第三章　理論及實證模型

第一節　理論模型

本文理論模型之建構主要植基於 Bernheim, Shleifer, and Summers (1985) ，兼考量東方與西方風俗習慣與文化的不同，亦引入 Chu and Yu (2001) 親屬網絡模型。

一、 策略性行為模型

假設父母為利他性的父母，子女消費為$c_n, \forall n = 1,\cdots,N$ ，父母消費為 c_p，子女的行動 (如：拜訪及關心等) 為a_n,，定義$a \equiv (a_1,\cdots,a_N)$，父母移轉給子女$b_n$，故$c_n = \underline{c_n} + b_n$，$\underline{c_n}$表無移轉時子女的消費，子女效用水準為 $U_n(c_n, a_n)$，父母效用為 $U_p(c_p, a_1,...,a_n, U_1(c_1, a_1),...,U_n(c_n, a_n))$，父母在乎子女效用水準、作為$a$及本身消費$c_p$，在子女效用水準不變之下，父母的效用隨$a$增加而上升，直到$a$很高時效用下降。父母訂出遺贈規則 (bequest rule)，子女依該規則採取關心或拜訪行為，將可得到某一比例(β_n)的遺產，此遺贈規則可表示為：$\beta^0(a) = [\beta_1^0(a),\cdots,\beta_N^0(a)]$，且對於所有的$a$，假設滿足 $\sum_{n=1}^{N}\beta_n^0(a) = 1$，表示父母需將未消費的部分全部遺贈給子女 (此模型中，父母只存活一期)，不能遺贈給除了子女以外的人，父母選擇消費之後，子女再決定a，最後每個子女依照遺贈規則得到遺贈。

子女選擇a應滿足$S_n = \left\{(a_n, b_n) \middle| U_n(\underline{c_n} + b_n, a_n) \geq U_n(\underline{c_n}, \underline{a_n})\right\}$，$\underline{a_n}$為無移轉時(最糟糕的情形)，子女拜訪及關心的水準。

父母目標為極大化本身效用水準，模型寫為：

$$\max_{a,\beta,c_p} \; U(c_p, a, U_1, \cdots, U_N)$$

subject to

$$U_n = U_n[a_n, c_n + \beta_n(y_p - c_p)], \;\; [a_n, c_n + \beta_n(y_p - c_p)] \in S_n. \qquad (1)$$

上式(1)的解表示為 (a^*, β^*, c_p^*)，假設遺贈規則 β^0 沿著 c_p^*，可導致子女做出最適的 a^* 並滿足 $\beta^0(a^*) = \beta^*$。若考量限制式，父母先決定 c_p^* 與 β^0，子女再選擇 a^*，最後依序分配遺贈，個別子女的比例為 β_n^*。將 a_n^* 視個別子女採取的基準行動，界定一個子女至少會採取其基準行動的集合：$B = \left\{ n : a_n^* \geq a_n \right\}$，若 n 是集合 B 的成員，則 n 得到遺贈的比例為 $\beta_n = \beta_n^* \Big/ \sum_{j \in B} \beta_j^*$。若集合 B 為空集合，則父母將遺贈所有財產給予行為最接近他的基準行動之子女 m，即對於所有的 n，$a_m^* - a_m \leq a_n^* - a_n$。

由上可知這樣的遺贈規則是具吸引力的，正常而論，除了子女未能滿足良好行為的標準 (遺贈規則) 之外，子女都可獲得正的遺贈，總而言之，若全部子女之行為皆不符合遺贈規則的標準，則全部遺贈將給予表現最好的那位子女。

值的注意的是，模型中假設 $N \geq 2$，至少需要兩位以上的潛在受益人，若 $N = 1$，則 $\beta_1 = 1$，該子女將得到全部遺贈，故唯一的潛在子女知道其行為不能使他未能繼承遺贈，即不論其行為符不符合遺贈規則，都將能得到所有遺贈，如此父母將無力影響該子女之行為。

故從理論可知，當父母可成功地威脅恫嚇不留任何遺贈給予子女時，可藉由策略性的行為 (如遺贈規則) 影響子女的行為，如此父母將得到所有與子女互動的剩餘，然而父母需要至少二位以上的潛在受益人，讓子女相信父母真的可能將遺贈給予潛在受益人。

二、 親屬網絡模型

Chu and Yu (2001) 親屬網絡模型為策略性遺贈動機之延伸，子女除受到自己消費 $c_k = c_k^0 + T$ (T 為父母給予之移轉) 及採取的行為 a 影響之外，還受到親屬壓力的影響，寫成：

$$U_k = U_k(c_k^0 + T, a) - v(a, \Omega),$$

v 表當 a 選定後親屬的壓力，Ω 為影響親屬壓力效果的環境特性參數，文中假設 $\partial v / \partial a < 0$，表示當子女增加拜訪行為時，來自親屬的壓力將減少，一旦父母將家產分配後，子女拜訪行為的多寡端視親屬網絡的緊密度，親屬網絡越緊密時，拜訪次數將越多，反之拜訪次數減少。若先不討論 v，子女最適行動 (給定 T 時) 滿足：

$$\frac{\partial U_k(c_k^0 + T, a)}{\partial a} = 0,$$

為圖 2 中 B 點，然而若將 v 考量進來，於 B 點時：

$$\frac{\partial U_k(c_k^0 + T, a)}{\partial a} - \frac{\partial v(a, \Omega)}{\partial a} > 0,$$

故親屬網絡壓力將使子女增加關心的行為，故給定 T 後，子女最適行為將在 B 點右處，若假定是 C 點，此時策略性的父母將分配全部家產，讓子女面對親屬壓力即可，此作法比不分配家產更有效率。

第二節　實證模型

本研究由於被解釋變數性質的不同，採用兩種實證模型，分別為二元 Logistic 模型 (Binary Logistic Model) 與普通最小平方法 (Ordinary Least Square, OLS)，來估計自變項之係數。

一、 財產分配選擇實證模型

財產分配是一個選擇的問題，為不連續的二元變數，吾人可觀察到的只有分配 $(allot_i = 1)$ 或不分配 $(allot_i = 0)$ 兩種選擇，假設當父母分配財產時效用水準為 U_i^1，不分配財產時效用水準為 U_i^0。用 $allot_i^*$ 表示觀察不到的(unobserved)之隱含的變數 (latent variable)。若 $allot_i^* > 0$ 表示 $U_i^1 - U_i^0 > 0$，父母將選擇分配財產；反之若 $allot_i^* \le 0$ 表示 $U_i^1 - U_i^0 \le 0$，父母將選擇不分配財產。關係寫成：

$$allot_i = \begin{cases} 1, & if \;\; allot_i^* > 0 \\ 0, & if \;\; allot_i^* \le 0 \end{cases}.$$

故知當無法觀察到的變數大於零時，父母將選擇分配財產；反之當無法觀察到的變數小於等於零時，父母將選擇不分配財產。

許多因素將影響到父母分配的抉擇，表為 $\mathbf{x}$。寫成：

$$allot_i^* = \beta \mathbf{x}' + \varepsilon_i .$$

β 表估計參數，ε_i 為隨機誤差項。

本文將影響父母財產分配的因素區分為三大類：受訪者特性變數 (年齡 (A_i)、性別 (B_i)、教育程度 (C_i)、健康狀態 (D_i)、伴侶狀態 (E_i)、工作狀態 (F_i)、關心滿意程度 (G_i) 及經濟規劃 (H_i))、兩代間相關變數 (兒子比例 (I_i) 及同住比例 (J_i)) 及經濟狀況變數 (金融資產 (K_i)、常住房屋所有權屬本人或配偶 (L_i)、常住房屋所有權屬子女或祖產 (M_i)、第二屋等不動產屬本人或配偶擁有 (N_i)、第二屋等不動產為本人與家人共有 (O_i)、第二屋等不動產為本人與外人共有 (P_i))。故 $\mathbf{x}$ 可表示成下列函數：

$\mathbf{x}$ ＝(受訪者特性變數，子女相關變數，經濟狀況變數)。

本文關於父母家產分配之迴歸式計有五式：

迴歸式 1： $Aid_i = \alpha_0 + \alpha_1 A_i + \alpha_2 B_i + \alpha_3 C_i + \alpha_4 D_i + \alpha_5 E_i + \alpha_6 F_i + \alpha_7 G_i + \alpha_8 H_i + \alpha_9 I_i$

$$+\alpha_{10} J_i + \alpha_{11} K_i + \alpha_{12} L_i + \alpha_{13} M_i + \alpha_{14} N_i + \alpha_{15} O_i + \alpha_{16} P_i$$

迴歸式 2： $House_i = \beta_0 + \beta_1 A_i + \beta_2 B_i + \beta_3 C_i + \beta_4 D_i + \beta_5 E_i + \beta_6 F_i + \beta_7 G_i + \beta_8 H_i + \beta_9 I_i$

$$+\beta_{10} J_i + \beta_{11} K_i + \beta_{12} L_i + \beta_{13} M_i + \beta_{14} N_i + \beta_{15} O_i + \beta_{16} P_i$$

迴歸式 3： $Division_i = \gamma_0 + \gamma_1 A_i + \gamma_2 B_i + \gamma_3 C_i + \gamma_4 D_i + \gamma_5 E_i + \gamma_6 F_i + \gamma_7 G_i + \gamma_8 H_i + \gamma_9 I_i$

$$+\gamma_{10} J_i + \gamma_{11} K_i + \gamma_{12} L_i + \gamma_{13} M_i + \gamma_{14} N_i + \gamma_{15} O_i + \gamma_{16} P_i$$

迴歸式 4： $Complete_i = \delta_0 + \delta_1 A_i + \delta_2 B_i + \delta_3 C_i + \delta_4 D_i + \delta_5 E_i + \delta_6 F_i + \delta_7 G_i + \delta_8 H_i + \delta_9 I_i + \delta_{10} J_i$

迴歸式 5： $Plan_i = \phi_0 + \phi_1 A_i + \phi_2 B_i + \phi_3 C_i + \phi_4 D_i + \phi_5 E_i + \phi_6 F_i + \phi_7 G_i + \phi_8 H_i + \phi_9 I_i$

$$+\phi_{10} J_i + \phi_{11} K_i + \phi_{12} L_i + \phi_{13} M_i + \phi_{14} N_i + \phi_{15} O_i + \phi_{16} P_i$$

一般線性迴歸式，模型可寫成：

$$\mathrm{Prob}(allot_i = 1) = F(\mathbf{x}'\beta), \mathrm{Prob}(allot_i = 0) = 1 - F(\mathbf{x}'\beta)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \mathrm{Prob}(Aid_i = 1) = F(\mathbf{x}'\beta), \mathrm{Prob}(Aid_i = 0) = 1 - F(\mathbf{x}'\beta) \\ \mathrm{Prob}(House_i = 1) = F(\mathbf{x}'\beta), \mathrm{Prob}(House_i = 0) = 1 - F(\mathbf{x}'\beta) \\ \mathrm{Prob}(Division_i = 1) = F(\mathbf{x}'\beta), \mathrm{Prob}(Division_i = 0) = 1 - F(\mathbf{x}'\beta) \\ \mathrm{Prob}(Complete_i = 1) = F(\mathbf{x}'\beta), \mathrm{Prob}(Complete_i = 0) = 1 - F(\mathbf{x}'\beta) \\ \mathrm{Prob}(Plan_i = 1) = F(\mathbf{x}'\beta), \mathrm{Prob}(Plan_i = 0) = 1 - F(\mathbf{x}'\beta) \end{cases}$$

參數集合 β 反映 $\mathbf{x}$ 改變對於機率的影響，為邊際影響 (marginal effect)，此時，若將相對應的 $E(Y|\mathbf{x})$ 值繪在平面座標上，圖形呈現 S 型，圖形方程式為

$f(z) = \dfrac{\exp(\mathbf{x}'\beta)}{1 + \exp(\mathbf{x}'\beta)}$ ， $f(z)$ 即為 Logistic 函數。

為便利數學上運算，logistic 分配設定為：

$$\mathrm{Prob}(allot_i = 1) = P_{i1} = \frac{\exp(\mathbf{x}'\beta)}{1+\exp(\mathbf{x}'\beta)} \quad ,$$

$$\mathrm{Prob}(allot_i = 0) = P_{i0} = 1 - \mathrm{Prob}(allot_i = 1) = \frac{1}{1+\exp(\mathbf{x}'\beta)} \quad ,$$

$$\mathrm{odds} = \frac{P(allot_i = 1)}{P(allot_i = 0)} = \frac{\dfrac{\exp(\mathbf{x}'\beta)}{1+\exp(\mathbf{x}'\beta)}}{\dfrac{1}{1+\exp(\mathbf{x}'\beta)}} = \exp(\mathbf{x}'\beta).$$

由於 odds 並非線性函數，需進一步將 odds 進行自然對數轉換，即：

$\ln(\mathrm{odds}) \ = \ln\dfrac{P(allot_i = 1)}{P(allot_i = 0)} = \mathbf{x}'\beta$，使之成為線性函數。上述轉換過程稱為 Logit 轉換 (Logit transformation)，完成轉換後，可利用最大概似法 (MLE) 進行參數估計。

二、 子女拜訪實證模型

子女每年拜訪父母次數此變數假定是一連續的變數，參酌文獻大都使用 OLS 進行實證分析，為便於比較，故本文使用 OLS 進行參數估計，本文將影響父母財產分配的因素區分為三大類：受訪者特性變數 (年齡 (A_i) 、性別 (B_i) 、教育程度 (C_i) 、健康狀態 (D_i) 、伴侶狀態 (E_i) 、工作狀態 (F_i) 、關心滿意程度 (G_i) 及照顧孫子 (Q_i))、子女相關變數 (年齡 (R_i) 、性別 (S_i) 、教育程度 (T_i) 、伴侶狀態 (U_i) 、孫子數 (V_i) 、工作狀態 (W_i) 及地理位置 (X_i)) 及經濟狀況變數 (金融資產 (K_i) 、常住房屋所有權屬本人或配偶 (L_i) 、常住房屋所有權屬子女或祖產 (M_i) 、第二屋等不動產屬本人或配偶 (N_i) 、第二屋等不動產為本人與家人共有 (O_i) 、第二屋等不動產為本人與外人共有 (P_i) 、Aid-Received (Y_i) 、Division (Z_i) 及 Complete (CC_i))。故 X_i 可表示成下列函數：X_i ＝(受訪者特性變數，子女特性變數，經濟狀況變數)。

本文關於子女拜訪之迴歸式計有三式：

迴歸式 6：$Visit_i = \varphi_0 + \varphi_1 A_i + \varphi_2 B_i + \varphi_3 C_i + \varphi_4 D_i + \varphi_5 E_i + \varphi_6 F_i + \varphi_7 G_i + \varphi_8 Q_i + \varphi_9 R_i$

$+\varphi_{10} S_i + \varphi_{11} T_i + \varphi_{12} U_i + \varphi_{13} V_i + \varphi_{14} W_i + \varphi_{15} X_i + \varphi_{16} K_i + \varphi_{17} L_i + \varphi_{18} M_i$

$+\varphi_{19} N_i + \varphi_{20} O_i + \varphi_{21} P_i + \varphi_{22} Y_i$

迴歸式 7：$Visit_i = \eta_0 + \eta_1 A_i + \eta_2 B_i + \eta_3 C_i + \eta_4 D_i + \eta_5 E_i + \eta_6 F_i + \eta_7 G_i + \eta_8 Q_i + \eta_9 R_i$

$+\eta_{10} S_i + \eta_{11} T_i + \eta_{12} U_i + \eta_{13} V_i + \eta_{14} W_i + \eta_{15} X_i + \eta_{16} K_i + \eta_{17} L_i + \eta_{18} M_i$

$+\eta_{19} N_i + \eta_{20} O_i + \varphi_{21} P_i + \varphi_{22} Z_i$

迴歸式 8：$Visit_i = \mu_0 + \mu_1 A_i + \mu_2 B_i + \mu_3 C_i + \mu_4 D_i + \mu_5 E_i + \mu_6 F_i + \mu_7 G_i + \mu_8 Q_i$

$+\mu_9 R_i + \mu_{10} S_i + \mu_{11} T_i + \mu_{12} U_i + \mu_{13} V_i + \mu_{14} W_i + \mu_{15} X_i + \mu_{16} CC_i$

OLS 是使樣本觀察值與估計值的差異的平方和為最小的估計方法，假設估計係數為 $\widehat{\alpha}$、$\widehat{\beta}$，樣本迴歸方程式寫成 $\widehat{Y_i} = \widehat{\alpha} + \widehat{\beta} X_i$，用來估計母體迴歸方程式 E(Y)＝$\alpha + \beta X$，$\widehat{Y_i}$ 為 $E(Y_i)$ 的估計式，$\widehat{\alpha}$、$\widehat{\beta}$ 分別為 α、β 的估計式。觀察值與估計值的差異的平方和為 SSE＝$\sum_1^n (Y_i - \widehat{\alpha} - \widehat{\beta} X_i)^2$，OLS 要求使 SSE 為最小的 $\widehat{\alpha}$、$\widehat{\beta}$，分別對 $\widehat{\alpha}$、$\widehat{\beta}$ 微分並使之為零，可知：

$\partial SSE / \partial \widehat{\alpha} = 0$ 及 $\partial SSE / \partial \widehat{\beta} = 0$，整理得：

$$\sum Y = n\widehat{\alpha} + \widehat{\beta} \sum X \,,\ \sum XY = \widehat{\alpha} \sum X + \widehat{\beta} \sum X^2 . \tag{3}$$

解 (2)、(3) 兩式整理得：$\widehat{\beta} = \dfrac{\sum (X - \overline{X})(Y - \overline{Y})}{\sum (X - \overline{X})^2}$ 及 $\widehat{\alpha} = \overline{Y} - \widehat{\beta}\overline{X}$，即可分別估計出截距項及各自變數之係數 $\widehat{\alpha}$、$\widehat{\beta}$。