第三章　實證流程與相關實證方法

第一節　實證流程

從(表 2-1)的文獻比較可知，在實證的文獻中，判斷華格納法則成立的方法有：(1)迴歸之後，視公共支出的所得彈性是否大於一(或比例所得彈性大於零)[4]；(2)因果關係檢定；(3)共積檢定後，視公共支出的所得彈性是否大於一(或比例所得彈性大於零)；(4)共積檢定後，檢驗變數間的因果關係。

由上述可知，方法(1)只能說明應變數與自變數的相關性，而無法明確的告訴我們政府支出與國民所得的因果關係，而且在時間序列的變數下，可能產生虛假迴歸[5]的問題，因此，許多文獻對於這些問題都已經做了修正，如方法(2)可以讓我們確知政府支出與國民所得彼此影響的方向，而方法(3)及(4)中的共積檢定可以適用於時間序列的變數，而不會產生虛假迴歸的問題，因此可以進一步探討公共支出的所得彈性，但是華格納法則成立的要件除了公共支出的所得彈性大於一(或比例所得彈性大於零)外，國民所得與政府支出間必須存在一單向的因果關係，國民所得的增加會導致政府支出的增加，因此本文將以 Johansen 的最大概似法檢定估計政府支出的比例所得彈性是否大於零，並檢定政府支出與國民所得的長期均衡關係，若變數間存在共整合關係，則在誤差修正模型下來檢定政府支出與國民所得因果關係。

[4] 政府支出的所得彈性可區分為直接所得彈性與比例所得彈性，只要直接所得彈性大於 1 或比例所得彈性大於 0，則符合華格納法則的要求。詳見 Nagarjan and Spear (1990)。

[5] 虛假迴歸會造成 R-square 很高，t 統計量相當顯著，但迴歸的係數卻不具有任何的經濟意義。

第二節　單根檢定

在時間序列計量經濟的發展中，許多實證研究都認為大多數的時間序列為非恆定的時間序列，所謂的非恆定時間序列，具有下列四特色：

1.時間序列長期而言不會回復至長期平均值；

2.當時間趨近於無限大時，其變異數也會隨著時間而趨近於無限大；

3.自我相關係數並不會隨著時間的經過而減小；

4.數列對於衝擊具永久的記憶，干擾具有永久的影響效果。

因此 Granger and Newbold(1974)認為若時間序列為非恆定的，而以傳統的 OLS 分析時間序列，則可能出現虛假迴歸的問題，故在進行實證研究之前，必須要先判定我們所研究的時間序列是否為恆定的，也就是單根檢定，另外經由單根檢定可以確定時間序列的整合級次(integrated order)[6]。本文將使用兩種單根檢定的方法，分述如下：

一、Augmented Dickey-Fuller(ADF)單根檢定法

ADF 單根檢定法是由 DF 單根檢定法發展而來，DF 單根檢定法為 Dickey-Fuller 在 1979 年所提出，對一時間數列 Y_t，提出了三種不同的形式來檢定單根，其形式如下：

$$\Delta Y_t = \gamma Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\Delta Y_t = a_0 + \gamma Y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad , \ \varepsilon_t \sim iid(0,\sigma^2) \quad \text{t=1、2、3.........}$$

$$\Delta Y_t = a_0 + \gamma Y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t$$

其中，a_0 為漂浮項(drift term)，t 為時間趨勢項。虛無假設為

H_0：γ＝0　(時間序列具有單根)

H_1：$\gamma \neq 0$

[6] 一時間序列經過 d 次差分後可達恆定的狀態，則我們稱此時間序列的整合級次為 d，記為 I(d)；所謂的單根就是經過 1 次差分後即可達到恆定的狀態，記為 I(1)。

由於 DF 檢定只考慮了 AR(1)的情況，忽略了殘差項可能具有自我相關的現象，因此 Said and Dickey(1984)提出了 ADF 檢定，考慮了一個 P 階的自我迴歸模型，在原來的模型中加入了應變數的落後期數，以解決殘差項可能具有自我相關的問題，而其檢定形式亦有三種：

$$\Delta Y_t = \gamma Y_{t-1} + \sum_{i=2}^{p} \beta_i \Delta Y_{t-i+1} + \varepsilon_t$$

$$\Delta Y_t = a_0 + \gamma Y_{t-1} + \sum_{i=2}^{p} \beta_i \Delta Y_{t-i+1} + \varepsilon_t \qquad , \varepsilon_t \sim iid(0,\sigma^2) \quad \text{t=1、2.........}$$

$$\Delta Y_t = a_0 + \gamma Y_{t-1} + \sum_{i=2}^{p} \beta_i \Delta Y_{t-i+1} + a_2 t + \varepsilon_t$$

其中，ε_t 為誤差項，a_0 為漂浮項(drift term)，t 為時間趨勢項。檢定假設為

H_0：γ＝0　(時間序列具有單根)

H_1：γ≠0

由上述可知，當落後期數為 0 時，ADF 檢定就成了 DF 檢定法。

上述三種形式的統計量分別為 τ、τ_μ、τ_τ，此三種雖然為 t 檢定，但與 t 檢定的分配相異，其漸近分配為一左偏分配。

在考慮了殘差項可能有自我相關的情況後，Said and Dickey 接著考慮了殘差項可能具有 MA(Moving Average)的情況，因為一個可逆(invertible)的 MA 模型可以轉換成一無限階次的 AR 模型，而在有限的樣本下無法估計一個具有無限個參數的模型，幸好 Said and Dickey 證明了一 ARIMA(p，1，q)的模型可以被一個 ARIMA(n，1，0)所估計，其中 n≦$T^{\frac{1}{3}}$(T 為樣本數)，因此仍可利用 ADF 做為檢定單根的工具。

二、Phillips-Perron(PP)單根檢定法

由於 DF 檢定法假設誤差項在統計上是獨立的，且誤差項擁有一固定的變異數，因此在使用 DF 檢定法時必須保證誤差項為序列不相關且有一固定的變異數，因此 Phillips and Perron(1988)發展了一個較具一般化的檢定法，利用無母數

的方法來修正 DF 檢定法，使得序列相關的問題不影響檢定統計量的漸進分配，以允許誤差項有自我相關及異質變異(heteroskcedasticity)的問題。

Phillips and Perron 考慮了下列兩種形式：

$$Y_t = a_0^* + a_1^* Y_{t-1} + \mu_t$$

$$Y_t = \overline{a_0} + \overline{a_1} Y_{t-1} + \overline{a_2}(t - T/2) + \mu_t$$

其中 T 為樣本數，μ_t為干擾項且$E\mu_t$ =0 但不須有無自我相關或同質變異數的假設。

上述二種形式的統計量分別為 Z(ta_1^*)、Z(t$\overline{a_1}$)，檢定假設分別為：

Z(ta_1^*)：H_0 ：a_1^* =1(時間序列具有單根) ，H_1 ：a_1^* ≠1

Z(t$\overline{a_1}$)：H_0 ：$\overline{a_1}$ =1(時間序列具有單根) ，H_1 ：$\overline{a_1}$ ≠1

第三節　共整合檢定

一、共整合關係

研究指出許多的總體經濟變數都具有單根的性質，為了能夠較正確研究總體經濟，因此加速了學者們對於時間序列的研究，Engle and Granger (1987)指出「兩個或超過兩個以上非恆定時間序列變數的線性組合有可能是恆定的」，若這樣的線性組合是存在的，則此恆定的線性組合稱為共整合方程式(cointegrating equation)，而這些變數之間可以解釋為其存在長期的均衡關係。

以下以一些文字符號作一詳細的說明：

$$\beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \ldots + \beta_n x_{nt} = 0$$

若β和x_t分別代表向量($\beta_1, \beta_2, \ldots \beta_n$)和($x_{1t}, x_{2t}, \ldots x_{nt}$)’，而($x_{1t}, x_{2t}, \ldots x_{nt}$)’代表某一組經濟變數，($\beta_1, \beta_2, \ldots \beta_n$)代表用來線性組合($x_{1t}, x_{2t}, \ldots x_{nt}$)’的係數，則當$\beta x_t = 0$時，($x_{1t}, x_{2t}, \ldots x_{nt}$)’間存在長期的均衡關係；但有時可能偏離長期的

均衡狀態，而這樣的偏離我們稱為 equilibrium error－e_t， $e_t = \beta x_t$，若長期均衡是有意義的，則 equilibrium error 一定是恆定的。

Engle and Granger (1987)提供了這樣的定義：

x_t存在(d,b)階的共整合關係，可記為x_t~CI(d,b)，若

1. x_t中，所有的序列都有相同的整合級次—d；

2. β為一組係數，用來線性組合x_t，使得線性組合後的序列βx_t整合級次為(d-b)，且 b＞0。

而向量β可稱為共整合向量(cointegrating vector)。

二、Engle-Granger 兩階段共整合檢定

假設有$\{Y_t\}$和$\{Z_t\}$兩時間序列：

1. 從共整合的定義可知，若變數間要有共整合關係，則變數須具有相同的整合級次，因此首先要檢定$\{Y_t\}$和$\{Z_t\}$的整合級次是否相同，我們可利用本文第三章第二節所介紹的單根檢定，進一步確定整合的級次，若$\{Y_t\}$和$\{Z_t\}$皆為非恆定的時間序列且其整合級次相同，則$\{Y_t\}$和$\{Z_t\}$符合了共整合關係的前提。

2. 若$\{Y_t\}$和$\{Z_t\}$皆具有 I(1)的性質，則可進一步以 OLS 估計長期的均衡關係：

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Z_t + e_t$$

若變數間具有共整合關係，則以 OLS 估計出來的參數具有超級一致性(super-consistncy)[7]，且長期誤差項必為一恆定的數列，接著為了確定變數間具有共整合關係，必須對長期均衡的誤差項$\{\hat{e}_t\}$進行 ADF 單根檢定[8]，其檢定假設為：

H_0：$\{\hat{e}_t\}$時間序列具有單根(無共整合關係)

H_1：$\{\hat{e}_t\}$為恆定的時間序列(具有共整合關係)

若$\{\hat{e}_t\}$具有 I(1)的性質，則$\{Y_t\}$和$\{Z_t\}$間不存在長期的均衡關係；若$\{\hat{e}_t\}$具

[7] Stock(1987)證明 OLS 估計量收斂的比在恆定的模型中快。

[8] 由於誤差項是迴歸所得，因此在進行 ADF 檢定時不須加入漂浮項。

有 I(0)的性質，則{ Y_t }和{ Z_t }間存在共整合關係。

3. 若{ Y_t }和{ Z_t }間存在共整合關係，則可利用{ $\hat{e}_t$ }來估計誤差修正模型[9]，進一步來說明短期偏離與長期均衡的調整關係。

三、多變量共整合檢定

雖然 Engle and Granger(1987)的方法相當容易理解，但是卻有其缺點，因為 Engle and Granger(1987)的方法只能估出一組共整合向量，但是當我們所研究變數超過兩個以上時，卻可能存在一組以上的共整合向量，而且由於 Engle and Granger(1987)的方法為兩階段，第一階段先估計出誤差項，第二階段則是將誤差項代入 ADF 的迴歸式中進行 OLS 估計，研究者在第一階段若發生錯誤，都可能把錯誤帶至第二階段。

(一)多變量共整合關係

基於 Engle-Granger 兩階段共整合檢定的缺點，Johansen and Juselius(1990)、Johansen(1991)，提出了多變量共整合分析法，首先考慮一落後期為 k 的 VAR(Vecotor Autoregression)模型：

$$X_t = \Pi_1 X_{t-1} + \ldots + \Pi_k X_{t-k} + \mu + \Phi D_t + \varepsilon_t,\ t=1,2,\ldots,T \tag{3.1}$$

其中 X_t 為一個由 I(1)序列形成的 k 維向量，μ 為常數向量，ε_t 為具有常態分配的誤差項，其期望值為 0，變異數為 Ω，而 D_t 為 deterministic terms，$(\Pi_1,\ldots,\Pi_k,\Phi,\Omega)$為待定係數。

(3.1)式經由代數轉換後，可轉換為一向量誤差修正模型(VECM)，如(3.2)式。

$$\Delta X_t = \Pi X_{t-1} + \sum_{i=1}^{k-1} \Gamma_i \Delta X_{t-i} + \mu + \Phi D_t + \varepsilon_t\ ,\quad t=1,2,\ldots,T \tag{3.2}$$

其中 $\Pi = \sum_{i=1}^{k} \Pi_i - I$ ，$\Gamma_i = -\sum_{j=i+1}^{k} \Pi_j$ 。ΠX_{t-1} 為誤差修正項，Π 的秩(rank)

[9] 詳見本文第四節。

決定了共整合向量的個數：

1. 若 rank(Π)=0，則所有{Δx_{it}}的時間序列皆具有單根的性質，因此不存在一線性組合使得{x_{it}}為恆定的時間序列，也就是說變數間不存在共整合關係。

2. 若 rank(Π)=k，則Π為全秩(full rank)，隱含所有{x_{it}}為恆定的時間序列。

3. 若 rank(Π)=r，0＜r＜k，則存在 k×r 維的α、β矩陣，使得$\Pi = \alpha\beta'$，且$\beta' X_t$為恆定的時間序列，因此隱含變數間存在 r 個共整合關係。其中α為調整係數(adjustment coefficient)，β稱為共整合向量。

(二)共整合關係的個數檢定

因此 Johansen 多變量共整合檢定，在於驗證Π的 rank，而由於矩陣的 rank 等於此矩陣非零特徵根的個數，於是 Johansen 應用此特性提出了兩種概似比的檢定統計量：

1.軌跡檢定量(trace test)

其檢定統計量為：

$$\lambda_{trace}(r) = -T\sum_{i=r+1}^{k}\ln(1-\hat{\lambda}_i)$$

檢定假設為：

H_0：rank(Π)＝r(有 r 組共整合關係)

H_1：rank(Π)≦r

2. 最大特性根檢定(maximum eigenvalue test)

其檢定統計量為：

$$\lambda_{\max}(r, r+1) = -T\ln(1-\hat{\lambda}_{r+1})$$

檢定假設為：

H_0：rank(Π)＝r(有 r 組共整合關係)

H_1：rank(Π)＝r+1

其中$\hat{\lambda}_i$為從所估計的Π矩陣而得的估計特徵根，T 為樣本期間。

(三)有無線性趨勢[10]

在進行多變量共整合檢定時，我們必須考慮模型中是否具有確定的趨勢項(deterministic trend)，Johansen(1995)考慮了下列五種情況：

1. X_t 的水準值不具有確定的趨勢項，且共整合方程式中不具有截距項。
2. X_t 的水準值不具有確定的趨勢項，但共整合方程式中具有截距項。
3. X_t 的水準值具有確定的趨勢項，且共整合方程式中具有截距項。
4. X_t 的水準值及共整合方程式中皆具有線性的趨勢項。
5. X_t 的水準值具有二次式的趨勢項，且共整合方程式中具有線性的趨勢項。

實證上形式 1 及形式 5 的共整合模型很少使用，原因是使用形式 1，必須在所研究的變數皆具有期望值為 0 的特性；使用形式 5，雖然在樣本期間內提供了良好的配適，但不適於樣本外的預測。因此大部分的實證研究皆以形式 2、3、4 為主。

Pentula(1989)提出了循序檢定法，可用來決定共整合關係的個數以及線性趨勢項的形式，概述如下：

令 M_{ij} 表示共整合個數為 i，線性趨勢項形式為 j 的檢定模型，其中 i=(1,2,...k)，j=(1,2,3,4,5)，假設從模型 M_{02} 開始檢定，若此模型被拒絕了，則進行 M_{03} 模型；若此模型也被拒絕，則進行 M_{04}；若此模型也被拒絕，則進行 M_{12}，如此循序檢定，直到有一模型不被拒絕為止。

[10] 詳見 Johansen(1995),pp.80-84。

第四節　向量誤差修正模型

VECM(Vector Error Correction Model，向量誤差修正模型)是針對非恆定但具有共整合關係的時間序列所設計的一種近似 VAR 模型，若變數間具有長期的共整合關係，則經由 Granger representation theoremd[11]可知，共整合關係可用一誤差修正模型來表示，所以我們可以從 Johansen 共整合檢定中所得到的長期關係式，形成落後一期的誤差修正項，將其加入短期動態的模型中，而形成誤差修正模型，可表示如下：

$$\Delta X_t = \Pi X_{t-1} + \sum_{i=1}^{k-1} \Gamma_i \Delta X_{t-i} + \mu + \varepsilon_t \quad , \quad t=1,2,...,T \tag{3.3}$$

其中 X_t 為一個由 I(1)序列形成的 k 維向量，μ為常數向量，ε_t 為具有常態分配的誤差項，其期望值為 0，變異數為Ω， $(\Pi_1,...,\Pi_k,\Phi,\Omega)$為待定係數。

由上節可知，若共整合的個數為 r，則存在 k×r 維的α、β矩陣，使得 $\Pi = \alpha\beta'$，且 $\beta' X_t$ 為恆定的時間序列，其中α為調整係數(adjustment coefficient)，說明了若經濟體系受到衝擊，使經濟體系處於短期失衡的狀態，其回復至長期均衡狀態的速度；β稱為共整合向量，描述經濟體系內變數間的長期均衡關係。因此使用誤差修正模型使短期動態的模型仍保有長期的訊息。

[11] 說明誤差修正模型的存在隱含共整合關係的成立；共整合關係的成立隱含誤差修正模型的存在，因此誤差修正模型與共整合關係的觀念是對等的。

第五節　Granger 因果關係檢定[12]

一、定義

VAR 的重要功能之一，在於刻劃一組變數中的某特定數列是否對其他數列的預測準確度有所貢獻，因此 Granger(1969)由預測能力的角度來定義兩變數之間的因果關係，若以預測均方差(MSE)來代表預測能力的貢獻度，則：

1. $\mathrm{MSE}[\mathrm{E}(x_{t+s} \mid x_t, x_{t+1},\ldots)] = \mathrm{MSE}[\mathrm{E}(x_{t+s} \mid x_t, x_{t+1},\ldots, y_t, y_{t+1},\ldots)]$

為一個變數 y 的加入，若不能增加預測另一變數 x 的準確度，則稱 y 不能 Granger-cause　x；也就是說只要運用資訊集($x_t, x_{t+1},\ldots$)預測 x_{t+s} 所得的均方差與使用另一資訊集($x_t, x_{t+1},\ldots, y_t, y_{t+1},\ldots$)所得的均方差並無不同。

2. $\mathrm{MSE}[\mathrm{E}(x_{t+s} \mid x_t, x_{t+1},\ldots)] > \mathrm{MSE}[\mathrm{E}(x_{t+s} \mid x_t, x_{t+1},\ldots, y_t, y_{t+1},\ldots)]$[13]

表示變數 y 過去訊息的加入，能增加預測另一變數 x 的準確度，則 y Granger-cause　x， y 影響 x。

3. $\mathrm{MSE}[\mathrm{E}(x_{t+s} \mid x_t, x_{t+1},\ldots)] > \mathrm{MSE}[\mathrm{E}(x_{t+s} \mid x_t, x_{t+1},\ldots, y_t, y_{t+1},\ldots)]$且 $\mathrm{MSE}[\mathrm{E}(y_{t+s} \mid y_t, y_{t+1},\ldots)] > \mathrm{MSE}[\mathrm{E}(y_{t+s} \mid x_t, x_{t+1},\ldots, y_t, y_{t+1},\ldots)]$

表示不論變數 y 或 x 過去訊息的加入，都能增加預測另一變數 x 或 y 的準確度，則 y　Granger-cause　x 且 x　Granger-cause　y，變數間具有回饋(feedback)效果，即 y 影響 x， x 也影響 y。

4. $\mathrm{MSE}[\mathrm{E}(x_{t+s} \mid x_t, x_{t+1},\ldots)] = \mathrm{MSE}[\mathrm{E}(x_{t+s} \mid x_t, x_{t+1},\ldots, y_t, y_{t+1},\ldots)]$且 $\mathrm{MSE}[\mathrm{E}(y_{t+s} \mid y_t, y_{t+1},\ldots)] = \mathrm{MSE}[\mathrm{E}(y_{t+s} \mid x_t, x_{t+1},\ldots, y_t, y_{t+1},\ldots)]$

表示不論變數 y 或 x 過去訊息的加入都不能增加預測另一變數的準確度，則 x 與 y 為獨立關係(independence)。

[12] 因果關係另有不同於 Granger 的定義，如 Sims(1972)的定義。
[13] 若訊息集合包含當期的訊息時，則定義為瞬間因果關係(instantaneous causality)。

二、VAR 下的 Granger causality test

首先考慮兩變數 x 與 y 的 VAR(p)模型，並將其展開為：

$$x_t = c_1 + \alpha_{11}x_{t-1} + \alpha_{12}x_{t-2} + ... + \alpha_{1p}x_{t-p} + \beta_{11}y_{t-1} + \beta_{12}y_{t-2} + ... + \beta_{1p}y_{t-p} + \varepsilon_{1t}$$

$$y_t = c_2 + \alpha_{21}x_{t-1} + \alpha_{22}x_{t-2} + ... + \alpha_{2p}x_{t-p} + \beta_{21}y_{t-1} + \beta_{22}y_{t-2} + ... + \beta_{2p}y_{t-p} + \varepsilon_{2t}$$

其檢定統計量為：

$$F = \frac{RSS_0 - RSS_1 / p}{RSS_1 /(T - 2p - 1)}$$

其中 RSS_0 為受限制的殘差平方和，RSS_1 為不受限制的殘差平方和，T 為樣本數，p 為受到限制的限制式數目。

檢定假設為：H_0 ：$\beta_{11} = \beta_{12} = ...\beta_{1p} = 0$ （y 不影響 x）

H_1 ：$(\beta_{11}, \beta_{12}, ..., \beta_{1p})$至少有一個不為 0($y$ 影響 x)

三、VECM 下的 Granger causality test

Granger(1986b)指出，若兩變數間存在共整合關係，則變數間至少有一因果關係存在，若於誤差修正模型下檢定變數間的因果關係，依據 Enders(1995)[14]所述，認為應採用解釋變數落後期與該式的誤差修正項係數的作聯合檢定結果，若均不顯著異於 0，則表示該解釋變數不是非被解釋變數之因。

考慮一落後期為 p，包含兩變數 x 與 y 的 VECM，並將其展開如下：

$$\Delta x_t = \alpha_1 + \alpha_x(e_{t-1}) + \sum_{i=1} \alpha_{11}(i)\Delta x_{t-i} + \sum_{i=1} \alpha_{12}(i)\Delta y_{t-i} + \varepsilon_{xt}$$

$$\Delta y_t = \alpha_2 + \alpha_y(e_{t-1}) + \sum_{i=1} \alpha_{21}(i)\Delta x_{t-i} + \sum_{i=1} \alpha_{22}(i)\Delta y_{t-i} + \varepsilon_{yt}$$

檢定假設為：

H_0 ：$\alpha_x = \alpha_{12}(i) = 0$，i=1,2,...,p ($y$ 不影響 x)

H_1 ：$(\alpha_x, \alpha_{12}(i))$，i=1,2,...,p，至少有一個不為 0($y$ 影響 x)

---

14 詳見 Enders(1995)，p.361，p.371。