arg\max_{\tilde{\beta}^n} (1-\tilde{\beta}^n)T_L^n + \tilde{\beta}^n[\mu(\tau)(Y_H - A) + (1-\mu(\tau))(T_L^n - A)] \text{，} \tag{2.10}$$

$$\tau \in \arg\max_{\tilde{\tau}} \tilde{\tau}(1-\beta^n)U(Y_H - T_L^n) + (1-\tilde{\tau})U(Y_H - T_H^n) \text{。} \tag{2.11}$$

以上(2.8)式為目標函數，主要在極大化政府的預期淨收入，(2.9)式限制納稅人事後的預期效用必須維持於$\overline{U}$的水準之上。至於(2.10)式與(2.11)式則分別表示在第一階段給定$\{T_H^n, T_L^n\}$之下，政府及高所得者在第二階段時，各自決定其均衡稽查率β^n與均衡逃漏率τ。即是在第二階段時，政府會選擇$\tilde{\beta}^n$以求取$\pi(\tau, \tilde{\beta}^n)$為最大。其中

$$\pi(\tau, \tilde{\beta}^n) = (1-\tilde{\beta}^n)T_L^n + \tilde{\beta}^n[\mu(\tau)(Y_H - A) + (1-\mu(\tau))(T_L^n - A)]，$$

π是政府對申報為低所得者進行查核的預期淨收入。至於高所得者則會選擇$\tilde{\tau}$來追求$\upsilon(\tilde{\tau}, \beta^n)$最大。其中

$$\upsilon(\tilde{\tau}, \beta^n) = \tilde{\tau}(1-\beta^n)U(Y_H - T_L^n) + (1-\tilde{\tau})U(Y_H - T_H^n)，$$

υ為高所得者的預期效用。

2.4.1 均衡稽查率與均衡逃漏率分析

為了決定第一階段的最適所得稅制度，我們必須將 Graetz & Reinganum & Wilde 的分析，先轉換成此處第二階段有關均衡稽查率與均衡逃漏率的分析。在進行第二階段的相關分析之前，我們先給予若干定義如下：

首先，給定任何$\tilde{\tau}$值下，定義$\hat{\beta}^n(\tilde{\tau})$為政府的最佳反應策略(函數)，則$\pi(\tilde{\tau}, \hat{\beta}^n) \geq \pi(\tilde{\tau}, \tilde{\beta}^n)$, $\forall \tilde{\beta}^n$。將$\pi(\tilde{\tau}, \tilde{\beta}^n)$函數對$\tilde{\beta}^n$微分求極大值，可以得到一階條件式為$\mu(\tilde{\tau})(Y_H - T_L^n) - A = 0$，故知此時滿足$\pi(\tilde{\tau}, \tilde{\beta}^n)$為極

大之條件為

$\mu(\tilde{\tau}) = A/(Y_H - T_L^n)$ 。

令此一 $\mu(\tilde{\tau})$ 值為 $\bar{\mu}$ ，故在 $\mu(\bar{\tau}) = \bar{\mu} = A/(Y_H - T_L^n)$ 下，$\partial\pi(\tilde{\tau}, \tilde{\beta}^n)/\partial\tilde{\beta}^n = 0$。此時我們可以將 $\hat{\beta}^n(\tilde{\tau})$ 表示為

$$\forall\tilde{\tau}, \hat{\beta}^n(\tilde{\tau})\begin{Bmatrix} = 1, \mu(\tilde{\tau}) > \bar{\mu} \\ \varepsilon[0,1], \mu(\tilde{\tau}) = \bar{\mu} \\ = 0, \mu(\tilde{\tau}) < \bar{\mu} \end{Bmatrix}$$ [13] 。

然後，再進一步將其轉化為

$$\forall\tilde{\tau}, \hat{\beta}^n(\tilde{\tau})\begin{Bmatrix} = 1, \tilde{\tau} > \bar{\tau} \\ \varepsilon[0,1], \tilde{\tau} = \bar{\tau} \\ = 0, \tilde{\tau} < \bar{\tau} \end{Bmatrix}, \tag{2.12}$$

其中

$$\bar{\tau} = A(1-q)/q(Y_H - T_L^n - A)，\bar{\tau} \geq 0$$ [14] 。 (2.13)

其次，給定任何 $\tilde{\beta}^n$ 值下，定義 $\hat{\tau}(\tilde{\beta}^n)$ 為高所得者的最佳反應策略(函數)，則 $\upsilon(\hat{\tau}, \tilde{\beta}^n) \geq \upsilon(\tilde{\tau}, \tilde{\beta}^n), \forall\tilde{\tau}$ 。同理，將 $\upsilon(\tilde{\tau}, \tilde{\beta}^n)$ 函數對 $\tilde{\tau}$ 微分求極大值，可以得到一階條件式為 $(1-\tilde{\beta}^n)U(Y_H - T_L^n) - U(Y_H - T_H^n) = 0$ 。所以，

---

[13] $\hat{\beta}^n(\tilde{\tau})\varepsilon[0,1]$ 表示對政府而言，介於 0 至 1 的任何稽查機率，都是無差異的。

[14] 根據 Graetz & Reinganum & Wilde (1986)之分析，當 A 或 $1-q$ 相對較高的情況發生時，有可能出現 $\bar{\tau} \geq 1$ 的結果。當 $\bar{\tau} \geq 1$ 時，政府缺乏能力或誘因去進行任何查核。

我們可以令

$$\overline{\beta}^n = [U(Y_H - T_L^n) - U(Y_H - T_H^n)]/U(Y_H - T_L^n)\text{，}0 \le \overline{\beta}^n < 1\text{。} \tag{2.14}$$

在$\tilde{\beta}^n = \overline{\beta}^n$下，可以使得$\partial\upsilon(\tilde{\tau},\tilde{\beta}^n)/\partial\tilde{\tau} = 0$，滿足$\upsilon(\tilde{\tau},\tilde{\beta}^n)$函數為極大值的條件。因此，我們可以將$\hat{\tau}(\tilde{\beta}^n)$表示為：

$$\forall\tilde{\beta}^n, \hat{\tau}(\tilde{\beta}^n)\begin{cases} = 1, \tilde{\beta}^n < \overline{\beta}^n \\ \varepsilon[0,1], \tilde{\beta}^n = \overline{\beta}^n \\ = 0, \tilde{\beta}^n > \overline{\beta}^n \end{cases}\text{[15]}\text{。} \tag{2.15}$$

最後，我們定義 Nash 均衡為(τ,β^n)，而$\tau = \hat{\tau}(\beta^n)$，$\beta^n = \hat{\beta}^n(\tau)$。

輔助命題 2.4.1　當$\overline{\tau} \ge 1$時，Nash 均衡$(\tau,\beta^n) = (1,0)$。反之，當$\overline{\tau} < 1$時，Nash 均衡$(\tau,\beta^n) = (\overline{\tau},\overline{\beta}^n)$。

我們利用以下各圖(圖 2.4.1 至圖 2.4.3)來說明輔助命題 2.4.1 的內容。圖 2.4.1 至圖 2.4.3 各自描繪出在$\overline{\tau} > 1$、$\overline{\tau} = 1$與$\overline{\tau} < 1$等三種不同情況下，(2.12)與(2.15)式所分別表示的政府最佳反應函數$\hat{\beta}^n(\tilde{\tau})$(以實線表示之)與高所得者最佳反應函數$\hat{\tau}(\tilde{\beta}^n)$(以虛線表示之)，以及其兩者所共同決定的 Nash 均衡解。我們可以由各個圖中分別觀察到以下兩種結果：

(i)當$\overline{\tau} \ge 1$時，Nash 均衡解$(\tau,\beta^n) = (1,0)$(見圖 2.4.1、圖 2.4.2)。此時高所得者與政府部門均採取純粹策略(pure strategy)，即前者必定會謊

[15] $\hat{\tau}(\tilde{\beta}^n)\varepsilon[0,1]$表示對策略選擇型高所得者而言，介於 0 至 1 的任何逃漏機率，都是無差異的。

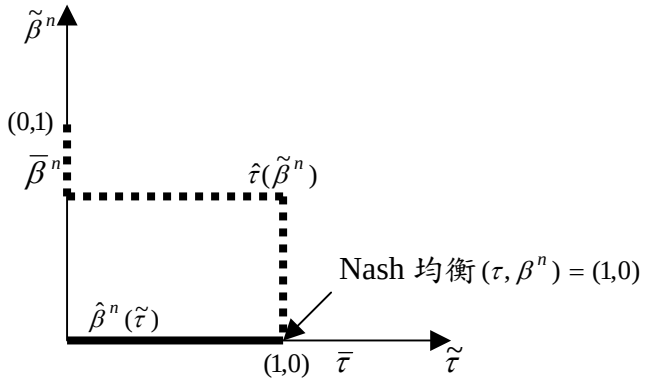

圖 2.4.1　$\bar{\tau} > 1$ 時，Nash 均衡的決定

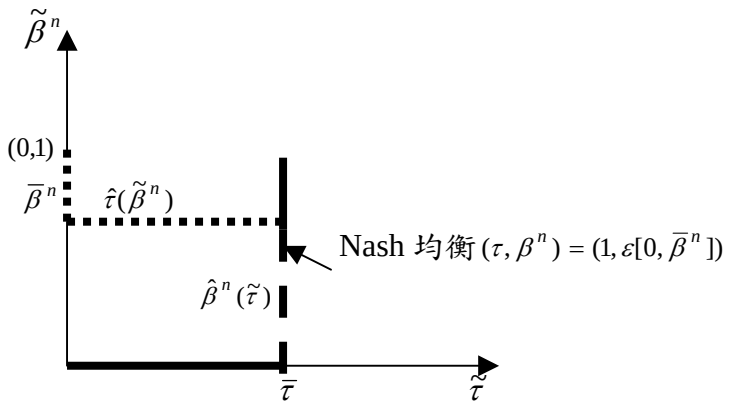

圖 2.4.2　$\bar{\tau} = 1$ 時，Nash 均衡的決定

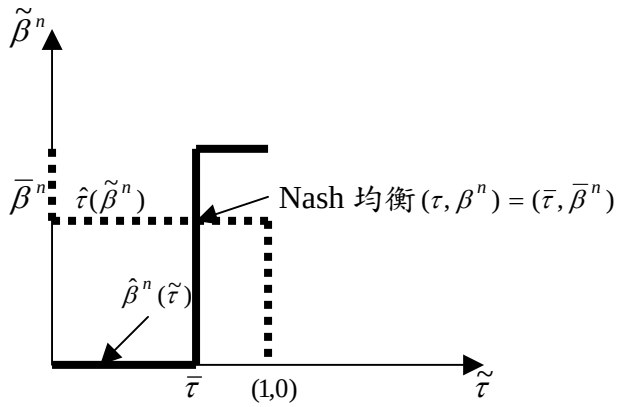

圖 2.4.3　$\bar{\tau} < 1$ 時，Nash 均衡的決定

報所得，而後者卻不會進行任何查核。此種情況發生的原因不外有二[16]，其一是因為政府的實地稽查成本(A)相對較高，其次是納稅人所得為Y_L的機率($1-q$)相對較高。前述第一種情況，表示政府缺乏查核能力；而後一種情況，則表示政府缺乏足夠誘因進行查核。但無論任何一種情況出現，納稅人均勢必會採取謊報所得的策略。

(ii)當$\bar{\tau}<1$時，Nash 均衡解$(\tau,\beta^n)=(\bar{\tau},\bar{\beta}^n)$(見圖 2.4.3)，表示高所得者與政府部門均採取混合策略(mixed strategy)。此時，由於雙方無法完全清楚彼此的策略選擇，所以將出現部分高所得者選擇謊報的情形，同時政府也會針對部分申報為低所得者進行查核。

此外，我們也可以從上述的分析確知，當政府對納稅人的所得水準不具有完全訊息，且納稅人是否(或如何)逃漏稅與政府是否(或如何)查核，兩者策略彼此互為影響時，將不會出現納稅人必定誠實申報，而政府不會進行任何查核的均衡結果(即不會出現$(\tau,\beta^n)=(0,0)$)。另一方面，除了政府缺乏查核能力與誘因的特殊狀況(即$(\tau,\beta^n)=(1,0)$)之外，由於 Nash 均衡解$(\tau,\beta^n)=(\bar{\tau},\bar{\beta}^n)$, 所以根據(2.13)與(2.14)兩式可知，$\bar{\tau}$與$\bar{\beta}^n$兩者均為$T_H^n$與$T_L^n$的函數。因此，我們可知政府在第一階段決定最適所得稅制度的稅負結構時，即已經間接決定了第二階段 Nash 均衡(τ,β^n)的結果。

2.4.2 最適均衡分析

我們將上述第二階段模型的 Nash 均衡解(τ,β^n), 帶回到第一階段

[16] 即$\bar{\tau}\geq 1$發生的原因。

來分析，便可以求解政府未事前預告稽查機率下的最適所得稅策略。我們接下來分別依下列兩種情況來進行討論。首先為$A=0$之情況，此時表示政府對納稅人的所得水準具有完全訊息。由(2.13)式可知此時$\bar{\tau}=0$。將$\bar{\tau}=0$帶入計劃P^n，可簡化成計劃P^c，故均衡解仍然必須滿足$U'(Y_H-T_H^{n*})=U'(Y_L-T_L^{n*})$或$Y_H-T_H^{n*}=Y_L-T_L^{n*}$的條件，即最適所得稅的稅負結構應使納稅人稅後所得為彼此相等。其次一種情況為$A>0$時，即表示政府對納稅人的所得水準不具有完全訊息的情況。此時，我們可再區分為下列兩種情況來討論。一是 Nash 均衡解$(\tau,\beta^n)=(1,0)$，另一是 Nash 均衡解$(\tau,\beta^n)=(\bar{\tau},\bar{\beta}^n)$，而$0<\bar{\tau}<1$，$0\le\bar{\beta}^n<1$。

一、Nash 均衡解$(\tau,\beta^n)=(1,0)$

如前節所述，當實地稽查成本(A)相對較高，或納稅人所得為Y_L的機率$(1-q)$相對較高時，均有可能出現高所得者在第二階段必定會謊報所得，而政府卻不會進行任何查核的均衡狀態。此時，政府在第一階段所提出的最適所得稅制度，其稅負結構必須為$T_H^{n*}=T_L^{n*}$，即讓高、低所得者均繳納相同的稅負。此一最適所得稅制度無異表示即使政府因稽查成本過高或是基於其他因素而未能進行查核，但由於納稅人無論是否謊報都不會改變其最終稅負，故不會有任何謊報所得的租稅誘因。我們若進一步與計劃P^c的結果相比較，此種最適所得稅制度亦隱含著在政府缺乏查核能力或是缺乏足夠查核誘因的情況下，必須針對高所得者所掌握的所得資訊，而承認其相對於低所得者的優勢地位。此一優勢地位，即為政府令高、低所得者均繳納相同的稅負，因而使得高所得者的稅後所得較低所得者為高。

二、Nash 均衡解$(\tau,\beta^n)=(\bar{\tau},\bar{\beta}^n)$

在第二階段分析中，如果考慮到有部分高所得者會謊報所得的情況，同時政府也會對部分申報為低所得的納稅人進行查核，則我們將此時的 Nash 均衡結果$(\bar{\tau},\bar{\beta}^{n})$帶入計劃 P^{n} 後，以計劃 P 表示，並進一步分析如下：

$$\max_{\{T_H^n, T_L^n\}} \quad \frac{(1-q)(Y_H - T_L^n)}{Y_H - T_L^n - A} T_L^n + \frac{q(Y_H - T_L^n) - A}{Y_H - T_L^n - A} T_H^n \text{，} \tag{2.16}$$

$$\text{s.t.} \quad qU(Y_H - T_H^n) + (1-q)U(Y_L - T_L^n) \geq \overline{U} \text{，} \tag{2.17}$$

其中

$$\frac{(1-q)(Y_H - T_L^n)}{Y_H - T_L^n - A} = f_L \text{，}$$

$$\frac{q(Y_H - T_L^n) - A}{Y_H - T_L^n - A} = f_H \text{。}$$

前述(2.16)與(2.17)式對應在計劃 P^{n} 中，即分別為(2.8)與(2.9)式。求解計劃 P[17]，可知此時均衡解必須滿足的條件式為

$$U'(Y_L - T_L^{n*}) = \delta U'(Y_H - T_H^{n*}) \text{，} \tag{2.18}$$

其中

$$\delta = \frac{q[(Y_H - T_L^{n*})^2 - A(Y_H - T_L^{n*}) - A(Y_H - T_L^{n*})]}{q[(Y_H - T_L^{n*})^2 - A(Y_H - T_L^{n*}) - A(T_H^{n*} - T_L^{n*})] - A[Y_H - qT_H^{n*} - (1-q)T_L^{n*} - A]} \text{。}$$

[17] 求解 P 的過程，詳見附錄二。

由上述(2.18)式的均衡條件式，我們可知$\delta > 0$。為了能夠進一步比較$U'(Y_H - T_H^{n*})$與$U'(Y_L - T_L^{n*})$兩者間的大小，我們先對δ加以分析。令

$$Z = q[(Y_H - T_L^{n*})^2 - A(Y_H - T_L^{n*}) - A(T_H^{n*} - T_L^{n*})], \tag{2.19}$$

則δ可簡化表示為

$$\delta = \frac{Z}{Z - A[Y_H - qT_H^{n*} - (1-q)T_L^{n*} - A]} \text{。} \tag{2.20}$$

但由於已知$\delta > 0$，故Z必不為零，且以下兩種情形必有一為真，即

$Z > 0$，且$Z - A[Y_H - qT_H^{n*} - (1-q)T_L^{n*} - A] > 0$,

或

$Z < 0$，且$Z - A[Y_H - qT_H^{n*} - (1-q)T_L^{n*} - A] < 0$。

輔助命題 2.4.2 $Z > 0$且$Z - A[Y_H - qT_H^{n*} - (1-q)T_L^{n*} - A] > 0$成立。故在計劃$P$中，我們僅須討論以下三種情況：

(i) $Y_H - qT_H^{n*} - (1-q)T_L^{n*} - A > 0$，$\delta > 1$。

(ii) $Y_H - qT_H^{n*} - (1-q)T_L^{n*} - A = 0$，$\delta = 1$。

(iii) $Y_H - qT_H^{n*} - (1-q)T_L^{n*} - A < 0$，$\delta < 1$。

因此，計劃P的分析結果並不適用於$Y_H - qT_H^{n*} - (1-q)T_L^{n*} - A < 0$, 但$Z < 0$的情況。

為了說明上述輔助命題的意義，我們首先利用(2.19)式有關 Z 的定義，針對 Z 與 $Z-A[Y_H-qT_H^{n^*}-(1-q)T_L^{n^*}-A]$ 作進一步地拆解，可得

$$Z=q\{[Y_H-qT_H^{n^*}-(1-q)T_L^{n^*}-A](Y_H-T_L^{n^*})+[q(Y_H-T_L^{n^*})-A](T_H^{n^*}-T_L^{n^*})\}, \tag{2.21}$$

$$Z-A[Y_H-qT_H^{n^*}-(1-q)T_L^{n^*}-A]=[q(Y_H-T_L^{n^*})-A](Y_H-T_L^{n^*}-A)。 \tag{2.22}$$

其次，根據(2.16)式，可知(2.21)與(2.22)兩式等號右方中 $[q(Y_H-T_L^{n^*})-A]$ 的部分應為正值[18]。又基於稽征成本合理化的假設，已知(2.22)式等號右方中 $(Y_H-T_L^{n^*}-A)$ 的部分亦為正值。因此，我們可確知(2.22)式等號右方必然為正。故該式等號左方部分，即 $Z-A[Y_H-qT_H^{n^*}-(1-q)T_L^{n^*}-A]$ 亦必為正值。於是，根據前述(2.20)式 δ 的定義可知，$\delta>0$ 必然隱含 $Z>0$，且 $Z-A[Y_H-qT_H^{n^*}-(1-q)T_L^{n^*}-A]>0$ 應同時成立。但另一方面，我們可以利用 $[Y_H-qT_H^{n^*}-(1-q)T_L^{n^*}]$ 與 A 之間的大小關係，並根據(2.21)與(2.22)兩式的相關定義，進一步區分出以下各種可能情況：

(i) $Y_H-qT_H^{n^*}-(1-q)T_L^{n^*}-A>0$，$Z>0$，$Z-A[Y_H-qT_H^{n^*}-(1-q)T_L^{n^*}-A]>0$，$\delta>1$。

(ii) $Y_H-qT_H^{n^*}-(1-q)T_L^{n^*}-A=0$，$Z>0$，$Z-A[Y_H-qT_H^{n^*}-(1-q)T_L^{n^*}-A]=Z$，$\delta=1$。

(iii) $Y_H-qT_H^{n^*}-(1-q)T_L^{n^*}-A<0$，$Z>0$，$Z-A[Y_H-qT_H^{n^*}-(1-q)T_L^{n^*}-A]>0$，$\delta<1$。

(iv) $Y_H-qT_H^{n^*}-(1-q)T_L^{n^*}-A<0$，$Z<0$，$Z-A[Y_H-qT_H^{n^*}-(1-q)T_L^{n^*}-A]>0$。

[18] 根據(2.16)式及 f_H 的定義，可以判斷 $[q(Y_H-T_L^{n^*})-A]$ 必須為正值。

藉由前述分析，已知$Z>0$且$Z-A[Y_H-qT_H^{n*}-(1-q)T_L^{n*}-A]>0$，故上述(iv)情況應予排除。換言之，計劃 P 的分析必須適用於A值在一定水準之內方為可行，否則當A值超越$[Y_H-qT_H^{n*}-(1-q)T_L^{n*}]$過多，便有可能出現$Z<0$的情況[19]。為了說明上述限制的經濟意義，我們可以視$[Y_H-qT_H^{n*}-(1-q)T_L^{n*}]$為政府懲處高所得者謊報的罰款，此一罰款額度為內生決定[20]。故計劃 P 的分析限制，實即表示政府的實地查核成本必須和內生決定的罰款額維持一定的關係，此一關係如以數學式表示，即為$Z>0$。

命題 2.4.1 在計劃 P 中，均衡解有下列三種可能的結果：

(i)當$Y_H-qT_H^{n*}-(1-q)T_L^{n*}>A$時，則$\delta>1$，故$U'(Y_H-T_H^{n*})<U'(Y_L-T_L^{n*})$，或即$Y_H-T_H^{n*}>Y_L-T_L^{n*}$。

(ii)當$Y_H-qT_H^{n*}-(1-q)T_L^{n*}=A$時，則$\delta=1$，故$U'(Y_H-T_H^{n*})=U'(Y_L-T_L^{n*})$，或即$Y_H-T_H^{n*}=Y_L-T_L^{n*}$。

(iii)當$Y_H-qT_H^{n*}-(1-q)T_L^{n*}<A$時，則$\delta<1$，故$U'(Y_H-T_H^{n*})>U'(Y_L-T_L^{n*})$，或即$Y_H-T_H^{n*}<Y_L-T_L^{n*}$。

命題 2.4.1 乃根據輔助命題 2.4.2 與最適均衡條件式(即(2.18)式)得出。根據命題 2.4.1 的結論可知，當納稅人是否(或如何)逃漏稅與政府是否(或如何)查核，兩項策略互為影響時，如果有部分的高所得者會謊報所得，而政府也會對部分申報為低所得的納稅人進行查核，則此時最適所得稅制度的稅負結構，將取決於政府實地查核成本與內

[19] 此時即屬於政府缺乏查核能力的情況，所以 Nash 均衡解$(\tau,\beta^n)=(1,0)$。

[20] 政府查獲高所得者謊報時，會完全沒收納稅人的所得$Y_H-T_L^{n*}$，而$Y_H-T_L^{n*}=q(T_H^{n*}-T_L^{n*})+[Y_H-qT_H^{n*}-(1-q)T_L^{n*}]$。其中$T_H^{n*}-T_L^{n*}$為補稅額，而$Y_H-qT_H^{n*}-(1-q)T_L^{n*}$則可視為懲處高所得者謊報的罰款。

生性罰款額兩者之間的相對大小。當前者小於後者時，最適所得稅制度應使得高所得者的稅後所得較低所得者為高；當前者等於後者時，最適所得稅制度應使得高、低所得者的稅後所得彼此相等；當前者大於後者時，最適所得稅制度會造成高所得者的稅後所得較低所得者為低的特殊逆轉現象。

由命題 2.4.1 中的情況(i)到(iii)，我們可知在其他條件不變下，最適所得稅制度表示隨著(內生性)罰款額從由大於、等於到小於政府實地查核成本，補稅額$T_H^{n*}-T_L^{n*}$將逐步遞增。這個現象反映出，政府在考慮部分高所得者可能採取逃漏稅選擇，如果決定在第二階段採取必要的查核行動時，政府查獲謊報所能收取的(內生性)罰款額與實地查核成本兩者之間的大小關係，決定了最適所得稅的結構內容。上述結論的合理性，主要建立在政府必須藉由調整補稅額$T_H^{n*}-T_L^{n*}$的大小，來達到查獲謊報所得的淨利益不致為負值的結果。所以當(內生性)罰款額小於查核成本時，政府部門勢必得藉由增加$T_H^{n*}-T_L^{n*}$的差距，來增加其查核的淨利益，於是形成政府事前提出最適的所得稅制度，出現$Y_H-T_H^{n*}<Y_L-T_L^{n*}$的特殊逆轉情況。此一條件相對於政府對納稅人所得具有完全訊息的情況，可說隱含政府將給予高所得者因擁有所得資訊優勢的懲罰。但是事實上，此時高所得者在第二階段的逃漏機率勢必很高，而政府因為受限於(內在性)罰款額小於實地查核成本，故可能不會採取很高的機率的進行查核。反之，當(內生性)罰款額大於於查核成本時，$T_H^{n*}-T_L^{n*}$的差距也會相對縮小，所以政府事前提出的最適所得稅制度將會滿足$Y_H-T_H^{n*}>Y_L-T_L^{n*}$的條件。唯此一條件相對於政府對納稅人所得具有完全訊息的情況，仍然隱含政府將給予高所得者因擁有所得資訊優勢而產生的利益，所以高所得者在第二階段的逃漏率將相對減少，而政府也無須採取高機率的查核行動。

在前一小節討論第二階段政府與納稅人的最適選擇時，我們已經闡明政府在第一階段決定最適所得稅制度的同時，即間接決定了第二階段 Nash 均衡(τ, β^n)結果。此項論述可以幫助我們對於命題 2.4.1 的結論有更進一步的了解。所以，該命題所指出的三種不同最適所得稅制度，在第二階段將產生不同的 Nash 均衡解。

我們接下來比較政策計劃 P^c 與 P 兩者的差異。計劃 P^c 表示在政府對納稅人的所得水準具有完全訊息下，最適所得稅的稅負結構必須使高、低所得者的稅後所得彼此相等；而計劃 P 則表示當政府對納稅人的所得水準不具有完全訊息時，如果政府決定不採取事前向納稅人預告稽查機率的查核策略，而是考慮納稅人的可能行為後再決定稽查機率，則此時(內生性)罰款額與實地查核成本兩者之間的大小關係，將影響最適所得稅的結構內容。我們藉由上述結論，並根據(2.2)與(2.17)兩式可知，在其他條件不變下，計劃 P 下最適所得稅制度的累進程度，相較於計劃 P^c 者，究竟較為低、相同、或高，亦取決於(內生性)罰款額與實地查核成本兩者之間的大小關係。即當(內生性)罰款額大於查核成本時，下列不等式應成立[21]：

$$\frac{T_H^{c*}/Y_H}{T_H^{n*}/Y_H} > \frac{T_L^{c*}/Y_L}{T_L^{n*}/Y_L}。$$

故此時計劃 P 下的最適所得稅制度，其累進程度較計劃 P^c 者為低；當(內生性)罰款額等於查核成本時，下列不等式應成立：

$$\frac{T_H^{c*}/Y_H}{T_H^{n*}/Y_H} = \frac{T_L^{c*}/Y_L}{T_L^{n*}/Y_L}。$$

[21] 有關兩計畫下租稅制度的累進程度比較，參考註釋 12 的說明。

故此時計劃 P 下的最適所得稅制度，其累進程度與計劃 P^c 者一致；當(內生性)罰款額小於查核成本時，下列不等式應成立：

$$\frac{T_H^{c*}/Y_H}{T_H^{n*}/Y_H} < \frac{T_L^{c*}/Y_L}{T_L^{n*}/Y_L}。$$

故此時計劃 P 下的最適所得稅制度，其累進程度較計劃 P^c 者為高。

2.5. 外生性罰款之模型分析

本模型在以上各小節分析中，均假設政府會針對謊報所得者，採取一經查獲將完全沒收納稅人所得的對策。但在稽徵實務上，我們常見到的是政府對查獲謊報所得者，採取補稅併科罰款的懲罰性措施。因此，本小節以下的分析，將修改有關的基本假設，令政府發現高所得納稅人出現謊報的情形時，並不採取完全沒收納稅人所得的對策，而是要求其補稅並處以罰款 F，$F \geq 0$，F 為外生給定。另外，我們假設 $A < T_H + F - T_L$，$T_L + F \leq Y_L$ 與 $T_H + F \leq Y_H$。第一項表示政府為查核而付出的成本不會超過因為查獲謊報所增加的收益。後兩項則表示納稅人最大的總負擔將有一定限度，即不能超過其所得總額。變更上述假設後，我們仿照先前各節的分析，分別討論具有完全訊息與不具有完全訊息下，政府對納稅人課征最適所得稅的問題。

若政府對納稅人的所得水準具有完全訊息，則此時政府的政策計劃仍將維持 P^c 不變，均衡解依然必須滿足 $U'(Y_H - T_H^{c*}) = U'(Y_L - T_L^{c*})$ 或 $Y_H - T_H^{c*} = Y_L - T_L^{c*}$ 的條件。即最適所得稅的稅負結構應維持每個納稅人的稅後所得為彼此相等。然而，若政府對納稅人的所得水準不具有完

全訊息，則不論政府是否事前預告稽查機率，均會根據外生給定的罰款不同而調整其政策命題。首先，當政府事前向納稅人預告稽查機率，以期達到納稅人誠實申報的目的時，其政策計劃將調整為 $P^{m'}$，內容為：

$$\max_{\{T_H^{m'},T_L^{m'},\beta^{m'}\}} \quad qT_H^{m'}+(1-q)(T_L^{m'}-\beta^{m'}A)\text{，} \tag{2.23}$$

$$\text{s.t.} \quad qU(Y_H-T_H^{m'})+(1-q)U(Y_L-T_L^{m'})\geq \overline{U}\text{，} \tag{2.24}$$

$$U(Y_H-T_H^{m'})\geq(1-\beta^{m'})U(Y_H-T_L^{m'})+\beta^{m'}U(Y_H-T_H^{m'}-F)\text{。} \tag{2.25}$$

計劃 $P^{m'}$與 P^{m} 的差異僅在於誘因限制式部分，即為(2.25)式的內容。但該限制式所表示的意義並未改變，即高所得者採取誠實申報所得的效用，必須大於(或等於)謊報為低所得者的預期效用。此外，求解與分析計劃 $P^{m'}$，所得到的結果也並未改變命題 2.3.1 的推論，即政府所提出的最適所得稅制度，應使得高所得者的稅後所得高於低所得者，且政府不會採取百分之一百的稽查策略。

其次，若為政府對納稅人的所得水準不具有完全訊息，且不會事前預告稽查機率，而是採取考慮納稅人行為選擇後再決定稽查機率的策略，則當謊報罰款為外生給定時，政府的政策計劃將調整為 $P^{n'}$。內容如下：

$$\max_{\{T_H^{n'},T_L^{n'}\}} \quad f_L'\{(1-\beta^{n'})T_L^{n'}+\beta^{n'}[\mu(\tau')(T_H^{n'}+F-A)+(1-\mu(\tau'))(T_L^{n'}-A)]\}+f_H'T_H^{n'}\text{，} \tag{2.26}$$

s.t.

$$q\{\tau'[(1-\beta^{n'})U(Y_H-T_L^{n'})+\beta^{n'}U(Y_H-T_H^{n'}-F)]+(1-\tau')U(Y_H-T_H^{n'})\}+$$
$$(1-q)U(Y_L-T_L^{n'})\geq\overline{U}\text{，}\tag{2.27}$$

$$\beta^{n'}\in\arg\max_{\tilde{\beta}^{n'}}(1-\tilde{\beta}^{n'})T_L^{n'}+\tilde{\beta}^{n'}[\mu(\tau')(T_H^{n'}+F-A)+(1-\mu(\tau'))(T_L^{n'}-A)]\text{，}\tag{2.28}$$

$$\tau'\in\arg\max_{\tilde{\tau}'}\tilde{\tau}'[(1-\beta^{n'})U(Y_H-T_L^{n'})+\beta^{n'}U(Y_H-T_H^{n'}-F)]+(1-\tilde{\tau}')U(Y_H-T_H^{n'})\text{。}\tag{2.29}$$

上述(2.26)式的目標函數在極大化政府淨收入。(2.27)式則表示政府必須使得納稅人事後的預期效用維持於$\overline{U}$的水準之上。至於(2.28)式與(2.29)式代表在第一階段給定$\{T_H^{n'},T_L^{n'}\}$的政策組合下，政府及高所得者在第二階段分別決定的均衡稽查率$\beta^{n'}$與均衡逃漏率τ'的條件式。在第二階段時，政府選擇$\tilde{\beta}^{n'}$以追求$\pi(\tau',\tilde{\beta}^{n'})$為最大。其中

$$\pi(\tau',\tilde{\beta}^{n'})=(1-\tilde{\beta}^{n'})T_L^{n'}+\tilde{\beta}^{n'}[\mu(\tau')(T_H^{n'}+F-A)+(1-\mu(\tau'))(T_L^{n'}-A)]\text{，}$$

π為政府查核的預期淨收入。至於高所得者則選擇$\tilde{\tau}'$來追求$\upsilon(\tilde{\tau}',\beta^{n'})$最大。$\upsilon(\tilde{\tau}',\beta^{n'})$為預期效用，且

$$\upsilon(\tilde{\tau}',\beta^{n'})=\tilde{\tau}'[(1-\beta^{n'})U(Y_H-T_L^{n'})+\beta^{n'}U(Y_H-T_H^{n'}-F)]+(1-\tilde{\tau}')U(Y_H-T_H^{n'})\text{。}$$

接下來我們仿照 2.4.1 小節，進行有關均衡稽查率與均衡逃漏率的分析。如同輔助命題 2.4.1 的推論，此時第二階段分析也同樣可以區分為下列兩種情況，即(i)當$\tilde{\tau}'\geq1$時，Nash 均衡解$(\tau',\beta^{n'})=(1,0)$。(ii)

當 $0<\bar{\tau}'<1$ 時，Nash 均衡解 $(\tau',\beta^{n'})=(\bar{\tau}',\bar{\beta}^{n'})$ 。其中

$\bar{\tau}'=A(1-q)/q(T_H^{n'}+F-T_L^{n'}-A)$ ， $\bar{\tau}'\geq 0$ ，

$\bar{\beta}^{n'}=[U(Y_H-T_L^{n'})-U(T_H-T_H^{n'})]/[U(Y_H-T_L^{n'})-U(Y_H-T_H^{n'}-F)]$ ， $0\leq\bar{\beta}^{n'}<1$ 。

最後，我們再仿照 2.4.2 小節，進行最適均衡分析。仿前述做法，我們將以上第二階段的 Nash 均衡解 $(\tau',\beta^{n'})$，置入第一階段的政策計劃 $P^{n'}$ 中來進行分析。根據同樣的分析過程，我們不難得知當 Nash 均衡解為 $(\tau',\beta^{n'})=(1,0)$ 時，最適所得稅制度的稅負結構應為 $T_H^{n'*}=T_L^{n'*}$ ，亦即讓高低所得者繳納相同的稅負，故高所得者的稅後所得將較低所得者為高。

另一方面，當第二階段的 Nash 均衡解為 $(\tau',\beta^{n'})=(\bar{\tau},\bar{\beta}^{n'})$ 時，將此解帶入計劃 $P^{n'}$ 後，以 P' 表示如下：

$$\max_{\{T_H^{n'},T_L^{n'}\}} \quad \frac{(1-q)(T_H^{n'}+F-T_L^{n'})}{T_H^{n'}+F-T_L^{n'}-A}T_L^{n'}+\frac{q(T_H^{n'}+F-T_L^{n'})-A}{T_H^{n'}+F-T_L^{n'}-A}T_H^{n'}, \tag{2.30}$$

$$\text{s.t.} \quad qU(Y_H-T_H^{n'})+(1-q)U(Y_L-T_L^{n'})\geq\bar{U} \text{ 。} \tag{2.31}$$

其中

$$\frac{(1-q)(T_H^{n'}+F-T_L^{n'})}{T_H^{n'}+F-T_L^{n'}-A}=f_L' \text{ ，}$$

$$\frac{q(T_H^{n'}+F-T_L^{n'})-A}{T_H^{n'}+F-T_L^{n'}-A}=f_H' \text{ 。}$$

以上(2.30)與(2.31)式對應在計劃 $P^{n'}$ 中即分別為(2.26)與(2.27)式。求解 P' [22]，我們得到均衡解必須滿足的條件式為

$$U'(Y_L - T_L^{n'*}) = \varepsilon U'(Y_H - T_H^{n'*})，\tag{2.32}$$

其中

$$\varepsilon = \frac{q[(T_H^{n'*} + F - T_L^{n'*})^2 - A(T_H^{n'*} + F - T_L^{n'*}) - A(T_H^{n'*} - T_L^{n*'})]}{q[(T_H^{n'*} + F - T_L^{n'*})^2 - A(T_H^{n'*} + F - T_L^{n'*}) - A(T_H^{n'*} - T_L^{n'*})] - A(F - A)}。$$

另外，根據上述(2.32)式可知 $\varepsilon > 0$。為了能夠進一步探討(2.32)式中 $U'(Y_H - T_H^{n'*})$ 與 $U'(Y_L - T_L^{n'*})$ 兩者間的大小關係，我們先對 ε 加以分析，因此將 ε 簡化表示為

$$\varepsilon = \frac{S}{S - A(F - \mathrm{A})},$$

其中

$$S = q[(T_H^{n'*} + F - T_L^{n'*})^2 - A(T_H^{n'*} + F - T_L^{n'*}) - A(T_H^{n'*} - T_L^{n'*})]。\tag{2.33}$$

由於我們已知 $\varepsilon > 0$，故 S 必不為零，且以下兩種情形必有一為真，即

$S > 0$ ，且 $S - A(F - A) > 0$,

或

[22] 求解 P' 的過程，詳見附錄三。

$S<0$ ，且 $S-A(F-A)<0$。

輔助命題 2.5.1 $S>0$ 且 $S-A(F-A)>0$ 成立。故在計劃 *P'*中，我們僅須討論以下三種情況：

(i) $F-A>0$ ，$\varepsilon>1$。

(ii) $F-A=0$ ，$\varepsilon=1$。

(iii) $F-A<0$ ，$\varepsilon<1$ 。

因此，計劃 *P'*的分析結果不適用於 $F-A<0$，但 $S<0$ 的情況。

為了說明上述輔助命題的意義，我們首先利用(2.33)式有關 S 的定義，進一步拆解 S 與 $S-A(F-A)$ ，可得

$$S=q[(T_H^{n'*}+F-T_L^{n'*}-A)(T_H^{n'*}-T_L^{n'*})+(F-A)(T_H^{n'*}+F-T_L^{n'*})], \tag{2.34}$$

$$S-A(F-A)=q(T_H^{n'*}+F-T_L^{n'*}-A)(T_H^{n'*}-T_L^{n'*})+(F-A)[q(T_H^{n'*}+F-T_L^{n'*})-A]。 \tag{2.35}$$

然而，我們無法直接利用以上兩式，判斷出 S 與 $S-A(F-A)$ 的正負符號。但我們可以按照 F 與 A 之間的大小關係，並利用上述兩式，細分為以下幾種情況，來判斷 S 、$S-A(F-A)$、與 ε 之間的各種可能狀況：

(i) $F-A>0$， $S>0$， $S-A(F-A)>0$， $\varepsilon>1$ 。

(ii) $F-A=0$， $S>0$， $S-A(F-A)=S$， $\varepsilon=1$ 。

(iii) $F-A<0$， $S>0$， $S-A(F-A)>0$， $\varepsilon<1$ 。

(iv) $F-A<0$， $S<0$， $S-A(F-A)>0$[23]。

由於已知$\varepsilon>0$, 所以上述(iv)情況無法維持ε為正值，故應予排除。另外，由上述(i)至(iii)情況，可知$S>0$且$S-A(F-A)>0$應同時成立。又如同輔助命題 2.4.2 中，有關計劃 *P* 分析範圍限制的推論，在此我們亦得知計劃 *P'*的分析亦存在限制範圍，即必須適用於A值在一定水準之間方為可行。否則若A值超過F愈多，便會有可能出現$S<0$的情況[24]。我們藉由上述對ε值的分析，同樣可進一步得知計劃 *P'*的分析限制，即表示政府的實地查核成本必須和外生性的罰款額維持一定關係，此一關係如以數學式表示，即為$S>0$。

命題 2.5.1 在計劃 *P'*中，均衡解有下列三種可能的結果：

(i)當$F>A$時，則$\varepsilon>1$，故$U'(Y_H-T_H^{n'*})<U'(Y_L-T_L^{n'*})$，或即$Y_H-T_H^{n'*}>Y_L-T_L^{n'*}$。

(ii)當$F=A$時，則$\varepsilon=1$，故$U'(Y_H-T_H^{n'*})=U'(Y_L-T_L^{n'*})$，或即$Y_H-T_H^{n'*}=Y_L-T_L^{n'*}$。

(iii)當$F<A$時，則$\varepsilon<1$，故$U'(Y_H-T_H^{n'*})>U'(Y_L-T_L^{n'*})$，或即$Y_H-T_H^{n'*}<Y_L-T_L^{n'*}$。

由命題 2.5.1 的推論可知，當納稅人是否(或如何)逃漏稅與政府是否(或如何)查核，兩項策略互為影響時，如果有部分高所得者會謊報所得，而政府也會對部分申報為低所得的納稅人進行查核，則此時

[23] 雖然由(2.35)式中，我們無法直接判定$S-A(F-\mathrm{A})$的正負符號為何。但是因為利用(2.34)與(2.35)兩式，可知$S/q-A(F-\mathrm{A})=(T_H^{n'*}+F-T_L^{n'*}-A)^2>0$。又當$S<0$時， $S>S/q$，故可確知此時$S-A(F-\mathrm{A})>0$。

[24] 同註釋 18 的情況。

政府實地查核成本(A)與外生性罰款額(F)兩者之間的大小關係，將決定最適所得稅制度的稅負結構。當查核成本小於(外生性)罰款額時，最適所得稅制度應使得高所得者的稅後所得較低所得者為高；當查核成本等於(外生性)罰款額時，最適所得稅制度應使得高低所得者的稅後所得彼此相等；當查核成本大於(外生性)罰款額時，最適所得稅制度會造成高所得者的稅後所得較低所得者為低的特殊逆轉現象。

我們接下來將政策計劃 P^c 與 P' 兩者加以比較。彷照前一小節的分析，藉由兩計畫下最適所得稅制度的內容，並根據(2.2)與(2.31)兩式可以知道，在其他條件不變下，計劃 P' 下的最適所得稅制度，其累進程度相較於計劃 P^c 者，究竟為低、相同、或高，亦取決於(外生性)罰款額與實地查核成本兩者之間的大小關係。當前者大於後者時，計劃 P' 下的最適所得稅制度，其累進程度較計劃 P^c 者為低；當前者等於後者時，計劃 P' 下的最適所得稅制度，其累進程度與計劃 P^c 者一致；當前者小於後者時，計劃 P' 下的最適所得稅制度，其累進程度較計劃 P^c 者為高。

比較命題 2.4.1 與命題 2.5.1 可知，無論謊報罰款為外生或內生的情況，該罰款額大於、等於、或小於實地查核成本的關係，所分別對應的最適所得稅稅負結構(即高、低所得者稅後所得的高低關係)，在上述兩種情況下均為一致。此乃因為在納稅人的所得水準為外生給定，且僅有高、低兩種類型之下，高、低所得者所面對的課稅利益與風險，存在著顯著的差異。即低所得者絕對無謊報所得的動機，至於高所得者則一方面可以選擇謊報為低所得者而獲得減輕稅負的利益，但另一方面也因此面對受政府查核與懲罰的風險，故高所得者係以追求預期效用最大來決定是否(或如何)謊報所得。所以，當政府欲透過所得稅制度進行所得重分配時，該最適所得稅制度的設計，就必須考慮

罰款額與實地查核成本之間的大小關係。因為上述兩者的大小差異，足以影響高所得者謊報所得的風險。

2.6 結語

本節參考 Graetz & Reinganum & Wilde 的模型，在納稅人的所得水準為外生給定，且僅有高、低兩種類型之下，進一步探討政府對納稅人所得水準分別具有完全訊息與不完全訊息下的最適所得稅問題。首先，在政府對納稅人的所得水準具有完全訊息下，我們得出最適所得稅的稅負結構，應達到每個納稅人的稅後所得為彼此相等，此與 Edgeworth 的分析完全一致。其次，在政府對納稅人的所得水準不具有完全訊息下，由於政府必須對納稅人進行實地稽查才能得知其真實所得，故我們又區分為兩種稽查策略型態來進行最適所得稅分析。

當政府採取事前預告稽查機率的查核策略，以達到高所得者誠實申報的目的時，最適所得稅制度必須使得高所得者的稅後所得高於低所得者，且政府無須採取百分之一百的稽查策略。此時的最適所得稅制度的累進程度，較完全訊息下的結果為緩和。這種結論可視為政府給予高所得者若干程度的資訊租，以作為其握有所得資訊優勢的代價，並藉此誘使其沒有動機謊報所得。

另外，當政府事前並不預告稽查機率，而是考慮納稅人可能選擇的行為後再決定稽查機率時，則無論謊報罰款為外生或內生，其罰款額與實地查核成本之間的大小關係，將決定最適所得稅的稅負結構。當前者大於後者時，最適所得稅制度應使得高所得者的稅後所得較低所得者為高，此時最適所得稅制度的累進程度，較完全訊息下的結果

為低；當前者等於後者時，最適所得稅制度應使得高低所得者的稅後所得彼此相等，此時最適所得稅制度的累進程度，與完全訊息下的結果一致；最後，當前者小於後者時，最適所得稅制度會造成高所得者的稅後所得較低所得者為低的特殊逆轉現象，此時最適所得稅制度的累進程度，較完全訊息下的結果為高。

值得注意在 Chander & Wilde (1998)的研究，固然也在納稅人所得水準為外生給定的情況下，假設納稅人有逃漏稅的動機。然而，他們的分析與本文的討論主要有以下兩點差異，一是他們並未限定納稅人的所得類型僅有高、低兩類，另一是他們僅假設政府採取事前預告稽查機率的查核策略，並未考慮政府未事前預告稽查機率的情況。他們的研究結論則主要有兩個重點，一是認為稽查成本與租稅逃漏行為，削弱了政府利用租稅制度進行所得重分配的能力。所以即使沒有考慮到所得稅可能對勞動供給產生的扭曲效果與效率損失，他們仍然可以得出最適所得稅結構是累退的結論。另一個研究結論是他們認為政府可利用預告稽查機率的方式作為嚇阻手段，來誘使納稅人誠實申報所得。此時政府的最適稽查策略，必須使得最適查核機率不會隨著申報所得增加而增加。

本節模型則為了能進一步探討當稽查機率並非政府的事前政策變數，也就是稽查策略與逃漏稅行為互為影響時，有關最適所得稅理論的分析結論，究竟如何改變，因而將基本假設簡化為僅有高、低兩種所得類型的狀態。然而，上述有關政府事前未預告稽查機率下最適所得稅分析的發現與討論，或許可為研究最適所得稅制度的領域，增加一些不同的思考面向。

3. 內生所得下之最適所得稅分析

3.1 基本假設

我們主要以 Cremer & Gahvari 的模型為基礎，假設納稅人獲取所得的能力，可以區分為兩種類型，一類為高能力者(或稱為 h 類型)，計有 N_h 位，另外一類則為低能力者(或稱為 l 類型)，計有 N_l 位。在相同的勞動投入下，高能力納稅人獲取的所得將高於低能力者。定義 $Y = wL$，其中 Y 為納稅人獲取的所得；w 為工資率，代表納稅人獲取所得的能力，故不同能力的納稅人，工資率必然並不相同；L 為勞動供給量。

假設政府擬針對高、低能力納稅人分別課徵不同的稅負，乃規定當納稅人的能力類型為 i 類型時，應獲取 Y_i 的所得水準，然後向政府誠實申報其所得類型為 Y_i，並繳納 T_i 的稅負，因而持有稅後可支配所得 C_i，$i = h, l$[25]。其中 $T_h \le Y_h$，$T_l \le Y_l$，$T_l \le T_h$。換言之，在此情況下，納稅人藉由其申報的所得類型，同時顯現出其所欲揭露的能力類型。然而，政府對於納稅人獲取所得的能力(w)、投入的勞動供給量(L)、以及擁有的真實所得(Y)等資訊，存在著資訊不對稱的問題。意即政府無法透過任何方式得知納稅人獲取所得的能力與投入的勞動供給量等兩項資訊，以至於無法確定納稅人是否以偽裝行為能力的方式來逃漏應納稅負。另外，納稅人雖然可以偽裝其行為能力，卻無法隱藏其真實所得，只是政府必須對納稅人進行實地查核後，方能得知納稅人真實所得的資訊，否則便無法得知納稅人是否以謊報所得的方式來

[25] 此假設亦可視為政府乃針對不同能力類型，提出不同的稅前所得與稅後可支配所得組合。即政府要求 i 能力類型的納稅人，必須選擇 (Y_i, C_i) 的組合，其中 $Y_i - C_i = T_i$，$i = h, l$。過往有關內生所得下最適所得稅制度的研究文獻，亦常採用此種概念。如 Stiglitz (1987)、Boadway & Keen (1993)、與 Cremer & Gahvari (1995)等。

規避應納稅負，惟政府必須因此支付實地查核成本A[26]，$A \geq 0$。換言之，政府雖然無法透過任何方式得知納稅人獲取所得的能力與勞動供給量，但是只要付出稽查成本，便能掌握納稅人真實的所得水準。因此，我們假設當納稅人向政府申報其所得類型為Y_i時，政府將會以β_i的機率進行查核，以確知納稅人是否有謊報所得的情形，$0 \leq \beta_i \leq 1$，$i = h,l$。

於是，納稅人在上述資訊不對稱的條件下，可能採取下列兩種行為來欺騙政府。第一類欺騙行為，是指納稅人選擇僞裝成另一種能力類型的人。即i類型的納稅人，選擇獲取Y_j的所得水準，並向政府誠實申報其獲取的所得，其中$i, j = h,l$，但$i \neq j$。值得注意的是，此時政府即使透過對納稅人進行實地查核的方式，也無法發現納稅人此種偽裝行為。至於第二類欺騙行為，則是納稅人實際獲取的所得水準，並非其向政府申報的所得類型。在此種情況下，i類型的納稅人，向政府申報其所得類型為Y_j，但卻並非獲取Y_j的所得水準，而是獲取能夠使得自身預期效用最大的所得水準，$i, j = h,l$。其中，若$i = j$，則表示納稅人誠實揭露其能力類型但謊報所得的情況；反之，若$i \neq j$，則表示納稅人同時謊報其能力類型與所得的情況。無論前述任何一種情況下，政府如果進行實地查核，均僅能發現納稅人謊報所得的行為。而政府一旦稽查出納稅人謊報所得時，則會採取完全沒收納稅人所得的措施，以作為懲罰[27]。

此外，我們假設納稅人的偏好相同且均為風險趨避者，令其效用函數為

[26] 在 Cremer & Gahvari (1995)中，另假設政府的稽查成本受稽查人數多寡的影響，但本模型基於簡化，並未維持此一假設。

[27] 在 Cremer & Gahvari (1995)中，若政府查核的結果，並沒有發現納稅人有謊報所得的行為，政府還可能會給予納稅人獎勵。但本模型基於簡化，並未作此假設。

$U = u(C) + \varphi(1-L)$ ，

上式表示納稅人的效用水準決定於其稅後可支配所得(C)與勞動投入(L)的多寡，其中C增加或L減少，均分別可以使得納稅人的效用水準增加。又假設$u(0)=0$，且$u(C)$與$\varphi(1-L)$兩者皆為嚴格內凹(strictly concave)。又由於已知$Y = wL$，故我們可以將前述效用函數中$\varphi(1-L)$部分改寫為

$$\psi_i(Y) = \varphi(1-\frac{Y}{w_i})，i = h,l。 \tag{3.1}$$

另外，定義

$$U_{ij} = u(Y_j - T_j) + \psi_i(Y_j)，i, j = h,l， \tag{3.2}$$

$$Y_{ij} = Y(w_i, \beta_j, T_j) \in \arg\max_{\tilde{Y}_{ij}}[(1-\beta_j)u(\tilde{Y}_{ij} - T_j) + \varphi(1-\frac{\tilde{Y}_{ij}}{w_i})]，i, j = h,l。 \tag{3.3}$$

上述(3.2)式表示，i類型納稅人選擇獲取Y_j的所得水準，並向政府誠實申報其獲取的所得時，因而得到的效用水準為U_{ij}，$i, j = h,l$。故當$i = j$時，即表示納稅人誠實揭露其能力類型，且未謊報其所得水準的情況。反之，當$i \neq j$時，則表示納稅人採取的是前述第一類欺騙政府的行為，即i類型的納稅人偽裝為j類型的納稅人，但此時政府即使對納稅人進行查核工作，亦無法發現此種偽裝行為。至於(3.3)式的Y_{ij}，則代表i類型納稅人，向政府申報其所得類型為Y_j，但卻並非選擇獲取Y_j的所得水準，而係以追求預期效用為最大的前提下，選擇其所得水準。此時納稅人採取的即是前述第二類欺騙政府的行為。然而，

政府可以透過實地查核的方式，發現納稅人此種謊報所得的行為。另外，根據(3.3)式，我們亦可相對定義

$$V_{ij} = V(w_i, \beta_j, T_j) \equiv \max_{\tilde{Y}_{ij}}[(1-\beta_j)u(\tilde{Y}_{ij} - T_j) + \varphi(1-\frac{\tilde{Y}_{ij}}{w_i})]，i, j = h, l。 \quad (3.4)$$

上式表示i類型納稅人向政府申報其所得類型為Y_j，但並未選擇獲取Y_j的情況下，其所能得到的最大預期效用為V_{ij}，$i, j = h, l$。於是我們可將上述所得為內生決定的情況下，有關納稅人與政府的各種可能行為與策略，整理為圖 3.1.1 的賽局樹狀圖。

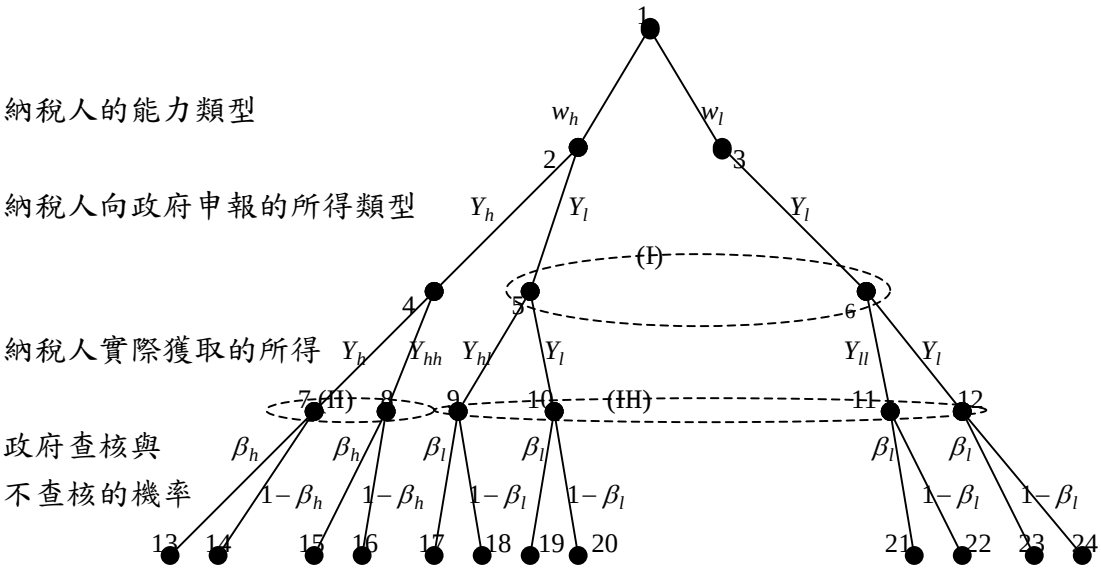

圖 3.1.1 所得為內生決定下，納稅人與政府的各種可能行為與策略

圖 3.1.1 中的點 1 代表區分為各種情況前的所有納稅人，點 2 及點 3 則是分別依據納稅人獲取所得的能力，區分為高能力與低能力等兩種類型(以 w_h 與 w_l 兩種工資率代表之)。根據理性行為判斷，我們可以假設低能力者缺乏能力與動機偽裝為高能力者，故其必定向政府申報其獲取的所得類型為 Y_l (點 6)。然後，我們再將前述低能力者，依照其是否謊報所得，區分為獲取 Y_l (未謊報)或獲取 Y_{ll} (謊報)等兩種情況(點 12 及點 11)。另一方面，若納稅人為高能力者，則可以依其是否誠實揭露其能力類型，進而區分為申報所得類型為 Y_h 或 Y_l 等兩種情況(點 4 及點 5)。其中，前者亦可依照其是否謊報所得，區分為獲取 Y_h (未謊報)或獲取 Y_{hh} (謊報)等兩種情況(點 7 及點 8) 。同理，後者亦可依照其是否謊報所得，再區分為獲取 Y_l 或獲取 Y_{hl} 等兩種情況(點 10 及點 9)，其中點 10 的行為即是高能力者偽裝為低能力者的情況。最後，政府根據納稅人所申報的所得類型，分別決定查核與否以及查核的機率，以確知納稅人是否有謊報所得的情形，我們因此可再區分為各個不同情況如圖示(分別表示為點 13 至點 24)。更進一步的說，點 10 的情況即屬於前述第一類欺騙政府的行為，但此時政府即使透過查核的方式，也無法發現此種偽裝能力的行為。至於點 8、點 9、點 11 則屬於前述第二類欺騙政府的行為，其中點 8 與點 11 視為納稅人誠實揭露其能力類型但謊報所得的情況，而點 9 則是高能力者同時謊報能力類型與謊報所得的情況，此時政府透過對納稅人進行的查核，僅能稽查出謊報所得的行為。此外，圖中虛線部份則是代表政府的各個訊息集合。其中，政府無法透過任何方式分辨訊息集合(I)中點 5 與點 6 背後的差異，究竟屬於誠實揭露能力類型的低能力者，抑或是謊報能力類型的高能力者。另當政府未採取進一步的查核工作之前，亦無法分別訊息集合(II)與(III)中各點背後的差異(即點 7 與 8，以及點 9

、點 10、點 11、與點 12)，即納稅人是否有謊報所得的情況。

總之，當所得為內生決定時，由於所得稅將影響納稅人的工作誘因並形成逃漏稅動機，故納稅人的確可能選擇以偽裝能力類型或謊報所得等方式，對政府進行欺騙。於是，我們根據上述各項假設，進一步將政府的查核策略納入最適所得稅分析中，並據以比較不同的查核策略將會如何改變最適所得稅的結論。但值得注意，以下各小節的分析與 Cremer & Gahvari 模型分析方法不同之處，是我們仿照前一節的分析方式，假設政府採行的查核策略，可以區分為兩種型態。一種為事前預告稽查機率的查核策略，故納稅人在決定其是否逃漏稅時，已知政府將採行的查核方式及機率[28]。其次一種方式為事前不預告，而是考慮納稅人可能的行為選擇後再決定稽查機率。以下我們將分別針對此兩種不同查核策略，進行相關的最適所得稅分析。

3.2 預告稽查機率下之最適所得稅分析

我們首先就政府採行事前預告稽查機率的模型進行分析。由於政府採取事前預告稽查機率的查核策略，故納稅人在決定其行為選擇之前，便已知政府擬採行的查核方式及機率。此時政府事前提出的所得稅制度，內容將包括高、低能力者其分別應獲取的所得標準與應繳納的稅負標準，此外還包括政府針對申報為高、低所得類型者的稽查機率。因此，政府的政策選擇變數組合為$\{Y_h^p, Y_l^p, T_h^p, T_l^p, \beta_h^p, \beta_l^p\}$。我們可將政府此時的政策計畫 P^P 表示為：

[28] 此即為 Cremer & Gahvari 模型所採取的分析方法。

$$\max_{\{Y_h^p, Y_l^p, T_h^p, T_l^p, \beta_h^p, \beta_l^p\}} \quad N_h(T_h^p - \beta_h^p A) + N_l(T_l^p - \beta_l^p A) \text{，} \tag{3.5}$$

$$\text{s.t.} \quad U_{hh}^P \geq U_{hl}^p \text{，} \tag{3.6}$$

$$U_{hh}^P \geq V_{hh}^p \text{，} \tag{3.7}$$

$$U_{hh}^P \geq V_{hl}^p \text{，} \tag{3.8}$$

$$U_{ll}^P \geq V_{ll}^p \text{，} \tag{3.9}$$

$$\rho U_{hh}^p + U_{ll}^p \geq \overline{W} \text{。} \tag{3.10}$$

上述(3.5)式為政府設定的目標函數，目的在極大化其淨收入。而限制條件則包括了納稅人的誘因限制式((3.6)-(3.9)式)與社會福利限制式((3.10)式)。另限制式中的(3.6)式表示高能力者誠實揭露其能力類型且獲取Y_h^p所得的效用時，其效用水準將大於(或等於)其偽裝為低能力者所獲得的效用水準。其次，(3.7)式則表示高能力者在誠實揭露其能力類型下，獲取Y_h^p所得的效用水準將大於(或等於)獲取Y_{hh}^p的預期效用。(3.8)式表示高能力者誠實揭露其能力類型且獲取Y_h^p所得的效用水準，將大於(或等於)謊報為低能力者且獲取Y_{hl}^p所得的效用水準。至於(3.9)式則表示低能力者在誠實揭露其能力類型下，獲取Y_l^p所得的效用水準將大於(或等於)獲取Y_{ll}^p所得的預期效用水準。我們可對照圖 3.1.1，再進一步說明上述的分析。即(3.6)式代表高能力者選擇圖中點 7 所獲致的效用水準至少不低於選擇點 10 的結果。(3.7)式代表高能力者選擇點 7 所獲致的效用水準至少不低於選擇點 8 的預期效用水準。

(3.8)式代表高能力者選擇點 7 所獲致的效用水準至少不低於選擇點 9 的預期效用水準。(3.9)式代表低能力者選擇點 12 所獲致的效用水準至少不低於選擇點 11 的預期效用水準。因此，政府透過以上誘因限制式的設計[29]，可以確保納稅人事後既不會偽裝其能力類型，同時也沒有動機謊報其所得的結果[30]。而且，由於納稅人不致謊報所得，故由(3.5)式所顯示的政府淨收入中，便只有政府進行查核工作所產生的稽查成本，而不會有任何查獲謊報的罰款收入。所以，此種預告稽查機率模型的特徵，是要利用查核作為嚇阻的手段，來誘使納稅人不會謊報所得，而並非為了取得查獲謊報所得的罰款。然而，為了取信於納稅人，政府在事後即使明知沒有人會謊報所得的情況下，仍然將依照預告的稽查機率來進行查核。最後，(3.10)式限制社會福利函數為 $W = \rho U_{hh} + U_{ll}$，$\rho > 0$，該式表示政府必須使得課稅後的社會福利至少維持在某一既定 $\overline{W}$ 水準[31]。

我們接著進行有關政府最適稽查策略的分析，即探討政府針對申報為高、低所得類型的納稅人，應如何分別訂定最適稽查機率。經由附錄四的證明，我們可得出以下的命題：

命題 3.2.1 政府事前預告的最適稽查策略為 $\beta_h^{p*} = 0$ 以及 $\beta_l^{p*} < 1$。

上述命題表示政府事前預告的最適稽查策略，不會針對申報為高所得

---

[29] 因為假設低能力者缺乏能力與動機偽裝成高能力者，所以命題 P^P 中，省略 $U_{ll}^p \geq U_{lh}^p$ 與 $U_{ll}^p \geq V_{lh}^p$ 兩條限制式。

[30] 若以註釋 2 中所提及的概念而言，此時政府可確保 i 能力類型的納稅人，必定會選擇 (Y_i, C_i) 的組合，$i = h, l$。

[31] 為了稍後比較不同案例的方便，命題 P^P 將 Cremer & Gahvari (1995)進行部分的調整。Cremer & Gahvari 分析的重點，是在滿足政府的收入限制，並且誘使納稅人既不會偽裝能力類型也不會謊報所得的情況下，追求社會福利的最大，來進行最適所得稅結構的分析。但此處的調整將不會改變 Cremer & Gahvari (1995)的結論。

類型的納稅人，進行任何查核工作，至於申報為低所得類型的納稅人，則面臨小於一的稽查機率。其次，我們提出另一命題如下：

命題 3.2.2 在事前預告稽查機率的最適所得稅制度下，政府應使得高能力類型納稅人所面對的邊際稅率(MTR_h^p)為零。

為了證明命題 3.2.2，我們可以根據(3.3)式以及(3.7)式的定義，得知當 $\beta_h^p = 0$ 時，下列情況必定成立。即

$$Y_h^p = Y_{hh}^p = Y(w_h, 0, T_h^p) \text{。} \tag{3.11}$$

上述 Y_{hh}^p 又必須滿足以下的一階條件式：

$$\frac{\partial u(Y_{hh}^p - T_h^p)}{\partial C} + \frac{\partial \psi_h(Y_{hh}^p)}{\partial Y_{hh}^p} = 0 \text{。} \tag{3.12}$$

依據(3.3)式的定義可知，$Y_{hh}^p = Y(w_h, 0, T_h^p)$ 代表在 $\beta_h^p = 0$ 的情況下，選擇誠實揭露其能力類型的高能力納稅人所選擇的最適所得水準。然而，我們已知除非政府進行查核工作，否則無法得知納稅人實際所得的多寡，所以當 $\beta_h^p = 0$ 時，為了讓誠實揭露能力類型的高能力者不至於謊報所得(即其會選擇圖 3.1.1 中的點 7，而不會選擇點 8)，政府此時最佳的策略，便是在設計中的租稅制度中，規範高能力納稅人應獲取的所得(Y_h^p)，與納稅人本身將選擇的最適所得(Y_{hh}^p)相等(即如(3.11)式所示，或是使得圖 3.1.1 中的點 7 與點 8 兩點重合)。合併以上(3.11)與(3.12)兩式可知，此時高能力納稅人所面對的邊際稅率(MTR_h^p)應為零[32]。□

[32] $MTR_h^p = 1 - \dfrac{-\partial \psi_h(Y_h^p)/\partial Y_h^p}{\partial u(Y_h^p - T_h^p)/\partial C}$。

我們可由以下兩個面向來解釋命題 3.2.2 的結果。第一，當 $\beta_h^p = 0$ 時，若高能力類型納稅人所面對的邊際稅率並非等於零，而是大於零的情況，則 $U_{hh}^p < V_{hh}^p$ 必然成立，此時高能力者勢必不會選擇誠實揭露其能力類型與所得的策略(即其絕對不會選擇圖 3.1.1 中點 7)。第二，由於低能力類型納稅人缺乏能力與動機偽裝為高能力者，因此政府無須採取扭曲高能力者行為選擇的策略，來避免低能力納稅人偽裝為高能力者。

我們接下來將 $\beta_h^p = 0$ 以及(3.11)式的結果納入計畫 P^P，並將其轉化為拉式函數如下：

$$
\begin{aligned}
\Lambda^p = & \left[N_h T_h^p + N_l (T_l^p - \beta_l^p A)\right] \\
& + \lambda_1^p \left[u(Y_h^p - T_h^p) + \psi_h(Y_h^p) - u(Y_l^p - T_l^p) - \psi_h(Y_l^p)\right] \\
& + \lambda_2^p \left[Y_h^p - Y(w_h, 0, T_h^p)\right] + \lambda_3^p \left[u(Y_h^p - T_h^p) + \psi_h(Y_h^p) - (1-\beta_l^p) u(Y_{hl}^p - T_l^p) - \psi_h(Y_{hl}^p)\right] \\
& + \lambda_4^p \left[u(Y_l^p - T_l^p) + \psi_l(Y_l^p) - (1-\beta_l^p) u(Y_{ll}^p - T_l^p) - \psi_l(Y_{ll}^p)\right] \\
& + \lambda_5^p \left\{\rho\left[u(Y_h^p - T_h^p) + \psi_h(Y_h^p)\right] + u(Y_l^p - T_l^p) + \psi_l(Y_l^p) - \overline{W}\right\}，
\end{aligned}
\tag{3.13}
$$

其中 λ_i^p 為拉式乘數，且 $\lambda_i^p \geq 0$，$i = 1,...,5$。(3.13)式的一階條件分別表示如下：

$$
\frac{\partial \Lambda^p}{\partial Y_h^p} = (\lambda_1^p + \lambda_3^p + \rho\lambda_5^p)\left(\frac{\partial u(Y_h^p - T_h^p)}{\partial C} + \frac{\partial \psi_h(Y_h^p)}{\partial Y_h^p}\right) + \lambda_2^p = 0，
\tag{3.14}
$$

$$
\frac{\partial \Lambda^p}{\partial T_h^p} = N_h - (\lambda_1^p + \lambda_3^p + \rho\lambda_5^p)\frac{\partial u(Y_h^p - T_h^p)}{\partial C} - \lambda_2^p \frac{\partial Y_h(w_h, 0, T_h^p)}{\partial T_h^p} = 0，
\tag{3.15}
$$

$$
\frac{\partial \Lambda^p}{\partial Y_l^p} = (-\lambda_1^p + \lambda_4^P + \lambda_5^P)\frac{\partial u(Y_l^p - T_l^p)}{\partial C} + (\lambda_4^P + \lambda_5^P)\frac{\partial \psi_l(Y_l^p)}{\partial Y_l^p} - \lambda_1^p \frac{\partial \psi_h(Y_l^p)}{\partial Y_l^p} = 0，
\tag{3.16}
$$

$$\frac{\partial \Lambda^p}{\partial T_l^{\,p}} = N_l - (-\lambda_1^p + \lambda_4^p + \lambda_5^p)\frac{\partial u(Y_l^{\,p} - T_l^{\,p})}{\partial C} + \lambda_3^p(1-\beta_l^p)\frac{\partial u(Y_{hl}^{\,p} - T_l^{\,p})}{\partial C} +$$

$$\lambda_4^p(1-\beta_l^p)\frac{\partial u(Y_{ll}^{\,p} - T_l^{\,p})}{\partial C} = 0 \text{，} \tag{3.17}$$

$$\frac{\partial \Lambda^p}{\partial \beta_l^p} = -N_l A + \lambda_3^p u(Y_{hl}^{\,p} - T_l^{\,p}) + \lambda_4^p u(Y_{ll}^{\,p} - T_l^{\,p}) = 0 \text{。} \tag{3.18}$$

輔助命題 3.2.1　拉式乘數具有下列的特性：

(i) $\lambda_2^p = 0$。

(ii)當 $A = 0$ 時，$\lambda_3^p = \lambda_4^p = 0$；反之，當 $A > 0$ 時，λ_3^p、λ_4^p 不得同時為零。

(iii)若 $\lambda_1^p = 0$，則 $\lambda_4^p = 0$。

我們針對上述(3.14)至(3.18)式作進一步的分析，即可得出輔助命題 3.2.1 的內容。首先觀察(3.14)式，並同時利用(3.11)與(3.12)兩式的定義，即可判定 $\lambda_2^p = 0$。其次，利用(3.18)式的符號判定，可知若 $A = 0$，則 $\lambda_3^p = \lambda_4^p = 0$。反之，若 $A > 0$，則 λ_3^p、λ_4^p 不得同時為零，否則(3.18)式無法成立。最後，再透過(3.16)式可知，若 $\lambda_1^p = 0$，則此時 $Y_l^{\,p}$ 將使得 U_{ll}^p 為最大。於是，利用(3.4)式中 V_{ll}^p 的定義可知，在 β_l^p 不為零的情況下，$U_{ll}^p > V_{ll}^p$，即(3.9)式中的不等號必定成立，因此 $\lambda_4^p = 0$。

輔助命題 3.2.1 的內容具有下列的意義。首先，$\lambda_2^p = 0$ 表示在 $\beta_h^p = 0$ 的情況下，即使命題 P^P 並未包括(3.7)式(或(3.11)式)的限制條件，但求解命題 P^P 依然同樣可以得到 $MTR_h^p = 0$ 的結果。換言之，當 $\beta_h^p = 0$ 時，(3.7)式(或(3.11)式)對於命題 P^P 而言，乃為多餘的限制條件。其次，當 $A = 0$，$\lambda_3^p = \lambda_4^p = 0$ 時，命題 P^P 即簡化為 Stiglitz (1987)所假設的情況。此時高能力類型納稅人有可能偽裝為低能力者，但政府無需花費任何成本便可得知納稅人的實際所得，故圖 3.1.1 中點 8、點 9、與點 11 的情形均不可能出現。另外，當 $A > 0$ 時，λ_3^p、λ_4^p 不得同時為零

的含意代表(3.8)與(3.9)兩式當中，至少有一式中的等號必須成立。反之，若上述兩式中的不等號皆成立，則表示可以再進一步降低β_l^p，而使得政府淨收入增加。根據上述輔助命題的推論，我們可以再進一步歸納出以下的結果：

輔助命題 3.2.2　拉式乘數之間有下列各種可能的組合：

(i) $A=0$，$\lambda_1^p=0$，$\lambda_3^p=\lambda_4^p=0$。

(ii) $A=0$，$\lambda_1^p>0$，$\lambda_3^p=\lambda_4^p=0$。

(iii) $A>0$，$\lambda_1^p=0$，$\lambda_3^p>0$，$\lambda_4^p=0$。

(iv) $A>0$，$\lambda_1^p>0$，$\lambda_3^p=0$，$\lambda_4^p>0$。

(v) $A>0$，$\lambda_1^p>0$，$\lambda_3^p>0$，$\lambda_4^p=0$。

(vi) $A>0$, $\lambda_1^p>0$, $\lambda_3^p>0$, $\lambda_4^p>0$。

命題 3.2.3　在事前預告稽查機率的最適所得稅制度下，低能力類型納稅人所面對的邊際稅率(MTR_l^P)有兩種可能情形。一是當$\lambda_1^p>0$時，$MTR_l^P>0$；另一是當$\lambda_1^p=0$時，$MTR_l^P=0$。

我們針對上述命題提出以下的說明。整理(3.16)式並同時將MTR_l^p[33]的定義代入，便可以得出

$$(-\lambda_1^p+\lambda_4^p+\lambda_5^p)\frac{\partial u(Y_l^p-T_l^p)}{\partial C}MTR_l^p=\lambda_1^p\left(\frac{\partial\psi_h(Y_l^p)}{\partial Y_l^p}-\frac{\partial\psi_l(Y_l^p)}{\partial Y_l^p}\right)。\tag{3.19}$$

為了進一步利用上式來判定MTR_l^p究竟為正值或負值，我們必須先檢

[33] $MTR_l^p=1-\dfrac{-\partial\psi_l(Y_l^p)/\partial Y_l^p}{\partial u(Y_l^p-T_l^p)/\partial C}$。

視式中各項因子的值為正或負。除了已知上式中$\lambda_1^p \geq 0$之外，我們另外根據(3.1)式中$\psi_i(\cdot)$的定義，以及$\varphi(1-L)$為嚴格內凹的基本假設，可以確知

$$\frac{\partial \psi_h(Y_l^p)}{\partial Y_l^p} = -\frac{1}{w_h}\varphi'(1-\frac{Y_l^p}{w_h}) > -\frac{1}{w_l}\varphi'(1-\frac{Y_l^p}{w_l}) = \frac{\partial \psi_l(Y_l^p)}{\partial Y_l^p} \text{ ，} \tag{3.20}$$

故

$$\frac{\partial \psi_h(Y_l^p)}{\partial Y_l^p} - \frac{\partial \psi_l(Y_l^p)}{\partial Y_l^p} > 0 \text{ 。}$$

由上述推論可知，當$\lambda_1^p = 0$時，(3.19)式等號左項亦必為零，當$\lambda_1^p > 0$時，該式等號左項亦必為正值，故(3.19)式等號左項之符號必定與λ_1^p符號相同。其次，觀察(3.17)式可知，無論在上述輔助命題 3.2.2 中的任何一種情況下，$(-\lambda_1^p + \lambda_4^p + \lambda_5^p) > 0$皆成立。故(3.19)式等號左項之符號亦與$MTR_l^p$之符號相同。上述的分析結論，即為命題 3.2.3 的推論。□

命題 3.2.3 的推論符合經濟意義。當$\lambda_1^p > 0$時，即表示(3.6)式中的等號必須成立。此時表示政府針對低能力納稅人設定的應獲取所得水準，必須較其誠實揭露其能力類型下自行選擇的所得水準為低，故令其面對的邊際稅率大於零，並因此阻卻高能力納稅人偽裝成低能力者的動機。另外，當$\lambda_1^p = 0$時，即表示(3.6)式中的不等號必定成立。此時由於高能力納稅人絕對沒有動機偽裝成低能力者，因此政府便無須抑制低能力納稅者應獲取的所得水準，於是可以讓低能力者面對的邊際稅率亦同樣為零。

上述分析告訴我們，當政府利用事前預告稽查機率的方式，以建構最適所得稅時，主要可以運用的政策變數，包括對申報為高、低所得類型納稅人所分別預告的稽查機率，以及分別設定的邊際稅率等政

策工具。利用這些政策工具，足以誘使納稅人既不致產生偽裝其能力類型的動機，也不致產生謊報所得的動機；也就是如圖 3.1.1 中所示，高能力納稅人必定會選擇圖中的點 7，而低能力者則選擇點 12。在不同的情況下，這些政策工具可以做不同的搭配。當政府決定針對申報為高所得類型者設定稽查機率為零時，可以同時調整高、低能力者的個別邊際稅率，來確保高能力納稅人沒有動機謊報所得或偽裝為低能力者。此時，政府是利用 β_h^{p*} 、MTR_h^P 、以及 MTR_l^P 等政策工具影響高能力者，令其缺乏動機選擇圖 3.1.1 中點 8 與點 10 兩種行為。此外，政府也可以調整申報為低所得類型者的稽查機率，以防堵高能力者選擇謊報能力類型與所得的行為，且避免低能力者謊報所得。故此時政府是利用 β_l^{p*} 作為政策工具，以嚇阻高能力者沒有動機選擇圖 3.1.1 中的點 9，且低能力者亦不會選擇圖中的點 11。

3.3 未預告稽查機率下之最適所得稅分析

Cremer & Gahvari 的模型並沒有考慮政府未採取預告稽查機率的情況。但當納稅人的所得為內生決定時，如果政府不採行前述事前預告稽查機率的查核策略，而是考慮納稅人可能的行為選擇後再決定稽查機率，則此時我們可改以兩階段模型來進行最適所得稅的分析。

3.3.1 高能力者可能偽裝為低能力者

假設政府在第一階段時，提出一組最適所得稅制度，內容包括高、低能力納稅人應獲取的所得標準以及其分別應繳納的稅負，則此時的政策選擇變數組合為 $\{Y_h^a, Y_l^a, T_h^a, T_l^a\}$。接下來便進入第二階段。我們

對照圖 3.1.1，來說明政府與納稅人在第二階段的行為選擇。首先，假設高能力類型納稅人在第二階段中，分別有 p 的機率選擇點 7，q 的機率選擇點 8，r 的機率選擇點 9，以及 $1-p-q-r$ 的機率選擇點 10，且 $0 \le p,q,r \le 1$。其次，低能力類型的納稅人固然缺乏能力與動機偽裝為高能力者，但他們仍有可能選擇誠實或謊報其所得水準，故可以假設他們在第二階段有 s 的機率選擇點 11，$1-s$ 的機率選擇點 12，且 $0 \le s \le 1$[34]。另一方面，由於政府的查核工作，僅能查知納稅人是否謊報所得，但卻無法判定他們是否偽裝成其他能力類型者。因此當納稅人申報的所得類型為 Y_h^a 時，假設政府在第二階段以 β_h^a 的稽查機率進行查核，$0 \le \beta_h^a \le 1$，此時可以發現高能力者謊報所得的行為(點 8 的情況)，但無法判定出高能力者偽裝為低能力者的情況(點 10 的情況)；此外，當納稅人申報的所得類型為 Y_l^a 時，則假設政府在第二階段以 β_l^a 的稽查機率進行查核，$0 \le \beta_l^a \le 1$，此時可以檢驗出納稅人謊報所得的情況(點 9 與點 11 的情況)。

根據上述的假設，政府訂定最適所得稅制度所考慮的限制條件，除了必須維持事後社會福利在某一個既定水準之上，還應包括第二階段中納稅人與政府各項最適選擇的均衡條件。將此時政府的政策計畫 P^a 表示如下：

$$\max_{\{Y_h^a, Y_l^a, T_h^a, T_l^a\}} N_h\{p[\beta_h^a(T_h^a - A) + (1-\beta_h^a)T_h^a] + q[\beta_h^a(Y_{hh}^a - A) + (1-\beta_h^a)T_h^a] +$$
$$r[\beta_l^a(Y_{hl}^a - A) + (1-\beta_l^a)T_l^a] + (1-p-q-r)[\beta_l^a(T_l^a - A) + (1-\beta_l^a)T_l^a]$$
$$+ N_l\{s[\beta_l^a(Y_{ll}^a - A) + (1-\beta_l^a)T_l^a] + (1-s)[\beta_l^a(T_l^a - A) + (1-\beta_l^a)T_l^a]\}, \tag{3.21}$$

[34] 若以註釋 2 中所提及的概念而言，此時 i 能力類型的納稅人，不必然會選擇 (Y_i, C_i) 的組合，$i = h, l$。

s.t.：

$$p \in \arg\max_{\tilde{p}} \ \tilde{p}U_{hh}^{a} + qV_{hh}^{a} + rV_{hl}^{a} + (1-\tilde{p}-q-r)U_{hl}^{a} \text{，} \tag{3.22}$$

$$q \in \arg\max_{\tilde{q}} \ pU_{hh}^{a} + \tilde{q}V_{hh}^{a} + rV_{hl}^{a} + (1-p-\tilde{q}-r)U_{hl}^{a} \text{，} \tag{3.23}$$

$$r \in \arg\max_{\tilde{r}} \ pU_{hh}^{a} + qV_{hh}^{a} + \tilde{r}V_{hl}^{a} + (1-p-q-\tilde{r})U_{hl}^{a} \text{，} \tag{3.24}$$

$$s \in \arg\max_{\tilde{s}} \ \tilde{s}V_{ll}^{a} + (1-\tilde{s})U_{ll}^{a} \text{，} \tag{3.25}$$

$$\beta_h^a \in \arg\max_{\tilde{\beta}_h^a} N_h\{p[\tilde{\beta}_h^a(T_h^a - A) + (1-\tilde{\beta}_h^a)T_h^a] + q[\tilde{\beta}_h^a(Y_{hh}^a - A) + (1-\tilde{\beta}_h^a)T_h^a]\} \text{，} \tag{3.26}$$

$$\begin{aligned}\beta_l^a \in \arg\max_{\tilde{\beta}_l^a} \ & N_h\{r[\beta_l^a(Y_{hl}^a - A) + (1-\beta_l^a)T_l^a] + \\ & (1-p-q-r)[\beta_l^a(T_l^a - A) + (1-\beta_l^a)T_l^a]\} + \\ & N_l\{s[\beta_l^a(Y_{ll}^a - A) + (1-\beta_l^a)T_l^a] + (1-s)[\beta_l^a(T_l^a - A) + (1-\beta_l^a)T_l^a]\} \text{，}\end{aligned} \tag{3.27}$$

$$\rho\{pU_{hh}^{a} + qV_{hh}^{a} + rV_{hl}^{a} + (1-p-q-r)U_{hl}^{a}\} + \{sV_{ll}^{a} + (1-s)U_{ll}^{a}\} \geq \overline{W} \text{。} \tag{3.28}$$

上述(3.21)式為政府的目標函數，表示極大化政府的預期淨收入。(3.22)至(3.27)式則表示在第一階段政府給定$\{Y_h^a, Y_l^a, T_h^a, T_l^a\}$政策變數組合下，納稅人與政府在第二階段所分別決定的各項最適選擇。即在第二階段時，高能力類型的納稅人選擇最適的 p 、q 、r 以追求個人最大的預期效用($pU_{hh}^{a} + qV_{hh}^{a} + rV_{hl}^{a} + (1-p-q-r)U_{hl}^{a}$)。同時，低能力類型的納稅人亦選擇最適的 s 以追求個人最大的預期效用($sV_{ll}^{a} + (1-s)U_{ll}^{a}$)。另

外，政府分別選擇最適的β_h^a與β_l^a以圖達成查核預期淨收入為最大。又(3.28)式為社會福利限制式，表示政府訂定所得稅制度時，必須限制事後預期的社會福利至少維持在$\overline{W}$的既定水準上。

命題 3.3.1 在未事前預告稽查機率下，政府應同時使得高能力類型與低能力類型納稅人的邊際稅率均為零(即$MTR_h^a = 0$，$MTR_l^a = 0$)。此外，政府事後的最適稽查策略為$\beta_h^{a*} = 0$以及$\beta_l^{a*} < 1$。

我們利用下列步驟，來證明命題 3.3.1 的內容。

步驟一：將納稅人與政府於第二階段中各項最適選擇的均衡條件分別列出如下：

$$(1-\beta_h^a)\frac{\partial u(Y_{hh}^a - T_h^a)}{\partial C} + \frac{\partial \psi_h(Y_{hh}^a)}{\partial Y_{hh}^a} = 0 \text{，} \tag{3.29a}$$

$$(1-\beta_l^a)\frac{\partial u(Y_{hl}^a - T_l^a)}{\partial C} + \frac{\partial \psi_h(Y_{hl}^a)}{\partial Y_{hl}^a} = 0 \text{，} \tag{3.29b}$$

$$(1-\beta_l^a)\frac{\partial u(Y_{ll}^a - T_l^a)}{\partial C} + \frac{\partial \psi_l(Y_{ll}^a)}{\partial Y_{ll}^a} = 0 \text{，} \tag{3.29c}$$

$$U_{hh}^a - U_{hl}^a = 0 \text{，} \tag{3.29d}$$

$$V_{hh}^a - U_{hl}^a = 0 \text{，} \tag{3.29e}$$

$$V_{hl}^a - U_{hl}^a = 0 \text{，} \tag{3.29f}$$

$$V_{ll}^{a} - U_{ll}^{a} = 0 \text{，} \tag{3.29g}$$

$$q(Y_{hh}^{a} - A - T_{h}^{a} + \beta_{h}^{a}\frac{\partial Y_{hh}^{a}}{\partial \beta_{h}^{a}}) - pA = 0 \text{，} \tag{3.29h}$$

$$N_{h}[r(Y_{hl}^{a} - A - T_{l}^{a} + \beta_{l}^{a}\frac{\partial Y_{hl}^{a}}{\partial \beta_{l}^{a}}) - (1-p-q-r)A] +$$
$$N_{l}[s(Y_{ll}^{a} - A - T_{l}^{a} + \beta_{l}^{a}\frac{\partial Y_{ll}^{a}}{\partial \beta_{l}^{a}}) - (1-s)A] = 0 \text{。} \tag{3.29i}$$

然後將上述(3.29d)、(3.29e)、與(3.29f)三式整併為：

$$U_{hh}^{a} = V_{hh}^{a} = V_{hl}^{a} = U_{hl}^{a} \text{。} \tag{3.29j}$$

對照圖 3.1.1，並同時根據(3.3)式的定義可知，上述(3.29a)與(3.29b)兩式乃分別表示，在第二階段內高能力類型納稅人選擇點 8 與點 9 下，追求預期效用最大的所得水準時應滿足的均衡條件。同理，(3.29c)式則表示低能力類型納稅人在第二階段選擇點 11 下，追求預期效用最大的所得水準時應滿足的均衡條件。至於(3.29h)與(3.29i)兩式則表示政府在第二階段所選擇的β_{h}^{a}與β_{l}^{a}，必須使得其查核邊際淨收入為零，即此時政府淨收入將不因查核或不查核而有所不同。另外，(3.29j)式則表示高能力納稅人所選擇的p、q、與r，會使得圖 3.1.1 中點 7、點 8、點 9、與點 10 等所帶來的總效用水準完全相同。至於(3.29g)式則表示低能力納稅人所選擇的s應使得點 11 與點 12 兩種行為，對其效用水準的影響將完全相同。

步驟二：將以上各項均衡條件(即(3.29a)至(3.29c)式、(3.29g)至(3.29j)

式)，帶入到模型的第一階段，便可以進一步分析政府未事前預告稽查機率下最適所得稅政策解的特性。此時，有關的計畫 P^a 將簡化為 $P^{a'}$，並表示如下：

$$\max_{\{Y_h^a, Y_l^a, T_h^a, T_l^a\}} N_h[(p+q)T_h^a + (1-p-q)T_l^a - q(\beta_h^a)^2 \frac{\partial Y_{hh}^a}{\partial \beta_h^a} - r(\beta_l^a)^2 \frac{\partial Y_{hl}^a}{\partial \beta_l^a}] +$$

$$N_l[T_l^a - s(\beta_l^a)^2 \frac{\partial Y_{ll}^a}{\partial \beta_l^a}]， \tag{3.30}$$

$$\text{s.t.} \qquad \rho U_{hh}^a + U_{ll}^a \geq \overline{W}， \tag{3.31}$$

將上述計畫 $P^{a'}$ 以拉式函數的形式表達為：

$$\Lambda^a = N_h[(p+q)T_h^a + (1-p-q)T_l^a - q(\beta_h^a)^2 \frac{\partial Y_{hh}^a}{\partial \beta_h^a} - r(\beta_l^a)^2 \frac{\partial Y_{hl}^a}{\partial \beta_l^a}] +$$

$$N_l[T_l^a - s(\beta_l^a)^2 \frac{\partial Y_{ll}^a}{\partial \beta_l^a}] +$$

$$\lambda^a \left\{ \rho \left[u(Y_h^a - T_h^a) + \psi_h(Y_h^a) \right] + u(Y_l^a - T_l^a) + \psi_l(Y_l^a) - \overline{W} \right\}，$$

其中 λ^a 為拉式乘數，$\lambda^a \geq 0$。因此，$\{Y_h^a, Y_l^a, T_h^a, T_l^a\}$ 必須滿足以下各一階條件式：

$$\frac{\partial \Lambda^a}{\partial Y_h^a} = \frac{\partial \beta_h^a}{\partial Y_h^a} N_h[(\frac{\partial p}{\partial \beta_h^a} + \frac{\partial q}{\partial \beta_h^a})(T_h^a - T_l^a) - \frac{\partial q}{\partial \beta_h^a}(\beta_h^a)^2 \frac{\partial Y_{hh}^a}{\partial \beta_h^a} -$$

$$2q\beta_h^a \frac{\partial Y_{hh}^a}{\partial \beta_h^a} - q(\beta_h^a)^2 \frac{\partial^2 Y_{hh}^a}{\partial (\beta_h^a)^2}] + \frac{\partial \beta_l^a}{\partial Y_h^a} N_h[-\frac{\partial r}{\partial \beta_l^a}(\beta_l^a)^2 \frac{\partial Y_{hl}^a}{\partial \beta_l^a} -$$

$$2r\beta_l^a \frac{\partial Y_{hl}^a}{\partial \beta_l^a} - r(\beta_l^a)^2 \frac{\partial^2 Y_{hl}^a}{\partial (\beta_l^a)^2}] + \frac{\partial \beta_l^a}{\partial Y_h^a} N_l[-\frac{\partial s}{\partial \beta_l^a}(\beta_l^a)^2 \frac{\partial Y_{ll}^a}{\partial \beta_l^a} -$$

$$2s\beta_l^a \frac{\partial Y_{ll}^a}{\partial \beta_l^a} - s(\beta_l^a)^2 \frac{\partial^2 Y_{ll}^a}{\partial (\beta_l^a)^2}] + \lambda^a \rho \left(\frac{\partial u(Y_h^a - T_h^a)}{\partial C} + \frac{\partial \psi_h (Y_h^a)}{\partial Y_h^a} \right) = 0 \text{，}$$

(3.32)

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Lambda^a}{\partial Y_l^a} = {} & \frac{\partial \beta_h^a}{\partial Y_l^a} N_h [(\frac{\partial p}{\partial \beta_h^a} + \frac{\partial q}{\partial \beta_h^a})(T_h^a - T_l^a) - \frac{\partial q}{\partial \beta_h^a}(\beta_h^a)^2 \frac{\partial Y_{hh}^a}{\partial \beta_h^a} - 2q\beta_h^a \frac{\partial Y_{hh}^a}{\partial \beta_h^a} - \\
& q(\beta_h^a)^2 \frac{\partial^2 Y_{hh}^a}{\partial (\beta_h^a)^2}] + \frac{\partial \beta_l^a}{\partial Y_l^a} N_h [-\frac{\partial r}{\partial \beta_l^a}(\beta_l^a)^2 \frac{\partial Y_{hl}^a}{\partial \beta_l^a} - 2r\beta_l^a \frac{\partial Y_{hl}^a}{\partial \beta_l^a} - \\
& r(\beta_l^a)^2 \frac{\partial^2 Y_{hl}^a}{\partial (\beta_l^a)^2}] + \frac{\partial \beta_l^a}{\partial Y_l^a} N_l [-\frac{\partial s}{\partial \beta_l^a}(\beta_l^a)^2 \frac{\partial Y_{ll}^a}{\partial \beta_l^a} - 2s\beta_l^a \frac{\partial Y_{ll}^a}{\partial \beta_l^a} - \\
& s(\beta_l^a)^2 \frac{\partial^2 Y_{ll}^a}{\partial (\beta_l^a)^2}] + \lambda^a \left(\frac{\partial u(Y_l^a - T_l^a)}{\partial C} + \frac{\partial \psi_l (Y_l^a)}{\partial Y_l^a} \right) = 0 \text{，}
\end{aligned} \tag{3.33}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Lambda^a}{\partial T_h^a} = {} & N_h (p+q) + \frac{\partial \beta_h^a}{\partial T_h^a} N_h [(\frac{\partial p}{\partial \beta_h^a} + \frac{\partial q}{\partial \beta_h^a})(T_h^a - T_l^a) - \frac{\partial q}{\partial \beta_h^a}(\beta_h^a)^2 \frac{\partial Y_{hh}^a}{\partial \beta_h^a} - \\
& 2q\beta_h^a \frac{\partial Y_{hh}^a}{\partial \beta_h^a} - q(\beta_h^a)^2 \frac{\partial^2 Y_{hh}^a}{\partial (\beta_h^a)^2}] + \frac{\partial \beta_l^a}{\partial T_h^a} N_h [-\frac{\partial r}{\partial \beta_h^a}(\beta_l^a)^2 \frac{\partial Y_{hl}^a}{\partial \beta_l^a} - \\
& 2r\beta_l^a \frac{\partial Y_{hl}^a}{\partial \beta_l^a} - r(\beta_l^a)^2 \frac{\partial^2 Y_{hl}^a}{\partial (\beta_l^a)^2}] + \frac{\partial \beta_l^a}{\partial T_h^a} N_l [-\frac{\partial s}{\partial \beta_l^a}(\beta_l^a)^2 \frac{\partial Y_{ll}^a}{\partial \beta_l^a} - 2s\beta_l^a \frac{\partial Y_{ll}^a}{\partial \beta_l^a} \\
& - s(\beta_l^a)^2 \frac{\partial^2 Y_{ll}^a}{\partial (\beta_l^a)^2}] - \lambda^a \rho \frac{\partial u(Y_h^a - T_h^a)}{\partial C} = 0 \text{，}
\end{aligned} \tag{3.34}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Lambda^a}{\partial T_l^a} = {} & [N_h (1-p-q) + N_l] + \frac{\partial \beta_h^a}{\partial T_l^a} N_h [(\frac{\partial p}{\partial \beta_h^a} + \frac{\partial q}{\partial \beta_h^a})(T_h^a - T_l^a) - \\
& \frac{\partial q}{\partial \beta_h^a}(\beta_h^a)^2 \frac{\partial Y_{hh}^a}{\partial \beta_h^a} - 2q\beta_h^a \frac{\partial Y_{hh}^a}{\partial \beta_h^a} - q(\beta_h^a)^2 \frac{\partial^2 Y_{hh}^a}{\partial (\beta_h^a)^2}] + \\
& \frac{\partial \beta_l^a}{\partial T_l^a} N_h [-\frac{\partial r}{\partial \beta_l^a}(\beta_l^a)^2 \frac{\partial Y_{hl}^a}{\partial \beta_l^a} - 2r\beta_l^a \frac{\partial Y_{hl}^a}{\partial \beta_l^a} - r(\beta_l^a)^2 \frac{\partial^2 Y_{hl}^a}{\partial (\beta_l^a)^2}] + \\
& \frac{\partial \beta_l^a}{\partial T_l^a} N_l [-\frac{\partial s}{\partial \beta_l^a}(\beta_l^a)^2 \frac{\partial Y_{ll}^a}{\partial \beta_l^a} - 2s\beta_l^a \frac{\partial Y_{ll}^a}{\partial \beta_l^a} - s(\beta_l^a)^2 \frac{\partial^2 Y_{ll}^a}{\partial (\beta_l^a)^2}] - \\
& \lambda^a \frac{\partial u(Y_l^a - T_l^a)}{\partial C} = 0 \text{。}
\end{aligned} \tag{3.35}$$

步驟三：對(3.29a)至(3.29j)式進行全微分，可以得到下列各項結果[35]：

$\partial p/\partial\beta_h^a<0$ ， $\partial q/\partial\beta_h^a>0$ ， $\partial Y_{hh}^a/\partial\beta_h^a<0$ ， $\partial^2 Y_{hh}^a/\partial(\beta_h^a)^2<0$ ，

$\partial r/\partial\beta_h^a 0$ ， $\partial Y_{hl}^a/\partial\beta_l^a<0$ ， $\partial^2 Y_{hl}^a/\partial(\beta_l^a)^2<0$ ， $\partial s/\partial\beta_l^a>0$ ，

$\partial Y_{ll}^a/\partial\beta_l^a<0$ ， $\partial^2 Y_{ll}^a/\partial(\beta_l^a)^2<0$ ，

$$\frac{\partial\beta_h^a}{\partial Y_h^a}=\frac{-\left(\dfrac{\partial u(Y_h^a-T_h^a)}{\partial C}+\dfrac{\partial\psi_h(Y_h^a)}{\partial Y_h^a}\right)}{u(Y_{hh}^a-T_h^a)}\ , \tag{3.36}$$

$$\frac{\partial\beta_h^a}{\partial T_h^a}=\frac{\dfrac{\partial u(Y_h^a-T_h^a)}{\partial C}-(1-\beta_h^a)\dfrac{\partial u(Y_{hh}^a-T_h^a)}{\partial C}}{u(Y_{hh}^a-T_h^a)}\ , \tag{3.37}$$

$$\frac{\partial\beta_l^a}{\partial Y_h^a}=\frac{-\left(\dfrac{\partial u(Y_h^a-T_h^a)}{\partial C}+\dfrac{\partial\psi_h(Y_h^a)}{\partial Y_h^a}\right)}{u(Y_{hl}^a-T_h^a)}\ , \tag{3.38}$$

$$\frac{\partial\beta_l^a}{\partial T_h^a}=\frac{\dfrac{\partial u(Y_h^a-T_h^a)}{\partial C}}{u(Y_{hl}^a-T_h^a)}\ , \tag{3.39}$$

$$\frac{\partial\beta_h^a}{\partial Y_l^a}=\frac{-\left(\dfrac{\partial u(Y_l^a-T_l^a)}{\partial C}+\dfrac{\partial\psi_h(Y_l^a)}{\partial Y_l^a}\right)}{u(Y_{hh}^a-T_h^a)}\ , \tag{3.40}$$

$$\frac{\partial\beta_h^a}{\partial T_l^a}=\frac{\dfrac{\partial u(Y_l^a-T_l^a)}{\partial C}}{u(Y_{hh}^a-T_h^a)}\ , \tag{3.41}$$

[35] 請詳見附錄五的相關說明。

$$\frac{\partial \beta_l^a}{\partial Y_l^a} = \frac{-\left(\frac{\partial u(Y_l^a - T_l^a)}{\partial C} + \frac{\partial \psi_l(Y_l^a)}{\partial Y_l^a}\right)}{u(Y_{ll}^a - T_l^a)}, \tag{3.42}$$

$$\frac{\partial \beta_l^a}{\partial T_l^a} = \frac{\frac{\partial u(Y_l^a - T_l^a)}{\partial C} - (1-\beta_l^a)\frac{\partial u(Y_{ll}^a - T_l^a)}{\partial C}}{u(Y_{ll}^a - T_l^a)} 。 \tag{3.43}$$

步驟四：將(3.32)-(3.33)式簡化表示為：

$$G\frac{\partial \beta_h^a}{\partial Y_h^a} + H\frac{\partial \beta_l^a}{\partial Y_h^a} + \lambda^a \rho\left(\frac{\partial u(Y_h^a - T_h^p)}{\partial C} + \frac{\partial \psi_h(Y_h^a)}{\partial Y_h^a}\right) = 0， \tag{3.32a}$$

$$G\frac{\partial \beta_h^a}{Y_l^a} + H\frac{\partial \beta_l^a}{\partial Y_l^a} + \lambda^a\left(\frac{\partial u(Y_l^a - T_l^a)}{\partial C} + \frac{\partial \psi_l(Y_l^a)}{\partial Y_l^a}\right) = 0 ， \tag{3.33a}$$

$$\lambda^a \rho\frac{\partial u(Y_h^a - T_h^a)}{\partial C} - (G\frac{\partial \beta_h^a}{\partial T_h^a} + H\frac{\partial \beta_l^a}{\partial T_h^a}) = N_h(p+q) ， \tag{3.34a}$$

$$\lambda^a \frac{\partial u(Y_l^a - T_l^a)}{\partial C} - (G\frac{\partial \beta_h^a}{\partial T_l^a} + H\frac{\partial \beta_l^a}{\partial T_l^a}) = N_h(1-p-q) + N_l 。 \tag{3.35a}$$

其中，

$$G = N_h[(\frac{\partial p}{\partial \beta_h^a} + \frac{\partial q}{\partial \beta_h^a})(T_h^a - T_l^a) - \frac{\partial q}{\partial \beta_h^a}(\beta_h^a)^2\frac{\partial Y_{hh}^a}{\partial \beta_h^a} - 2q\beta_h^a\frac{\partial Y_{hh}^a}{\partial \beta_h^a} - q(\beta_h^a)^2\frac{\partial^2 Y_{hh}^a}{\partial(\beta_h^a)^2}]， \tag{3.44}$$

$$H = N_h[-\frac{\partial r}{\partial \beta_l^a}(\beta_l^a)^2\frac{\partial Y_{hl}^a}{\partial \beta_l^a} - 2r\beta_l^a\frac{\partial Y_{hl}^a}{\partial \beta_l^a} - r(\beta_l^a)^2\frac{\partial^2 Y_{hl}^a}{\partial(\beta_l^a)^2}] + N_l[-\frac{\partial s}{\partial \beta_l^a}(\beta_l^a)^2\frac{\partial Y_{ll}^a}{\partial \beta_l^a} - 2s\beta_l^a\frac{\partial Y_{ll}^a}{\partial \beta_l^a} - s(\beta_l^a)^2\frac{\partial^2 Y_{ll}^a}{\partial(\beta_l^a)^2}] 。 \tag{3.45}$$

將前述步驟三所得出的各項結果納入(3.45)式，可以推知 $H \geq 0$。接下來我們將(3.36)至(3.43)式，併同 MTR_h^a 與 MTR_l^a 的定義分別代入上述(3.32a)至(3.35a)式，並經過整理後改寫為：

$$\left(\lambda^a \rho - \frac{G}{u(Y_{hh}^a - T_h^a)} - \frac{H}{u(Y_{hl}^a - T_l^a)}\right)\frac{\partial u(Y_h^a - T_h^a)}{\partial C} MTR_h^a = 0， \tag{3.32b}$$

$$\left(\lambda^a - \frac{G}{u(Y_{hh}^a - T_h^a)} - \frac{H}{u(Y_{ll}^a - T_l^a)}\right)\frac{\partial u(Y_l^a - T_l^a)}{\partial C} MTR_l^a =$$

$$\frac{G}{u(Y_{hh}^a - T_h^a)}\left(\frac{\partial \psi_h(Y_l^a)}{\partial Y_l^a} - \frac{\partial \psi_l(Y_l^a)}{\partial Y_l^a}\right)， \tag{3.33b}$$

$$\left(\lambda^a \rho - \frac{G}{u(Y_{hh}^a - T_h^a)} - \frac{H}{u(Y_{hl}^a - T_l^a)}\right)\frac{\partial u(Y_h^a - T_h^a)}{\partial C} = N_h(p+q) +$$

$$\frac{G(1-\beta_h^a)}{u(Y_{hh}^a - T_h^a)}\frac{\partial u(Y_{hh}^a - T_h^a)}{\partial C}， \tag{3.34b}$$

$$\left(\lambda^a - \frac{G}{u(Y_{hh}^a - T_h^a)} - \frac{H}{u(Y_{ll}^a - T_l^a)}\right)\frac{\partial u(Y_l^a - T_l^a)}{\partial C} = N_h(1-p-q) + N_l +$$

$$\frac{H(1-\beta_l^a)}{u(Y_{ll}^a - T_l^a)}\frac{\partial u(Y_{ll}^a - T_l^a)}{\partial C}。 \tag{3.35b}$$

步驟五：我們根據(3.34b)式來進行符號判定。由於該式等號左方大括號中的數值不得為零，因此，我們首先利用上述關係，根據(3.32b)式推知 $MTR_h^a = 0$。

上述 $MTR_h^a = 0$ (即 $\partial u(Y_h^a - T_h^b)/\partial C + \partial \psi_h(Y_h^a)/\partial Y_h^a = 0$)表示，政府此時所訂定的 Y_h^a，將使得高能力納稅人的 U_{hh}^a 為最大。又根

據V_{hh}^{a}的定義可知，此時只要β_h^a為正，則V_{hh}^{a}必定小於U_{hh}^{a}。換言之，在$MTR_h^a=0$的情況下，如果第二階段的β_h^a為正，則申報所得類型為Y_h^a的高能力類型納稅人不會有任何動機選擇圖 3.1.1 中的點 8。另外，由於已知低能力類型的納稅人缺乏能力與動機偽裝為高能力者，因此當$MTR_h^a=0$時，政府完全沒有必要針對揭露自身為高能力類型的納稅人進行任何查核，故可知此時$\beta_h^{a*}=0$，且$Y_{hh}^{a}=Y_h^a$。在此情況下，對高能力類型的納稅人而言，選擇圖 3.1.1 中點 7 與點 8 是無差異的。於是，我們可進一步藉由(3.44)式推知此時$G=0$。

由於已知$H\geq 0$，故我們根據(3.35b)式來進行符號判定，可知該式以及(3.33b)式等號左方大括號中的數值應為正。因此，根據上述資訊，且已知$G=0$，所以利用(3.33b)式，我們亦可以判定$MTR_l^a=0$成立。 另外，根據(3.29f)式，可以確知$0<\beta_l^{a*}<1$。故命題 3.3.1 得證之。□

比照前述分析，$MTR_l^a=0$(即$\partial u(Y_l^a-T_l^a)/\partial C+\partial\psi_l(Y_l^a)/\partial Y_l^a=0$)表示，政府此時所訂定的$Y_l^a$，將使得低能力納稅人的$U_{ll}^{a}$為最大。同樣的，根據$V_{ll}^{a}$的定義可知，只要此時$\beta_l^a$為正，則$V_{ll}^{a}$必定小於$U_{ll}^{a}$。換言之，在$MTR_l^a=0$的情況下，如果第二階段時的$\beta_l^a$為正，則低能力類型納稅人將不會有任何動機選擇圖 3.1.1 中的點 11。因此可知，$s=0$。

值得特別注意，命題 3.3.1 中$MTR_h^a=0$與$MTR_l^a=0$的結論固然可以保證低能力類型的納稅人不會謊報所得，然而卻不能確保高能力類型的納稅人不會選擇偽裝為低能力者。由於此時U_{hh}^{a}可能大於、等於或小於U_{hl}^{a}，故在第二階段時，高能力的納稅人會比較U_{hh}^{a}與U_{hl}^{a}的大小，在圖 3.1.1 中的點 7 與點 10 之間作一選擇。對照圖 3.1.1 可以看出，

高能力類型納稅人在第二階段有下列幾種可能的選擇：

(i)若$U_{hh}^{a} > U_{hl}^{a}$，則根據不同機率選擇點 7 或點 9。

(ii)若$U_{hh}^{a} = U_{hl}^{a}$，則由於選擇點 7 或點 10 不會產生差異，所以將依據不同機率選擇點 7、點 9、或點 10。

(iii)若$U_{hh}^{a} < U_{hl}^{a}$，將依據不同機率選擇點 9 或點 10。

若政府在訂定最適所得稅制度的第一階段內，未事前預告稽查機率並設定誘因機制，以誘導納稅人在第二階段採取誠實申報，故高能力者在第二階段確有可能偽裝成低能力者，且高、低能力者皆有可能謊報所得。此時最適所得稅的設計重點是分別讓高、低能力類型的納稅人，能夠在誠實揭露其能力與所得類型下達到最大效用。正因為如此，所以我們才會得出MTR_h^a以及MTR_l^a皆為零，亦即高、低能力類型納稅人所面對的邊際稅率均為零的結果。這項結論與 Seade (1977)、Stiglitz (1987)、Boadway&Keen (1993)、Cremer & Gahvari (1995)等的觀點明顯不同。另外，由前述的分析亦可推知，如果政府意圖要引導納稅人在第二階段的行為，就必須在第一階段建立誘因機制。

3.3.2 高能力者不會偽裝為低能力者

假設政府在第一階段時，提出一組最適所得稅制度$\{Y_h^b, Y_l^b, T_h^b, T_l^b\}$，即包括高、低能力者應獲取的所得標準以及分別應繳納的稅負。接下來便進入第二階段分析。我們對照圖 3.1.1，來說明政府與納稅人在第二階段的行為選擇。首先，假設政府能夠提供足夠誘因，使得高能力類型納稅人在第二階段沒有動機偽裝成低能力者。其次，假設高

能力類型納稅人在第二階段中，分別有e機率選擇點 7，f的機率選擇點 8，$1-e-f$的機率選擇點 9，$0 \le e, f \le 1$。至於低能力類型的納稅人，則有g的機率選擇點 11，$1-g$的機率選擇點 12，$0 \le g \le 1$。最後，我們假設當納稅人申報的所得類型為Y_i^b時，政府在第二階段將以β_i^b的稽查機率對其進行查核，$i = h, l$。

根據上述假設，政府訂定最適所得稅制度時所需考慮的限制條件，將包括誘使高能力類型納稅人者不會偽裝為低能力者的誘因限制式、第二階段納稅人與政府的各項最適選擇的均衡條件、以及維持事後社會福利至少在某一既定水準等。將此一政策計畫P^b表示如下：

$$\max_{\{Y_h^b, Y_l^b, T_h^b, T_l^b\}} N_h\{e[\beta_h^b(T_h^b - A) + (1-\beta_h^b)T_h^b] + f[\beta_h^b(Y_{hh}^b - A) + (1-\beta_h^b)T_h^b] + (1-e-f)[\beta_l^b(Y_{hl}^b - A) + (1-\beta_l^b)T_l^b]\} + N_l\{g[\beta_l^b(Y_{ll}^b - A) + (1-\beta_l^b)T_l^b] + (1-g)[\beta_l^b(T_l^b - A) + (1-\beta_l^b)T_l^b]\}，\tag{3.46}$$

s.t.：

$$U_{hh}^b \ge U_{hl}^b，\tag{3.47}$$

$$e \in \arg_{\tilde{e}} \ \tilde{e}U_{hh}^b + fV_{hh}^b + (1-\tilde{e}-f)V_{hl}^b，\tag{3.48}$$

$$f \in \arg_{\tilde{f}} \ eU_{hh}^b + \tilde{f}V_{hh}^b + (1-e-\tilde{f})V_{hl}^b，\tag{3.49}$$

$$g \in \arg_{\tilde{g}} \ \tilde{g}V_{ll}^b + (1-\tilde{g})U_{ll}^b，\tag{3.50}$$

$$\beta_h^b \in \arg\max_{\tilde{\beta}_h^b} N_h\{e[\tilde{\beta}_h^b(T_h^b - A) + (1-\tilde{\beta}_h^b)T_h^b] + f[\tilde{\beta}_h^b(Y_{hh}^b - A) + (1-\tilde{\beta}_h^b)T_h^b]\}，\tag{3.51}$$

$$\beta_l^b \in \arg\max_{\tilde{\beta}_l^b} N_h\{(1-e-f)[\tilde{\beta}_l^b(Y_{hl}^b - A) + (1-\tilde{\beta}_l^b)T_l^b]\} +$$
$$N_l\{g[\tilde{\beta}_l^b(Y_{ll}^b - A) + (1-\tilde{\beta}_l^b)T_l^b] + (1-g)[\tilde{\beta}_l^b(T_l^b - A) + (1-\tilde{\beta}_l^b)T_l^b]\}\text{，} \tag{3.52}$$

$$\rho\{eU_{hh}^b + fV_{hh}^b + gV_{hl}^b\} + \{(1-g)U_{ll}^b + gV_{ll}^b\} \geq \overline{W}\text{。} \tag{3.53}$$

上述(3.46)式目標在極大化政府的預期淨收入。另(3.47)式為誘因限制式，足以誘使高能力類型納稅人在第二階段不會偽裝為低能力者。至於(3.48)至(3.52)式則表示政府在第一階段給定$\{Y_h^b, Y_l^b, T_h^b, T_l^b\}$政策組合下，納稅人與政府在第二階段所分別決定的各項最適選擇。此時，高能力納稅人選擇最適的e與f以追求最大的預期效用$(eU_{hh}^b + fV_{hh}^b + (1-e-f)V_{hl}^b)$，且低能力納稅人亦選擇最適的$g$以追求最大的預期效用$(gV_{ll}^b + (1-g)U_{ll}^b)$。另外，政府分別選擇最適的$\beta_h^b$與$\beta_l^b$以追求查核預期淨收入為最大。此外，(3.53)式為社會福利限制式，表示政府訂定最適所得稅制度時，必須限制事後預期的社會福利至少維持在$\overline{W}$的水準或以上。

命題 3.3.2 在未事前預告稽查機率之下，政府若欲使高能力類型納稅人在事後沒有動機偽裝為低能力者，則應將高能力類型納稅人的邊際稅率訂為零(即$MTR_h^b = 0$)。至於低能力類型納稅人的邊際稅率(MTR_l^b)則有兩種可能情形。一是$MTR_l^b > 0$；另一是$MTR_l^b = 0$。此外，政府事後的最適稽查策略為$\beta_h^{b*} = 0$以及$\beta_l^{b*} < 1$。

我們仿照 3.3.1 節的分析步驟，來證明上述命題 3.3.2。

步驟一：將納稅人與政府在第二階段各項最適選擇的均衡條件分別表

示如下：

$$(1-\beta_h^b)\frac{\partial u(Y_{hh}^b - T_h^b)}{\partial C} + \frac{\partial \psi_h(Y_h^b)}{\partial Y_{hh}^b} = 0 \text{，} \tag{3.54a}$$

$$(1-\beta_l^b)\frac{\partial u(Y_{hl}^b - T_l^b)}{\partial C} + \frac{\partial \psi_h(Y_{hl}^b)}{\partial Y_{hl}^b} = 0 \text{，} \tag{3.54b}$$

$$(1-\beta_l^b)\frac{\partial u(Y_{ll}^b - T_l^b)}{\partial C} + \frac{\partial \psi_l(Y_{ll}^b)}{\partial Y_{ll}^b} = 0 \text{，} \tag{3.54c}$$

$$U_{hh}^b - V_{hl}^b = 0 \text{，} \tag{3.54d}$$

$$V_{hh}^b - V_{hl}^b = 0 \text{，} \tag{3.54e}$$

$$V_{ll}^b - U_{ll}^b = 0 \text{，} \tag{3.54f}$$

$$-eA + f(Y_{hh}^b - A - T_h^b + \beta_h^b \frac{\partial Y_{hh}^b}{\partial \beta_h^b}) = 0 \text{，} \tag{3.54g}$$

$$N_h(1-e-f)(Y_{hl}^b - A - T_l^b + \beta_l^b \frac{\partial Y_{hl}^b}{\partial \beta_l^b}) + N_l[g(Y_{ll}^b - A - T_l^b + \beta_l^b \frac{\partial Y_{ll}^b}{\partial \beta_l^b}) -$$

$$(1-g)A] = 0 \text{，} \tag{3.54h}$$

然後進一步將(3.54d)與(3.54e)兩式合併為：

$$U_{hh}^a = V_{hh}^a = V_{hl}^a \text{，} \tag{3.54i}$$

對照圖 3.1.1，並根據(3.3)式的定義可知，上述(3.54a)與

(3.54b)兩式乃分別表示在第二階段中，高能力類型納稅人選擇點 8 與點 9 時，為追求預期效用最大下所獲取所得水準必須滿足的均衡條件。同理，(3.54c)式則表示低能力類型納稅人在第二階段選擇點 11 時，為追求預期效用最大下所獲取所得水準必須滿足的均衡條件。其次，(3.54i)式則表示高能力納稅人所選擇的 e 與 f ，會使得圖 3.1.1 中點 7、點 8、與點 9 等行為所帶來的總效用水準完全相同。(3.54f)式則表示低能力納稅人所選擇的 g 應使得點 11 與點 12 兩種行為，對其效用水準的影響將不會產生任何差異。至於(3.54g)與(3.54h)兩式則表示政府選擇的 β_h^b 與 β_l^b ，會使得查核邊際淨收入為零。

步驟二：將上述第二階段的均衡條件帶回模型的第一階段，則政府的計畫 P^b 將簡化為如下的 $P^{b'}$：

$$\max_{\{Y_H^b, Y_L^b, T_H^b, T_L^b\}} N_h[(e+f)T_h^b + (1-e-f)T_l^b - f(\beta_h^b)^2 \frac{\partial Y_{hh}^b}{\partial \beta_h^b} - (1-e-f)(\beta_l^b)^2 \frac{\partial Y_{hl}^b}{\partial \beta_l^b}] + N_L[T_L^b - g(\beta_L^b)^2 \frac{\partial Y_{LL}^b}{\partial \beta_L^b}]， \tag{3.55}$$

$$\text{s.t.} \quad U_{hh}^b \geq U_{hl}^b， \tag{3.56}$$

$$\rho U_{hh}^b + U_{ll}^b \geq \overline{W}。 \tag{3.57}$$

將上述 $P^{b'}$ 以拉式函數的形式表達如下：

$$\Lambda^b = N_h[(e+f)T_h^b + (1-e-f)T_l^b - f(\beta_h^b)^2 \frac{\partial Y_{hh}^b}{\partial \beta_h^b} -$$

$$(1-e-f)(\beta_l^b)^2\frac{\partial Y_{hl}^b}{\partial \beta_l^b}]+N_l[T_l^b-g(\beta_l^b)^2\frac{\partial Y_{ll}^b}{\partial \beta_l^b}]+$$

$$\lambda_1^b[u(Y_h^b-T_h^b)+\psi_h(Y_h^b)-u(Y_l^b-T_l^b)-\psi_h(Y_l^b)]+$$

$$\lambda_2^b\left\{\rho\left[u(Y_h^b-T_h^b)+\psi_h(Y_h^b)\right]+u(Y_l^b-T_l^b)+\psi_l(Y_l^b)-\overline{W}\right\}，$$

其中 λ_i^b 為拉式乘數，$\lambda_i^b \geq 0$，$i=1,2$。因此，$\{Y_h^b, Y_l^b, T_h^b, T_l^b\}$ 必須滿足以下的一階條件：

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Lambda^b}{\partial Y_h^b}=&\frac{\partial \beta_h^b}{\partial Y_h^b}N_h[(\frac{\partial e}{\partial \beta_h^b}+\frac{\partial f}{\partial \beta_h^b})(T_h^b-T_l^b)-\frac{\partial f}{\partial \beta_h^b}(\beta_h^b)^2\frac{\partial Y_{hh}^b}{\partial \beta_h^b}-\\&2f\beta_h^b\frac{\partial Y_{hh}^b}{\partial \beta_h^b}-f(\beta_h^b)^2\frac{\partial^2 Y_{hh}^b}{\partial(\beta_h^b)^2}+(\frac{\partial e}{\partial \beta_h^b}+\frac{\partial f}{\partial \beta_h^b})(\beta_l^b)^2\frac{\partial Y_{hl}^b}{\partial \beta_l^b}]+\\&\frac{\partial \beta_l^b}{\partial Y_h^b}N_h[-2(1-e-f)\beta_l^b\frac{\partial Y_{hl}^b}{\partial \beta_l^b}-(1-e-f)(\beta_l^b)^2\frac{\partial^2 Y_{hl}^b}{\partial(\beta_l^b)^2}]+\\&\frac{\partial \beta_l^b}{\partial Y_h^b}N_l[-\frac{\partial g}{\partial \beta_h^b}(\beta_l^b)^2\frac{\partial Y_{ll}^b}{\partial \beta_l^b}-2g\beta_l^b\frac{\partial Y_{ll}^b}{\partial \beta_l^b}-g(\beta_l^b)^2\frac{\partial^2 Y_{ll}^b}{\partial(\beta_l^b)^2}]+\\&(\lambda_1^b+\lambda_2^b\rho)\left(\frac{\partial u(Y_h^b-T_h^b)}{\partial C}+\frac{\partial \psi_h(Y_h^b)}{\partial Y_h^b}\right)=0，\end{aligned}\tag{3.58}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Lambda^b}{\partial Y_l^b}=&\frac{\partial \beta_h^b}{\partial Y_l^b}N_h[(\frac{\partial e}{\partial \beta_h^b}+\frac{\partial f}{\partial \beta_h^b})(T_h^b-T_l^b)-\frac{\partial f}{\partial \beta_h^b}(\beta_h^b)^2\frac{\partial Y_{hh}^b}{\partial \beta_h^b}-\\&2f\beta_h^b\frac{\partial Y_{hh}^b}{\partial \beta_h^b}-f(\beta_h^b)^2\frac{\partial^2 Y_{hh}^b}{\partial(\beta_h^b)^2}+(\frac{\partial e}{\partial \beta_l^b}+\frac{\partial f}{\partial \beta_l^b})(\beta_l^b)^2\frac{\partial Y_{hl}^b}{\partial \beta_l^b}]+\\&\frac{\partial \beta_l^b}{\partial Y_l^b}N_h[-2(1-e-f)\beta_l^b\frac{\partial Y_{hl}^b}{\partial \beta_l^b}-(1-e-f)(\beta_l^b)^2\frac{\partial^2 Y_{hl}^b}{\partial(\beta_l^b)^2}]+\\&\frac{\partial \beta_l^b}{\partial Y_l^b}N_l[-\frac{\partial g}{\partial \beta_l^b}(\beta_l^b)^2\frac{\partial Y_{ll}^b}{\partial \beta_l^b}-2g\beta_l^b\frac{\partial Y_{ll}^b}{\partial \beta_l^b}-g(\beta_l^b)^2\frac{\partial^2 Y_{ll}^b}{\partial(\beta_l^b)^2}]+\\&(\lambda_2^b-\lambda_1^b)\frac{\partial u(Y_l^b-T_l^b)}{\partial C}-\lambda_1^b\frac{\partial \psi_h(Y_l^b)}{\partial Y_l^b}+\lambda_2^b\frac{\partial \psi_l(Y_l^b)}{\partial Y_l^b}=0，\end{aligned}\tag{3.59}$$

$$\frac{\partial \Lambda^b}{\partial T_h^b} = N_h(e+f) + \frac{\partial \beta_h^b}{\partial T_h^b} N_h[(\frac{\partial e}{\partial \beta_h^b} + \frac{\partial f}{\partial \beta_h^b})(T_h^b - T_l^b) - \frac{\partial f}{\partial \beta_h^b}(\beta_h^b)^2 \frac{\partial Y_{hh}^b}{\partial \beta_h^b} -$$
$$2f\beta_h^b \frac{\partial Y_{hh}^b}{\partial \beta_h^b} - f(\beta_h^b)^2 \frac{\partial^2 Y_{hh}^b}{\partial (\beta_h^b)^2} + (\frac{\partial e}{\partial \beta_h^b} + \frac{\partial f}{\partial \beta_h^b})(\beta_l^b)^2 \frac{\partial Y_{hl}^b}{\partial \beta_l^b}] +$$
$$\frac{\partial \beta_l^b}{\partial T_h^b} N_h[-2(1-e-f)\beta_l^b \frac{\partial Y_{hl}^b}{\partial \beta_l^b} - (1-e-f)(\beta_l^b)^2 \frac{\partial^2 Y_{hl}^b}{\partial (\beta_l^b)^2}] +$$
$$\frac{\partial \beta_l^b}{\partial T_h^b} Nl_L[-\frac{\partial g}{\partial \beta_h^b}(\beta_l^b)^2 \frac{\partial Y_{ll}^b}{\partial \beta_l^b} - 2g\beta_l^b \frac{\partial Y_{ll}^b}{\partial \beta_l^b} - g(\beta_l^b)^2 \frac{\partial^2 Y_{ll}^b}{\partial (\beta_l^b)^2}] -$$
$$(\lambda_1^b + \lambda_2^b \rho)\frac{\partial u(Y_{hh}^b - T_h^b)}{\partial C} = 0 \text{，} \tag{3.60}$$

$$\frac{\partial \Lambda^b}{\partial T_l^b} = N_h(1-e-f) + N_l + \frac{\partial \beta_h^b}{\partial T_l^b} N_h[(\frac{\partial e}{\partial \beta_h^b} + \frac{\partial f}{\partial \beta_h^b})(T_h^b - T_l^b) -$$
$$\frac{\partial f}{\partial \beta_h^b}(\beta_h^b)^2 \frac{\partial Y_{hh}^b}{\partial \beta_h^b} - 2f\beta_h^b \frac{\partial Y_{hh}^b}{\partial \beta_h^b} - f(\beta_h^b)^2 \frac{\partial^2 Y_{hh}^b}{\partial (\beta_h^b)^2} +$$
$$(\frac{\partial e}{\partial \beta_h^b} + \frac{\partial f}{\partial \beta_h^b})(\beta_l^b)^2 \frac{\partial Y_{hl}^b}{\partial \beta_l^b}] + \frac{\partial \beta_l^b}{\partial T_l^b} N_h[-2(1-e-f)\beta_l^b \frac{\partial Y_{hl}^b}{\partial \beta_l^b} -$$
$$(1-e-f)(\beta_l^b)^2 \frac{\partial^2 Y_{hl}^b}{\partial (\beta_l^b)^2}] + \frac{\partial \beta_l^b}{\partial T_l^b} N_l[-\frac{\partial g}{\partial \beta_l^b}(\beta_l^b)^2 \frac{\partial Y_{ll}^b}{\partial \beta_l^b} -$$
$$2g\beta_l^b \frac{\partial Y_{ll}^b}{\partial \beta_l^b} - g(\beta_l^b)^2 \frac{\partial^2 Y_{ll}^b}{\partial (\beta_l^b)^2}] - (\lambda_2^b - \lambda_1^b)\frac{\partial u(Y_l^b - T_l^b)}{\partial C} = 0 \text{。}$$

(3.61)

步驟三：對(3.54a)至(3.54i)式進行全微分，可以得到以下的結果：

$\partial e / \partial \beta_h^b < 0$，$\partial f / \partial \beta_h^b > 0$，$\partial Y_{hh}^b / \partial \beta_h^b < 0$，$\partial^2 Y_{hh}^b / \partial (\beta_h^b)^2 < 0$，$\partial g / \partial \beta_l^b > 0$，$\partial Y_{hl}^b / \partial \beta_l^b < 0$，$\partial^2 Y_{hl}^b / \partial (\beta_l^b)^2 < 0$，$\partial Y_{ll}^b / \partial \beta_l^b < 0$，$\partial^2 Y_{ll}^b / \partial (\beta_l^b)^2 < 0$，

$$\frac{\partial \beta_h^b}{\partial Y_h^b} = \frac{-\left(\frac{\partial u(Y_h^b - T_h^b)}{\partial C} + \frac{\partial \psi_h(Y_h^b)}{\partial Y_h^b}\right)}{u(Y_{hh}^b - T_h^b)} \text{，} \tag{3.62}$$

$$\frac{\partial \beta_l^b}{\partial Y_h^b} = \frac{-\left(\frac{\partial u(Y_h^b - T_h^b)}{\partial C} + \frac{\partial \psi_h(Y_h^b)}{\partial Y_h^b}\right)}{u(Y_{hl}^b - T_h^b)}, \tag{3.63}$$

$$\frac{\partial \beta_h^b}{\partial T_h^b} = \frac{\frac{\partial u(Y_h^b - T_h^b)}{\partial C} - (1-\beta_h^a)\frac{\partial u(Y_{hh}^b - T_h^b)}{\partial C}}{u(Y_{hh}^b - T_h^b)}, \tag{3.64}$$

$$\frac{\partial \beta_l^b}{\partial T_l^b} = \frac{\frac{\partial u(Y_h^b - T_h^b)}{\partial C}}{u(Y_{hl}^b - T_h^b)}, \tag{3.65}$$

$$\frac{\partial \beta_h^b}{\partial Y_l^b} = \frac{-\left(\frac{\partial u(Y_l^b - T_l^b)}{\partial C} + \frac{\partial \psi_h(Y_l^b)}{\partial Y_l^b}\right)}{u(Y_{hh}^b - T_h^b)}, \tag{3.66}$$

$$\frac{\partial \beta_l^b}{\partial Y_l^b} = \frac{-\left(\frac{\partial u(Y_l^b - T_l^b)}{\partial C} + \frac{\partial \psi_l(Y_l^b)}{\partial Y_l^b}\right)}{u(Y_{ll}^b - T_l^b)}, \tag{3.67}$$

$$\frac{\partial \beta_h^b}{\partial T_l^b} = \frac{\frac{\partial u(Y_l^b - T_l^b)}{\partial C}}{u(Y_{hh}^b - T_h^b)}, \tag{3.68}$$

$$\frac{\partial \beta_l^b}{\partial T_l^b} = \frac{\frac{\partial u(Y_l^b - T_l^b)}{\partial C} - (1-\beta_l^b)\frac{\partial u(Y_{ll}^b - T_l^b)}{\partial C}}{u(Y_{ll}^b - T_l^b)}。 \tag{3.69}$$

步驟四：將上述(3.58)至(3.61)式簡化表示為：

$$M\frac{\partial \beta_h^b}{\partial Y_h^b} + K\frac{\partial \beta_l^b}{\partial Y_h^b} + (\lambda_1^b + \lambda_2^b \rho)\left(\frac{\partial u(Y_h^b - T_h^b)}{\partial C} + \frac{\partial \psi_h(Y_h^b)}{\partial Y_h^b}\right) = 0, \tag{3.58a}$$

$$M\frac{\partial\beta_h^b}{\partial Y_l^b}+K\frac{\partial\beta_l^b}{\partial Y_l^b}+(\lambda_2^b-\lambda_1^b)\left(\frac{\partial u(Y_l^b-T_l^b)}{\partial C}+\frac{\partial\psi_l(Y_l^b)}{\partial Y_l^a}\right)=$$

$$\lambda_1^b\left(\frac{\partial\psi_h(Y_l^b)}{\partial Y_l^b}-\frac{\partial\psi_l(Y_l^b)}{\partial Y_l^b}\right), \tag{3.59a}$$

$$-M\frac{\partial\beta_h^b}{\partial T_h^b}-K\frac{\partial\beta_l^b}{\partial T_h^b}+(\lambda_1^b+\lambda_2^b\rho)\frac{\partial u(Y_h^b-T_h^b)}{\partial C}=N_h(e+f)\text{，} \tag{3.60a}$$

$$-M\frac{\partial\beta_h^b}{\partial T_l^b}-K\frac{\partial\beta_l^b}{\partial T_l^b}+(\lambda_2^b-\lambda_1^b)\frac{\partial u(Y_l^b-T_l^b)}{\partial C}=N_h(1-e-f)+N_l\text{。} \tag{3.61a}$$

其中，

$$M=N_h[(\frac{\partial e}{\partial\beta_h^b}+\frac{\partial f}{\partial\beta_h^b})(T_h^b-T_l^b)-\frac{\partial f}{\partial\beta_h^b}(\beta_h^b)^2\frac{\partial Y_{hh}^b}{\partial\beta_h^b}-2f\beta_h^b\frac{\partial Y_{hh}^b}{\partial\beta_h^b}-$$
$$f(\beta_h^b)^2\frac{\partial^2 Y_{hh}^b}{\partial(\beta_h^b)^2}+(\frac{\partial e}{\partial\beta_h^b}+\frac{\partial f}{\partial\beta_h^b})(\beta_l^b)^2\frac{\partial Y_{hl}^b}{\partial\beta_l^b}]\text{，} \tag{3.70}$$

$$K=N_h[-2(1-e-f)\beta_l^b\frac{\partial Y_{hl}^b}{\partial\beta_l^b}-(1-e-f)(\beta_l^b)^2\frac{\partial^2 Y_{hl}^b}{\partial(\beta_l^b)^2}]+$$
$$N_l[-\frac{\partial g}{\partial\beta_l^b}(\beta_l^b)^2\frac{\partial Y_{ll}^b}{\partial\beta_l^b}-2g\beta_l^b\frac{\partial Y_{ll}^b}{\partial\beta_l^b}-g(\beta_l^b)^2\frac{\partial^2 Y_{ll}^b}{\partial(\beta_l^b)^2}]\text{，} \tag{3.71}$$

根據步驟三的各項結果，我們可以確定 $K\geq 0$ 。

我們接下來將(3.62)至(3.69)式，併同 MTR_h^b 與 MTR_l^b 的定義分別代入上述(3.58a)至(3.61a)式，再整理重組後可改寫為：

$$\left(\lambda_1^b+\lambda_2^b\rho-\frac{M}{u(Y_{hh}^b-T_h^b)}-\frac{K}{u(Y_{hl}^b-T_l^b)}\right)\frac{\partial u(Y_h^b-T_h^b)}{\partial C}MTR_h^b=0\text{，} \tag{3.58b}$$

$$\left(\lambda_2^b-\lambda_1^b-\frac{M}{u(Y_{hh}^b-T_h^b)}-\frac{K}{u(Y_{ll}^b-T_l^b)}\right)\frac{\partial u(Y_l^b-T_l^b)}{\partial C}MTR_l^b=$$

$$(\lambda_1^b+\frac{M}{u(Y_{hh}^b-T_h^b)})\left(\frac{\partial\psi_h(Y_l^b)}{\partial Y_l^b}-\frac{\partial\psi_l(Y_l^b)}{\partial Y_l^b}\right), \tag{3.59b}$$

$$\left(\lambda_1^b+\lambda_2^b\rho-\frac{M}{u(Y_{hh}^b-T_h^b)}-\frac{K}{u(Y_{hl}^b-T_l^b)}\right)\frac{\partial u(Y_h^b-T_h^b)}{\partial C}=$$

$$N_h(e+f)+\frac{M(1-\beta_h^b)}{u(Y_{hh}^b-T_h^b)}\frac{\partial u(Y_{hh}^b-T_h^b)}{\partial C}, \tag{3.60b}$$

$$\left(\lambda_2^b-\lambda_1^b-\frac{M}{u(Y_{hh}^b-T_h^b)}-\frac{K}{u(Y_{ll}^b-T_l^b)}\right)\frac{\partial u(Y_l^b-T_l^b)}{\partial C}=$$

$$N_h(1-e-f)+N_l+\frac{K(1-\beta_l^b)}{u(Y_{ll}^b-T_l^b)}\frac{\partial u(Y_{ll}^b-T_l^b)}{\partial C}。 \tag{3.61b}$$

步驟五：根據上述(3.60b)式進行符號判定，可知該式等號左方大括號中的數值不得為零。因此，我們利用此一結論，並根據(3.58b)式推知$MTR_h^b=0$。如同前一小節之分析可知，當$MTR_h^b=0$時，政府沒有任何必要對申報為高所得類型的納稅人進行任何查核，故$\beta_h^{b*}=0$，且$Y_{hh}^b=Y_h^b$。因此，我們可進一步藉由(3.70)式推知$M=0$。

由於已知$K\geq 0$，故利用上述(3.61b)式進行符號判定，可知該式以及(3.59b)式等號左方大括號中的數值皆為正。利用此一關係，且已知$M=0$，所以藉由(3.59b)式，即可以判定當$\lambda_1^b=0$時，$MTR_l^b=0$，當$\lambda_1^b>0$時，$MTR_l^b>0$。另外，觀察(3.54f)式，則可確知$0<\beta_l^{b*}<1$。故命題 3.3.2 得證。□

我們接下來探討命題 3.3.2 的意義。首先，當 $\lambda_1^b = 0$ 時，代表(3.56)式的不等號必定成立，此時高能力類型的納稅人絕對不會偽裝成低能力者，因此政府無須壓低低能力納稅人應獲取的所得水準，來防止高能力者偽裝為低能力者，所以政府可以設定 $MTR_l^b = 0$。又根據 V_{ll}^b 的定義可知，只要 β_l^b 為正，此時 V_{ll}^b 必定小於 U_{ll}^b。換言之，在 $MTR_l^b = 0$ 的情況下，如果第二個階段時的 β_l^b 為正，則低能力類型納稅人不會有任何動機選擇圖 3.1.1 中的點 11，故此時 $g = 0$。此外，雖然我們已假設高能力納稅人不會偽裝為低能力者，但是他們在第二階段仍然有可能會選擇圖 3.1.1 中的點 9，所以縱然此時 $g = 0$，政府仍然必須對申報為低所得類型的納稅人進行查核。

其次，當 $\lambda_1^b > 0$ 時，代表(3.56)式的等號成立。此時政府必須壓低低能力納稅人應獲取的所得水準，使其面對的邊際稅率大於零，以阻卻高能力納稅人在第二階段偽裝為低能力者的動機。此外，對照圖 3.1.1，此時高能力者在第二階段有可能選擇點 9，而低能力者則有可能選擇點 11，於是政府必須對申報為低所得類型的納稅人進行查核。

分析政策計畫 P^b 所得到的結果，相較於計畫 P^P(即 Cremer & Gahvari)的結果，雖有相似之處，但是我們必須注意以下幾點差異：

(i) 在計畫 P^b 下，政府的政策工具僅有預告高、低能力者分別的邊際稅率，但在計畫 P^P 下，除上述兩項工具之外，還包括了事前預告的查核機率，故此時政府可以多一項政策工具，用以嚇阻納稅人在事後不致有任何謊報所得行為。只是這項增加的政策工具，同時也使得政府事後在明知沒有人謊報所得的情形下，仍然得付出稽核成本。另一方面，計畫 P^b 則仍然不排除納稅人在事後會有謊報所得的行為，此與計畫 P^P 不同。

(ii) 如果政府的政策工具僅有預告高、低能力者分別面對的邊際稅率，那麼將無法讓納稅人在事後完全不會有任何欺騙行為的。進一步說，在計畫 P^b 下，即使政府利用設定低能力者的邊際稅率大於零，以因此阻卻高能力者偽裝為低能力者的動機，但是仍然無法消弭納稅人可能進行其他欺騙行為的動機。

3.4 結語

本節參考 Cremer & Gahvari 的模型，在納稅人的所得水準為內生給定，且他們獲取所得的能力僅有高、低兩種類型之下，將政府的稽查策略區分為兩種型態，以探討政府對納稅人存在著資訊不對稱下的最適所得稅問題。上述兩種稽查策略包括政府事前預告稽查機率的查核策略，以及政府未事前預告稽查機率的查核策略。

其中，當政府採取事前預告稽查機率的查核策略，即為 Cremer & Gahvari 的研究重點。而本節在上述策略下的有關分析，亦與 Cremer & Gahvari 的看法完全一致。此時最適所得稅制度應使得高能力類型納稅人所面對的邊際稅率為零。至於低能力類型納稅人的邊際稅率將視情況而定。若高能力者缺乏偽裝的動機，則低能力者的邊際稅率為零，反之，則政府必須使得低能力者的邊際稅率大於零，以阻卻高能力納稅人偽裝成低能力者的動機。另外，政府採取事前預告的最適稽查策略，不會針對申報為高所得類型的納稅人，進行任何查核工作，至於申報為低所得類型的納稅人，則面臨小於一的稽查機率。

然而，Cremer & Gahvari 並沒有分析政府事前不預告稽查機率的查核策略。在此一策略下，政府勢必會考慮納稅人可能選擇的行為後

再決定稽查機率。因此本節試圖另行區分為兩種情況來探討相關的最適所得稅問題。一是政府提出的所得稅制度，並沒有設置任何引導納稅人行為誘因機制，故無法排除納稅人事後可能選擇各種欺騙行為的情況。本節研究結果顯示，此時最適所得稅制度應使得高、低能力類型納稅人所面對的邊際稅率均為零，即分別讓高、低能力類型的納稅人，能夠在誠實揭露其能力與所得類型下達到最大效用。此項結論與 Seade、Stiglitz、Boadway & Keen、Cremer & Gahvari 等研究的觀點明顯不同。

另一種情況則是政府提出的所得稅制度，設置阻卻高能力納稅人偽裝為低能力者誘因機制，但無法排除納稅人事後選擇謊報所得的情況。本節研究結果顯示，此時最適所得稅制度的設計重點，與 Cremer & Gahvari 的研究結果相似，即高能力類型納稅人所面對的邊際稅率為零，而低能力類型納稅人的邊際稅率則視情況而定，可能為零，亦可能為正。不過，值得注意的是， Cremer & Gahvari 的結論，是建立在與現實狀況並不相符的架構下，即政府一方面利用事前預告的稽查機率，嚇阻納稅人在事後不致有任何謊報所得行為。但另一方面，又在明知沒有謊報行為下，仍然在事後執行預告的稽查策略。本節則改以較符合現實的事後稽查策略，來取代上述分析架構，並得到相似結論。

附錄

附錄一：計劃 P^m 下最適均衡解之求導

我們將Λ^m函數對T_H^m、T_L^m、β^m、λ_1^m、λ_2^m等微分，可知均衡解必須滿足以下的一階條件：

$$\frac{\partial \Lambda^m}{\partial T_H^m} = q - \lambda_1^m qU'(Y_H - T_H^m) - \lambda_2^m U'(Y_H - T_H^m) = 0 \text{，} \tag{A1}$$

$$\frac{\partial \Lambda^m}{\partial T_L^m} = (1-q) - \lambda_1^m (1-q)U'(Y_L - T_L^m) + \lambda_2^m (1-\beta^m)U'(Y_H - T_L^m) = 0 \text{，} \tag{A2}$$

$$\frac{\partial \Lambda^m}{\partial \beta^m} = -A(1-q) + \lambda_2^m U(Y_H - T_L^m) = 0 \text{，} \tag{A3}$$

$$\frac{\partial \Lambda^m}{\partial \lambda_1^m} = qU(Y_H - T_H^m) + (1-q)U(Y_L - T_L^m) - \overline{U} \geq 0 \text{，} \tag{A4}$$

且

$$\lambda_1^m [qU(Y_H - T_H^m) + (1-q)U(Y_L - T_L^m) - \overline{U}] = 0 \text{，} \lambda_1^m \geq 0 \text{。}$$

$$\frac{\partial \Lambda^m}{\partial \lambda_2^m} = U(Y_H - T_H^m) - (1-\beta^m)U(Y_H - T_L^m) \geq 0 \text{，} \tag{A5}$$

且

$$\lambda_2^m [U(Y_H - T_H^p) - (1-\beta^p)U(Y_H - T_L^p)] = 0 \text{，} \lambda_2^m \geq 0 \text{。}$$

利用上述(A3)式，可推知當$A=0$時，$\lambda_2^m = 0$。但若$A>0$，則$\lambda_2^m > 0$，此時(A5)式的等號必須成立，所以

$\beta^m = [U(Y_H - T_L^m) - U(Y_H - T_H^m)]/U(Y_H - T_L^m)$ 。

另外，利用(A1)式的符號判定，可以看出λ_1^m、λ_2^m兩者不可同時為零。然後再利用(A2)式的符號判定，可以確知無論λ_2^m的符號為何，λ_1^m均大於零，因此(A4)式的等號也必須成立。我們接下來進一步整理(A1)與(A2)式得

$$U'(Y_H - T_H^m) = \frac{q}{\lambda_1^m q + \lambda_2^m} \text{ ，} \tag{A6}$$

$$U'(Y_L - T_L^m) = \frac{1}{\lambda_1^m} + \frac{\lambda_2^m}{\lambda_1^m (1-q)}(1-\beta^m)U'(Y_H - T_L^m) \text{ ，} \tag{A7}$$

以上兩式相減得

$$U'(Y_L - T_L^m) - U'(Y_H - T_H^m)$$

$$= \frac{\lambda_2^m}{\lambda_1^m (1-q)(\lambda_1^m q + \lambda_2^m)}[(1-q) + (\lambda_1^m q + \lambda_2^m)(1-\beta^m)U'(Y_H - T_L^m)] \geq 0\text{。} \tag{A8}$$

附錄二：計劃 P^m 下最適均衡解之求導

我們首先將命題 P 轉化成以下之拉式函數：

$$\Lambda = \frac{(1-q)(Y_H - T_L^n)}{Y_H - T_L^n - A}T_L^a + \frac{q(Y_H - T_L^n) - A}{Y_H - T_L^n - A}T_H^n + \lambda[qU(Y_H - T_H^n) + (1-q)U(Y_L - T_L^n) - \bar{U}],$$

其次，將Λ函數對T_H^n、T_L^n、λ等微分，可以得知均衡解必須滿足以下的一階條件：

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial T_H^n} = \frac{q(Y_H - T_L^n) - A}{Y_H - T_L^n - A} - \lambda q U'(Y_H - T_H^n) = 0 \text{，} \tag{A9}$$

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial T_L^n} = \frac{(1-q)(Y_H - T_L^n)}{Y_H - T_L^n - A} - \frac{A(1-q)(T_H^n - T_L^n)}{(Y_H - T_L^n - A)^2} - \lambda(1-q)U'(Y_L - T_L^n) = 0 \text{，} \tag{A10}$$

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial \lambda} = qU(Y_H - T_H^n) + (1-q)U(Y_L - T_L^n) - \overline{U} \geq 0 \text{，} \tag{A11}$$

且

$$\lambda\{qU(Y_H - T_H^n) + (1-q)U(Y_L - T_L^n) - \overline{U}\} = 0 \text{。}$$

利用(A9)式可知

$$\lambda = [q(Y_H - T_L^n) - A]/[qU'(Y_H - T_H^n)(Y_H - T_L^n - A)] \text{。}$$

由上式可知$\lambda > 0$，因此確知(A11)式的等號成立。將前述所得之λ再帶回(A10)式，可得

$$\frac{(1-q)(Y_H - T_L^n)}{Y_H - T_L^n - A} - \frac{A(1-q)(T_H^n - T_L^n)}{(Y_H - T_L^n - A)^2} = \frac{(1-q)[q(Y_H - T_L^n) - A]U'(Y_L - T_L^n)}{q(Y_H - T_L^n - A)U'(Y_H - T_H^n)} \text{。} \tag{A12}$$

我們將(A12)式兩邊同時乘上$(Y_H - T_L^n - A)/(1-q)$，並移項整理得出

$$U'(Y_H - T_H^n)\{\frac{q(Y_H - T_L^n)}{q(Y_H - T_L^n) - A} - \frac{qA(T_H^n - T_L^n)}{[q(Y_H - T_L^n) - A](Y_H - T_L^n - A)}\} = U'(Y_L - T_L^n) \text{。}$$

然後，將上式整理為

$$U'(Y_H - T_H^n)\frac{q(Y_H - T_L^n)^2 - qA(Y_H - T_L^n) - Aq(T_H^n - T_L^n)}{q(Y_H - T_L^n)^2 - Aq(Y_H - T_L^n) - A(Y_H - T_L^n - A)} = U'(Y_L - T_L^n)$$ 。

最後，再進一步將上式整理為

$$U'(Y_H - T_H^n)\frac{q[(Y_H - T_L^n)^2 - A(Y_H - T_L^n) - A(T_H^n - T_L^n)]}{q[(Y_H - T_L^n)^2 - A(Y_H - T_L^n) - A(T_H^n - T_L^n)] - A[Y_H - qT_H^n - (1-q)T_L^n - A]}$$
$$= U'(Y_L - T_L^n)$$。

因此，可以解得$U'(Y_L - T_L^n) = \delta U'(Y_H - T_H^n)$，

其中

$$\delta = \frac{q[(Y_H - T_L^n)^2 - A(Y_H - T_L^n) - A(T_H^n - T_L^n)]}{q[(Y_H - T_L^n)^2 - A(Y_H - T_L^n) - A(T_H^n - T_L^n)] - A[Y_H - qT_H^n - (1-q)T_L^n - A]}$$。

附錄三：計劃 *P'* 下最適均衡解之求導

我們將命題 *P'* 轉化為以下之拉式函數：

$$\Lambda' = \frac{(1-q)(T_H^{n'} + F - T_L^{n'})}{T_H^{n'} + F - T_L^{n'} - A}T_L^{n'} + \frac{q(T_H^{n'} + F - T_L^{n'}) - A}{T_H^{n'} + F - T_L^{n'} - A}T_H^{n'} + \lambda'[qU(Y_H - T_H^{n'}) + (1-q)$$
$$U(Y_L - T_L^{n'}) - \overline{U}],$$

然後再將Λ函數對$T_H^{n'}$、$T_L^{n'}$、λ'等微分，可以得知均衡解必須滿足下列的條件：

$$\frac{\partial \Lambda'}{\partial T_H^{n'}} = \frac{A(1-q)}{(T_H^{n'} + F - T_L^{n'} - A)^2}(T_H^{n'} - T_L^{n'}) + \frac{q(T_H^{n'} + F - T_L^{n'}) - A}{T_H^{n'} + F - T_L^{n'} - A} - \lambda' qU'(Y_H - T_H^{n'}) = 0 \text{，} \tag{A13}$$

$$\frac{\partial \Lambda^{'}}{\partial T_L^{n'}} = \frac{-A(1-q)}{(T_H^{n'} + F - T_L^{n'} - A)^2}(T_H^{n'} - T_L^{n'}) + \frac{(1-q)(T_H^{n'} + F - T_L^{n'})}{T_H^{n'} + F - T_L^{n'} - A} - \lambda^{'}(1-q)U'(Y_L - T_L^{n'})$$
$$= 0, \qquad \text{(A14)}$$

$$\frac{\partial \Lambda^{'}}{\partial \lambda^{'}} = qU(Y_H - T_H^{n'}) + (1-q)U(Y_L - T_L^{n'}) - \overline{U} \geq 0 \text{，} \qquad \text{(A15)}$$

且

$$\lambda'\{qU(Y_H - T_H^{n'}) + (1-q)U(Y_L - T_L^{n'}) - \overline{U}\} = 0 \text{。}$$

將(A13)與(A14)兩式相加而得

$$\lambda^{'}[qU'(Y_H - T_H^{n'}) + (1-q)U'(Y_L - T_L^{n'})] = 1 \text{，}$$

故

$$\lambda^{'} = 1/[qU'(Y_H - T_H^{n'}) + (1-q)U'(Y_L - T_L^{n'})] > 0 \text{，}$$

由此可知(A15)式的等號成立。

我們再進一步將上述所得之$\lambda^{'}$帶回(A13)式，得

$$\frac{A(1-q)(T_H^{n'} - T_L^{n'})}{(T_H^{n'} + F - T_L^{n'} - A)^2} + \frac{q(T_H^{n'} + F - T_L^{n'}) - A}{T_H^{n'} + F - T_L^{n'} - A} = \frac{qU'(Y_H - T_H^{n'})}{qU'(Y_H - T_H^{n'}) + (1-q)U'(Y_L - T_L^{n'})} \text{。}$$

則

$$\frac{q(T_H^{n'}+F-T_L^{n'})^2-Aq(T_H^{n'}+F-T_L^{n'})-Aq(T_H^{n'}-T_L^{n'})-A(F-A)}{(T_H^{n'}+F-T_L^{n'}-A)^2}=$$
$$\frac{qU'(Y_H-T_H^{n'})}{qU'(Y_H-T_H^{n'})+(1-q)U'(Y_L-T_L^{n'})}。$$

將上式再移項整理為

$$(1-q)[q(T_H^{n'}+F-T_L^{n'})^2-Aq(T_H^{n'}+F-T_L^{n'})-Aq(T_H^{n'}-T_L^{n'})]U'(Y_H-T_H^{n'})=$$
$$(1-q)[q(T_H^{n'}+F-T_L^{n'})^2-Aq(T_H^{n'}+F-T_L^{n'})-Aq(T_H^{n'}-T_L^{n'})-A(F-A)]U'(Y_L-T_L^{n'})。$$

然後兩邊同除$1-q$，則

$$q[(T_H^{n'}+F-T_L^{n'})^2-A(T_H^{n'}+F-T_L^{n'})-A(T_H^{n'}-T_L^{n'})]U'(Y_H-T_H^{n'})=$$
$$\{q[(T_H^{n'}+F-T_L^{n'})^2-A(T_H^{n'}+F-T_L^{n'})-A(T_H^{n'}-T_L^{n'})]-A(F-A)\}U'(Y_L-T_L^{n'})。$$

所以可以得出

$$U'(Y_L-T_L^{n'})=\varepsilon U'(Y_H-T_H^{n'})，$$

其中

$$\varepsilon=\frac{q[(T_H^{n'}+F-T_L^{n'})^2-A(T_H^{n'}+F-T_L^{n'})-A(T_H^{n'}-T_L^{n'})]}{q[(T_H^{n'}+F-T_L^{n'})^2-A(T_H^{n'}+F-T_L^{n'})-A(T_H^{n'}-T_L^{n'})]-A(F-A)}。$$

同理，我們亦可將前述之λ'帶回(A14)式，因而得出

$$\frac{-A(1-q)(T_H^{n'}-T_L^{n'})}{(T_H^{n'}+F-T_L^{n'}-A)^2}+\frac{(1-q)(T_H^{n'}+F-T_L^{n'})}{T_H^{n'}+F-T_L^{n'}-A}=\frac{(1-q)U'(Y_L-T_L^{n'})}{qU'(Y_H-T_H^{n'})+(1-q)U'(Y_L-T_L^{n'})}。$$

再將上式兩邊同除$1-q$並合併得

$$\frac{(T_H^{n'}+F-T_L^{n'})^2-A(T_H^{n'}+F-T_L^{n'})-A(T_H^{n'}-T_L^{n'})}{(T_H^{n'}+F-T_L^{n'}-A)^2}=$$
$$\frac{U'(Y_L-T_L^{n'})}{qU'(Y_H-T_H^{n'})+(1-q)U'(Y_L-T_L^{n'})}\text{。}$$

然後再進一步移項整理為

$$q[(T_H^{n'}+F-T_L^{n'})^2-A(T_H^{n'}+F-T_L^{n'})-A(T_H^{n'}-T_L^{n'})]U'(Y_H-T_H^{n'})=$$
$$\{q[(T_H^{n'}+F-T_L^{n'})^2-A(T_H^{n'}+F-T_L^{n'})-A(T_H^{n'}-T_L^{n'})]-A(F-A)\}U'(Y_L-T_L^{n'})\text{。}$$

所以亦可以得出

$$U'(Y_L-T_L^{n'})=\varepsilon U'(Y_H-T_H^{n'})\text{，}$$

其中

$$\varepsilon=\frac{q[(T_H^{n'}+F-T_L^{n'})^2-A(T_H^{n'}+F-T_L^{n'})-A(T_H^{n'}-T_L^{n'})]}{q[(T_H^{n'}+F-T_L^{n'})^2-A(T_H^{n'}+F-T_L^{n'})-A(T_H^{n'}-T_L^{n'})]-A(F-A)}\text{。}$$

附錄四：證明$\beta_h^{p*}=0$與$\beta_l^{p*}<1$

1. 證明$\beta_h^{p*}=0$

假設政策$(\overline{Y}_h^p,\overline{Y}_l^p,\overline{T}_h^p,\overline{T}_l^p,\overline{\beta}_h^p,\overline{\beta}_l^p)$符合(3.6)-(3.9)式的誘因限制式與(3.10)式的社會福利限制式，而且$\overline{\beta}_h^p>0$。則我們可以利用下列的說明，證明另一項存在$\beta_h^p=0$的政策，不僅也能滿足(3.6)-(3.10)式的條件，同時還能使得政府淨收入增加。

(i)定義$\hat{\beta}_h^p=0$，$\hat{T}_h^p=\overline{T}_h^p$，$\hat{Y}_h^p=Y^p(w_h,0,\hat{T}_h^p)$，$\hat{T}_l^p=\overline{T}_l^p$，$\hat{\beta}_l^p=\overline{\beta}_l^p$，$\hat{Y}_l^p=\overline{Y}_l^p$。

依照以上的定義可知，$\hat{U}_{ll}^{p}=\overline{U}_{ll}^{p}$，而

$$\hat{U}_{hh}^{p}-\overline{U}_{hh}^{p}=u(Y^{p}(w_h,0,\hat{T}_h^{p})-\hat{T}_h^{p})+\varphi(1-\frac{Y^{p}(w_h,0,\hat{T}_h^{p})}{w_h})-u(\overline{Y}_h^{p}-\overline{T}_h^{p})-\varphi(1-\frac{\overline{Y}_h^{p}}{w_h})$$

$$=u(Y^{p}(w_h,0,\hat{T}_h^{p})-\hat{T}_h^{p})+\varphi(1-\frac{Y^{p}(w_h,0,\hat{T}_h^{p})}{w_h})-u(\overline{Y}_h^{p}-\hat{T}_h^{p})-\varphi(1-\frac{\overline{Y}_h^{p}}{w_h})\text{。}$$

根據(3.3)式中$Y^{p}(w_h,0,\hat{T}_h^{p})$的定義，可知$\hat{U}_{hh}^{p}-\overline{U}_{hh}^{p}\geq 0$。

(ii)由於已知$\hat{U}_{ll}^{p}=\overline{U}_{ll}^{p}$且$\hat{U}_{hh}^{p}\geq\overline{U}_{hh}^{p}$，所以可知(3.9)式中不等號左右兩邊的部份皆不變。同理，(3.6)、(3.8)、與(3.10)式中不等號右邊的部分亦不變，而不等號左邊的部分則增加。另依據(3.3)式$Y^{p}(w_h,0,\hat{T}_h^{p})$的定義，可知此時(3.7)式中的等號應成立。因此，由以上的分析可知政策$(\hat{Y}_h^{p},\hat{Y}_l^{p},\hat{T}_h^{p},\hat{T}_l^{p},\hat{\beta}_h^{p},\hat{\beta}_l^{p})$亦符合(3.6)-(3.10)式的要求。

(iii)又$\hat{T}_h^{p}=\overline{T}_h^{p}$，$\hat{T}_l^{p}=\overline{T}_l^{p}$，所以$\hat{\beta}_h^{p}=0$相較於$\overline{\beta}_h^{p}>0$，將使得政府查緝成本減少，因而造成政府淨收入增加。

2. 證明$\beta_L^{p*}<1$

假設政策$(\overline{Y}_h^{p},\overline{Y}_l^{p},\overline{T}_h^{p},\overline{T}_l^{p},\overline{\beta}_h^{p},\overline{\beta}_l^{p})$符合(3.6)-(3.9)式的誘因限制式與(3.10)式的社會福利限制式，而且$\overline{\beta}_l^{p}=1$。則我們可以利用下列的說明，證明另一項存在$\beta_l^{p}<1$的政策，不僅也能滿足(3.6)-(3.10)式，同時還能使得政府淨收入增加。

(i)定義$\hat{\beta}_h^{p}=\overline{\beta}_h^{p}$，$\hat{T}_h^{p}=\overline{T}_h^{p}$，$\hat{Y}_h^{p}=\overline{Y}_h^{p}$，$\hat{T}_l^{p}=\overline{T}_l^{p}$，$\hat{\beta}_l^{p}=1-\varepsilon$，$\hat{Y}_l^{p}=\overline{Y}_l^{p}$。依照此一定義可知，$\hat{U}_{ll}^{p}=\overline{U}_{ll}^{p}$，$\hat{U}_{hh}^{p}=\overline{U}_{hh}^{p}$，$\hat{U}_{hl}^{p}=\overline{U}_{hl}^{p}$，$\hat{V}_{hh}^{p}=\overline{V}_{hh}^{p}$，所以政策$(\hat{Y}_h^{p},\hat{Y}_l^{p},\hat{T}_h^{p},\hat{T}_l^{p},\hat{\beta}_h^{p},\hat{\beta}_l^{p})$必定能符合(3.6)、(3.7)與(3.10)式的要求。

(ii)由於$\overline{\beta}_l^{p}=1$，所以政策$(\overline{Y}_h^{p},\overline{Y}_l^{p},\overline{T}_h^{p},\overline{T}_l^{p},\overline{\beta}_h^{p},\overline{\beta}_l^{p})$使得(3.8)與(3.9)式中的不等號應成立。因此，當$\hat{\beta}_l^{p}=1-\varepsilon$，且$\varepsilon$極小時，則政策$(\hat{Y}_h^{p},\hat{Y}_l^{p},\hat{T}_h^{p},\hat{T}_l^{p},\hat{\beta}_h^{p},\hat{\beta}_l^{p})$亦應仍然可以符合(3.8)與(3.9)式的要求。

(iii)前述$\hat{\beta}_l^p = 1-\varepsilon$，且$\varepsilon$極小的情況，相較於$\overline{\beta}_l^p = 1$，將使得政府查緝成本減少，政府淨收入因而增加。

附錄五： 證明$\frac{\partial p}{\partial \beta_h^a} < 0$，$\frac{\partial q}{\partial \beta_h^a} > 0$，$\frac{\partial Y_{hh}^a}{\partial \beta_h^a} < 0$，$\frac{\partial^2 Y_{hh}^a}{\partial (\beta_h^a)^2} < 0$，$\frac{\partial r}{\partial \beta_l^a} > 0$，$\frac{\partial Y_{hl}^a}{\partial \beta_l^a} < 0$，$\frac{\partial^2 Y_{HL}^a}{\partial (\beta_L^a)^2} < 0$，$\frac{\partial s}{\partial \beta_l^a} > 0$，$\frac{\partial Y_{ll}^a}{\partial \beta_l^a} < 0$，$\frac{\partial^2 Y_{ll}^a}{\partial (\beta_l^a)^2} < 0$，以及(3.36)-(3.43)式成立。

1. 證明(3.36)式與(3.37)式成立

對(3.29j)式以Y_h^a與β_h^a進行全微分得：

$$dY_h^a\left(\frac{\partial u(Y_h^a - T_h^a)}{\partial C} + \frac{\partial \psi_h(Y_h^a)}{\partial Y_h^a}\right) + d\beta_h^a\left(u(Y_{hh}^a - T_h^a)\right) = 0 \text{，}$$

故

$$\frac{\partial \beta_h^a}{\partial Y_h^a} = \frac{-\left(\frac{\partial u(Y_h^a - T_h^a)}{\partial C} + \frac{\partial \psi_h(Y_h^a)}{\partial Y_h^a}\right)}{u(Y_{hh}^a - T_h^a)} \text{。}$$

對(3.29j)式以T_h^a與β_h^a進行全微分得：

$$dT_h^a\left(-\frac{\partial u(Y_h^a - T_h^a)}{\partial C} + (1-\beta_h^a)\frac{\partial u(Y_{hh}^a - T_h^a)}{\partial C}\right) + d\beta_h^a\left(u(Y_{hh}^a - T_h^a)\right) = 0 \text{，}$$

故

$$\frac{\partial \beta_h^a}{\partial T_h^a} = \frac{\dfrac{\partial u(Y_h^a - T_h^a)}{\partial C} - (1-\beta_h^a)\dfrac{\partial u(Y_{hh}^a - T_h^a)}{\partial C}}{u(Y_{hh}^a - T_h^a)} \text{ 。}$$

2. 證明 $\partial Y_{hh}^a / \partial \beta_h^a < 0$ 與 $\partial^2 Y_{hh}^a / \partial (\beta_h^a)^2 < 0$ 成立

對(3.29a)式以 β_h^a 與 Y_{hh}^a 進行全微分得：

$$-d\beta_h^a\left(\frac{\partial u(Y_{hh}^a - T_h^a)}{\partial C}\right) + dY_{hh}^a\left((1-\beta_h^a)\frac{\partial^2 u(Y_{hh}^a - T_h^a)}{\partial C^2} + \frac{\partial^2 \psi_h(Y_{hh}^a)}{\partial (Y_{hh}^a)^2}\right) = 0 \text{ ，}$$

故

$$\frac{\partial Y_{hh}^a}{\partial \beta_h^a} = \frac{\dfrac{\partial u(Y_{hh}^a - T_h^a)}{\partial C}}{((1-\beta_h^a)\dfrac{\partial^2 u(Y_{hh}^a - T_h^a)}{\partial C^2} + \dfrac{\partial^2 \psi_h(Y_{hh}^a)}{\partial (Y_{hh}^a)^2}} < 0 \text{ ，}$$

$$\frac{\partial^2 Y_{hh}^a}{\partial (\beta_h^a)^2} = \frac{\dfrac{\partial u(Y_{hh}^a - T_h^a)}{\partial C}\dfrac{\partial^2 u(Y_{hh}^a - T_h^a)}{\partial C^2}}{\left((1-\beta_h^a)\dfrac{\partial^2 u(Y_{hh}^a - T_h^a)}{\partial C^2} + \dfrac{\partial^2 \psi_h(Y_{hh}^a)}{\partial (Y_{hh}^a)^2}\right)^2} < 0 \text{ 。}$$

3. 證明 $\partial p / \partial \beta_h^a < 0$ 與 $\partial q / \partial \beta_h^a > 0$ 成立

對(29h)式以 p 與 β_h^a 進行全微分得：

$$-dp(A) + d\beta_h^a\left(q[2\frac{\partial Y_{hh}^a}{\partial \beta_h^a} + \beta_h^a \frac{\partial^2 Y_{hh}^a}{\partial (\beta_h^a)^2}]\right) = 0 \text{ ，}$$

故

$$\frac{\partial p}{\partial \beta_h^a} = \frac{q[2\frac{\partial Y_{hh}^a}{\partial \beta_h^a} + \beta_h^a \frac{\partial^2 Y_{hh}^a}{\partial (\beta_h^a)^2}]}{A} < 0 \text{ 。}$$

對(29h)式以 q 與 β_h^a 進行全微分得：

$$dq(Y_{hh}^a - A - T_h^a + \beta_h^a \frac{\partial Y_{hh}^a}{\partial \beta_h^a}) + d\beta_h^a \left(q[2\frac{\partial Y_{hh}^a}{\partial \beta_h^a} + \beta_h^a \frac{\partial^2 Y_{hh}^a}{\partial (\beta_h^a)^2}] \right) = 0 \text{ ，}$$

故

$$\frac{\partial q}{\partial \beta_h^a} = \frac{-q[2\frac{\partial Y_{hh}^a}{\partial \beta_h^a} + \beta_h^a \frac{\partial^2 Y_{hh}^a}{\partial (\beta_h^a)^2}]}{Y_{hh}^a - A - T_h^a + \beta_h^a \frac{\partial Y_{hh}^a}{\partial \beta_h^a}} > 0 \text{ 。}$$

4. 證明 $\partial Y_{hl}^a / \partial \beta_l^a < 0$ ，$\partial^2 Y_{hl}^a / \partial (\beta_l^a)^2 < 0$ 成立

對(3.29b)式以 β_l^a 與 Y_{hl}^a 進行全微分得：

$$-d\beta_l^a \left(\frac{\partial u(Y_{hl}^a - T_l^a)}{\partial C} \right) + dY_{hl}^a \left((1-\beta_l^a) \frac{\partial^2 u(Y_{hl}^a - T_l^a)}{\partial C^2} + \frac{\partial^2 \psi_h (Y_{hl}^a)}{\partial (Y_{hl}^a)^2} \right) = 0 \text{ ，}$$

故

$$\frac{\partial Y_{hl}^{a}}{\partial \beta_{l}^{a}}=\frac{\dfrac{\partial u(Y_{hl}^{a}-T_{l}^{a})}{\partial C}}{(1-\beta_{l}^{a})\dfrac{\partial^{2}u(Y_{hl}^{a}-T_{l}^{a})}{\partial C^{2}}+\dfrac{\partial^{2}\psi_{h}(Y_{hl}^{a})}{\partial (Y_{hl}^{a})^{2}}}<0 \text{ ，}$$

$$\frac{\partial^{2} Y_{hl}^{a}}{\partial (\beta_{l}^{a})^{2}}=\frac{\dfrac{\partial u(Y_{hl}^{a}-T_{l}^{a})}{\partial C}\dfrac{\partial^{2}u(Y_{hl}^{a}-T_{l}^{a})}{\partial C^{2}}}{\left((1-\beta_{l}^{a})\dfrac{\partial^{2}u(Y_{hl}^{a}-T_{l}^{a})}{\partial C^{2}}+\dfrac{\partial^{2}\psi_{h}(Y_{hl}^{a})}{\partial (Y_{hl}^{a})^{2}}\right)^{2}}<0 \text{ 。}$$

5. 證明 $\partial Y_{ll}^{a}/\partial \beta_{l}^{a}<0$ ，$\partial^{2} Y_{ll}^{a}/\partial (\beta_{l}^{a})^{2}<0$ 成立

對(3.39c)式以 β_{l}^{a} 與 Y_{ll}^{a} 進行全微分得：

$$-d\beta_{l}^{a}\left(\frac{\partial u(Y_{ll}^{a}-T_{l}^{a})}{\partial C}\right)+dY_{ll}^{a}\left((1-\beta_{l}^{a})\frac{\partial^{2}u(Y_{ll}^{a}-T_{l}^{a})}{\partial C^{2}}+\frac{\partial^{2}\psi_{l}(Y_{ll}^{a})}{\partial (Y_{ll}^{a})^{2}}\right)=0 \text{ ，}$$

故

$$\frac{\partial Y_{ll}^{a}}{\partial \beta_{l}^{a}}=\frac{\dfrac{\partial u(Y_{ll}^{a}-T_{l}^{a})}{\partial C}}{(1-\beta_{l}^{a})\dfrac{\partial^{2}u(Y_{ll}^{a}-T_{l}^{a})}{\partial C^{2}}+\dfrac{\partial^{2}\psi_{l}(Y_{ll}^{a})}{\partial (Y_{ll}^{a})^{2}}}<0 \text{ ，}$$

$$\frac{\partial^{2} Y_{ll}^{a}}{\partial (\beta_{l}^{a})^{2}}=\frac{\dfrac{\partial u(Y_{ll}^{a}-T_{l}^{a})}{\partial C}\dfrac{\partial^{2}u(Y_{ll}^{a}-T_{l}^{a})}{\partial C^{2}}}{\left((1-\beta_{l}^{a})\dfrac{\partial^{2}u(Y_{ll}^{a}-T_{l}^{a})}{\partial C^{2}}+\dfrac{\partial^{2}\psi_{l}(Y_{ll}^{a})}{\partial (Y_{ll}^{a})^{2}}\right)^{2}}<0 \text{ 。}$$

6. 證明 $\partial r/\partial \beta_{l}^{a}>0$ ，$\partial s/\partial \beta_{l}^{a}>0$ 成立

對(3.29i)式以 β_l^a 與 r 進行全微分得：

$$d\beta_l^a[N_h r(2\frac{\partial Y_{hl}^a}{\partial \beta_l^a}+\beta_l^a\frac{\partial^2 Y_{hl}^a}{\partial(\beta_l^a)^2})+N_l s(2\frac{\partial Y_{ll}^a}{\partial \beta_l^a}+\beta_l^a\frac{\partial^2 Y_{ll}^a}{\partial(\beta_l^a)^2})]+$$
$$dr[N_h(Y_{hl}^a-T_l^a+\beta_l^a\frac{\partial^2 Y_{hl}^a}{\partial(\beta_l^a)^2})]=0$$

故

$$\frac{\partial r}{\partial \beta_l^a}=-\frac{[N_h r(2\frac{\partial Y_{hl}^a}{\partial \beta_l^a}+\beta_l^a\frac{\partial^2 Y_{hl}^a}{\partial(\beta_l^a)^2})+N_l s(2\frac{\partial Y_{ll}^a}{\partial \beta_l^a}+\beta_l^a\frac{\partial^2 Y_{ll}^a}{\partial(\beta_l^a)^2})]}{N_h(Y_{hl}^a-T_l^a+\beta_l^a\frac{\partial^2 Y_{hl}^a}{\partial(\beta_l^a)^2})}>0 \text{ 。}$$

對(3.29i)式以 β_l^a 與 s 進行全微分得：

$$d\beta_l^a[N_h r(2\frac{\partial Y_{hl}^a}{\partial \beta_l^a}+\beta_l^a\frac{\partial^2 Y_{hl}^a}{\partial(\beta_l^a)^2})+N_l s(2\frac{\partial Y_{ll}^a}{\partial \beta_l^a}+\beta_l^a\frac{\partial^2 Y_{ll}^a}{\partial(\beta_l^a)^2})]+$$
$$ds[N_l(Y_{ll}^a-T_l^a+\beta_l^a\frac{\partial Y_{ll}^a}{\partial \beta_l^a})]=0 \text{ ，}$$

故

$$\frac{\partial s}{\partial \beta_l^a}=-\frac{[N_h r(2\frac{\partial Y_{hl}^a}{\partial \beta_l^a}+\beta_l^a\frac{\partial^2 Y_{hl}^a}{\partial(\beta_l^a)^2})+N_l s(2\frac{\partial Y_{ll}^a}{\partial \beta_l^a}+\beta_l^a\frac{\partial^2 Y_{ll}^a}{\partial(\beta_l^a)^2})]}{N_l(Y_{ll}^a-T_l^a+\beta_l^a\frac{\partial Y_{ll}^a}{\partial \beta_l^a})}>0 \text{ 。}$$

7. 證明(3.38)與(3.39)式成立

對(3.29j)式以 Y_h^a 與 β_l^a 進行全微分得：

$$dY_h^a\left(\frac{\partial u(Y_h^a - T_h^a)}{\partial C} + \frac{\partial \psi_h(Y_h^a)}{\partial Y_h^a}\right) + d\beta_l^a\left(u(Y_{hl}^a - T_l^a)\right) = 0 \text{ ，}$$

故

$$\frac{\partial \beta_l^a}{\partial Y_h^a} = \frac{-\left(\frac{\partial u(Y_h^a - T_h^a)}{\partial C} + \frac{\partial \psi_h(Y_h^a)}{\partial Y_h^a}\right)}{u(Y_{hl}^a - T_l^a)} \text{ 。}$$

對(3.29j)式以T_h^a與β_l^a進行全微分得：

$$-dT_h^a\frac{\partial u(Y_h^a - T_h^a)}{\partial C} + d\beta_l^a\left(u(Y_{hl}^a - T_l^a)\right) = 0 \text{ ，}$$

故

$$\frac{\partial \beta_l^a}{\partial T_h^a} = \frac{\frac{\partial u(Y_h^a - T_h^a)}{\partial C}}{u(Y_{hl}^a - T_l^a)} \text{ 。}$$

8. 證明(3.40)與(3.41)式成立

對(3.29e)式以Y_l^a與β_h^a進行全微分得：

$$-dY_l^a\left(\frac{\partial u(Y_l^a - T_l^a)}{\partial C} + \frac{\partial \psi_l(Y_l^a)}{\partial Y_l^a}\right) - d\beta_h^a\left(u(Y_{hh}^a - T_h^a)\right) = 0 \text{ ，}$$

故

$$\frac{\partial \beta_h^a}{\partial Y_l^a} = \frac{-\left(\frac{\partial u(Y_l^a - T_l^a)}{\partial C} + \frac{\partial \psi_l(Y_l^a)}{\partial Y_l^a}\right)}{u(Y_{hh}^a - T_h^a)} \text{ 。}$$

對(3.29e)式以T_l^a與β_h^a進行全微分得：

$$dT_l^a \frac{\partial u(Y_l^a - T_l^a)}{\partial C} - d\beta_h^a \left(u(Y_{hh}^a - T_h^a)\right) = 0 \text{ ，}$$

故

$$\frac{\partial \beta_h^a}{\partial T_l^a} = \frac{\frac{\partial u(Y_l^a - T_l^a)}{\partial C}}{u(Y_{hh}^a - T_h^a)} \text{ 。}$$

10. 證明(3.42)與(3.43)式成立

對(3.29g)式以Y_l^a與β_l^a進行全微分得：

$$-dY_l^a \left(\frac{\partial u(Y_l^a - T_l^a)}{\partial C} + \frac{\partial \psi_l(Y_l^a)}{\partial Y_l^a}\right) - d\beta_l^a \left(u(Y_{ll}^a - T_l^a)\right) = 0 \text{ ，}$$

故

$$\frac{\partial \beta_l^a}{\partial Y_l^a} = \frac{-\left(\frac{\partial u(Y_l^a - T_l^a)}{\partial C} + \frac{\partial \psi_l(Y_l^a)}{\partial Y_l^a}\right)}{u(Y_{ll}^a - T_l^a)} \text{ 。}$$

對(3.29g)式以T_l^a與β_l^a進行全微分得：

$$dT_l^a\left(\frac{\partial u(Y_l^a-T_l^a)}{\partial C}-(1-\beta_l^a)\frac{\partial u(Y_{ll}^a-T_l^a)}{\partial C}\right)-d\beta_l^a\left(u(Y_{ll}^a-T_l^a)\right)=0 \text{，}$$

故

$$\frac{\partial\beta_l^a}{\partial T_l^a}=\frac{\dfrac{\partial u(Y_l^a-T_l^a)}{\partial C}-(1-\beta_l^a)\dfrac{\partial u(Y_{ll}^a-T_l^a)}{\partial C}}{u(Y_{ll}^a-T_l^a)} \text{。}$$

對(3.29f)式以Y_l^a與β_l^a進行全微分得：

$$-dY_l^a\left(\frac{\partial u(Y_l^a-T_l^a)}{\partial C}+\frac{\partial\psi_h(Y_l^a)}{\partial Y_l^a}\right)-d\beta_l^a\left(u(Y_{hl}^a-T_l^a)\right)=0 \text{，}$$

故

$$\frac{\partial\beta_l^a}{\partial Y_l^a}=\frac{-\left(\dfrac{\partial u(Y_l^a-T_l^a)}{\partial C}+\dfrac{\partial\psi_h(Y_l^a)}{\partial Y_l^a}\right)}{u(Y_{hl}^a-T_l^a)} \text{。}$$

對(3.29f)式以T_l^a與β_l^a進行全微分得：

$$dT_l^a\left(\frac{\partial u(Y_l^a-T_l^a)}{\partial C}-(1-\beta_l^a)\frac{\partial u(Y_{hl}^a-T_l^a)}{\partial C}\right)-d\beta_l^a\left(u(Y_{hl}^a-T_l^a)\right)=0 \text{，}$$

故

$$\frac{\partial \beta_l^a}{\partial T_l^a} = \frac{\frac{\partial u(Y_l^a - T_l^a)}{\partial C} - (1-\beta_l^a)\frac{\partial u(Y_{hl}^a - T_l^a)}{\partial C}}{u(Y_{hl}^a - T_l^a)} \text{。}$$

參考文獻

Boadway, R. and M. Keen, 1993, Public Goods, Self-selection and Optimal Income Taxation, International Economic Review 34, 463-478.

Border, K. and J. Sobel, 1987, Samurai Account: A Theory of Auditing and Plunder, Review of Economic Studies 54, 525-540.

Chander, P. and L. Wilde, 1998, A Characterization of Optimal Income Tax Enforcement, Review of Economic Studies 65, 165-183.

Cremer, H. and F. Gahvari, 1995, Tax evasion and the Optimal General Income Tax, Journal of Public Economics 60, 235-249.

Cremer, H., M. Marchand, and P. Pestieau, 1990, Evading, Auditing and Taxing : The Equity-Compliance Tradeoff, Journal of Pubic Economics 43,67-92.

Edgeworth, F.Y., 1897, The pure theory of taxation, Economic Journal 7, 46-70,226-238 and 550-571(reprinted in Edgeworth, 1925).

Edgeworth, F.Y., 1925, Papers Relating to Political Economy, Volume II, Royal Economic Society, Macmillan, London.

Graetz, M., J. Reinganum, and L. Wilde, 1986, The Tax Compliance

Game: Toward an Interactive Theory of Law Enforcement, Journal of Law, Economics, and Organization 2, 1-32.

Khalil, F., 1997, Auding without Commitment, Rand Journal of Economics 28, 629-640.

Mirrless, J. A., 1971, An Exploration in the Theory of Optimum Income Taxation, Review of Economic Studies 28, 175-208.

Mookherjee, D. and I. P. L. Png, 1989, Optimal Auditing, Insurance and Redistribution, Quarterly Journal of Economics 104, 399-415.

Reinganum, J. F. and L. L. Wilde, 1985, Income Tax Compliance in a Principal-Agent Framework, Journal of Pubic Economics 26, 1-18.

Reinganum, J. F. and L. L. Wilde, 1986, Equilibrium Verification and Reporting Policies in a Model of Tax Compliance, International Economics Review 27, 739-60.

Sanchez, I. and J. Sobel, 1993, Hierarchical Design and Enforcement of Income Tax Policy, Journal of Pubic Economics 50, 345-369.

Seade, J., 1977, On the Shape of Optimal Tax Schedules, Journal of Pubic Economics 7, 203-236.

Stiglitz, J. E., 1987, Pareto Efficient and Optimal Taxation and New New Welfare Economics, in: Auerbach, A. and M. Feldstein, eds., Handbook of Public Economics, Volume II, North-Holland, Amsterdam 991-1042.