第三章　模型設定

本文的兩國模型設定中，其中一國為本國 (home country)，另一國為外國部份 (foreign country)。關於商品市場設定，本國與外國分別專業化生產一種最終財商品，F_t 與 F_t^*，並設立最終財商品市場為完全競爭市場 (perfectly competitive)，而本國與外國的代表性個人皆可同時消費此兩種最終財商品；中間財商品市場則為獨占性競爭 (monopolistically competitive)的市場結構，除獨占性競爭廠商的訂價會有加成效果 (markup)外，且於訂價設定中加入了調整成本項 (adjustment costs)，遂使得物價具有僵固的特性。

3.1 商品市場結構

最終財生產函數(F_t)的設定為本國中間財($F_{H,t}$)與外國中間財($F_{F,t}$)的固定替代彈性 (CES)形式：

$$F_t=[a^{\frac{1}{\mu}}F_{H,t}{}^{\frac{\mu-1}{\mu}}+(1-a)^{\frac{1}{\mu}}F_{F,t}{}^{\frac{\mu-1}{\mu}}]^{\frac{\mu}{\mu-1}} \tag{3.1}$$

其中，參數 a 代表的概念為：最終財廠商在生產過程中是否偏好本國中間財($F_{H,t}$)作為生產要素，a 值大於 $\frac{1}{2}$ 代表具有偏好使用本國中間財作為生產要素的傾向，文獻上又稱 a 值為家鄉偏好 (home bias)；參數 μ 為兩國中間財商品替代彈性。

另外，符號 $P_{H,t}$ 表示為本國中間財物價水準 (sub-price indexes)，符號 $P_{F,t}$ 表示為外國中間財物價水準，定義本國物價水準 (P_t)如下式：

$$P_t=[aP_{H,t}{}^{1-\mu}+(1-a)P_{F,t}{}^{1-\mu}]^{\frac{1}{1-\mu}} \tag{3.2}$$

透過(3.1)式最終財生產函數與(3.2)式本國物價水準定義式，可求得本國對於本國中間財的需求函數與本國對於外國中間財的需求函數：

$$F_{H,t}=a(\frac{P_{H,t}}{P_t})^{-\mu}F_t \tag{3.3}$$

$$F_{F,t}=(1-a)(\frac{P_{F,t}}{P_t})^{-\mu}F_t \tag{3.4}$$

相同地，外國最終財生產函數(F_t^*)與外國物價水準(P_t^*)定義式亦遵循相同的設定：

$$F_t^*=[a^{\frac{1}{\mu}}F_{F,t}^{*\,\frac{\mu-1}{\mu}}+(1-a)^{\frac{1}{\mu}}F_{H,t}^{*\,\frac{\mu-1}{\mu}}]^{\frac{\mu}{\mu-1}} \tag{3.5}$$

$$P_t^*=[aP_{F,t}^{*\,1-\mu}+(1-a)P_{H,t}^{*\,1-\mu}]^{\frac{1}{1-\mu}} \tag{3.6}$$

其中，外國廠商亦偏好使用外國中間財($F_{F,t}^*$)作為生產要素，外國物價水準的定義式如 (3.6) 式所對應。

$$F_{F,t}^*=a(\frac{P_{F,t}^*}{P_t^*})^{-\mu}F_t^* \tag{3.7}$$

$$F_{H,t}^*=(1-a)(\frac{P_{H,t}^*}{P_t^*})^{-\mu}F_t^* \tag{3.8}$$

另外，完全競爭的最終財商品市場結構，廠商在各期的最適化問題為訂定最終財商品價格(P_t)，使總收入減去總成本後，極大化其利潤(Π_t)：

$$\Pi_t=\max[P_tF_t-P_{H,t}F_{H,t}-P_{F,t}F_{F,t}]$$

上式中， P_t 為本國最終財物價水準， $P_{H,t}$ 為本國中間財物價水準， $P_{F,t}$ 為外國中間財物價水準， $F_{H,t}$ 為最終財廠商對本國中間財商品的要素需求量， $F_{F,t}$ 則為最終財廠商對外國中間財商品的要素需求量。

3.2 本國家計單位

家計單位的最適化問題為極大化其終生預期效用：

$$\max E_0\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\left(\frac{C_t^{1-\rho}}{1-\rho}+\frac{\chi_t}{1-\varepsilon}(\frac{M_t}{P_t})^{1-\varepsilon}-\frac{H_t^{1+\psi}}{1+\psi}\right)$$

效用函數中，消費最終財(C_t)帶來正效用，勞動(H_t)具有負效用的性質，持有貨幣(M_t)

亦帶來正效用，且設立代表性個人的貨幣需求具有一外生衝擊變數(χ_t)。

代表性個人的預算制限式：

$$\begin{aligned} &P_tC_t + P_t(K_t-(1-\delta)K_{t-1}) + P_tAC_{I,t} + M_t + B_{H,t} + S_tB_{F,t} + AC_{B,t} \\ &\quad = (1+i_{t-1})B_{H,t-1} + S_t(1+i_{t-1}^*)B_{F,t-1} + M_{t-1} + W_tH_t + P_tr_tK_t + T_t + \Pi_t \end{aligned} \tag{3.9}$$

代表性個人的收入來自於：在完全競爭的勞動市場提供其勞動(H_t)，且以每單位勞動的薪資(W_t)，可得W_tH_t單位的勞動所得，並將其資本(K_t)租借給廠商，依每單位的租用所得(r_t)，共有K_tr_t單位的租用收入，另一方面有身兼廠商的利潤(Π_t)及政府的移轉支付(T_t)，在資產市場部份，持有本國債券($B_{H,t-1}$)可得本國債券利率(i_{t-1})報酬，持有外國債券($B_{F,t-1}$)可得外國債券利率(i_{t-1}^*)報酬；在支出方面，代表性個人透過消費最終財(C_t)、持有名目貨幣(M_t)得到正效用，尚有投資與調整成本的負擔，除了貨幣的持有外，代表性個人更可購買給付名目利率(i_t)的本國債券(B_H)及給付名目利率(i_t^*)的外國債券(B_F)分配其財富，。

資本的累積及債券的購買上，設定具有平方項的調整成本(quadratic adjustment costs)：

$$AC_{I,t} = \frac{\psi_I}{2}\frac{(K_{t+1}-K_t)^2}{K_t} \tag{3.10}$$

$$AC_{B,t} = \frac{\psi_B}{2}\frac{(S_t(B_{F,t}-\overline{B}_F))^2}{P_{H,t}Y_t} \tag{3.11}$$

基本模型的對稱資本市場方面，本國債券及外國債券皆可自由地流通買賣，但本國代表性個人於購買外國債券設有一平方項的調整成本，外國代表性個人於購買本國債券亦設有平方項的調整成本；而不對稱資本市場分析，本文透過設定不同的兩國債券調整成本，模擬變數的動態調整過程，並分析之。

由上述最適化問題可得到以下一階條件：

$$\frac{M_t}{P_t} = \frac{\chi^{\frac{1}{\varepsilon}}C_t^{\frac{\rho}{\varepsilon}}}{(1-\frac{1}{1+i_t})^{\frac{1}{\varepsilon}}} \tag{3.12}$$

$$\frac{C_t^{-\mu}W_t}{P_t} = H_t^{\psi} \tag{3.13}$$

$$\frac{1}{1+i_t} = E_t\frac{\beta P_t C_t^{\rho}}{P_{t+1}C_{t+1}^{\rho}} \tag{3.14}$$

$$\frac{1}{1+i_t} = E_t\left(\frac{1}{1+i_t^*}\frac{S_t}{S_{t+1}}\left[1+\frac{\psi_B S_t(B_{F,t}-\bar{B}_F)}{P_{H,t}Y_t}\right]\right) \tag{3.15}$$

$$\left(1+\psi_I(\frac{K_{t+1}-K_t}{K_t})\right) = \beta E_t\left(\frac{C_t^{\rho}}{C_{t+1}^{\rho}}\left[r_{t+1}+(1-\delta)+\frac{\psi_I}{2}\frac{(K_{t+2}^{2}-K_{t+1}^{2})}{K_{t+1}^{2}}\right]\right) \tag{3.16}$$

(3.12) 式為貨幣需求函數，表示貨幣持有與消費的抵換關係；(3.13) 式為消費與休閒間的替代關係；(3.14) 式為跨期消費間的關係式 (consumption Euler equation)；(3.15) 式為利率平價條件 (interest parity condition)，透過預期名目匯率貶值率的轉換及購買外國債券上存在調整成本的設定下，兩國債券利率將相同；另外，(3.16) 式為一階條件跨期的資本邊際收益與邊際成本相同。

同樣地，外國的商品市場與家計單位遵循相同的設定，將有相同的一階條件對應。

3.3 本國廠商

中間財廠商的利潤極大化問題，則需處理本國中間財商品的最適訂價($p_{H,t}(i)$)及外國對其中間財需求的最適訂價($p_{H,t}^*(i)$)：

$$\max E_0\sum_{t=0}^{\infty}\xi_{t,t+n}\Pi_{H,t}(i)$$

其中，利潤函數如下：

$$\Pi_{H,t}(i) = f_{H,t}(i)\left[p_{H,t}(i)-MC_t(i)-AC_{p,t}(i)\right]+f_{H,t}^*(i)\left[p_{H,t}^*(i)-MC_t(i)-AC_{p,t}^*(i)\right]$$

需求數量($f_{H,t}(i)$ 及 $f_{H,t}^*(i)$)分別乘上其訂價($p_{H,t}(i)$ 及 $p_{H,t}^*(i)$)，加總可得總收入，再扣除需求數量($f_{H,t}(i)$ 及 $f_{H,t}^*(i)$)與其邊際成本($MC_t(i)$)的乘積，而得的總成本，另外尚需扣除訂價設定的調整成本項($AC_{p,t}(i)$ 及 $AC_{p,t}^*(i)$)與需求數量的乘積，而得的總調整成本，可得利潤($\Pi_{H,t}(i)$)。

關於中間財廠商訂價，不同於Bergin et al. (2007)基本模型中，訂價設定採生產者貨幣訂價 (producer currency pricing, PCP)，本文訂價設定採用當地貨幣訂價 (local currency pricing, LCP)，也就是：廠商直接訂定外國境內消費者面對的商品價格，且以外國貨幣計價，而該訂價並不會受到匯率波動的影響，本文認為此一訂價方式較貼近現實經濟社會運作的模式，且文獻上也廣為利用當地貨幣訂價的設定形式。

廠商的成本方面，分別定義邊際成本(MC_t)與調整成本($AC_{p,t}(i)$)為：

$$MC_t = \frac{(r_t P_t)^{\alpha} W_t^{1-\alpha}}{\theta_t \alpha^{\alpha} (1-\alpha)^{1-\alpha}} \tag{3.17}$$

$$AC_{p,t}(i) = \frac{\psi_P}{2} \frac{(p_{H,t}(i) - p_{H,t-1}(i))^2}{p_{H,t-1}(i)} \tag{3.18}$$

其中，廠商以資本租借的單位成本(r_t)雇用資本，以名目工資(W_t)的單位成本雇用勞動；訂價上設定有一平方項的調整成本 (quadratic adjustment costs)，訂價調整幅度愈大，廠商則需負擔愈大的調整成本，遂使得訂價具有僵固的特性，ψ_P 為訂價調整成本參數；另外，假設廠商依照跨期消費的邊際替代率 (intertemporal marginal rate of substitution in consumption)來衡量未來利潤，即：$\xi_{t,t+n} = \beta^n \left(\frac{U_{C,t+n}}{P_{t+n}}\right) \Big/ \left(\frac{U_C}{P_t}\right)$。

本文定義中間財生產函數($y_t(i)$)為 Cobb-Douglas形式，並具有一對數常態分配(log-normally distributed)的外生衝擊變數(θ_t)：

$$y_t(i) = \theta_t K_t(i)^{\alpha} H_t(i)^{1-\alpha} \tag{3.19}$$

上述中間財廠商的利潤極大化問題可得以下一階條件：

$$\begin{aligned} p_{H,t}(i) = {} & \frac{\lambda}{\lambda-1}\left(MC_t(i) + AC_{p,t}(i)\right) \\ & + \frac{\psi_p}{\lambda-1} p_{H,t}(i)\left(1 - \frac{p_{H,t}(i)}{p_{H,t-1}(i)}\right) \\ & - \frac{1}{\lambda-1}\frac{\psi_p}{2} E_t \frac{\xi_{t,t+n+1}}{\xi_{t,t+n}} \left\{ \left(\frac{P_{H,t+1}}{P_{H,t}}\right)^{-\lambda} \left(\frac{p_{H,t+1}(i)}{p_{H,t}(i)}\right)^{-\lambda+1} \frac{F_{H,t+1}}{F_{H,t}} \right\} \end{aligned} \tag{3.20}$$

關於一階條件的最適化訂價部份，可分為三個部份說明：(1)當廠商的訂價調整成本(ψ_p)設定為0時，訂價沒有調整成本的問題，意即廠商無需負擔調整成本，遂對於訂

價的改變並無顧慮，故訂價僅為邊際成本的加成 (markup)；(2)最適當期訂價($p_{H,t}(i)$)將會考慮到前一期的訂價水準($p_{H,t-1}(i)$)，且因為邊際調整成本的存在，故廠商將不願意當期訂價有大幅的變動；(3)最適當期訂價亦需考慮下一期的訂價水準($p_{H,t+1}(i)$)，當下一期訂價水準必須改變時，廠商將傾向即期(t 期)地改變訂價，以避免未來的高價格波動率。

另外，相同的代表性個人 (identical individuals)假設下，可知個別廠商的訂價($p_{H,t}(i)$)加總將等於中間財物價水準($P_{H,t}$)：

$$p_{H,t}(i) = P_{H,t} \tag{3.21}$$

3.4 政府部門

政府的政策設定，採用修改的泰勒法則 (a modified Taylor's Rule)[3]，並設定政府重視目標利率的穩定，依經濟情勢的不同而有所調整：

$$i_t = \bar{i} + \Gamma_\Pi \pi_t + \Gamma_Y \hat{Y}_t + \Gamma_s \Delta S_t \tag{3.22}$$

其中，目標利率(i_t)分別對通貨膨脹率(π_t)、產出缺口($\hat{Y}_t \equiv (Y_t - \bar{Y})/\bar{Y}$)及名目匯率貶值率($\Delta S_t \equiv (S_t - S_{t-1})/S_{t-1}$)有所反應，並依反應參數 Γ_Π， Γ_Y 及 Γ_s 調整；(3.19) 式直接以對數線性化形式表示。

另外，政府的預算限制式為發行通貨 (M_t) 以利政府支出 (T_t) 之用：

$$T_t = M_t - M_{t-1} \tag{3.23}$$

3.5 市場結清條件

在本文的經濟模型中，共有五個市場，分別為勞動市場、中間財商品市場、最終財商品市場、本國債券市場及貨幣市場，外國部份亦呈相同對應情形。勞動市場中，名目工資的自由調整，使勞動供給等於勞動需求，勞動市場始終維持結清；商品市場方面，

[3] Bergin et al. (2006)利用二階泰勒展開研究方法，其中不對稱資本市場討論情形，極大化福利水準下的估計反應參數數值分別為 $\Gamma_\Pi = 2,\ \Gamma_Y = 0,\ \Gamma_s = 5$ 。

可區分為中間財商品市場及最終財商品市場，結清條件需滿足總需求等於總供給，如下：

$$F_{H,t} + F_{H,t}{}^{*} = Y_t \tag{3.24}$$

$$F_t = C_t + (K_t - (1-\delta)K_{t-1}) + AC_{I,t} + \frac{AC_{B,t}}{P_t} + Y_t \frac{\int_0^1 AC_{p,t}(i)di}{P_t} \tag{3.25}$$

(3.24) 式為中間財商品市場的總需求等於總供給；(3.25) 式為最終財商品市場的供給(F_t)等於最終財消費、投資與調整成本的總和。

資產市場方面，本國債券市場及外國債券市場結清條件，亦需滿足：

$$B_{H,t} + B_{H,t}{}^{*} = 0 \tag{3.26}$$

$$B_{F,t} + B_{F,t}{}^{*} = 0 \tag{3.27}$$

根據瓦拉斯法則 (Walras’ law)，當體系存在n個市場，$n-1$個市場達成均衡時，第n個市場必定達成均衡，故本國的勞動市場、商品市場及債券市場此四個市場為均衡狀態時，第五個貨幣市場必均衡，達成市場結清。

本國的經常帳變化條件 (home balance of payments)，則為代表性個人當期(t期)所得扣除支出後，分配在兩國債券的持有上：

$$(B_{H,t} - B_{H,t-1}) + S_t(B_{F,t} - B_{F,t-1}) = P_{H,t}Y_t + i_{t-1}B_{H,t-1} + S_t i_{t-1}^{*} B_{F,t-1} - P_t F_t \tag{3.28}$$

其中，代表性個人的所得部份為中間財產出(Y_t)與中間財物價($P_{H,t}$)的乘積，加上前期持有本國債券($B_{H,t-1}$)數量乘上利率(i_{t-1})的利息收入，再加上前期持有外國債券($B_{F,t-1}$)數量乘上轉換為本國貨幣表示的外國債券利率($S_t i_{t-1}^{*}$)，扣除掉最終財商品購買數量(F_t)與物價水準(P_t)乘積的支出，即分配到本國債券的持有$(B_{H,t} - B_{H,t-1})$及外國債券的持有($S_t(B_{F,t} - B_{F,t-1})$)上。

3.6 外生衝擊變數

本文的基本模型中，外生衝擊變數包含了本國、外國產出衝擊變數與貨幣需求衝擊

變數，共四個外生衝擊變數，並假設其為對數常態分配 (log-normally distributed)的一階自我相關形式：

$$(\log\theta_t - \log\overline{\theta}) = \rho_1(\log\theta_{t-1} - \log\overline{\theta}) + \varepsilon_{1t} \tag{3.29}$$

$$(\log\theta_t^* - \log\overline{\theta}^*) = \rho_1^*(\log\theta_{t-1}^* - \log\overline{\theta}^*) + \varepsilon_{1t}^* \tag{3.30}$$

$$(\log\chi_t - \log\overline{\chi}) = \rho_2(\log\chi_{t-1} - \log\overline{\chi}) + \varepsilon_{2t} \tag{3.31}$$

$$(\log\chi_t^* - \log\overline{\chi}^*) = \rho_2^*(\log\chi_{t-1}^* - \log\overline{\chi}^*) + \varepsilon_{2t}^* \tag{3.32}$$

其中，符號$\overline{\theta}$為θ_t變數的數值穩定均衡 (level steady state)，外生衝擊變數的持續性分別以ρ_1, ρ_1^*, ρ_2, ρ_2^*表示，ε_{1t}, ε_{1t}^*, ε_{2t}, ε_{2t}^*分別為外生衝擊變數的隨機干擾項。