

第三章 基本模型介紹

本章先將 Elitzur and Gaviious(2003)的基本模型做一介紹，並說明其模型的特色與貢獻。

第一節 模型設定

一、基本設定

假定創投事業、創業天使和創業公司皆為風險中立者。創業天使提供早期資金融通和諮詢服務。由於營運過程中需要更多的資金，故天使和創業家尋求創投事業的資金協助。根據以往文獻來看，創業公司尋求創投協助是一個很普遍的現象，且文獻中皆認為創投資本是種晚期融資；一旦創業公司到達一定的規模且開始獲利後，創投事業就會利用 IPO 或出售股份的方式回收成本，退出公司營運機制以尋求下一個獲利目標。假設創業天使和創投事業將目標設定在企業的計畫成功獲利時，投資者立即收回資金退出營運，完成投資行為。

二、投資流程

(一)企業家建立一新公司。由於本身無自有資金，故尋求創業天使的融資管道。

(二)創業天使決定應投入多少的資金 I 。創業天使在企業融資過程中扮演關鍵性的角色，故在籌資的種子期階段，有權利決定應分配多少股份給創業公司；由創業公司保留 α ，創業天使則擁有 $1-\alpha$ 的股份。第二階段因為資金不足，創投也加入營運，但天使仍有權利決定創投事業應分得多少比例， β 。創業天使於最終獲利階段所持有的股份為 $(1-\beta)(1-\alpha)$ ；創業公司則為 $(1-\beta)\alpha$ 。

(三)創業公司觀察到創業天使的投資金額 I 及其所決定的股份 α, β 後，決定應投入多少的努力 e ，此努力水準無法由外界觀察。創

業公司提供努力時須花費一部份成本 $C(e)$ ，邊際努力成本遞增
 $C'(e) > 0, C''(e) > 0$ ， $C(0) = 0$ 。

(四) 創投事業決定需投入多少資本 P 。

(五) 創投和創業公司分別投入資金及努力後，公司獲利成功所獲得的收入為 Π ，預期收入函數 $\pi = E(\Pi)$ ，為 I, P, e 的函數， π 對 I, P, e 為邊際報酬遞減。在最終獲利階段三方都可觀察到計畫成功所獲得的收入， Π 。創業天使及創投事業意圖持有創業公司的股份直到獲利了結，沒有中途因為績效不佳而退出的情形發生。

流程如下圖：

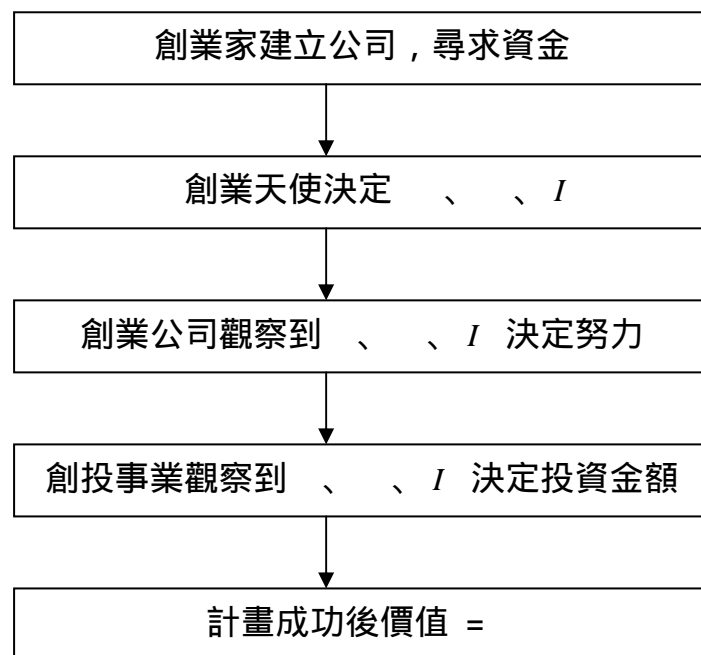


圖 3-1 基本模型之流程

三、參與者利潤結構

三方投入的資本、諮詢服務和企業內部營運的努力水準都被視為企業內不可或缺的一環，若有一方無法提供，則整個創業活動即宣告失敗：

$$\pi(0, e, P) = \pi(I, 0, P) = \pi(I, e, 0) = 0。$$

創投的預期資本利得， W ，為計畫預期收入乘以創投事業所持有的股份 β 減去創投投入資金 P 所需放棄的報酬率， $\delta > 0$ ：

$$W = \beta\pi(I, e, P) - (1 + \delta)P \quad (1)$$

創業公司的預期資本利得， U ，為整個計畫的預期現金流出價值 (expected cash-out value) 乘以公司持有的股份 $(1 - \beta)\alpha$ 減去提供努力所花費的成本 $C(e)$ ，整式可寫成如下：

$$U = (1 - \beta)\alpha\pi(I, e, P) - C(e) \quad (2)$$

創業天使的預期資本利得， V ，為計畫的預期收入乘以創業天使的持股比例， $(1 - \alpha)(1 - \beta)$ ，減去創業天使決定挹注資金於創業公司所需放棄其他方式投資的報酬率， $\gamma > 0$ ：

$$V = (1 - \alpha)(1 - \beta)\pi(I, e, P) - (1 + \gamma)I \quad (3)$$

假定此模型的解必定存在當 $I, e, P > 0$ ，使 $U \geq 0$ ， $V \geq 0$ ， $W \geq 0$ ，否則有一方的資本利得為負的情況下，投資人不僅不願意參與此種具有高風險的投資計畫，企業內部也可能因為血本無歸而不願意投入新產品研發的行列，此為各參與者的理性參與限制式 (Participation constraint)。將上述持股比例及最終的資本利得整理如下表：

表 3-1 三方資本利得結構

參與者	投資決策	資本利得	持有股份
VC	P	$W = \beta\pi(I, e, P) - (1 + \delta)P$	β
Entrepreneur	e	$U = (1 - \beta)\alpha\pi(I, e, P) - C(e)$	$(1 - \beta)\alpha$
Angel	I, α, β	$V = (1 - \beta)(1 - \alpha)\pi(I, e, P) - (1 + \gamma)I$	$(1 - \beta)(1 - \alpha)$

第二節 市場均衡

創業天使為一先佔者(Stackelberg leader)，能觀察到創投事業和創業公司的反應函數，在決定決定利潤最大的決策 (α, β, I) 時，已將其他參與者的行為考慮進去。天使決定好應投入的投資水準時，接下來的跟隨者(創投事業、創業公司)會根據創業天使的所投資的金額及管理諮詢做最有利於自身的決定。我們利用後向歸納法(backward induction)來推導此模型：

一、創投事業與創業公司的投資行為

雖然創投和創業公司非同時決定自身的努力及投資水準，但在此模型裡可以視為同時解，原因為創業公司所投入的努力無法被創業天使或創投事業觀察，但創業天使所投入的 (α, β, I) 則是雙方都可以觀察到。創投利潤極大化條件如下：

$$\frac{\partial W}{\partial P} = \beta \frac{\partial \pi}{\partial P} - (1 + \delta) = 0, \quad \beta \frac{\partial \pi}{\partial P} = (1 + \delta) \quad \text{可得 } P = P(e) \quad (4)$$

上式為創投的最適決策，表示創投的持股比例乘以增加一單位資本所帶來的最終價值的增加等於資本投入的邊際成本。對 P 作比較靜態分析，創投的持股比例 (β) 增加會誘使創投投入更多資本，但當投入金額的機會成本 (δ) 越大，創投會將投入的資金減少。

創業公司利潤極大的條件如下：

$$\frac{\partial U}{\partial e} = 0, \quad (1 - \beta)\alpha \frac{\partial \pi}{\partial e} = C'(e), \quad \text{可得 } e = e(P) \quad (5)$$

第(5)式表示企業所持有的股份乘以增加一單位努力帶來最終價值的

增加等於努力的邊際成本。做一比較靜態分析，當創投還未加入前創業公司所持有的股份(α)增加時，會激勵創業公司的誘因，努力水準較高。但當創業天使給創投過多的股份(β)時，則會使創業公司的努力誘因下降。

二、創業天使投資行為

創業天使觀察到雙方的反應函數 $P^* = P^*(I, \alpha, \beta)$ $e^* = e^*(I, \alpha, \beta)$ 後，將其納入天使的利潤極大化決策的考量中：

(一) 決定最適創投持有股份， β ($\frac{\partial V}{\partial \beta} = 0$)：

$$(1 - \beta) \frac{d\pi(I, e^*, P^*)}{d\beta} = \pi(I, e^*, P^*) \quad , \quad \frac{d\pi(I, e^*, P^*)}{d\beta} = \frac{\partial \pi}{\partial e} \frac{\partial e^*}{\partial \beta} + \frac{\partial \pi}{\partial P} \frac{\partial P^*}{\partial \beta} \quad (6)$$

上式的經濟意義為創業天使和創業公司持有股份乘以增加一單位創投股份帶來最終價值的增加等於預期企業成功後所獲得的現金流出價值 (cash-out value)。

(二) 決定最適創業公司持有股份， α ($\frac{\partial V}{\partial \alpha} = 0$)：

$$(1 - \alpha) \frac{d\pi(I, e^*, P^*)}{d\alpha} = \pi(I, e^*, P^*) \quad , \quad \frac{d\pi(I, e^*, P^*)}{d\alpha} = \frac{\partial \pi}{\partial e} \frac{\partial e^*}{\partial \alpha} + \frac{\partial \pi}{\partial P} \frac{\partial P^*}{\partial \alpha} \quad (7)$$

上式的經濟意義為創投事業還未參加投資活動時創業天使所持有的股份乘以增加一單位 α 所帶來最終價值的增加等於預期企業成功後所獲得的現金價值 (cash-out value)。

(三) 決定最適投資水準， $I(\frac{\partial V}{\partial I} = 0)$

$$[(1-\beta)(1-\alpha)] \frac{d\pi(I, e^*, P^*)}{dI} = 1 + \gamma \quad (8)$$

上式表示創業天使持有的股份乘以邊際資本利得應該等於投入資金的機會成本。

將(4)、(5)式聯立可得出均衡(cournot solution)， (e^*, P^*) 圖示如下：

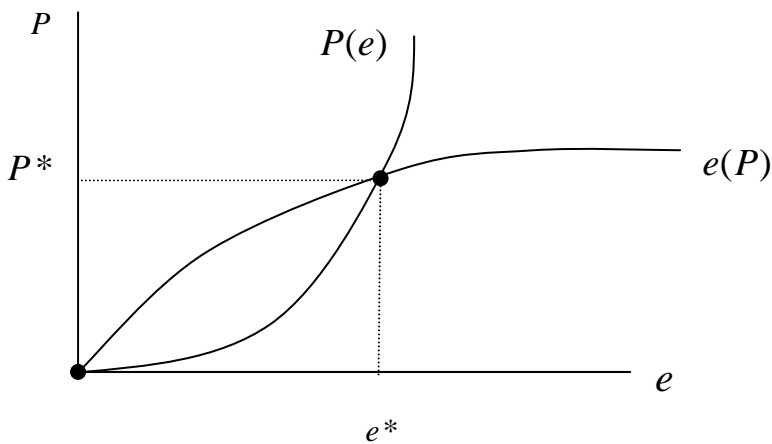


圖 3-2 基本模型之市場均衡

命題一：

在此模型內只有兩個解存在：

- (1) $[e^*, (\alpha^*, \beta^*, I^*), P^*]$ 當 $e^* > 0, P^* > 0, I^* > 0$ 且 $0 < \alpha^* < 1, 0 < \beta^* < 1$
- (2) $e^* = P^* = P^* = 0$ 。(公司無法營運，三方利潤為零)

由(1)得知，當創投事業、創業公司以及創業天使的努力及投資水準為正時，可導出市場均衡，三方皆按持股比例分得收益。在(2)中，三方的投入均為零，此計畫無法成功，導致三方無任何利潤。

第三節 道德危機問題

一、私人利潤極大化問題

創投事業和公司間因為資訊不對稱而可能有投機的行為發生。給定 α, β, I ，因為雙方必須考慮他方的決策行為，故創投事業和創業公司所投入的努力皆為無效率的水準。

命題二：

給定 α, β, I ，若雙方的努力水準 e^*, P^* 同時增加，三方的資本利得皆會增加。但因資訊不對稱，使得雙方有投機行為發生。在極大化自己利益情況下，雙方沒有誘因增加努力或資本投入。最終造成三方的資本利得非最適水準下的利得。

$W = \beta\pi(I, e, P) - (1 + \delta)P$ ，將創投事業的利潤函數對 P 與 e 做微分：

$$dW = \beta \left[\frac{\partial \pi}{\partial e} de + \frac{\partial \pi}{\partial P} dP \right] - (1 + \delta)dP = \left[\beta \frac{\partial \pi}{\partial P} - (1 + \delta) \right] dP + \beta \frac{\partial \pi}{\partial e} de \quad (9)$$

$U = (1 - \beta)\alpha\pi(I, e, P) - C(e)$ ，將創業公司的利潤函數對 P 與 e 微分：

$$\begin{aligned} dU &= (1 - \beta)\alpha \left[\frac{\partial \pi}{\partial e} de + \frac{\partial \pi}{\partial P} dP \right] - C'(e)de \\ &= \left[(1 - \beta)\alpha \frac{\partial \pi}{\partial e} - C'(e) \right] de + (1 - \beta)\alpha \frac{\partial \pi}{\partial P} dP \end{aligned} \quad (10)$$

(9)、(10)的前項分別為雙方的利潤極大決策。若 e, P 同時增加，可看出資本增加會對創業公司帶來正的外部性。(9)可看出企業努力的水準增加會對創投事業帶來的外部利益。但資訊不對稱的情況下，雙方做抉擇時

已極大化自身的利潤，沒有誘因投入更多的努力與資金，使得三方的資本利得非在最適的水準，形成囚犯兩難的情況(prisoner dilemma)。

二、解決道德危機問題機制

- (一)將創業天使視為先佔者(Stackelberg leader)：當天使作決策 (α, β, I) 時，已將雙重道德危機問題考慮進去。雖然創業天使可減緩努力及投資水準無效率的情況，卻無法完全消除此問題。減緩道德危機的原因為創業天使分給創投事業和創業公司部分股份，將風險分散給雙方承擔，使雙方所追求的目標一致。
- (二)創業天使和創投事業參與公司董事會，進行重要決策，並深入公司監督產品生產情況，藉由監督的行為使創業公司提供適當的努力。
- (三)創投事業專業化：若創投事業具有評估企業價值的能力，藉由審慎評估創業公司的研發成果及未來營運計畫排除追求自利行為的廠商，不但可以使公司未來的價值增加，也可省去監督所產生的成本。
- (四)訂定財務契約：創投事業委託創業天使在企業種子階段進入投資，並根據其績效來決定是否再下階段繼續投資。可轉換優先股也是解決此問題的一個方法，創業天使和創投事業擁有公司的可轉換優先股，當企業獲利時，投資者先拿到利潤，企業必須等利潤分配完才能取得利潤，會激勵企業投入更多的時間使獲利到達更高的水準，分得更多的利潤。

第四節 訊息賽局(the signaling game)

由於道德危機所產的無效率問題，可能導致三方資本利得過低，因此創業公司試圖以訊息賽局的方式解決，藉著對創業天使發出訊息，承諾未來會努力生產。此種運作方式可排除創業公司尋求天使資金卻有投機行為發生之情況。

本文在此加入另外一階段賽局，即創業公司可決定是否尋找創業天使融資。若企業決定不尋求天使資金，則賽局結束，三方的報酬為零。若公司決定花 e_1 的努力，成本為 C_1 （創業公司需準備財務資料供創業天使參考所需要的人力、時間成本）尋求天使的資金援助。天使和創業公司訂定契約後，賽局如第三節所介紹，天使決定 α, β, I ，企業再決定 e ，創投決定 P 。此部分的數學解仍用後向歸納法的方式求解。令 U^*, V^*, W^* 為均衡時 $[e^*, (\alpha^*, \beta^*, I^*), P^*]$ 三方的報酬。創業公司的策略如下：

$S_1 =$ (停止)，表示公司不尋求天使資金，其報酬為零。

$S_2 =$ (尋求資金, $e = 0$)，創業公司的報酬為 $-C_1$ 。

$S_3 =$ (尋求資金, $e = e^*$)，若創投 $P = 0$ ，創業公司報酬 $-C_1 - C(e^*)$ 。

若創投 $P = P^*$ ，創業公司報酬 $U^* - C_1 > 0$ 。

命題三：

(一)就 S_1, S_2 而言， S_1 為優勢策略解。

(二)此模型內只有兩個解存在：

(1) $[S_3, (\alpha^*, \beta^*, I^*), P^*] = [U^* - C_1, V^*, W^*]$ 當 $e^* > 0, P^* > 0, I^* > 0$ 且

$$0 < \alpha^* < 1, 0 < \beta^* < 1$$

(2) $[S_1, (0, \dots), \dots]$ or $[S_1, (\dots), 0]$ 。(企業不尋求資金協助，賽局結束)

(一)說明若公司不尋求天使的資金協助，其報酬為零。若和天使訂定契約後，卻又不投入努力水準，則其報酬為 $-C_1$ ，故 S_1 相對於 S_2 為優勢策略解。(二)則說明創業公司在訊息賽局內有二個均衡解：公司可以選擇不尋求天使的資金援助，在無任何資金下，計畫報酬為零，也就無所謂道德危機問題；一旦公司選擇投入成本尋求天使奧援，則必定會誠實的投入努力水準，三方在計畫成功後皆獲利，排除掉和天使合作卻有投機行為的極端無效率情況發生。值得注意的是，雖然多加入了一階段賽局可以減輕因資訊不對稱所帶來的無效率結果，但道德危機的問題仍然存在。

第五節 小結

截至目前為止所討論的文獻多僅著重在創投事業如何處理企業間的道德危機問題。然而創投近年來已漸漸扮演中後期資金供給的角色，而不再提供關鍵的管理諮詢予創業公司。Elitzur and Gaviols(2003)一文最大特色，在於其嘗試於營運初期加入一資金提供者 - 創業天使，利用三方契約來解決雙重道德危機問題。

該文章的重點可歸納如下：首先，創業天使做決策時雖然能將創投和創業公司因投機行為所產生的道德危機問題納入決策，使得道德危機問題所產生的無效率減緩，然而卻不能完全的解決此問題。其次，最後創業天使所提供的資金由創投事業和創業公司取得，卻沒有將其運用至有效率的水準，造成搭便車(free-rider)現象。此外，該文提出了一個訊息賽局的新概念說明當創業公司願意花成本來向創業天使輸誠，承諾未來一定會致力使公司獲利增加，排除獲得天使資金後卻從事投機行為，導致三方利潤無法實現的情況發生。