第 A 章 數學附錄

A.1 一階最適化條件

本國家計單位的最適化問題與預算限制式：

$$\max E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{C_t^{1-\rho}}{1-\rho} + \frac{\chi_t}{1-\varepsilon} (\frac{M_t}{P_t})^{1-\varepsilon} - \frac{H_t^{1+\psi}}{1+\psi} \right) \tag{A.1}$$

$$\begin{aligned} s.t.\quad & P_t C_t + P_t (K_t - (1-\delta) K_{t-1}) + P_t AC_{I,t} + M_t + B_{H,t} + S_t B_{F,t} + AC_{B,t} \\ & = (1+i_{t-1}) B_{H,t-1} + S_t (1+i_{t-1}^*) B_{F,t-1} + M_{t-1} + W_t H_t + P_t r_t K_t + T_t + \Pi_t \end{aligned} \tag{A.2}$$

整理限制式，代入家計單位最適化問題，可得：

$$\begin{aligned} \max E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \Bigg(& \frac{1}{1-\rho} \Bigg[(1+i_{t-1}) \frac{B_{H,t-1}}{P_t} + S_t (1+i_{t-1}^*) \frac{B_{F,t-1}}{P_t} + \frac{M_{t-1}}{P_t} + \frac{W_t}{P_t} H_t + r_t K_t + \frac{T_t}{P_t} + \frac{\Pi_t}{P_t} - \\ & (K_t - (1-\delta) K_{t-1}) - AC_{I,t} - \frac{M_t}{P_t} - \frac{B_{H,t}}{P_t} - \frac{S_t B_{F,t}}{P_t} - \frac{AC_{B,t}}{P_t} \Bigg]^{1-\rho} + \frac{\chi_t}{1-\varepsilon} (\frac{M_t}{P_t})^{1-\varepsilon} - \frac{H_t^{1+\psi}}{1+\psi} \Bigg) \end{aligned}$$

分別對本國債券($B_{H,t}$)，外國債券($B_{F,t}$)，貨幣需求數量(M_t)及勞動供給(H_t)變數，求取一階條件，整理可得：

$$\frac{M_t}{P_t} = \frac{\chi_t^{\frac{1}{\varepsilon}} C_t^{\frac{\rho}{\varepsilon}}}{(1-d_t)^{\frac{1}{\varepsilon}}} \tag{A.3}$$

$$\frac{C_t^{-\mu} W_t}{P_t} = H_t^{\psi} \tag{A.4}$$

$$\frac{1}{i_t} = E_t \frac{\beta P_t C_t^{\rho}}{P_{t+1} C_{t+1}^{\rho}} \tag{A.5}$$

$$\frac{1}{1+i_t} = E_t \left(\frac{1}{1+i_t^*} \frac{S_t}{S_{t+1}} \left[1 + \frac{\psi_B S_t (B_{F,t} - \bar{B}_F)}{P_{H,t} Y_t} \right] \right) \tag{A.6}$$

$$\left(1 + \psi_I (\frac{K_{t+1} - K_t}{K_t}) \right) = \beta E_t \left(\frac{C_t^{\rho}}{C_{t+1}^{\rho}} \left[r_{t+1} + (1-\delta) + \frac{\psi_I}{2} \frac{(K_{t+2}{}^2 - K_{t+1}{}^2)}{K_{t+1}{}^2} \right] \right) \tag{A.7}$$

分別將非定態名目變數轉換為定態變數，除以國內物價水準進行轉換，並以小寫英文字

母表示，(A.3) 至 (A.6) 四式改寫為：

$$m_t = \frac{\chi_t^{\frac{1}{\varepsilon}} C_t^{\frac{\rho}{\varepsilon}}}{(1-d_t)^{\frac{1}{\varepsilon}}} \tag{A.8}$$

$$C_t^{-\mu} w_t = H_t^{\psi} \tag{A.9}$$

$$\frac{1}{i_t} = E_t \frac{\beta C_t^{\rho}}{\pi_{t+1} C_{t+1}^{\rho}} \tag{A.10}$$

$$\frac{1}{1+i_t} = E_t \left(\frac{1}{1+i_t^*} \frac{S_t}{S_{t+1}} \left[1 + \frac{\psi_B S_t (b_{F,t} - \bar{b}_F)}{p_{H,t} Y_t} \right] \right) \tag{A.11}$$

本國中間財廠商：

$$\max E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \xi_{t,t+n} \Big[f_{H,t}(i) \Big(p_{H,t}(i) - MC_t(i) - AC_{p,t}(i) \Big) + f_{F,t}^*(i) \Big(p_{F,t}^*(i) - MC_t(i) - AC_{p,t}^*(i) \Big) \Big]$$

分別對國內訂價($p_{H,t}(i)$)及國外訂價($p_{F,t}^*(i)$)求取一階條件，得：

$$\begin{aligned} p_{H,t}(i) = {} & \frac{\lambda}{\lambda-1}[MC_t(i) + AC_{p,t}(i)] \\ & + \frac{\psi_p}{\lambda-1} p_{H,t}(i)[1 - \frac{p_{H,t}(i)}{p_{H,t-1}(i)}] \\ & - \frac{1}{\lambda-1} \frac{\psi_p}{2} E_t \frac{\xi_{t,t+n+1}}{\xi_{t,t+n}} \{ (\frac{P_{H,t+1}}{P_{H,t}})^{-\lambda} (\frac{p_{H,t+1}(i)}{p_{H,t}(i)})^{-\lambda+1} \frac{F_{H,t+1}}{F_{H,t}} \} \end{aligned} \tag{A.12}$$

另外，邊際成本函數定義式：

$$MC_t = \frac{(r_t P_t)^{\alpha} W_t^{1-\alpha}}{\theta_t \alpha^{\alpha} (1-\alpha)^{1-\alpha}} \tag{A.13}$$

同樣地，將其轉換為定態變數：

$$
\begin{aligned}
p_{H,t}(i) &= \frac{\lambda}{\lambda-1}[mc_t(i)+ac_{p,t}(i)] \\
&+\frac{\psi_p}{\lambda-1}p_{H,t}(i)[1-\frac{p_{H,t}(i)}{p_{H,t-1}(i)}] \\
&-\frac{1}{\lambda-1}\frac{\psi_p}{2}E_t\frac{\xi_{t,t+n+1}}{\xi_{t,t+n}}\{(\frac{p_{H,t}}{p_{H,t}})^{-\lambda}(\frac{p_{H,t+1}(i)}{p_{H,t}(i)})^{-\lambda+1}\frac{F_{H,t+1}}{F_{H,t}}\}
\end{aligned} \tag{A.14}
$$

$$
mc_t = \frac{r_t^{\alpha}w_t^{1-\alpha}}{\theta_t\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}} \tag{A.15}
$$

市場結清條件部份，中間財總需求等於總供給：

$$
F_{H,t}+F_{F,t}{}^{*}=Y_t \tag{A.16}
$$

最終財總需求等於總供給：

$$
F_t = C_t+(K_t-(1-\delta)K_{t-1})+AC_{I,t}+\frac{AC_{B,t}}{P_t}+Y_t\frac{\int_0^1 AC_{p,t}(i)di}{P_t} \tag{A.17}
$$

本國債券市場結清條件：

$$
B_{H,t}+B_{H,t}{}^{*}=0 \tag{A.18}
$$

將市場結清條件(A.17)及(A.18)式中，非定態變數轉換為定態變數：

$$
F_t = C_t+(K_t-(1-\delta)K_{t-1})+ac_{I,t}+ac_{B,t}+Y_t\int_0^1 ac_{p,t}(i)di \tag{A.19}
$$

$$
b_{H,t}+b_{H,t}{}^{*}=0 \tag{A.20}
$$

另外，本國經常帳條件：

$$
(B_{H,t}-B_{H,t-1})+S_t(B_{F,t}-B_{F,t-1}) = P_{H,t}Y_t+i_{t-1}B_{H,t-1}+S_t i_{t-1}^{*}B_{F,t-1}-P_tF_t \tag{A.21}
$$

同樣地，進行非定態變數的轉換：

$$
(b_{H,t}-b_{H,t-1})+S_t(b_{F,t}-\frac{b_{F,t-1}}{\pi_t}) = p_{H,t}Y_t+i_{t-1}\frac{b_{H,t-1}}{\pi_t}+S_t i_{t-1}^{*}\frac{b_{F,t-1}}{\pi_t}-F_t \tag{A.22}
$$

A.2 非定態變數轉換為定態變數

兩國內的名目非定態變數，將其除以各國內的物價水準，轉換為定態變數。

表 2 變數轉換

非定態變數	定態變數	非定態變數	定態變數
$\frac{M_t}{P_t}$	m_t	$\frac{M_t^*}{P_t^*}$	m_t^*
$\frac{W_t}{P_t}$	w_t	$\frac{W_t^*}{P_t^*}$	w_t^*
$\frac{P_t}{P_{t+1}}$	$\frac{1}{\pi_{t+1}}$	$\frac{P_t^*}{P_{t+1}^*}$	$\frac{1}{\pi_{t+1}^*}$
$\frac{B_{F,t}}{P_t}$	$b_{F,t}$	$\frac{B_{F,t}^*}{P_t^*}$	$b_{F,t}^*$
$\frac{P_{H,t}}{P_t}$	$p_{H,t}$	$\frac{P_{H,t}^*}{P_t^*}$	$p_{H,t}^*$
$\frac{MC_t}{P_t}$	mc_t	$\frac{MC_t^*}{P_t^*}$	mc_t^*

另外，關於名目匯率(S_t)此一非定態變數，基本模型中的政府政策為泰勒法則下，透過一階差分形式轉換為定態變數(ΔS_t)。

其他附錄

表 3 基本模型的變數動差

	對稱性資本市場[1]	兩國債券調整成本對稱的增加[2]	兩國債券調整成本不對稱增加[3]
Standard deviation[4]:			
本 國 消 費	0.0469	0.0414	0.0426
外 國 消 費	0.0467	0.0496	0.0498
本 國 投 資	0.1445	0.1430	0.1710
外 國 投 資	0.1646	0.1296	0.1499
本 國 產 出	0.0512	0.0471	0.0518
外 國 產 出	0.0530	0.0434	0.0452
本 國 債 券 持 有	1.4108	0.1255	1.5088
外 國 債 券 持 有	1.4017	0.1332	1.4317
本 國 利 率	0.9139	0.8201	0.9789
外 國 利 率	0.8077	0.7116	0.8621
名 目 匯 率	0.4493	0.4095	0.4135

[1]兩國債券調整成本$\psi_B = \psi_B^* = 0.04$。

[2]兩國債券調整成本皆增加為$\psi_B = \psi_B^* = 0.4$。

[3]本國債券調整成本設定$\psi_B = 0.08$，外國債券調整成本設定為$\psi_B^* = 0.04$。

[4]本國政府泰勒法則採：$i_t = \overline{i} + 2\pi_t + 0Y_t + 5(S_t - S_{t-1})$之模擬結果。

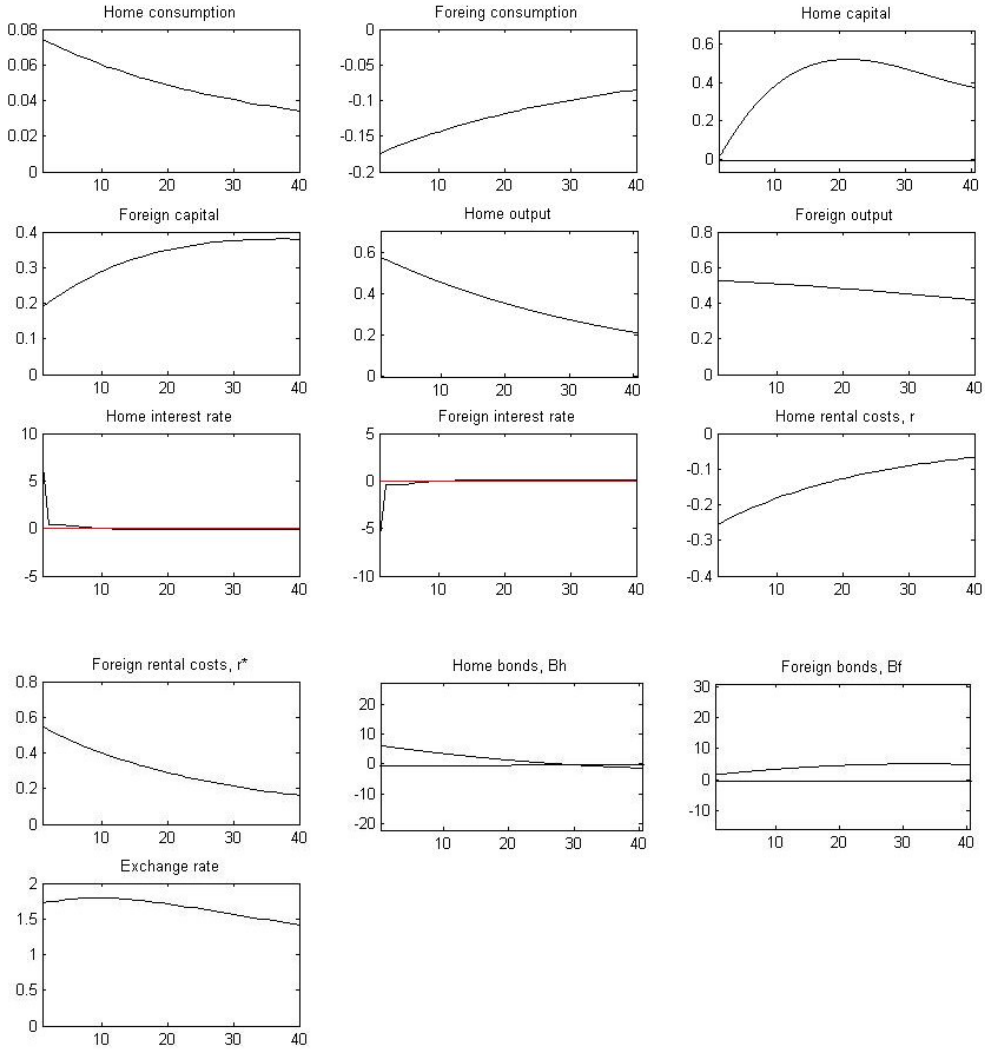

圖 1 在 1% 產出衝擊下，對稱資本市場的衝擊反應函數

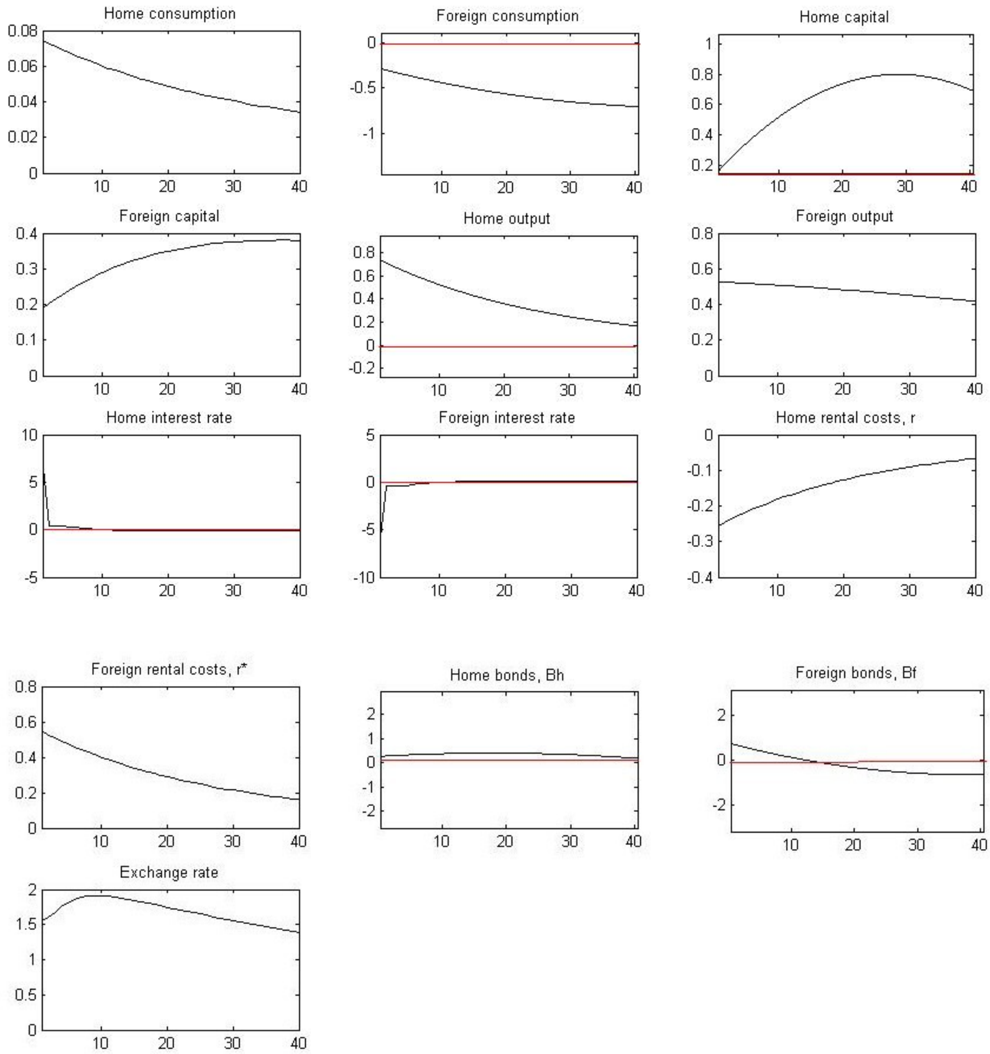

圖 2 在 1%產出衝擊下，對稱性兩國債券調整成本增加的衝擊反應函數

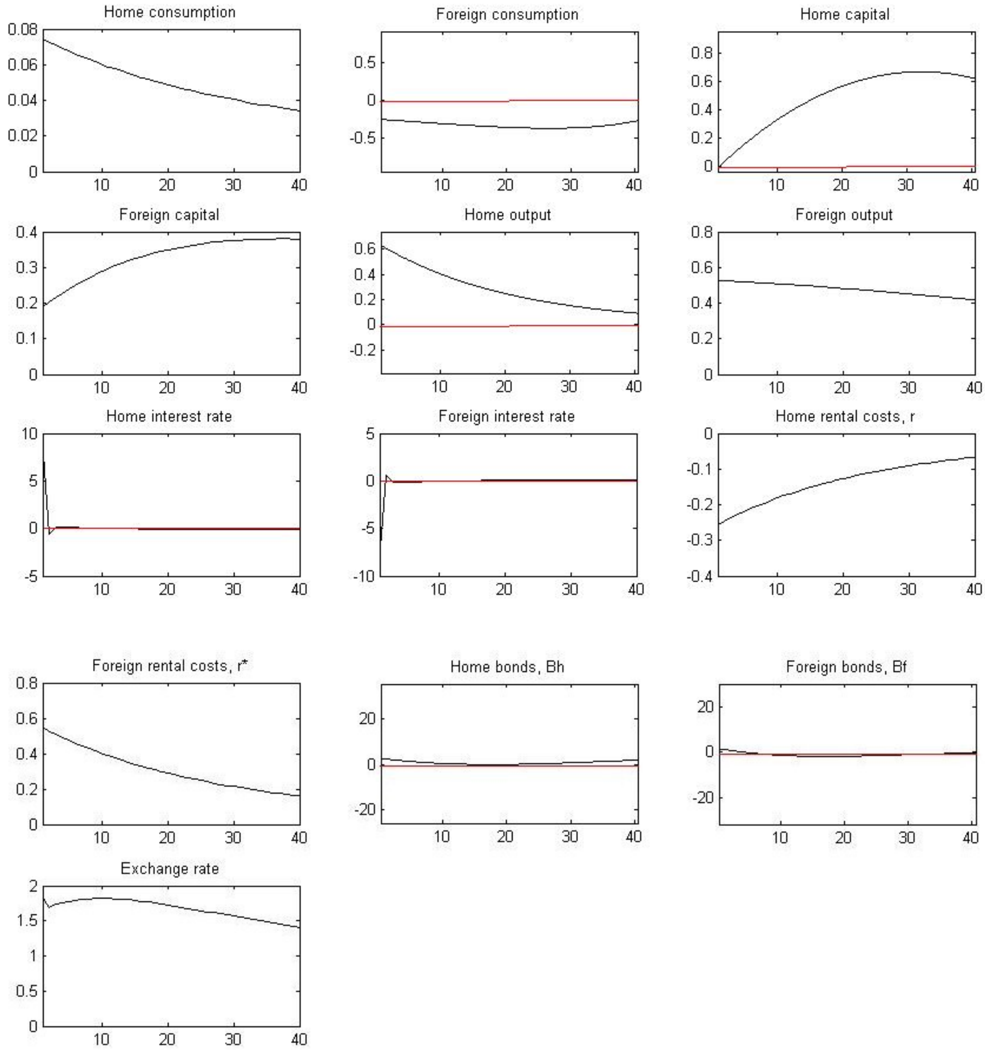

圖 3 在 1%產出衝擊下，不對稱兩國債券調整成本增加的衝擊反應函數