第參章 基本假設與模型設定

雙層擔保債權憑證比一般擔保債權憑證多了一層資本結構，可藉由標的信用分券之不同組合方式及標的信用群組在各子分券間重疊度之改變，來增加商品設計彈性，進一步達到理想的風險與報酬關係，例如在控制異質性違約風險下，有效提高分券信用價差。但商品設計的創新同樣也使得商品評價過程更加複雜，風險變數增加，槓桿程度提高。有鑑於此，本章將分為兩節，第一節介紹雙層擔保債權憑證之評價模型，我們利用非蒙地卡羅模擬方法所建造之模型，不僅使得運算速度加快，模型亦更加穩定，因此，第二節根據前一節之評價模型，可針對此商品之風險面進行多方探討，深入分析其風險因子並研擬避險策略。

第一節 合成型雙層擔保債權憑證之評價模型

雙層擔保債權憑證之評價核心問題，在於如何建立一套法則來衡量相依的違約事件過程，進而在雙層違約損失過濾下求出主分券之損失機率分配。本節分為四小節，第一小節介紹合成型雙層擔保債權憑證之商品結構及符號定義，第二小節定義邊際違約機率分配函數，第三小節則引入單因子繫連結構模型，得到條件式獨立下的聯合違約機率分配函數，最後，在第四小節利用半解析式評價模型之技巧求算主分券之損失分配，即可得到分券之合理信用價差。

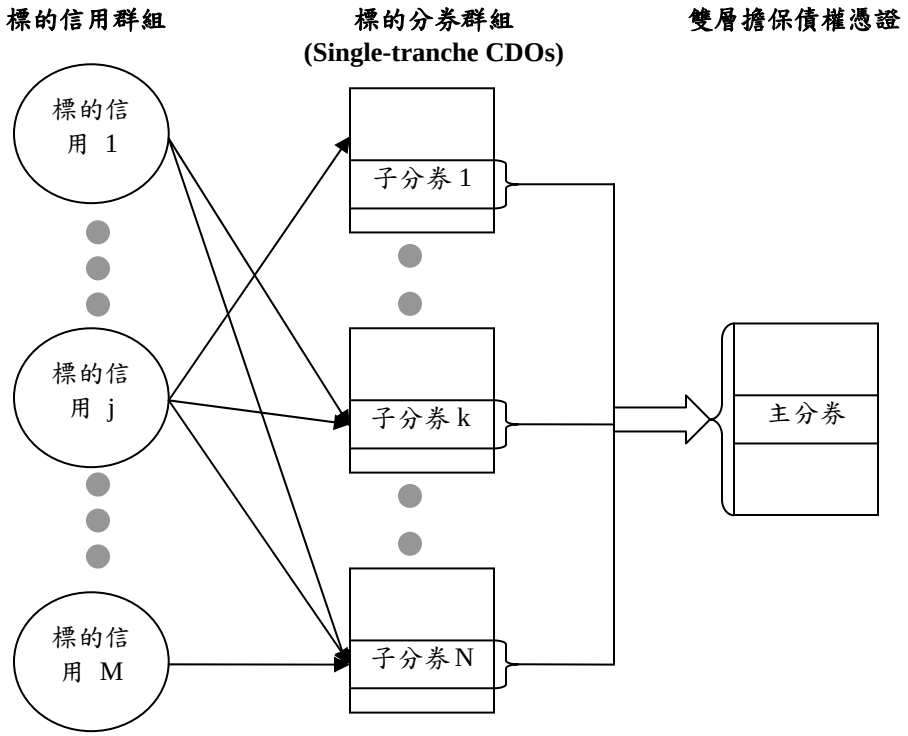
一、 合成型雙層擔保債權憑證之商品結構

如同一般擔保債權憑證，雙層擔保債權憑證的現金流量分為溢酬收入（premium leg）與違約支出（default leg）。溢酬收入表示保護賣方在未來每個付息日下所收取的權利金（premium），違約支出表示未來違約事件發生時，保護賣方必需支付的賠償金。為了求算分券的合理信用價差（fair spread），我們必須使得雙層擔保債權憑證在期初的公平價值為零，亦即當分券之收入面與支出面的現值相等時，我們即可得到合理之信用價差。

為了評價合成型雙層擔保債權憑證，首先需定義其商品收益結構。我們設定標的信用群組裡的信用違約交換（credit default swap, CDS）數為 M ，這些信用標的分

別隸屬於不同的子分券（inner tranche），令子分券總數為 N 。值得注意的是，如圖3.1所示，某一特定信用標的可以同時出現在兩個以上的子分券下，且信用標的在不同的子分券下所佔的權重未必相同。

圖3.1 雙層擔保債權憑證之商品結構圖



資料來源：Lehman Brothers

我們定義 $w_{j,k}$ 為信用標的 j 在子分券 k 下所佔的百分比權重，這些權重必須大於或等於零，且在每一個子分券下的總和為1：

$$W_{j,k} \geq 0, \quad j = 1,2,...,M, \quad k = 1,2,...,N,$$
$$\sum_{j=1}^{M} W_{j,k} = 1, \quad k = 1,2,...,N$$

對任一固定 j，$w_{j,k}$ 大於零的個數代表信用標的 j 重複出現在不同子分券下的次數；對任一固定 k，權重值表示每一分券下的標的信用群組集中程度。因此，矩陣 $(w_{j,k})$ 傳遞了每一個信用標的在不同子分券下的重疊度（overlap）及集中度之訊息。

由這些標的信用群組構成的子分券，其特徵結構表示如下。令U^k代表子分券k之損失起賠點（attachment point, AP），當該分券下的標的信用群組損失百分比超過U^k時，子分券k才開始承擔損失，此同保險中自付額的概念，為信用增強的方式；令V^k代表子分券k之損失止賠點（detachment point, DP），當該分券下的標的信用群組損失百分比超過V^k時，子分券k的損失承擔百分比即固定為$V^k - U^k$，令此絕對金額為N^k，恰為子分券k之名目本金（notional amount）。因此，其所相對應的標的信用群組總金額為$N^k / (V^k - U^k)$。

雙層擔保債權憑證是由N個子分券所構成，其名目本金總額為$\sum_{k=1}^{N} N_k$，此亦為標的分券群組之總名目本金。令U^{st}為主分券之損失起賠點，V^{st}為主分券之損失止賠點，主分券之名目本金為N^{st}。

我們接著考慮群組中的信用標的損失是如何流入雙層擔保債權憑證之主分券中。假設信用標的j的回復率R在契約期間內為常數，則信用標的j在子分券k下的損失金額為$(1-R)w_{j,k}N^k/(V^k - U^k)$，損失百分比為$(1-R)w_{j,k}$。一旦標的分券群組之總累積損失百分比超過主分券之損失起賠點，主分券即開始承受損失，信用保護賣方必須支付違約損失金額，且據以計算各付息日之溢酬的分券存活本金亦遭受侵蝕。令子分券k下之標的信用群組累積損失百分比在各t_i時點下為$L_{t_i}^k$：

$$L_{t_i}^k = \sum_{j=1}^{M} (1-R) w_{j,k}$$

則子分券k在各t_i時點下之累積損失百分比$L_{t_i}^{mt(k)}$為：

$$L_{t_i}^{mt(k)} = \frac{[L_{t_i}^k - U^k]^+ - [L_{t_i}^k - V^k]^+}{V^k - U^k}$$

主分券下之標的分券群組累積損失百分比$L_{t_i}^{sp}$在各t_i時點下為：

$$L_{t_i}^{sp} = \frac{\sum_{k=1}^{N} N^k L_{t_i}^{mt(k)}}{\sum_{k=1}^{N} N^k}$$

因此，主分券在各t_i時點下之累積損失百分比$L_{t_i}^{st}$為：

$$L_{t_i}^{st} = \frac{[L_{t_i}^{sp} - U^{st}]^+ - [L_{t_i}^{sp} - V^{st}]^+}{V^{st} - U^{st}}$$

一般擔保債權憑證之損失流量具有買權的基本特徵，而上述的式子告訴我們，雙層擔保債權憑證之損失流量具有混合選擇權（compound option）的基本特徵，實際上是以一籃子買權為標的物的買權。

我們關注的焦點就在於主分券在各t_i時點下之期望累積損失百分比，$E[L_{t_i}^{st}]$。只要能建造出主分券的在各時點下累積損失分配，就能得到違約支出端與溢酬收入端的現值，令其相等，則可得到分券之合理信用價差。

$$PV(\text{Default Leg}) = N^{st}\sum_{i=1}^{n} B(t_i)[E(L_{t_i}^{st}) - E(L_{t_{i-1}}^{st})]$$

$$PV(\text{Premium Leg}) = S^{st}N^{st}\sum_{i=1}^{T} \Delta_i B(t_i)[1 - E(L_{t_i}^{st})]$$

$$S^{st} = \frac{\sum_{i=1}^{n} B(t_i)[E(L_{t_i}^{st}) - E(L_{t_{i-1}}^{st})]}{\sum_{i=1}^{T} \Delta_i B(t_i)[1 - E(L_{t_i}^{st})]}$$

其中，S^{st}代表主分券的信用價差；t_i，$i = 1,2,...,T$代表每個付息日；Δ_i，$i = 1,2,...,T$代表應計因子（accrual factors）；t_i，$i = 1,2,...,n$代表計算違約支出端的時間切割點；$B(t_i)$代表t_i時點的無風險折現因子。本文在信用風險的計算上，是以縮減式模型為基礎，透過單因子繫連結構模型，在條件式獨立下，利用 Baheti et al. (2005)所提出之延伸遞迴法則（recursive algorithm）至多維度的方法來建構雙層擔保債權憑證分券之累積損失分配。

二、 邊際違約機率分配函數

為了求得標的信用群組之聯合違約機率分配函數，我們須先求得個別標的信用之邊際違約機率分配函數。

首先，我們考慮標的信用的違約時點τ（time-until-default），為一連續隨機變數，衡量從現在至違約事件發生前所需之時間分佈，我們表示其機率分配為：

$$Q(t) = \Pr(\tau \le t), \qquad t \ge 0$$

又存活函數為（survival function）：

$$S(t) = 1 - Q(t) = \Pr(\tau > t), \qquad t \ge 0$$

其中Q(0)=0, S(0)=1。

接著，我們利用危害率函數來刻畫違約時點τ的機率分配。危害率函數表示在給定存活至t時點之下，違約時點發生在t的瞬間條件違約機率，定義如下：

$$\Pr[t < \tau \le t + dt \mid \tau > t] = \lambda(t)dt$$

其中$\lambda(t)$為一時間相依函數，而危害率函數與存活函數間的關係可表示如下[1]：

$$S(t) = e^{-\int_0^t \lambda(s)ds}$$

本文假設危害率（亦稱違約強度）在契約期間內為常數，即期間結構（term structure）呈水平線，我們延伸此假設，違約強度λ與無風險利率r及回復率R相互獨立。因此違約時點之機率密度函數可表示為：

---

[1] 違約強度函數與違約分配函數及存活函數間的關係推導如下：

$$\lambda(t) = \frac{\Pr[t < \tau \le t + dt \mid \tau > t]}{dt} = \frac{[Q(t+dt) - Q(t)]/dt}{1 - Q(t)} = \frac{Q'(t)}{1 - Q(t)} = -\frac{S'(t)}{S(t)} = -d\ln S(t)$$

$$\Rightarrow \int_0^t \lambda(s)ds = -\int_0^t d\ln S(s) = -\ln S(t)$$

$$\Rightarrow S(t) = e^{-\int_0^t \lambda(s)ds}$$

$$q(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

顯示存活時間服從指數分配；而個別違約時點的發生為卜瓦松過程(poisson process)下的第一個跳躍事件（first jump）。

我們要如何得到標的之違約強度呢？在此，我們可以利用信用違約交換之評價公式反推而得：

$$S^{CDS} = \frac{(1-R)\int_0^T \lambda e^{-(r+\lambda)t} dt}{\int_0^T e^{-(r+\lambda)t} dt} = (1-R)\lambda$$

$$\Rightarrow \qquad \lambda = \frac{S^{CDS}}{(1-R)}$$

因此只要知道與標的信用評等相同之信用違約交換價差的市場報價，就可以得到標的信用之違約強度，且以此方法求得之違約機率為風險中立違約機率。

三、 聯合違約機率分配函數

有了個別標的之邊際違約機率分配函數後，我們引入單因子繫連結構模型（one-factor copula model）來建構不同標的違約時點間之相依結構。copula是一個由多維變數映射至均勻分配（uniform distribution）的函數，根據 sklar's theorem，我們可將一個聯合機率密度函數拆解成兩部分，前一部份為copula的密度函數，也就是變數間共同移動的關係，視為相關性結構部分，後一部份則為單純的邊際機率密度函數之乘積。而在因子繫連結構模型之下，我們利用總體因子，使變數間條件式獨立的假設成立下，多變量的條件累積分配函數等於條件邊際累積分配函數的相乘積。

為了產生違約時點 t_j 的單因子模型，我們首先定義隨機變數 $x_j (1 \le j \le M)$:

$$x_j = a_j Y + \sqrt{1-a_j^2} Z_j, \quad -1 \le a_j \le 1$$

隨機變數 x_j 一般解釋為資產報酬（asset return），當此變數低於某一特定門檻值 x 時，表示標的資產 j 發生違約。x_j 是由一總體因子（common market factor）Y 與一異質性變數（idiosyncratic variable）z_j 所組合而成，資產報酬 j 與總體因子的相

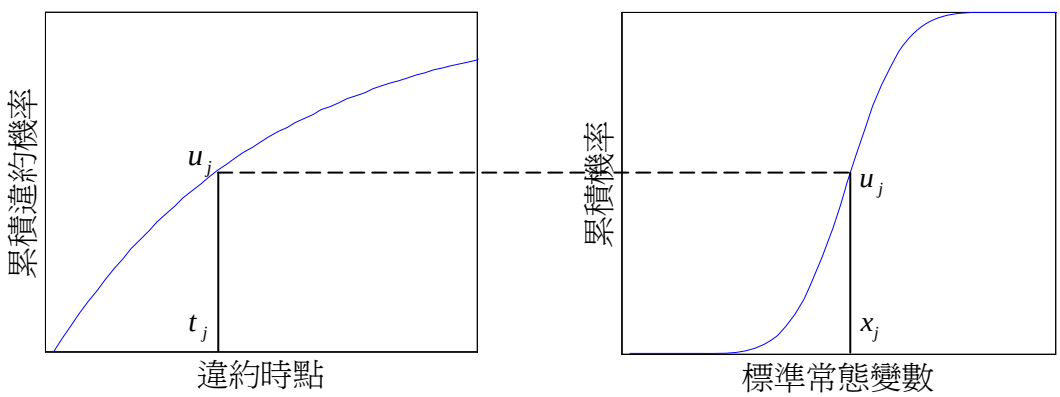
關性由a_j所表示。本研究立基於單因子高斯繫連結構（one-factor Gaussian copula）模型下，假設Y與Z_j為平均數為0，變異數為1的獨立標準常態隨機變數，因此x_j亦為常態隨機變數，其$M \times M$相關性矩陣為：

$$(C_{j,l}) = \left(a_j \cdot a_l\right)$$

資產間報酬的相關性結構完全由總體因子所連結。在此，“高斯”隱含了資產報酬相關性服從常態分配以及相關性在契約期間內是穩定的兩項假設。

令F_j表示x_j的累積機率分配，我們應用機率映射（mapping），即百分位數對百分位數的概念，使得$Q_j(t) = F_j(x)$，則可將每一個x_j對應到t_j，如下圖所示：

圖3.2 映射標準常態隨機變數至違約時點圖



因此我們可以得到違約門檻值$x = F_j^{-1}[Q_j(t)]$。令H表示Z_j的累積機率分配，因此在給定Y之下，x_j的條件違約機率可表示為：

$$\begin{aligned}
&\Pr ob(x_j < x \mid Y) \\
&= \Pr ob(a_j Y + \sqrt{1-a_j^2} Z_j < x) \\
&= \Pr ob(Z_j < \frac{x - a_j Y}{\sqrt{1-a_j^2}}) \\
&= H[\frac{x - a_j Y}{\sqrt{1-a_j^2}}]
\end{aligned}$$

又 $\Pr ob(t_j < t) = \Pr ob(x_j < x)$，當 $x = F_j^{-1}[Q_j(t)]$，違約時點 t_j 的條件機率分配為：

$$Q_j(t \mid Y) = H[\frac{F_j^{-1}[Q_j(t)] - a_j Y}{\sqrt{1-a_j^2}}]$$

在已實現的總體因子 Y 下，M 個標的信用的違約事件發生是相互獨立的，因此其同時違約之聯合條件機率為：

$$Q(t \mid Y) = \prod_{j=1}^{M} Q_j(t \mid Y)$$

評價一般標準的擔保債權憑證時，條件式獨立的概念大大簡化了分券損失機率分配的計算，然而在評價雙層擔保債權憑證時，因為某些標的信用會同時隸屬於好幾個子分券下，即使個別標的信用違約相互獨立，但是子分券間的損失機率分配未必是條件式獨立的。標的信用在子分券內可能發生重疊的情況，提高了計算主分券損失分配的複雜程度，所以，我們在此延伸遞迴法則至多維度的方法來克服此問題。

四、 主分券之累積損失分配

本節之目的，在於建構主分券在每一切割時點 t_i, $i = 1,2,...,T$ 下的累積損失分配。首先考量每個標的信用違約的發生，對個別子分券下的標的信用群組損失金額之影響，我們定義 $\lambda_{j,k}$ [2] 為標的信用 j 之違約在子分券 k 的標的信用群組中造成的整數損失金額。接著我們建造一個 N 維的超立方體結構（hyper-cube），其中第 k 個面由子標的信用群組 k 的各種可能損失組合而成，亦即將 $\left(0,1,...,\sum_{j=1}^{M}\lambda_{j,k}\right)$ 存放在第 k 個維度。在不失一般性的情況下，為了說明方便，我們考慮一個由兩個子分券所構成的雙層擔保債權憑證 $(k=2)$，此時，我們的超立方體結構簡化為一個二維矩陣 $\left(p_{v_1,v_2}\right)$，代表兩分券之聯合損失分配，舉例來說，$p_{5,7}$ 代表在第一個子分券內有5單位損失及第二個子分券內有7單位損失之聯合機率。由於在條件式獨立下，M 個標的信用的違約發生彼此間相互獨立，因此建造損失分配時，我們可以在一次只加入一個標

[2] $\lambda_{j,k} = w_{j,k}(1-R)(\frac{N^k}{V^k - U^k})$

的信用的前提下，依序考量各個標的信用的加入對於標的分券群組損失分配之影響。

一開始假設信用群組內沒有任何標的信用時(遞迴步驟 $j=0$)，我們藉由以下之設定初始化每個狀態：

$$p^0_{v_1,v_2}(t\,|\,Y)=1,\qquad 當 v_1=0 且 v_2=0,$$
$$p^0_{v_1,v_2}(t\,|\,Y)=0,\qquad 其他$$

由於每一個標的信用不是違約就是存活，若存活，則每個狀態 (v_1,v_2) 維持不變；若違約，則每個狀態朝 $[\lambda_{j,1},\lambda_{j,2}]$ 的方向移動。我們可以透過以下的遞迴式，一一加入標的信用，反覆地更新聯合條件損失分配直到加入第 M 個標的信用:

$$p^j_{v_1,v_2}(t\,|\,Y)=(1-Q_j(t\,|\,Y))\cdot p^{j-1}_{v_1,v_2}(t\,|\,Y)+Q_j(t\,|\,Y)\cdot p^{j-1}_{(v_1-\lambda_{j,1}),(v_2-\lambda_{j,2})}(t\,|\,Y),\qquad 1\le j\le M$$

在加入所有標的信用後，我們可以令：

$$(p_{v_1,v_2}(t\,|\,Y))=(p^M_{v_1,v_2}(t\,|\,Y))$$

矩陣 $p_{v_1,v_2}(t\,|\,Y)$ 傳遞了 t 時點在給定已知的總體因子下，子標的信用群組之聯合條件損失分配。我們接著就可以直接得到子分券之聯合條件損失分配，標的分券群組之條件損失分配，以及主分券之條件損失分配。

最後，只要對 Y 加以積分，就可以得到每一個切割時點下的主分券損失分配（unconditional loss distribution），再利用第一小節所介紹的評價公式，我們就可求得雙層擔保債權憑證之合理信用價差。在此我們選定的數值積分法為Gauss-Hermite數值積分，透過多項式的加總來近似對 Y 的積分，表示如下：

$$\begin{aligned}p_{v_1,v_2}(t)&=\int_{-\infty}^{\infty}p_{v_1,v_2}(t\,|\,Y)f(Y)dY\\&\approx\sum_{m=1}^{n}p_{v_1,v_2}(t\,|\,Y)(w(Y_m)e^{Y_m^2})f(Y_m),\qquad Y_m\sim N(0,1)\end{aligned}$$

其中 n 為積分位置點 Y 所採用之個數，Y_m 為給定值，$w(Y_m)$ 為相對應之權值係數。

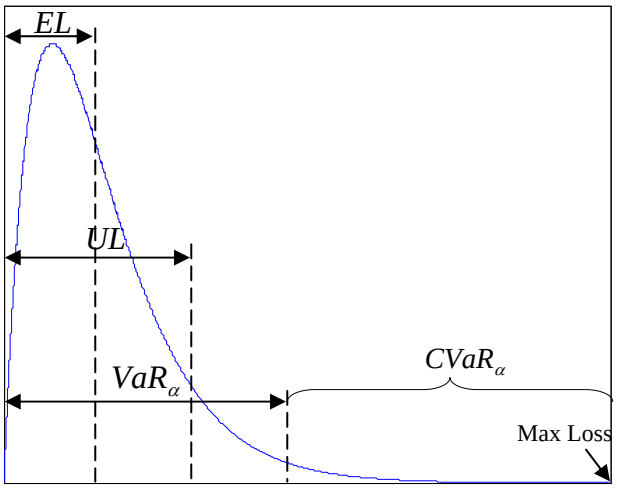
第二節 合成型雙層擔保債權憑證之風險分析

我們在上一節建立了雙層擔保債券憑證之評價模型，本節將定義三種可用來量化各分券風險之指標，並分析標的信用價差變動，對各種不同參數設定下之分券價值的影響，同時規劃有效的避險操作，以對投資組合進行適度的風險控管。

一、 風險衡量指標

利用第一節所建立之評價模型，我們可以來衡量雙層擔保債權憑證之損失承擔風險。十分明顯地，權益分券、次償分券與先償分券各自有其不同之風險特徵，而風險衡量方式有許多種，以下將分別介紹三種主要的風險衡量指標：分券之期望損失（EL）、非期望損失（UL）與市場價值重估變動（MTM）。此外，我們亦介紹兩種國際市場上常用之投資組合風險衡量依據，風險值（VaR）及條件風險值（CVaR），並說明其不適用於雙層擔保債權憑證分券之原因。我們將上述統計量表現於圖3.3。

圖3.3 損失分配之風險衡量指標



1. 分券期望損失(Expected Loss, EL)百分比及槓桿倍數

分券由於標的信用違約而遭受損失之不確定性，可藉由期望損失來衡量，但由於各分券之名目本金不同，使用期望損失之絕對金額無法準確反應分券間之相對風險大小，因此我們改用『期望損失百分比』來衡量各分券之相對風險程度。期望損

失百分比之求算可利用評價模型中第一小節所介紹的$E(L_{t_i}^{st})$，即主分券在各t_i時點下之期望累積損失百分比而得知。

除此之外，我們可以藉由『期望損失槓桿倍數』來衡量主分券相對於整個標的信用群組之損失曝露程度。槓桿倍數之求算乃是利用分券期望損失百分比除以標的信用群組期望損失百分比得到，亦即$E(L_{t_i}^{st})/E(L_{t_i})$，因此直接投資在標的信用群組的槓桿倍數等於1。

2. 分券非期望損失(Unexpected Loss, UL)百分比及槓桿倍數

事實上，在關心分券之期望損失外，我們亦應該注意超出預期損失幅度之非期望損失。當整體市場景氣轉壞時，違約事件發生的增加將會導致分券遭受預期外之損失。為了衡量損失金額超過期望損失之幅度，標準差不失為是一個理想的選擇：

$$SD_{t_i} = \left(E[(\tilde{L}_{t_i}^{st} - EL_{t_i})^2]\right)^{1/2}, \quad \text{其中}\ \tilde{L}_{t_i}^{st} = L_{t_i}^{st} N^{st}, \quad EL_{t_i} = E(\tilde{L}_{t_i}^{st})$$

我們定義非期望損失為高於期望損失一個標準差的損失金額，因此，非期望損失之定義為：

$$UL_{t_i} = EL_{t_i} + SD_{t_i}$$

在此，我們同樣利用『非期望損失百分比』及『非期望損失槓桿倍數』來分別衡量分券間相對風險大小與分券相對於整個標的信用群組之損失曝露程度。

3. 分券市場價值重估變動（Mark-to-Market, MTM）

在契約期初時，分券公平價值透過合理信用價差S^{st}的設定為零，亦即期初的溢酬收入現值等於違約支出現值。但是當市場上對於標的信用的違約看法改變時，溢酬端與違約端之現值會隨之改變，而由於分券之信用價差已於期初決定且於契約期間內固定不變，進一步會使得分券市場價值發生重估變動：

$$MTM(t) = \pm(\text{Pr}emium\ \text{PV - Default PV})$$

其中，正號代表信用賣方（投資人）部位之市價變動方向，負號代表信用買方部位

之市價變動方向。我們可以利用 *MTM* 來衡量各種風險因子變動對分券市場價值之影響。

4. 風險值（Value-at-Risk, VaR）與條件風險值（Conditional Value-at-Risk, CVaR）

風險值係指投資組合在特定期間及某一信賴水準下，可能產生最大損失的估計值。分券某特定期間內損失金額 $L_{t_i}^{st}$ 在 α 信賴水準下之VaR定義為：

$$VaR_{\alpha}(L_{t_i}^{st}) = \min\left\{ \ell_{t_i}^{st} : P(L_{t_i}^{st} \le \ell_{t_i}^{st}) \ge \alpha \right\}$$

VaR廣被接受的主要原因之一，在於考量市場變動下的總風險，並以單一數值表示，透過一個統計數據就可以知道投資組合可能面臨的最大損失，進而加以管理，使用上非常方便。值得注意的是，雖然VaR能指出在某信賴水準下的最大可能損失金額，但並未能說出在市場最差情況下，最極端的損失金額是多少。換言之，即便信賴水準高達95%，仍無法保證VaR是最大損失；而無法說明損失的極限即為VaR使用的限制之一。另外，我們可以引入條件風險值來彌補VaR的缺點，條件風險值基本上是在給定損失超過風險值下之期望損失，定義如下：

$$CVaR_{\alpha}(L_{t_i}^{st}) = E[L_{t_i}^{st} \mid L_{t_i}^{st} > VaR_{\alpha}(L_{t_i}^{st})]$$

VaR的計算方法一般分為歷史模擬法、蒙地卡羅模擬法與變異數-共變異數法，由於前兩個方法與本研究所使用之評價模型不符，在此不加以贅述，僅探討最後一個方法在本研究之適用性。變異數-共變異數法屬於線性模型，較適用於如股票、債券、外匯等之非衍生性金融商品所組成的投資組合，因為這種投資組合價值變動與股票價格、債券價格或匯率的變動呈線性關係，若要將其應用於非線性資產，所得到的VaR將只是大略的估計值，存有許多誤差。此外，此法也假設分券損失分配符合常態分配，我們可以在下一章節發現此與實際情況不符，故本研究未將VaR與CVaR列為風險衡量指標。

二、 風險因子分析及避險參數

有了上一小節所介紹的風險衡量指標，我們接著探討造成分券損失不確定性之風險驅動因子。雙層擔保債權憑證如同一般擔保債權憑證，其損失分配亦會因潛在風險因子的變動而改變，進一步造成信用價差的市場價值重估變動。舉例而言，標的信用違約交換的價差提高將會對於分券現值造成損失，因為價差的提高隱含信用群組的風險增加，因此亦提高了分券之預期損失。一個有效規避風險的方法，就是深入的瞭解分券價值對於風險因子變動的敏感度，本節將描述如何來進行這些風險因子的敏感度分析，並設計適當的避險策略。

信用價差變動敏感度

對於雙層擔保債權憑證影響對大的風險因子就是標的資產之信用品質，而市場對於標的信用品質之看法多半反應在信用價差上，標的信用違約交換價差愈高表示標的違約可能性越大。然而，不僅信用價差的絕對數字有關，更要注意標的信用價差變動之風險。我們可利用前述之市場價值重估變動來衡量分券價值對於標的信用違約交換價差變動之敏感度[3]，其中DV01 及delta為目前市場上普遍流行之風險衡量指標。

DV01（dollar value of a basis point）是一個直接表達標的信用價差變動對分券價值影響之風險指標，其定義為：當標的信用違約交換價差提高 1 基點（basis point, bp）時，分券現值變動金額。除了可用 DV01 針對個別標的信用進行敏感度分析外，亦可使用 S.DV01（systematic DV01）來衡量當系統性風險增加，整個標的信用群組違約交換價差皆提高 1 基點時，分券現值變動金額。

雖然 DV01 是一個衡量分券價值對標的信用價差變動敏感度的好指標，但其概念還不足以定義一個可用來規避市場信用違約交換價差變動風險的避險策略，因此我們需要定義避險參數 delta。

---

[3] 我們曾在上一節的評價模型中，利用市場信用違約交換價差反推出標的之違約強度：

$$\lambda = \frac{S^{CDS}(t)}{1-R}$$

根據上式，當市場信用違約交換價差改變，違約強度亦隨之改變，進而影響主分券之損失分配，但由於分券信用價差在期初設定且在契約期間內維持固定不變之下，所求算出的分券現值會產生變動，因此使得分券市場價值改變。值得注意的是，本研究假設違約強度在契約期間內為常數，若信用曲線非呈水平線，則我們需要利用跋靴法（bootstrapping）來建造一個完整的危害率期間結構。

delta 之意義為：我們必須出售（買入）的標的信用違約交換（或信用違約交換指數）名目本金百分比，以規避市場信用違約交換價差變動，對合成型雙層擔保債權憑證分券長（短）部位之影響，其定義為：

$$\delta^{st} = \frac{DV01^{st}}{DV01^{CDS}} \quad 或 \quad \delta_s^{st} = \frac{DV01^{st}}{DV01^{index}}$$

分券 delta 對於某一特定標的信用的算法為：標的信用違約交換價差變動 1 基點所造成之分券現值變動金額，除以該標的信用違約交換現值變動金額。分券 delta 亦可針對整個標的信用違約交換群組（或信用違約交換指數）之平均價差變動進行計算。delta 範圍介於 0%到 100%之間，而市場慣例常以避險部位所需之名目本金多寡進行報價。

投資人可以針對所有標的信用違約交換價差之變動進行避險，但是一個雙層擔保債權憑證下通常有 5 至 10 個子分券，而每一個分券下大約有 50-100 個標的信用，如此龐大的避險部位，不論是在執行或是管理上之成本皆相當高昂，因此投資人通常只會選定某些他們所特別關心的標的信用加以避險。如果標的信用群組是由市場上現有的信用違約交換指數，如 iTraxx Asia ex-Japan 與 DJ CDX EM 等所組成，投資人即可買入 delta 比例的信用指數來進行平均價差變動之避險。

delta 避險只適用於標的信用違約交換價差小幅變動之情況，無法規避信用價差大幅度變動之風險，因為在一般性假設條件下，信用價差在短時間內只會小幅的變動。由於避險比率會隨著時間經過而改變，因此要達到完全避險，就需要連續不斷的調整避險比率，此策略為動態避險（dynamic hedging）；若調整時間間隔趨近於 0 時，動態避險可以達到完全避險之效果，但由於交易成本太大且市場上某些標的信用違約交換之流動性不足，動態避險往往達成效率不彰或根本不可行。此外，值得注意的是 delta 會依下列參數設定之不同而改變：

- 信用增強百分比及分券大小
- 違約相關性
- 回復率
- 資產重疊度
- 距到期日長短