

## 第二章 代表性銀行模型

本章首先討論單一銀行，在面對存戶有擠兌可能性時，如何將資金投資於安全性與風險性資產上。根據 Diamond 和 Dybvig (1983) 的結論，存戶的擠兌行為會造成多重均衡的問題。本文先以 KMR 所推衍出的演化方式，採取一  $D/2$  演化穩定策略，一方面消除投機性擠兌，一方面求得單一均衡存在的條件，解決均衡選擇之問題。本文再進一步探討此  $D/2$  演化穩定策略對銀行投資組合的影響。第三節進行比較靜態分析，觀察外生經濟變數的變動，對考慮擠兌行為之銀行投資組合有何影響。第四節加入政府政策，討論政府政策是否能有效達到穩定經濟之功能。以下首先考慮一個單一財貨的二期模型。且為簡化起見，假設所有個體無時間偏好，且並無任何訊息不對稱之情形，即所有個體擁有相同的訊息。

### 第一節 經濟環境

假設有風險中立、偏好相同的  $D$  位個體。每一個體在  $T = 0$  期初擁有一單位稟賦，假設個體沒有投資機會，所以會在  $T=0$  期初將其稟賦存入銀行（參照 Diamond 和 Dybvig (1983)）。收到資金的銀行會對存款戶作出承諾，若存款戶在  $T=1$  期初即提回存款 (withdraw)，可得固定存款報酬率  $r_D$ 。而在  $T=1$  期初未提回的存戶，至  $T=1$  期末時，可平分銀行的投資收益（參照 Diamond 和 Dybvig (1983), p.408）。在銀行方面，銀行由一位風險中立、無稟賦的經理人 (CEO) 經營，故銀行的報酬，根據 Campbell, Chan, 及 Marino (1992) 的調查，可分為固定底薪與獎金兩部分。本模型為簡化起見，省略底薪的部分。而獎金則依銀行投資績效給予，與  $T=1$  期末的獲利成比例，故令  $\beta$  為  $T=1$  期末投資收益中銀行可分得之比例，其中  $\beta$  為一常數， $0 \leq \beta \leq 1$ ，而  $(1-\beta)$  為  $T=1$  期末存款戶可獲得之比例。即若銀行存活至  $T=1$  期末，其中  $\beta$  比例的投資收益由銀行取得，存戶則可平分  $(1-\beta)$  比例的投資收益。但若銀行在期末時倒閉，銀行或經理人將無法獲得任何報酬。

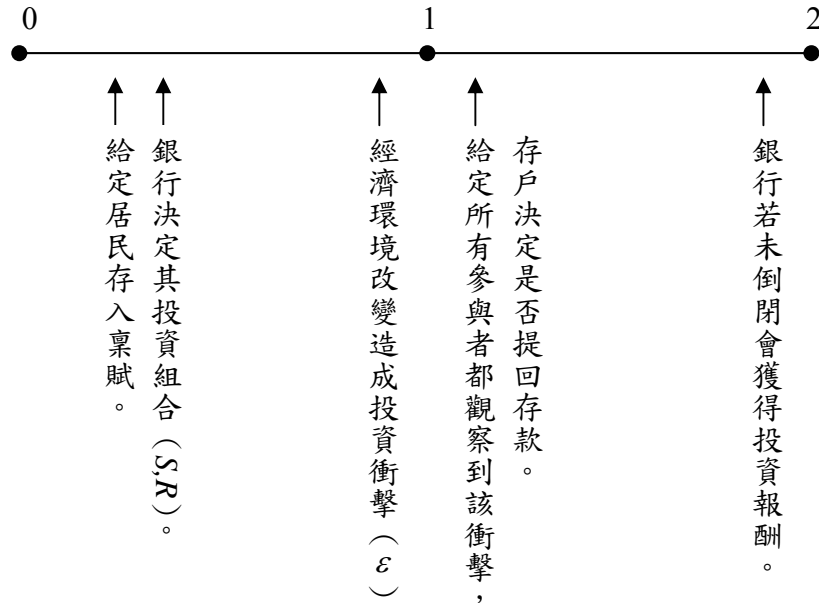
本文採取 Acharya (2000) 與 Jacklin 和 Bhattacharya (1988) 的投資方法，假設銀行會

將  $D$  單位的存款做兩方面投資，一是投資於**安全性資產**，一是投資於**風險性資產**。安全性資產具有流動性高，但報酬率低的特性，例如無風險公司債。所以安全性資產的投資可視為是銀行應付存款戶提款的存款準備（參照 Bencivenga 和 Smith (1991), p.199）。所謂風險性資產，其投資收益則與二個項目相同：一為銀行本身的投資能力與投資規模，另一部份則與總體經濟環境及產業發展情形有關，亦即風險性資產報酬率雖高於安全性資產，但該投資收益在  $T=1$  期末才可完全實現，故流動性極低，例如企業貸款。令  $S$  為銀行投資於安全性資產的財貨數量， $r_s$  為每一單位安全性資產投資可獲得的固定報酬；令  $R$  為銀行投資於風險性資產的財貨數量， $r_R$  為每單位風險性資產投資可獲得的預期報酬率，且  $S + R = D$ 。其中，另令  $f(R)$  為風險性資產報酬率中，由銀行本身可控制的投資能力所能獲得的部分，與其投資規模有關； $\varepsilon$  為經濟環境發生衝擊所產生之風險性資產隨機報酬率，非銀行所能控制， $r_R$  為  $f(R) + \varepsilon$ ，且  $\varepsilon$  是屬於平均數  $\mu$ 、標準差  $\sigma$ 、密度函數  $g$ 、累積分配函數  $G$  的任一分配。故其定義為

$$r_R = f(R) + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim g(\mu, \sigma^2), \quad -\infty \leq \varepsilon \leq \infty。$$

其中依照 Klein (1971)， $f' > 0$ ，即風險性資產報酬率是投資規模的正向函數； $f'' < 0$ ，報酬率會隨投資規模的增加而遞減（假設  $f(R)$  是  $R$  的嚴格凹函數，會自動滿足報酬極大化下的二階條件）。

存戶、銀行決策行為與事件發生之時間順序如圖（一）所示： $T=0$  期初，存款戶將稟賦存入銀行，銀行在收到資金後旋即決定其投資組合  $(S, R)$ 。到  $T=0$  期末時，由於經濟環境改變會造成風險性資產上投資之衝擊  $(\varepsilon)$ 。在此時，所有個體，包括銀行及存戶都觀察到該衝擊，在  $T=1$  期初存戶必須決定是否提回存款。若擠兌人數眾多，銀行極可能因此而倒閉。若銀行至  $T=1$  期末未倒閉，其在  $T=0$  期初所作的風險性投資將會獲得投資收益，則銀行可分得  $\beta$  比例的投資收益，而在  $T=1$  期初未擠兌的存款戶將可平分  $(1-\beta)$  比例的投資收益。



圖（一）：事件發生之時間順序圖

## 第二節 存戶與銀行決策

由於銀行在  $T=0$  期初投資風險性資產，所以在  $T=0$  期末經濟環境發生投資負向衝擊時，存戶會有提早提回存款的動機。在  $T=0$  期末衝擊發生後，到了  $T=1$  期初  $D$  個存戶必須決定在  $T=1$  期初提回存款，或是耐心等待到  $T=1$  期末以平分銀行的投資收益。所以，每一個存戶有一策略集  $S=\{s_1, s_2\}$ ， $s_1$  為在  $T=1$  期初即提回存款； $s_2$  為留至  $T=1$  期末。令  $z$  為留至  $T=1$  期末的存戶人數，即採  $s_2$  策略的參賽者數目（ $z$  為內生決定，以下有詳細分析）。

若存戶前來提款，銀行是依“先到先領”的原則支付（參照 Chen (1999)），直到銀行資產耗盡<sup>1</sup>。在先到先領原則與風險性資產報酬受到衝擊的情況下，存戶會因害怕到最後受到損失而有擠兌的現象。若銀行資產不足以支付擠兌資金需求，無法使所有來提款的存戶領回  $r_D$ ，

<sup>1</sup> 因銀行是採有限責任制 (limited liability)，故當其資產耗盡時，對存戶就不再有償負責任。

銀行就會破產倒閉，故令  $\delta$  為在  $T=1$  期初擠兌發生時，可拿回  $r_D$  的存戶人數<sup>2</sup>。根據 Diamond 和 Dybvig，當個別存款戶認為提款的人數會左右銀行是否倒閉，而以觀察其他存戶是否擠兌來決定自身的決策時，即可能存在所謂的投機性銀行擠兌現象。且根據 Jacklin 和 Bhattacharya，當存款戶發覺風險性資產投資報酬過低時亦會發生擠兌行為，即所謂的基本面銀行擠兌現象。所以在投機性銀行擠兌與基本面銀行擠兌同時存在的情形下，銀行的倒閉與否，不只取決於投資是否成功，還取決於存戶實際擠兌人數。故令  $\varepsilon(R, z)$  = 銀行在有投機性擠兌與基本面擠兌情況下倒閉的衝擊水準臨界值（ $\varepsilon(R, z)$  為內生決定，以下有詳細分析）。

給定在  $T=0$  期初銀行的投資組合  $(S, R)$ ，在考慮擠兌人數  $z$  與擠兌成本  $r_D$  後，銀行事後倒閉條件成為：（亦即當其淨利為零時）

$$\pi = r_S S + [f(R) + \varepsilon]R - r_D(D - z) = 0, \quad S + R = D. \quad (1)$$

上式表示，銀行投資淨利為安全性資產投資報酬，加上風險性投資報酬，再扣除存戶提早提款的成本。當淨利小於零時，銀行會因投資失敗或擠兌人數過多而倒閉。

### 第三節 投資衝擊與存戶決策

然而考慮衝擊  $\varepsilon$  與存戶決策下，本文可以推得以下事前情況：（1）若代表性存戶得知銀行風險性報酬很高，使得即使在其他存戶都提早提款下，銀行仍可存活，則代表性存戶必不會提早提款，會耐心等到  $T=1$  期末以分享銀行投資收益。故令  $\bar{\varepsilon}$  = 所有其他人都採  $s_1$ ，代表性存戶仍選  $s_2$  的衝擊水準。而由式（1）可得：

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon(z \rightarrow 0, R) = r_S - f(R) + \frac{(r_D - r_S)D}{R};$$

---

<sup>2</sup>  $\delta$  在事前為  $R, z$  的函數。而在事後若  $\varepsilon \leq \varepsilon(R, z)$ ，擠兌發生，則  $\delta = \frac{r_S S + [f(R) + \varepsilon]R(1 - w)}{r_D}$ 。

(2) 若代表性存戶得知銀行風險性報酬很低，使得即使所有人都不去擠兌，銀行仍會因投資失敗而倒閉，則代表性存戶必定會在  $T=1$  期初就提款。故令  $\underline{\varepsilon}$  = 即使其他所有人都採  $s_2$ ，代表性存戶仍選  $s_1$  的臨界值。而由式 (1) 可得：

$$\underline{\varepsilon} = \varepsilon(z \rightarrow D, R) = r_s - f(R) - \frac{r_s D}{R}。$$

下圖說明  $\underline{\varepsilon}$ 、 $\bar{\varepsilon}$  與  $z$  之關係：

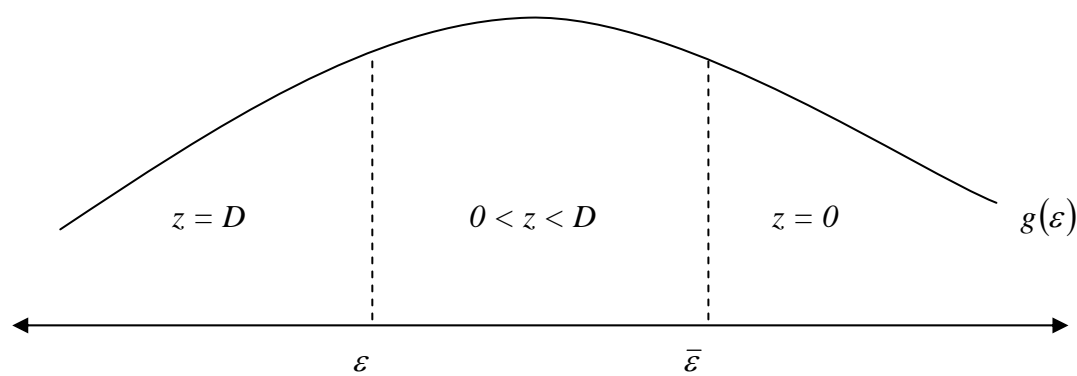


圖 (二)：經濟衝擊 ( $\varepsilon$ ) 與採  $s_2$  之人數 ( $z$ ) 的關係

當  $\bar{\varepsilon} \leq \varepsilon$  時，銀行投資組合獲利極佳，假使存戶全都提早提款，銀行也不會倒閉。當  $\underline{\varepsilon} \leq \varepsilon(z, R) \leq \bar{\varepsilon}$  時，存戶決策會不只受銀行投資獲利情形影響，亦會觀察其他存戶的策略來決定自己是否提早提款，故投機性擠兌與基本面擠兌的情形可能會同時存在，此時銀行的倒閉與否取決於擠兌的人數多寡與投資衝擊的大小。當  $\varepsilon \leq \underline{\varepsilon}$  時，即使存戶都不擠兌，銀行仍然會因投資失敗而倒閉。而將  $\underline{\varepsilon}$  代入式 (1)，可得銀行報酬正好為零。故  $\underline{\varepsilon}$  即代表無投機性擠兌行為下，銀行倒閉的衝擊水準臨界值。換言之，當風險性資產隨機報酬低於  $\underline{\varepsilon}$  時，銀行會因投資組合獲利不良而倒閉，與存戶是否提早提款之行為沒有關係。

#### 第四節 存戶提款決策

給定每一個存戶之策略集  $S = \{s_1, s_2\}$ ，則存戶採各策略報酬的情形為：

$$u(s_1, D-z, z) = \begin{cases} r_D & , \varepsilon > \varepsilon(R, z), \\ \frac{\delta}{D-z} r_D + \frac{D-z-\delta}{D-z} 0 & , \varepsilon \leq \varepsilon(R, z), \end{cases}$$

其中，當  $\varepsilon > \varepsilon(R, z)$ ，實際的風險資產報酬夠大時，銀行有足夠的錢支付給所有選擇提早支領的存戶，使得所有提早提款之存戶都能領回  $r_D$ ；當  $\varepsilon \leq \varepsilon(R, z)$ ，實際的風險資產報酬過低時，銀行資金不足以支付前來擠兌之存戶，故會採先到先領之原則支付給存戶。所以在選擇提早支領的存戶中會有  $\frac{\delta}{D-z}$  的比例領回  $r_D$ ，而另外  $\frac{D-z-\delta}{D-z}$  比例的存戶則會受到損失。

$$u(s_2, D-z, z) = \begin{cases} \frac{(1-\beta)\pi_i}{z}, i = A, B & , \varepsilon > \varepsilon(R, z), \\ 0 & , \varepsilon \leq \varepsilon(R, z). \end{cases}$$

其中，當  $\varepsilon > \varepsilon(R, z)$ ，實際的風險資產報酬夠大時，選擇留至 T=1 期末的存戶能分享銀行投資績效，每人得到  $\frac{(1-\beta)\pi_i}{z}$ ；當  $\varepsilon \leq \varepsilon(R, z)$ ，實際的風險資產報酬過低時，銀行在 T=1 期初即會因擠兌而倒閉，故選擇留至 T=1 期末的存戶將得不到任何報酬。

而在  $\pi_i$  中可依銀行投資組合分為二個情形： $\pi_A$  代表當擠兌發生時，銀行有足夠的安全性資產去變現，以供擠兌民眾之現金需求，即  $r_S S > r_D (D-z)$ ，所以 T=1 期末之報酬為：

$$\pi_A = \{r_S S_A + [f(R_A) + \varepsilon] R_A - r_D (D-z)\}。$$

$\pi_B$  代表當擠兌發生時，銀行除變現安全性資產，仍需變現一部份風險性資產以供擠兌之現金需求，即  $r_S S < r_D (D-z)$ 。所以 T=1 期末之報酬為：

$$\begin{aligned}\pi_B &= \left\{ \left[ f \left( R_A - \frac{r_D(D-z) - r_S S_A}{1-w} \right) + \varepsilon \right] \left[ R_A - \frac{r_D(D-z) - r_S S_A}{1-w} \right] \right\},^3 \\ &= \{ [f(R_B) + \varepsilon] R_B \}.\end{aligned}$$

令  $E_1 = (s_1, \dots, s_1)$  表示所有存戶皆採  $s_1$  所形成之策略組合，而  $E_2 = (s_2, \dots, s_2)$  表示所有存戶皆採  $s_2$  所形成之策略組合。

**定理 1:**  $E_1$  及  $E_2$  為此協調賽局的兩個嚴格 Nash 均衡。

**證明:** 若  $\varepsilon > \varepsilon(R, z)$ ，給定其他人採取  $s_2$ ，代表性存戶的各策略報酬情形為  $u(s_1, 1, D-1) = r_D$ ， $u(s_2, 0, D) = \frac{(1-\beta)\pi_A}{z} = \frac{(1-\beta)\{r_S S_A + [f(R_A) + \varepsilon]R_A\}}{D}$ ， $u(s_1, 1, D-1) - u(s_2, 0, D) = r_D - (1-\beta)r_S - \frac{(1-\beta)R_A}{D}[f(R_A) + \varepsilon - r_S] < 0$ 。故代表性存戶採  $s_2$  為最適反應，且  $E_2 = (s_2, \dots, s_2)$  為嚴格 Nash 均衡。

若  $\varepsilon \leq \varepsilon(R, z)$ ，給定其他人採取  $s_1$ ，代表性存戶的各策略報酬情形為  $u(s_1, D, 0) = \frac{\delta}{D} r_D$ ， $u(s_2, D-1, 1) = 0$ ，則  $u(s_1, D, 0) - u(s_2, D-1, 1) = \frac{\delta}{D} r_D > 0$ 。故代表性存戶採  $s_1$  為最適反應，且  $E_1 = (s_1, \dots, s_1)$  為嚴格 Nash 均衡。由 1,2 可得  $E_1$  及  $E_2$  為此賽局的兩個嚴格 Nash 均衡。□

以上定理與 Diamond 和 Dybvig 之均衡結論相同。該文探討存戶面對策略性決策，且認為在這些策略下會形成兩個 Nash 均衡。其一為存戶真實表現自己提早消費之偏好所形成的 Pareto-dominant 均衡，另一為由存戶本身為延後消費偏好者，卻因為害怕同類型的存戶提早提款，而亦提早提款，所形成之 Pareto-dominated 投機性銀行擠兌均衡。本文同樣得到所有人都不提款的 Pareto-dominant 均衡，與所有人都擠兌，造成金融恐慌之 Pareto-dominated 均衡。

<sup>3</sup> 在無政府救援政策下，當安全性資產不足以支應擠兌現金需求時，銀行就必須提早變現風險性資產以提供擠兌資金，如同 Cooper, Russell 和 Ross(1991)之假設，本文令  $w$  為風險性資產單位變現成本， $0 \leq w \leq 1$ ，即在  $T=0$  期初投資的一單位風險性資產，在  $T=1$  期初變現時只能拿回  $(1-w)$  單位。則 Diamond 和 Dybvig (1983) 的模型可視為假設  $w=0$ ，而 Jacklin 和 Bhattacharya(1988)則可極端的視為假設  $w=1$ 。

不同的是，本文不須事先考慮存戶消費偏好，仍可由存戶各策略報酬推導出以上結論。即，即使存戶偏好皆相同，仍可能會導致所有人都擠兌之無效率均衡。

然而 Diamond 和 Dybvig 在該文中並無說明在什麼樣的條件下，哪一個均衡會發生。於是在面對多重均衡同時存在，無法選擇的情況下，本文藉由所採之演化力量來處理均衡選擇的問題。根據 Samuelson (1997) 命題 2.1 (p.43)：若  $(\sigma^*, \sigma^*)$  為嚴格 Nash 均衡，則  $\sigma^*$  必為演化穩定策略。即由於嚴格 Nash 均衡中的策略在賽局中並無其他最適反應策略，也就是無其他策略之報酬高於該策略，故形成嚴格 Nash 均衡之策略必為演化穩定策略。用於本文於是代表，由於  $E_1 = (s_1, \dots, s_1)$  與  $E_2 = (s_2, \dots, s_2)$  為此賽局的兩個嚴格 Nash 均衡，故其組成策略  $s_1, s_2$  必同時為演化穩定均衡策略。因此 KMR (1993) 提出隨機演化的概念，並由 Tanaka (2000) 推導出有限樣本協調賽局中， $D/2$  演化穩定策略是長期均衡成立的充分且必要條件，據此消除投機性擠兌。我們引用 Tanaka (2000) 以有限人數演化穩定策略求得協調賽局之長期均衡。令  $\psi$  為存戶採取  $s_1$  與  $s_2$  的報酬差異，即

$$\psi(D-z, z) = u(s_1, D-z, z) - u(s_2, D-z, z),$$

上式表示存戶策略報酬的差異取決於  $D-z$ ：提早支領之人數，與  $z$ ：留至期末之人數。

將 Tanaka (2000) 之 Theorem 1 應用於本文：令  $z = D/2$ ，

**定理 2** 若  $\psi\left(\frac{D}{2}, \frac{D}{2}\right) > 0$ ，則  $s_1$  為  $-D/2$  演化穩定策略，所有參賽者會採  $s_1$  策略，使長期均衡為  $z = 0$ 。若  $\psi\left(\frac{D}{2}, \frac{D}{2}\right) < 0$ ，則  $s_2$  為  $-D/2$  演化穩定策略，所有參賽者會採  $s_2$  策略，使長期均衡為  $z = D$ 。

其概念為：當  $\psi\left(\frac{D}{2}, \frac{D}{2}\right) > 0$ ， $s_1$  之 basin of attraction 會較大，因此要系統經由突變到  $z = 1$  的 mutation 數目大於突變到  $z = 0$  的 mutation 數目，故而當突變機率趨近於零時，系統會花較多的時間。



由於存戶之報酬（ $\psi$  函數）與銀行之報酬有關，而銀行報酬又  $\varepsilon$  及  $R$  有關，我們將  $\psi\left(\frac{D}{2}, \frac{D}{2}\right)$  的臨界值以  $\varepsilon$  及  $R$  之關係表示，可得下列關係：令  $z = D/2$ ，代入  $\psi\left(\frac{D}{2}, \frac{D}{2}\right) = 0$  中可得：

$$r_D - \frac{(1-\beta)\pi_i}{D/2} = 0, \quad i = A, B。$$

即演化的力量限制存戶在  $T=1$  期末的報酬須等於  $\frac{Dr_D}{2}$ 。

其中，因  $\pi_i$  有兩種可能性，故可得  $\varepsilon_A^*$ 、 $\varepsilon_B^*$  兩種臨界值，分別為：

$$\begin{aligned}\varepsilon_A^* &= \frac{(2-\beta)D}{2(1-\beta)R_A} r_D - \frac{D}{R_A} r_S + r_S - f(R_A) 。 \\ \varepsilon_B^* &= \frac{D}{2(1-\beta)R_B} r_D - f(R_B) 。$$

即  $\varepsilon_A^*$  為情況 A：當銀行的投資策略較為保守，即投資較多的資金在安全性資產上，銀行無須變現風險性資產以支應擠兌下，銀行倒閉的臨界值；而  $\varepsilon_B^*$  為情況 B：當銀行投資於安全性資產的金額不足以支應擠兌，會需要變現風險性資產下，銀行倒閉的臨界值。

因此藉由比較  $\varepsilon_A^*$  與  $\varepsilon_B^*$  相對應的預期報酬大小，來選擇一合理的倒閉臨界值。下面本文證明  $\varepsilon_A^* < \varepsilon_B^*$ ，及其預期報酬  $E\pi_A(\varepsilon_A^*) > E\pi_B(\varepsilon_B^*)$ 。證明如下：

首先，由定義可知  $\varepsilon_A^* < \varepsilon_B^*$ ：由於  $\pi_A(z) > \pi_B(z), \forall z$ ，且  $\pi_i$  是  $\varepsilon$  的遞增函數（ $\frac{\partial \pi_i}{\partial \varepsilon} = R$ ）， $i = A, B$ ，所以在  $\pi_A(\varepsilon_A^*) = \frac{Dr_D}{2(1-\beta)} = \pi_B(\varepsilon_B^*)$  的情況下，可推得  $\varepsilon_A^* < \varepsilon_B^*$ 。其次，我們可證明  $E\pi_A(\varepsilon_A^*) > E\pi_B(\varepsilon_B^*)$ ：

$$E\pi_A(\varepsilon_A^*) = \left\{ r_S S_A + \int_{\varepsilon_A^*}^{\infty} [f(R_A) + \varepsilon] R_A g(\varepsilon) d\varepsilon \right\} = \left\{ r_S S_A + f(R_A) R_A \int_{\varepsilon_A^*}^{\infty} g(\varepsilon) d\varepsilon + R_A \int_{\varepsilon_A^*}^{\infty} \varepsilon g(\varepsilon) d\varepsilon \right\}，$$

$$\text{其中 } \varepsilon_A^* = \frac{(2-\beta)D}{2(1-\beta)R_A} r_D - \frac{S_A}{R_A} r_S - f(R_A)；$$

$$E\pi_B(\varepsilon_B^*) = \left\{ \int_{\varepsilon_B^*}^{\infty} [f(R_B) + \varepsilon] R_B g(\varepsilon) d\varepsilon \right\} = \left\{ f(R_B) R_B \int_{\varepsilon_B^*}^{\infty} g(\varepsilon) d\varepsilon + R_B \int_{\varepsilon_B^*}^{\infty} \varepsilon g(\varepsilon) d\varepsilon \right\}，$$

$$\text{其中 } \varepsilon_B^* = \frac{D}{2(1-\beta)R_B} r_R - f(R_B)。$$

由於  $R_A > R_B, \forall R$ ，故  $f(R_A) > f(R_B), \forall R$ 。且由之前的證明得知  $\varepsilon_A^* < \varepsilon_B^*$ ，故

$$\int_{\varepsilon_A^*}^{\infty} g(\varepsilon) d\varepsilon > \int_{\varepsilon_B^*}^{\infty} g(\varepsilon) d\varepsilon \text{ 且 } \int_{\varepsilon_A^*}^{\infty} \varepsilon g(\varepsilon) d\varepsilon > \int_{\varepsilon_B^*}^{\infty} \varepsilon g(\varepsilon) d\varepsilon。$$

因此可得  $\text{Max} \{E\pi_A(\varepsilon_A^*), E\pi_B(\varepsilon_B^*)\} = E\pi_A(\varepsilon_A^*)$ 。說明如下圖：

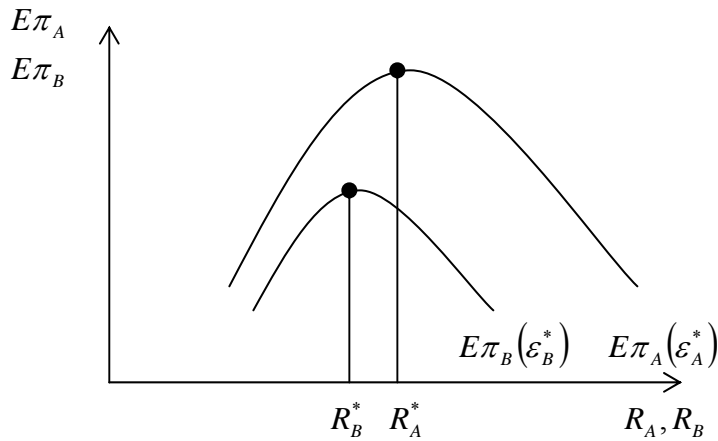


圖 (三)：說明  $E\pi_A(\varepsilon_A^*)$ ， $E\pi_B(\varepsilon_B^*)$  之大小。

即  $E\pi_A(\varepsilon_A^*)$  與  $E\pi_B(\varepsilon_B^*)$  有相似的函數形式，且  $E\pi_A(\varepsilon_A^*) > E\pi_B(\varepsilon_B^*), \forall R$ ，故下文銀行將選擇選擇情況 A：銀行投資足夠的資金在安全性資產上。換言之，當  $\varepsilon \leq \varepsilon_A^*$ ，使得  $\pi_A < \frac{Dr_D}{2}$  時，”所有存戶都選擇擠兌”的均衡會唯一存在；當  $\varepsilon > \varepsilon_A^*$ ，使得  $U_A > \frac{Dr_D}{2}$ ，”所有存戶選擇不都擠兌”的均衡會唯一存在。

利用  $D/2$  演化穩定策略，本文得到以下論點：給定某一經濟環境，存戶會因應經濟環境選擇最適策略，淘汰掉報酬較低的策略。長期下，如此演化的力量自然會使最適策略所形成之均衡脫穎而出，成為單一均衡。直觀的說，即若景氣衰退造成銀行投資組合獲利不良，所有存戶就會集體擠兌；若景氣熱絡使得銀行投資組合獲利良好，所有存戶自然不會擠兌。如此一來  $D/2$  演化穩定策略也就解決了賽局理論中長久以來多重均衡同時存在，卻無法選擇的問題。同時也利用演化的力量，消除了投機性擠兌，僅剩下基本面的擠兌。也就是說，在演化的力量下，每一個存戶會觀察銀行的獲利狀況決定其策略，使得擠兌行為的發生完全與經

濟環境及銀行投資組合有關，而不會隨意地因預期有所改變而產生所謂的投機性擠兌之現象。

如此一來，存戶與銀行的交互關係可分為兩種情況來討論：一是存戶完全沒有擠兌行為，而銀行是否倒閉完全與其投資組合獲利情形有關；一是存戶可能會有基本面擠兌之行為發生，而銀行是否倒閉則不只與其投資組合有關，還與是否發生基本面擠兌有關，即本文將進一步探討  $D/2$  演化穩定策略將如何影響銀行之投資組合決策及倒閉的機率。若存戶可能採取之策略及所形成之均衡與銀行投資組合獲利息息相關，則銀行在面對有存戶可能擠兌之情況下將如何決定其投資組合？是採取保守之投資組合？抑或採取高風險但高報酬之投資組合？

**命題 1：**只要存戶有擠兌的可能，會使銀行承擔風險的程度增加 ( $R^* < R_A^*$ )，而其所面臨倒閉之機率亦會提高。

**證明：**令  $U$  = 存戶不存在投機性擠兌行為下，存戶於銀行存活至期末所能分得之報酬。故可

推得  $U = \frac{(1-\beta)\{r_S S + [f(R) + \varepsilon]R\}}{D}$ 。又  $U$  與  $\pi_A$  是  $\varepsilon$  的遞增函數 ( $\frac{\partial U}{\partial \varepsilon} > 0$ ,  $\frac{\partial \pi_A}{\partial \varepsilon} > 0$ )，且  $\pi_A(\varepsilon_A^*) = \frac{D r_D}{2(1-\beta)} > 0 = U(\underline{\varepsilon})$ ，且故可推得  $\underline{\varepsilon} < \varepsilon_A^*$ 。而倒閉機率  $p(\varepsilon < \varepsilon_A^*) > p(\varepsilon < \underline{\varepsilon})$ 。在沒有擠兌行為下，銀行在  $T=0$  期初會極大化其預期報酬：

$$\text{Max}_{S,R} E\pi = \beta \left\{ r_S S + \int_{\underline{\varepsilon}^*}^{\infty} [f(R) + \varepsilon] R g(\varepsilon) d\varepsilon \right\},$$

$$\text{st. } S + R = D,$$

$$\varepsilon^* = -\frac{r_S D}{R} + r_S - f(R)。$$

第一階條件  $\frac{\partial E\pi(R, \varepsilon^*(R))}{\partial R} = H(R^*(\varepsilon^*)) = 0$ 。第二階條件  $\frac{\partial H}{\partial R} < 0$ 。因此可得最適風險性資產投

資額為  $R^* = R(\varepsilon^*, r_S, D)$ 。

又在考慮  $D/2$  演化穩定策略，存戶可能有擠兌行為下，銀行在  $T=0$  期初亦會極大化其預期報酬：

$$\text{Max}_{S_A, R_A} E\pi_A = \beta \left\{ r_S S_A + \int_{\varepsilon_A^*}^{\infty} [f(R_A) + \varepsilon] R_A g(\varepsilon) d\varepsilon \right\},$$

$$\text{st. } S_A + R_A = D,$$

$$\varepsilon_A^* = \frac{(2-\beta)D}{2(1-\beta)R_A} r_D - \frac{D}{R_A} r_S + r_S - f(R_A).$$

第一階條件

$$\frac{\partial E\pi_A(R_A, \varepsilon_A^*(R_A))}{\partial R_A} = V(R_A^*(\varepsilon_A^*)) = 0, \quad (2)$$

第二階條件  $\frac{\partial V}{\partial R_A} < 0$ 。因此可得最適風險性資產投資額為  $R_A^* = R(\varepsilon_A^*, r_S, r_D, D)$ 。

比較  $H, V$  之大小：

$$\begin{aligned} H - V &= \beta [f'(R)R + f(R)] [G(\varepsilon_A^*) - G(\varepsilon^*)] + \beta [M(\varepsilon_A^*) - M(\varepsilon^*)] \\ &\quad + \beta g(\varepsilon^*) r_S S \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial R} - \beta g(\varepsilon_A^*) [\Gamma + r_S R] \frac{\partial \varepsilon_A^*}{\partial R} \\ &\leq \{ [f'(R)R + f(R)] R g(\varepsilon^*) + \varepsilon^* g(\varepsilon^*) R \} \left( \frac{\varepsilon_A^* - \varepsilon^*}{R} + \frac{\partial \varepsilon_A^*}{\partial R} - \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial R} \right) \\ &\quad + \frac{\partial \varepsilon_A^*}{\partial R} \beta \{ g(\varepsilon_A^*) (\Gamma + r_S R) - g(\varepsilon^*) [fR - r_S S] \} + \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial R} \beta g(\varepsilon^*) fR < 0^5 \end{aligned}$$

故可推得  $H(R) > V(R), \forall R$ 。而由第一階條件可得  $H(R^*) \equiv 0 \equiv V(R_A^*)$ ，且第二階條件  $\frac{\partial H}{\partial R} < 0$ ，

$$\frac{\partial V}{\partial R_A} < 0, \text{ 故可推得 } R^* < R_A^*。 \square$$

由於存戶會考慮銀行獲利情形來決定，自然會比在沒有擠兌行為下要求較高的投資組合報酬率，即在考慮存戶可能擠兌的情況下，銀行倒閉的因素不僅僅是投資失利，還要加上因存戶擠兌造成銀行流動性不足而倒閉的因素。也就是說，給定相同的銀行投資組合，銀行的風險性資產報酬率原本僅需高於  $\varepsilon^*$ ，使得整體獲利大於零即可繼續經營，現考慮存戶可能擠

<sup>4</sup>  $\frac{\partial}{\partial \varepsilon^*} \int_{\varepsilon^*}^{\infty} g(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{\partial}{\partial \varepsilon^*} [1 - G(\varepsilon)] = -g(\varepsilon^*)$ ;

令  $\varepsilon g(\varepsilon) = m(\varepsilon)$ ， $\frac{\partial}{\partial \varepsilon^*} \int_{\varepsilon_A^*}^{\infty} \varepsilon g(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{\partial}{\partial \varepsilon^*} \int_{\varepsilon^*}^{\infty} m(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{\partial}{\partial \varepsilon^*} [1 - M(\varepsilon)] = -m(\varepsilon^*) = -\varepsilon^* g(\varepsilon^*)$ 。

<sup>5</sup> 為簡化計算，假設  $r_S = r_D$  令  $\Gamma = \frac{\beta r_D D}{2(1-\beta)}$ ； $\frac{\partial \varepsilon^*}{\partial R} = \frac{r_S D}{R^2} - f' < 0$ ； $\frac{\partial \varepsilon_A^*}{\partial R} = -\frac{\Gamma}{R^2} - f' < 0$ 。

兌之情形，加入演化穩定策略後，風險性資產報酬率就必須高於  $\varepsilon_A^*$ ，使得存戶報酬高於  $\frac{Dr_D}{2}$ ，存戶才不會有擠兌之行為發生。若經濟情況不如預期繁榮，使得銀行的投資組合受到衝擊，即使實際的風險性資產報酬率  $\varepsilon$  落在  $\varepsilon^*$  與  $\varepsilon_A^*$  之間，使得整體投資組合獲利大於零但低於  $\frac{Dr_D}{2}$ ，銀行仍會因擠兌而倒閉，也就是在加入演化穩定策略、考慮存戶擠兌行為下，銀行的整體投資組合獲利必須較高，銀行才能繼續經營，使得銀行自身在 T=1 期末時能得到報酬。故加入演化穩定策略後，存戶有可能擠兌的行為會提高銀行倒閉的臨界值，而使銀行倒閉的機率大增。

而在加入  $D/2$  演化穩定策略後，銀行會在一開始投資時即增加在風險性資產的投資額，而使分配在安全性資產的資金相對減少，形成風險性較高的投資組合。這是由於在加入  $D/2$  演化穩定策略後，存戶要求投資報酬必須高於  $\frac{Dr_D}{2}$  才不會提早提款，即風險性資產報酬率必須高於  $\varepsilon_A^*$ ，提高了銀行倒閉的臨界值。在面對如此情況下，銀行為達到存款戶較高的報酬要求，會在一開始即採行高風險的投資決策，提高其風險性資產投資額，以期達成存款戶要求，防止擠兌行為之發生，而使自身在期末時能得到報酬。也就是說，在沒有政府干預或援救的情況下，考慮存款戶的擠兌行為會使銀行採高風險投資組合，增加其承擔風險的程度。

## 第五節 比較靜態分析

本節分析在其他情況不變下，某一個經濟參數改變時，對風險性資產投資額的影響。由前文可知風險性資產均衡投資額為外生變數：存款報酬率  $r_D$ 、存款總額  $D$  及銀行獲利比例  $\beta$  的函數。各外生變數變動對均衡的影響如下列命題。

**命題 2：**銀行承擔風險的程度隨  $r_D$ 、 $D$ 、 $\beta$  遞增。

其分析如下：

### 一、存款報酬率 $r_D$ ：

給定  $D$ 、 $\beta$  不變，將 (2) 式對  $r_D$  偏微分：

$$\frac{\partial V}{\partial r_D} = \frac{\beta^2 D g(\varepsilon_A^*)}{2(1-\beta)} \left( \frac{1+r_S R}{R^2} + f' \right) > 0。$$

且由二階條件可得  $\frac{\partial V}{\partial R_A} < 0$ 。故由隱函數公式可得  $\frac{\partial R_A^*}{\partial r_D} = -\frac{\partial V / \partial r_D}{\partial V / \partial R} > 0$ 。即在其他條件不變下，若存款報酬率  $r_D$  增加（減少），會使得銀行增加（減少）其在風險性資產的投資額，而提高（降低）銀行承擔風險的程度。換言之，當存戶在  $T=1$  期初提款的報酬率愈高時，存戶提早提款的誘因會愈大。面對這樣的情況下，為使存戶留至期末，銀行不會因擠兌而倒閉，銀行只好調整其投資組合，選擇高報酬、高風險的資產，以提高留至期末存戶的報酬來抗衡提高的提早提款誘因，因而形成風險程度較高的資產組合，增加了銀行承擔風險的程度。

### 二、存款總額 $D$ ：

給定  $r_D$ 、 $\beta$  不變，將 (2) 式對  $D$  偏微分：

$$\frac{\partial V}{\partial r_D} = \frac{\beta^2 r_D g(\varepsilon_A^*)}{2(1-\beta)} \left( \frac{1+r_S R}{R^2} + f' \right) > 0。$$

且由二階條件可得  $\frac{\partial V}{\partial R_A} < 0$ 。故由隱函數公式可得  $\frac{\partial R_A^*}{\partial D} = -\frac{\partial V / \partial D}{\partial V / \partial R} > 0$ 。即在其他條件不變下，若存款總額  $D$  增加（減少），會使得銀行增加（減少）其在風險性資產的投資額，而提高（降低）銀行承擔風險的程度。換言之，當存款總額  $D$  增加<sup>6</sup>時，可能會使留至期末的單一存戶報酬較小，若其小於存款報酬  $r_D$ ，銀行就會因擠兌而倒閉。面對這樣的情況下，為使存戶留至期末，銀行不會因擠兌而倒閉，銀行只好增加其在風險性資產的投資額，以提高留至期末存戶的報酬，因而增加了銀行承擔風險的程度。

### 三、銀行獲利比例 $\beta$ ：

---

<sup>6</sup> 可能由於存款戶期初稟賦增加，或存戶數增加而使存款總額提高。

給定  $D$ 、 $r_D$  不變，將 (2) 式對  $r_D$  偏微分：

$$\frac{\partial V}{\partial \beta} = -r_S + [f'R + f(R)] \int_{\varepsilon_A^*}^{\infty} g(\varepsilon) d\varepsilon + \int_{\varepsilon_A^*}^{\infty} \varepsilon g(\varepsilon) d\varepsilon + g(\varepsilon_A^*) \left[ \left( \frac{\Gamma}{R} \right)^2 + \Gamma f' + \frac{r_S \Gamma}{R} + r_S R f' \right] > 0。$$

且由二階條件可得  $\frac{\partial V}{\partial R_A} < 0$ 。故由隱函數公式可得  $\frac{\partial R_A^*}{\partial \beta} = -\frac{\partial V / \partial \beta}{\partial V / \partial R} > 0$ 。即在其他條件不變下，若銀行獲利比例  $\beta$  增加（減少），會使得銀行增加（減少）其在風險性資產的投資額，而提高（降低）銀行承擔風險的程度。換言之，若在期末銀行未倒閉下，銀行可分得淨利的比例愈大，銀行會愈不希望期末銀行倒閉的情況發生，故會增加其在風險性資產的投資額，提高留至期末的存戶報酬，故而增加了銀行承擔風險的程度。

## 第六節 政策分析

本小節在模型中加入政府政策，討論現行之政策能否有效降低銀行發生擠兌之可能性，防止銀行倒閉所帶來之社會成本，以達成穩定經濟體系之目標。

### 一、資本適足性管制 (Capital Adequacy)：

關於資本充足性管制是否及如何影響銀行的風險取向，理論和實證研究都沒有得出一致的結論。否定資本適足率可降低銀行承擔風險程度的文獻中，Kahane (1977) 以投資組合理論為基礎，推衍當資本適足率上升（下降）時，銀行會因投資組合報酬率減少（增加），而使銀行選擇報酬率較高的資產。其研究結果認為，如果單單採用資本適足率管制銀行的經營或限制其投資組合的內容，均無法有效控管銀行的經營安全，反而將迫使銀行採取更具風險的投資行為，增加銀行破產的機率。Koehn 和 Santomero (1980) 主要是以平均數-變異數模型 (mean-variance model) 來分析，其研究結果發現銀行的最佳投資組合受資產報酬率、風險、銀行風險趨避程度及資本適足率的影響。當政府要求提高資本適足率時，銀行將重新調整資本組合，而為維持原有資產報酬率的水準，銀行勢必將增加高報酬資產；再者，對於風險趨

避程度較低（風險喜好程度較高）的銀行，也將選擇高風險的資產來持有。在以上二種情況之下，資本適足率的提高都迫使銀行在投資組合調整的過程中，選擇高報酬、高風險的資產，如此銀行破產的機率也將大增。故簡單的資本規範對於銀行經營風險的降低並無顯著效果，使得資本適足率的管制效果因銀行投資組合的調整而被抵銷掉。作者提出如果資本相對較為昂貴，固定不變的資本充足率要求限制了銀行的風險回報邊界，迫使銀行降低其財務槓桿，這反而促使銀行選擇風險程度更高的資產組合來彌補回報降低的損失。銀行風險取向提高的幅度超過了資本增加的幅度，從而導致了銀行更高的道德風險。Barber, Chang 和 Thurston (1996) 則是以預期報酬的目標函數來分析，得知當資本適足率提高時，將使銀行的股權風險降低，資產組合風險升高，進而會促使銀行破產的機率上升。

肯定資本適足率可降低銀行承擔風險的文獻中，Rochet (1992) 認為資本適足率不但是經濟不景氣時的緩衝器，也可在事前防止銀行承擔過多的風險。Furlong 和 Keely (1989) 則採用 Merton (1977) 所修正布雷克－休斯 (Black-Scholes) 的選擇權模型進行分析。其研究結果顯示，銀行增加資產風險的邊際價值與其槓桿程度成正向關係，即銀行的資本適足率提高後，會降低資產風險增加的誘因，如此資本適足率的管制可有效降低銀行風險；而對於以價值極大化為前提的銀行，當資本適足率的標準上升後，銀行會以增加資本方式來調高其資本適足率，而不會賣掉其風險性資產或降低存款，如此銀行的資產及存款保險價值均會上升；再者，政府如能嚴格控制銀行資本適足率及規模，也可降低存款保險的負債。

本文假設政府在事前設置一資本管制且沒有政府救援政策。假設銀行沒有自有資本，因此其資本來源必須由發行股票向外融資而來。為簡化起見，本文假設存戶與資本提供者是不同人，符合市場區隔理論。令  $K$  = 發行股票額， $\theta(K)$  = 發行股票的成本， $\theta'(K) > 0$ ， $\theta''(K) > 0$ 。(參照 Acharya, p.27)。如此一來，銀行的預算限制式改為  $S + R = D + K$ 。則考慮資本適足性下的存戶報酬為

$$\pi_C = \{r_S S - r_D (D - z) + [f(R) + \varepsilon]R - \theta(K)\}。$$



同樣利用 Tanaka (2000) 之方式，令  $z = D/2$ ，則  $r_D = \frac{(1-\beta)\pi_C}{D/2}$  為長期均衡：所有人留至期

末的條件。故可得

$$\varepsilon_C^* = \frac{(2-\beta)Dr_D}{2(1-\beta)R} - \frac{r_s(D+K)}{R} + r_s - f(R) + \frac{\theta(K)}{R}。$$

由於  $\pi_A > \pi_C, \forall R$ ， $\frac{\partial \pi_i}{\partial \varepsilon} > 0, i = A, C$ ，且  $\pi_A(\varepsilon_A^*) = \frac{r_D D}{2(1-\beta)} = \pi_C(\varepsilon_C^*)$ ，故可推得  $\varepsilon_C^* > \varepsilon_A^*$ 。即資

本適足率的限制會提高銀行倒閉臨界值，反而會增加銀行倒閉的可能性。

將  $\varepsilon_C^*$  限制式加入銀行 T=0 期初的目標函數，則報酬極大化問題成為：

$$\text{Max}_{S,R} \quad E\pi_C = \beta \left\{ r_s S + \int_{\varepsilon_C^*}^{\infty} [f(R) + \varepsilon] R g(\varepsilon) d\varepsilon - \theta(K) \right\}，$$

$$\text{st. } S + R = D + K，$$

$$\varepsilon_C^* = \frac{(2-\beta)Dr_D}{2(1-\beta)R} - \frac{r_s(D+K)}{R} + r_s - f(R) + \frac{\theta(K)}{R}。$$

第一階條件  $\frac{\partial E\pi_C(R, \varepsilon_C^*(R))}{\partial R} = V_C(R, \varepsilon_C^*) = 0$ 。因此可得最適風險性資產投資額為

$$R_C^* = R(\varepsilon_C^*, r_s, r_D, D)。$$

比較  $V$ 、 $V_C$  之大小：

$$\begin{aligned} V - V_C &= \beta [f'(R)R + f(R)] [G(\varepsilon_C^*) - G(\varepsilon_A^*)] + \beta [M(\varepsilon_C^*) - M(\varepsilon_A^*)] \\ &\quad + \beta g(\varepsilon_C^*) [\Gamma + r_s(R - K) + \theta(K)] \frac{\partial \varepsilon_C^*}{\partial R} - \beta g(\varepsilon_A^*) [\Gamma + r_s R] \frac{\partial \varepsilon_A^*}{\partial R} \\ &\leq \beta \{ [fR + f(R)] R g(\varepsilon_C^*) + \varepsilon_C^* g(\varepsilon_C^*) R \} \left( \frac{\varepsilon_C^* - \varepsilon_A^*}{R} + \frac{\partial \varepsilon_C^*}{\partial R} - \frac{\partial \varepsilon_A^*}{\partial R} \right) \\ &\quad - \frac{\partial \varepsilon_A^*}{\partial R} \beta \{ g(\varepsilon_A^*) (\Gamma + r_s R) - g(\varepsilon_C^*) [fR^2 + \Gamma + r_s(R - K) + \theta(K)] \} + \frac{\partial \varepsilon_C^*}{\partial R} \beta f R^2 < 0^7 \end{aligned}$$

<sup>7</sup>其中  $\frac{\varepsilon_C^* - \varepsilon_A^*}{R} + \frac{\partial \varepsilon_C^*}{\partial R} - \frac{\partial \varepsilon_A^*}{\partial R} = 0$ ；

假設  $r_s = r_D$  令  $\Gamma = \frac{\beta r_D D}{2(1-\beta)}$ ； $\frac{\partial \varepsilon_C^*}{\partial R} = -\frac{\Gamma}{R^2} - f' - \frac{\theta(K)}{R^2} + \frac{r_s K}{R^2} < 0$ ； $\frac{\partial \varepsilon_A^*}{\partial R} = -\frac{\Gamma}{R^2} - f' < 0$

由於  $\varepsilon_C^* > \varepsilon_A^*$ ，可推得  $V < V_C$ ，即  $V(R) < V_C(R), \forall R$ ，又由第二階條件  $\frac{\partial V}{\partial R} < 0$ ， $\frac{\partial V_C}{\partial R} < 0$ ，且  $V(R_A^*) = 0 = V_C(R_C^*)$ ，故可推得  $R_A^* < R_C^*$ ，即當政府設置資本適足率限制時，銀行因融資成本增加將重新調整投資組合。而為維持留至期末存戶的報酬高於提早提款的報酬，以免除存戶擠兌行為的發生，銀行勢必將增加高報酬，高風險的資產，形成風險程度較高的資產組合，如此銀行倒閉的可能性也就大增。此結論與 Kahane (1977)、Koehn 和 Santomero (1980) 等否定資本適足率可降低銀行承擔風險程度的結論相符。

## 二、最後借款者 (Lender of Last Resort)：

關於由央行扮演最後借款者的政府救援政策能否有效防止金融危機，許多學者提出不同看法。Humphrey(1986)，及 Schwartz (1995) 皆批判此種政府救援政策會扭曲銀行誘因，使其承擔過度的風險。

相反的，許多文獻則認為政府救援政策為必須。例如 Mishkin (1995) 及 Freixas, Parigi 和 Rochet (1998) 認為由於銀行倒閉所引起的外部性與社會成本太大，所以在 "too-big-to-fall" 的情況下，政府在銀行發生危機時應予以救援。Herring 和 Vankudre (1987) 認為若政府對發生流動性危機的銀行提出救援，則其繼續經營的執照價值 (chart value) 將可能會大於政府救援之成本。Rochet 和 Tirole. (1996) 提出的一個存戶擠兌模型指出，即使銀行的償付能力沒有問題，存戶之間的資訊分散和協調不夠仍然會引發擠兌，造成銀行的流動性不足，作為 "最終貸款人" 的中央銀行必須為商業銀行提供防範流動性衝擊的保障，防止風險蔓延。當大的商業銀行出現償付危機時，央行出於政治經濟後果的考慮往往對其進行救助，然而 Rochet 指出，這種救助反而會引發銀行經理的道德風險，採取更冒險的行為。對這種現象的防止取決於一個發達的銀行間市場，發揮銀行之間的行業監督作用，當流動性衝擊發生後銀行之間進行相互控制能夠發生。

為介紹央行最後借款者的角色，本文假設萬一銀行因擠兌而發生流動性危機，沒有足夠的安全性資產去變現支付給存款戶，央行將會提供銀行所需的流動性資金以救援銀行，使其

無須折價變現風險性資產，但央行會向銀行索取一懲罰性的利息，令 $l$ 為央行貸款給銀行的貸款利率， $0 \leq l \leq 1$ 。而當銀行在 $T=1$ 期末獲得風險性資產報酬時，就必須償還貸款給央行（參照Ringbom, Shy 和 Stenbacka (2004), p.4）。則存戶在 $T=1$ 期初報酬成為：

$$\pi_L = \{[f(R) + \varepsilon]R - l[r_D(D - z) - r_S S]\}。$$

同樣利用 Tanaka (2000) 之方式，令 $z = D/2$ ，則 $r_D = \frac{(1-\beta)\pi_L}{D/2}$ 為長期均衡：所有人留

至期末的條件。故可得

$$\varepsilon_L^* = \frac{[1 + l(1-\beta)]Dr_D}{2(1-\beta)R_L} - \frac{lDr_S}{R_L} + lr_S - f(R_L)。$$

由於 $\pi_A > \pi_L, \forall R$ ， $\frac{\partial \pi_i}{\partial \varepsilon} > 0, i = A, L$ ，且 $\pi_A(\varepsilon_A^*) = \frac{r_D D}{2} = \pi_L(\varepsilon_L^*)$ ，故可推得 $\varepsilon_L^* > \varepsilon_A^*$ 。即央

行救援政策會提高銀行倒閉臨界值，反而會增加銀行倒閉的可能性。

將 $\varepsilon_C^*$ 限制式加入銀行 $T=0$ 期初的目標函數，則銀行報酬極大化問題成為：

$$\text{Max}_{S,R} \quad E\pi_L = \beta \left\{ r_S S + \int_{\varepsilon_L^*}^{\infty} [f(R) + \varepsilon] R g(\varepsilon) d\varepsilon \right\}，$$

$$\text{st. } S + R = D，$$

$$\varepsilon_L^* = \frac{[1 + l(1-\beta)]Dr_D}{2(1-\beta)R} - \frac{lDr_S}{R} + lr_S - f(R)。$$

第一階條件 $\frac{\partial E\pi_L(R, \varepsilon_L^*(R))}{\partial R} = V_L(R_L^*(\varepsilon_L^*)) = 0$ 。因此可得最適風險性資產投資額為

$$R_L^* = R(\varepsilon_L^*, r_S, r_D, D)。$$

比較 $V$ 、 $V_C$ 之大小：

$$\begin{aligned} V - V_L &= \beta[f'(R)R + f(R)][G(\varepsilon_L^*) - G(\varepsilon_A^*)] + \beta[M(\varepsilon_L^*) - M(\varepsilon_A^*)] \\ &+ \beta g(\varepsilon_L^*) \left[ \frac{(1-l)Dr_S}{2(1-\beta)} + l\Gamma + r_S R \right] \frac{\partial \varepsilon_L^*}{\partial R} - \beta g(\varepsilon_A^*) [\Gamma + r_S R] \frac{\partial \varepsilon_A^*}{\partial R} \\ &\leq \beta \{ [fR + f(R)] R g(\varepsilon_L^*) + \varepsilon_L^* g(\varepsilon_L^*) R \} \left( \frac{\varepsilon_L^* - \varepsilon_A^*}{R} + \frac{\partial \varepsilon_L^*}{\partial R} - \frac{\partial \varepsilon_A^*}{\partial R} \right) \end{aligned}$$

<sup>8</sup>其中 $\frac{\varepsilon_L^* - \varepsilon_A^*}{R} + \frac{\partial \varepsilon_L^*}{\partial R} - \frac{\partial \varepsilon_A^*}{\partial R} = 0$ ； $\frac{\partial \varepsilon_L^*}{\partial R} = \frac{[l(1-\beta)-1]Dr_S}{R^2} - f' < 0$

$$-\frac{\partial \varepsilon_A^*}{\partial R} \beta \left\{ g(\varepsilon_A^*)(\Gamma + r_S R) - g(\varepsilon_L^*) \left[ fR^2 + \frac{(1-l)Dr_S}{2(1-\beta)} + l(\Gamma + r_S R) \right] \right\} \\ + \frac{\partial \varepsilon_L^*}{\partial R} \beta fR^2 < 0^8$$

由於  $\varepsilon_L^* > \varepsilon_A^*$ ，可推得  $V < V_L$ ，即  $V(R) < V_L(R), \forall R$ ，又由第二階條件  $\frac{\partial V}{\partial R} < 0$ ， $\frac{\partial V_L}{\partial R} < 0$ ，且  $V(R_A^*) = 0 = V_L(R_L^*)$ ，故可推得  $R_A^* < R_L^*$ 。即當央行扮演最後貸款者的角色以提供救援時，銀行雖無須變現風險性資產來供應擠兌的現金需求，但向央行借款的成本卻可能會降低期末淨利。為使存戶留至期末的報酬高於提早提款的報酬，以免除存戶擠兌行為的發生，銀行勢必將增加高報酬，高風險的資產，形成風險程度較高的資產組合，換言之，政府救援政策反而會使銀行增加承擔風險之程度，提高銀行倒閉之可能性。此結論與 Goodfriend 和 King (1988)，T.Humphrey (1986)，及 Schwartz (1995) 的論點相符。