第二章 文獻探討

本研究在於利用灰色區間數結合模糊層級分析法中三角模糊數的概念，解決專家 (評估小組) 在進行構面及構面下指標間比較時可能產生的不確定因素，使其能真實的反應專家 (評估小組) 的回饋意見。由於模糊層級分析法建構於分析層級程序法之上，因此，本章節先透過探討分析層級程序法以瞭解其運作的原理，再探討模糊層級分析法如何解決分析層級程序法所存在的不確定性等問題，並透過瞭解灰色系統理論瞭解灰色區間數及其相關運作，來建立本研究所需基礎，將相關文獻回顧及整理如下。

2.1 分析層級程序法

1971 年 Thomas L. Saaty 提出分析層級程序法 (Analytic Hierarchy Process, AHP) 主要是為了應用在具有多個決策準則 (Multi-decision Criteria) 及不確定 (Uncertainty) 情況下的決策問題。Saaty 在 1973 年應用分析層級程序法方法於蘇丹運輸研究後整個理論趨於成熟，接著在 1974 至 1978 年間不斷的驗證、修正、證明，使得分析層級程序法更加完整，並且在 1980 年將其研究理論及應用結果，整理集結成冊出版–*The Analytic Hierarchy Process*, (Saaty 1980) 。在此之後，由於容易評比且能夠提高評比品質的特性，分析層級程序法在國際期刊論文上不斷被提出引用，其簡單並兼具實用的特質，使得被應用的範圍相當廣泛。

分析層級程序法主要目地是將複雜的問題系統化，透過不同的層面給予分類排序，將許多無形的因素透過量化的判斷加以評估，降低評估時的不確定性，協助決策者找出方案的優先順序。

有關分析層級程序法的基本假設，主要有下列幾項(鄧振源、曾國雄 1989)：

1. 一個系統可被分解成許多種類(Classes)或成份(Components)，並形成有向網路的層級結構。

2. 層級結構中，每一層級的要素均假設具獨立性(Independence)。
3. 比較評估時，可將絕對數值尺度轉換成比例尺度(Ratio Scale)。
4. 成偶對比(Pairwise Comparison)後，可使用正倒值矩陣(Positive Reciprocal Matrix)處理。
5. 偏好關係滿足遞移性(Transitivity)。不僅優劣關係滿足遞移性行(A 優於 B，B 優於 C，則 A 優於 C)，同時強度關係也滿足遞移性(A 優於 B 兩倍，B 優於 C 三倍，則 A 優於 C 六倍)。
6. 完全具遞移性不容易，因此容許不具遞移性的存在，但需測試其一致性(Consistency)的程度。
7. 要素優勢程度，經由加權法則(Weighting Principle)而求得。
8. 任何要素只要出現在階層結構中，不論其優勢程度是如何小，均被認為與整個評估結構有關，而並非檢核階層結構的獨立性。

分析層級程序法用以處理複雜問題的步驟大致如下(鄧振源、曾國雄 1989；陳宗文 2000)：

1. 問題界定

   對於問題所存在的系統擴大，可能影響問題的因素，均需納入問題中，成立規劃群，對問題的範圍界定。

2. 建立層級架構

   用來探討層級中各階層間是否交互影響有所作用，並找出評估準則及替代方案，將此結果提報決策者 (決策群體) ，決定是否有需增減要素。每一層級僅受單一層級影響，依問題的複雜度決定層級數量的多寡。

3. 建立成偶比對矩陣

   各層級間的比較方式，主要以上一層級某一要素為評估基準，進行要素間的成偶比對(Pairwise Comparison)，其比較值通常採名目尺度(Nominal Scale)的形式表示，根據結果建立成偶比矩陣，再計算個成偶比對矩陣的特徵值與特徵向量，並檢定其一致性。

4. 一致性檢驗

若一致性的程度不符要求，代表決策者的判斷前後不一致，若情況太過嚴重，則結果將與實際的情況相差很多，透過一致性的檢驗，來找出這些可能發生差異的狀況。依 Saaty 所提出的建議，若一致性指標(Consistence Index, CI)小於 0.1，則表示結果符合一致性。

5. 各替代方案加權平均

計算各替代方案綜合評點，求得各替代方案整體優勢權重，並依得分高低決定優先順序進行排列。

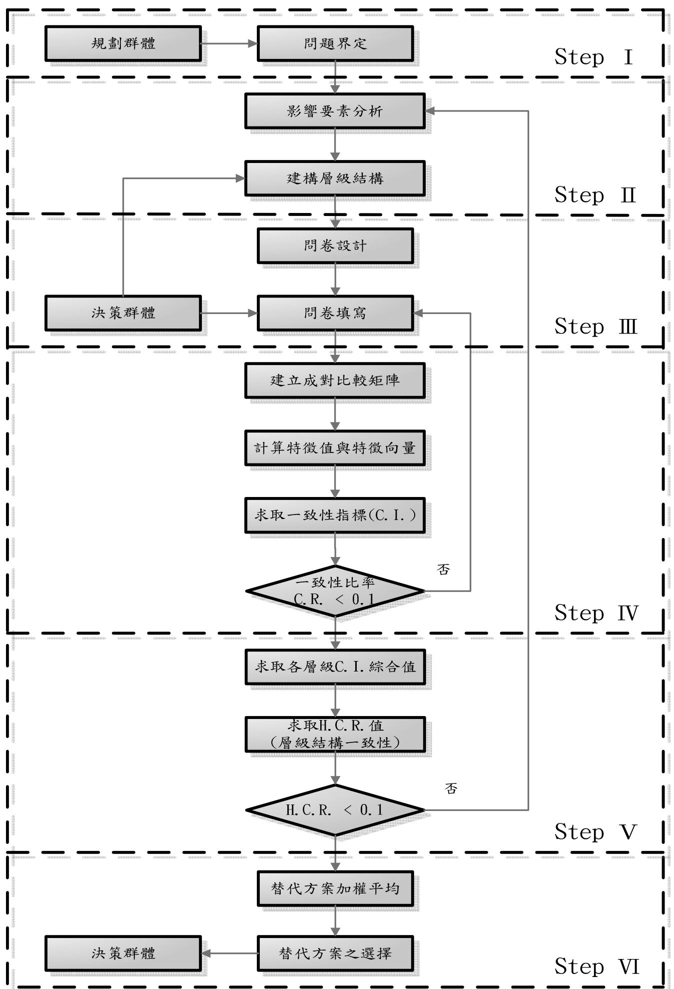

圖 2-1 分析層級程序法(AHP)應用步驟流程圖

(鄧振源、曾國雄 1989)

分析層級程序法的評估尺度基本劃分為五個範圍：同等重要 (1) 、稍微重要 (3) 、頗重要 (5) 、極重要 (7) 、絕對重要 (9) ，其代表值同括號內值所表示，在各數值之間另給予中間值，用來代表折衷的狀況。Saaty 在其所著 *The Analytic Hierarchy Process*, (Saaty 1980) 中提到，心理學家 G.A. Miller (1956) 提出人類無法同時對七種以上的事物進行比對，因此 Saaty 建議採取 1、3、5、7、9 五個數作為評估尺度的區間，原因為是經過驗證，如此能夠提供較佳的一致性檢驗。Saaty 其所提出評估尺度的定義及說明整理如下：

表 2-1 分析層級程序法的評估尺度 (Saaty，1980)

評估尺度	定　　義	說　　明
1	同等重要 Equal Importance	兩相比較方案的貢獻度具同等重要性 ● 等強 (Equally)
3	稍微重要 Weak Importance	經驗與判斷稍微傾向喜好某一方案 ● 稍強 (Moderately)
5	相當重要 Essential Importance	經驗與判斷強烈傾向喜好某一方案 ● 頗強 (Strongly)
7	極為重要 Very Strong importance	實際顯示非常強烈傾向喜好某一方案 ● 極強 (Very Strong)
9	絕對重要 Absolute Importance	有足夠證據肯定絕對喜好某一方案 ● 絕強 (Extremely)
2,4,6,8	相鄰尺度之中間值 Intermediate Values	需要折衷值時

舉例來說，若評估者認為 A_1 較 A_5 更為重要，假設成偶對比矩陣中 a_{15} 的值可能為3/1，或是5/1，或是7/1，這個評估值是由 $S=\{1,2,3,...,9\}$ 這個集合中所挑選。

假設 $a_{ij} = s_i / s_j$ 其中 $s_i, s_j \in S$ 且 $s_i > s_j$ ，a_{ij} 代表對評估者而言，A_i 的強度優於 A_j 。

若 $a_{15} = 5/1$ 則 $a_{51} = 1/5$，也就是 $a_{ij} = (a_{ji})^{-1}$，對所有的 $i, j,$ 而言 $a_{ii} = 1$，在 $1 \le i \le n$ 。

採用分析層級程序法具有以下優點（鄧振源、曾國雄 1989）

1. 分析層級程序法理論簡單，操作容易，能有效擷取多數專家及決策者有共識的意見。
2. 分析層級程序法對於影響研究目標的相關因素，皆能納入模型中，配合研究目的，考慮各種不同的層面。
3. 相關影響因素，在經過專家學者評估及數學方法處理後，皆能以具體的數值顯示各個因素的優先順序。
4. 將複雜的評估因素以簡單的層級架構呈現，易為決策者接受。

2.2 模糊層級分析法

由於人類的思維及認知偶有不明確的狀況，Zadeh (1965) 提出模糊集合理論 (Fuzzy Set Theory)，藉由模糊的觀念描述現實中事物性質的等級，主要應用於狀況模糊不明或是語意不明確造成的不確定關係，彌補傳統以二值邏輯來描述事物的缺點。

Saaty (1980) 所提出之分析層級程序法用以進行決策的評估方式雖然看似客觀，但在接受比較的兩個因素之間的評分通常卻是較主觀的，且其主觀因素的表達不容易透過明確的資訊呈現，反而在模擬兩可的評分狀況下，造成了評估結果的不準確，也因為這樣而決策的結果有所偏差。

Laarhoved& Pedrycz (1983) 利用模糊集合理論及模糊運算概念，以三角隸屬函數來表達受評估指標間的重要性，利用對數最小平方法求取所評估的指標權重，再以算數平均法計算模糊綜合得分。透過這個方法，解決傳統分析層級程序法的不準確因素，消除其中的主觀因素。

而Buckley (1985) 則利用模糊集合理論結合分析層級程序法，來解決傳統分

析層級程序法中的主觀、模糊及不精確的問題。運用梯形模糊數 (Flat or Trapezoidal Fuzzy Number) 轉換專家意見來形成模糊正倒值矩陣，接著透過幾何平均數 (Geometric Mean) 求出模糊權重，經由層級串聯，計算各替代方案的模糊權重，最後以各替代方案模糊權重的隸屬函數圖形，排列方案的優先順序，雖然方法較為嚴謹，但計算卻過於繁雜。

模糊層級分析法的執行步驟和傳統的分析層級程序法大致相同，差異在於模糊層級分析法需要建立模糊語意、解模糊化。張美娟 (2003) 整理出使用模糊層級分析法的好處有下列幾點：

1. 可處理較難量化的研究問題。
2. 減少學者專家評估各要素時之不確定性。
3. 呈現專家認知的模糊現象，不會刪去任何獨特意見。
4. 呈現專家集體決策時的模糊區間，可作為決策者採取個人經驗判斷時的彈性空間。

張志向 (1997) 以 Buckley (1985) 的模糊層級分析法模式為基礎，利用三角模糊數取代 Buckley 之模糊層級分析法模式中的梯形模糊數進行相關計算，以簡化計算的複雜度。張志向認為使用三角模糊數另外還具有下列優點：

1. 利用三角模糊數整合受試者之意見，可避免因為利用幾何平均法整合受試者意見，造成削弱部份受試者獨特意見之缺失。
2. 藉由三角模糊數表示專家認知之模糊現象，可改善傳統分析層級程序法模式中，將相對重要性之不精確值當作精確值處理的缺失。

2.3 灰色系統理論

灰色系統理論由大陸學者鄧聚龍 (1988) 所提出，當時初步介紹灰色系統及其相關控制問題，鄧聚龍將一般系統論、信息論、控制論的觀點及方法延伸到社會、經濟、生態等抽象系統，結合運用數學方法，發展一套解決信息不完備系統，

也就是灰色系統的理論和方法。至今這短短十多年間，灰色系統已有了飛速的發展，並在許多領域中被使用。

在控制論中常以顏色來代表研究者對於系統內部信息及系統本身的瞭解程度，大致可分為黑、白、灰三類。“黑”表示信息完全缺乏；“白”表示信息完整；“灰”則表示信息不充份、不完整，“灰”介於“黑”與“白”之間。進一步對三種分類定義其所代表系統 (傅立，1996)：

1. 白色系統 (White System)：

   相對於一定的認知層次，所有信息皆已確定的系統。屬全開放性。

2. 黑色系統 (Black System)：

   相對於一定的認知層次，關於系統的所有信息都是未知的。除了可以知道該系統外在的輸出入關係之外。屬全封閉性。

3. 灰色系統 (Grey System)：

   相對於一定的認知層次，系統內部的信息部份已知，部份未知，也就是信息不完全。屬於半開放半封閉性的。

“黑”、“白”、“灰”三者之間是相對於一定認知層次的，彼此之間存在相對性。

鄧聚龍 (1996) 提出灰色系統以研究”小樣本不確定”為主，不同於研究”大樣本不確定”的機率與統計，也與模糊集合理論探討”認知不確定”的不同，三者之間的區別可歸納如下：

表2-2 灰色系統、概率論、模糊集合的區別 (鄧聚龍，1996)

	灰色系統	概率論	模糊集合
內涵	小樣本不確定	大樣本不確定	認知不確定
基礎	灰朦朧集	康托集	模糊集
依據	信息覆蓋	概率分布	隸屬度函數
手段	生成	統計	邊界取值
特點	少數據	多數據	經驗（數據）
要求	允許任意分布	要求典型分布	函數
目標	現實規律	歷史統計規律	認知表達

思維方式	多角度	重複再現	外延量化
信息準則	最少信息	無限信息	經驗信息

灰色系統理論能夠針對“小樣本”、“少數據”、“不確定性”、“多變量輸入”、“離散數據”和“數據不完整”的目標進行處理。“當決策目標數據太少的時候，數據本身無法形成有規律的分佈，不適合運用機率方法；而決策目標太少無法獲得足夠的經驗，模糊理論便無法運用。而灰色系統便是在信息貧乏也就是數據有限的狀態下去探索系統的本質，利用局部的、少量的信息，去找出系統的全貌。

在灰色系統下發展出相當多的概念與理論，其中包括灰色模型、灰色關聯分析、灰色預測、灰色統計、灰關係、灰元及灰色數等等。其中灰色數的定義為：「只知道大概的範圍而不知其確切值的數稱為灰色數」 (史開泉、吳國威、黃有評 1994)，做更進一步的分類，灰色數可分為下列六類：

1. 僅有下界的灰色數

   有下界而無上界的灰色數記作：

   $\otimes \in [\underline{a}, \infty)$或$\otimes(\underline{a})$

   $\otimes$:灰色數。

   $\underline{a}$:灰色數的下界，是確定的數。

   $[\underline{a}, \infty)$:灰色數的取數域，或稱灰色域。

2. 僅有上界的灰色數

   有上界而無下界的灰色數記作：

   $\otimes \in (-\infty, \overline{a}]$或$\otimes(\overline{a})$

   $\overline{a}$:灰色數的上界，是確定的數。

3. 區間灰色數

既有下界$\underline{a}$又有上界$\overline{a}$的灰色數稱為區間灰色數，記作：

$\otimes \in \left[\underline{a}, \overline{a}\right]$。

4. 連續灰色數與離散灰色數

在某一個區間內取有限個值或是可數個值的灰色數稱之。

5. 黑色數與白色數

當$\otimes \in (-\infty, \infty)$或$\otimes \in (\otimes_1, \otimes_2)$，也就是當$\otimes$的上、下界都是無窮或是上下數都是灰色數的時候，稱$\otimes$為一個黑色數；而當$\otimes \in \left[\underline{a}, \overline{a}\right]$而且$\underline{a} = \overline{a}$時，稱$\otimes$是白色數。

6. 本徵灰色數與非本徵灰色數

本徵灰色數是指不能或是暫時還不能找到一個白色數作為其"代表"的灰色數，如宇宙的總能量。

非本徵灰色數是指憑著先前的經驗或是某種手段，可以找到一個白色數作為其"代表"的灰色數，則稱這個白色數是相應的灰色數的白色數。

將不明確的灰色數轉為明確的白色數的過程稱做"白化"，而將灰色數轉換回白色數的函數便稱為白化函數。傅立 (1996) 對灰色數的白化函數定義及其圖形如下：

如果用$f(x)$表示$\otimes(x)$上不同的數，則稱$f(x)$為$\otimes(x)$的白化函數或白化權函數。

稱 $f(x)$ 為典型的白化函數， $f(x)\in[0,1]$ ，若滿足

$$f(x)=\begin{cases} L(x),\text{單調遞增}, x\in(a_2,b_1] \\ R(x),\text{單調遞減}, x\in[b_2,c_1) \\ 1,\text{峰值(最大值)}, x\in[b_1,b_2] \end{cases}$$

$L(x)$:左增函數； $R(x)$:右增函數；

$[b_1,b_2]$:峰區；

a_2:起點； c_1:終點； b_1,b_2:轉折點；

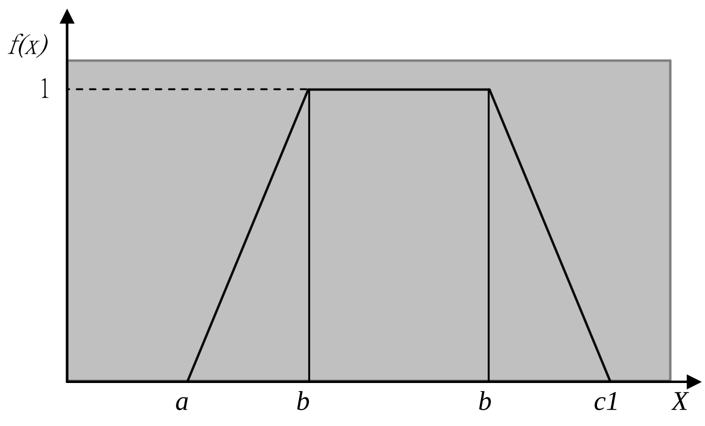

圖 2-2 白化函數圖形

一般而言 $L(x)$ 及 $R(x)$ 取直線，其斜率及 $f(x)$ 的峰區依各問題狀況不同而有所差異，依照研究問題的性質及特點決定。