

## 第二章、Reduction Factor模型

根據內政部九十六年第二十二週內政統計通報，民國95年的死亡人數共計136,371人，較94年少2.4%，而死亡者平均年齡為68.3歲，較94年增加0.1歲，呈逐年上升現象，其中男性平均死亡年齡為66.4歲，女性則為71.5歲。死亡率下降與死亡平均年齡逐年上升，意味著現有生命表的偏差值將會愈來愈大，故本研究選擇參考許鳴遠(2006)的三階段Reduction Factor模型(以下簡稱為RF模型)作為本研究之死亡率模型。本章第一節先介紹最原始的RF模型，第二節參考許鳴遠(2006)估計的三階段模型參數，進而計算各年齡未來的死亡率。

### 第一節、CMI 的Reduction Factor 模型

RF模型是目前英國精算學會用來建立年金生命表的方法，根據CMI Report17(1999)的定義，RF模型為

$$\frac{q_{x,t}}{q_{x,0}} \equiv RF(x,t) = \alpha(x) + [1 - \alpha(x)][1 - f(x)]^{\frac{t}{20}}$$

其中

$$\alpha(x) = \begin{cases} c & x < 60 \\ \frac{110-x}{110-60}c + \frac{x-60}{110-60} & 60 \leq x \leq 110 \\ 1 & x > 110 \end{cases}$$
$$f(x) = \begin{cases} h & x < 60 \\ \frac{110-x}{110-60}h + \frac{x-60}{110-60}k & 60 \leq x \leq 110 \\ k & x > 110 \end{cases}$$

RF模型的死亡率隨著時間呈現指數遞減的狀況，其中 $\alpha$ 代表每個年齡可達到的最終死亡改善率， $f$ 則為死亡率改善的速度，故有 $0 \leq \alpha(x)$ 、 $f(x) \leq 1$ 條件的限制。由CMI Report17所提出的模型可以看出，RF模型主要分成三個階段：60歲以前、60歲到110歲之間與110歲以後。CMI模型假設60歲以前，RF最終改善率都會趨近到0.13，且改善的速度固定為每隔二十年將減少成原來的0.45倍；110歲以後RF則不會遞減，意味110歲以上的死亡率已經無法改善；60歲到110歲之

間的RF，最終改善率分別隨年齡線性遞增，改善速度則隨年齡增加呈現而遞減的趨勢。

## 第二節、預測未來的死亡率

本研究參考許鳴遠(2006)，將CMI Report17的RF模型將以調整，放寬原本分段點只能在60歲的假設，改良成三階段的模型，其模型如下：

$$\alpha(x) = \begin{cases} \frac{x_1 - x}{x_1 - x_0} c_0 + \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} c_1 & x_0 \leq x \leq x_1 \\ \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} c_1 + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} c_2 & x_1 < x \leq x_2 \\ \frac{x_{00} - x}{x_{00} - x_2} c_2 + \frac{x - x_2}{x_{00} - x_2} c_{00} & x_2 < x \leq x_{00} \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x_1 - x}{x_1 - x_0} f_0 + \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} f_1 & x_0 \leq x \leq x_1 \\ \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f_1 + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f_2 & x_1 < x \leq x_2 \\ \frac{x_{00} - x}{x_{00} - x_2} f_2 + \frac{x - x_2}{x_{00} - x_2} f_{00} & x_2 < x \leq x_{00} \end{cases}$$

其中 $x_1$ 與 $x_2$ 代表著兩個分段點的歲數， $x_{00}$ 代表最後一個年齡組的歲數。

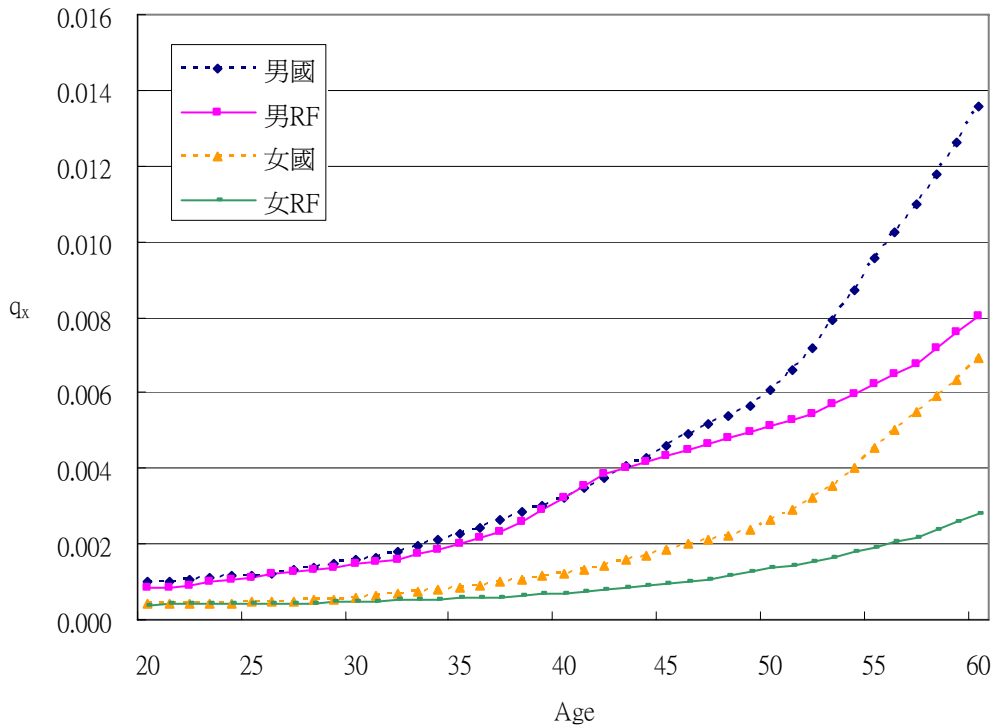
除此之外，在RF模型中必須對年齡做數學運算，許鳴遠(2006)以民國60年為基期，民國61~89年的資料用以配適參數，預測民國90~185年的死亡率，利用五齡組的死亡率資料，年齡組區間的觀念在數值運算上將造成困擾，所以在運算方面將以區間的中點代表該年齡組進行運算，如1~4歲以2.5歲代表、5~9歲以7歲代表，共有18個年齡組，最後一個年齡組的歲數是82歲。本研究參考許鳴遠(2006)以Ordinary Least Square(OLS)的配適方式所估計出的參數如表2-1：

表2-1、台灣資料參數估計情形 (三階段)

性別	分段點	$c_0$	$f_0$	$c_1$	$f_1$	$c_2$	$f_2$	$c_{00}$	$f_{00}$
Male	17, 42	0.266	0.905	0	0	1	0.870	0	0.310
Female	2.5, 12	0.306	0.834	0.225	0.938	0.645	0.818	0	0.256

本研究以許鳴遠(2006)RF模型預測出來的死亡率，將民國96年20歲的人未來80年的死亡率(即20~99歲的死亡率)，與第九次國民生命表相比較，畫出圖2-1、圖2-2，其中82歲以上的RF模型死亡率是以外插法(Extrapolation)求得。

圖2-1、比較國民生命表與RF模型 (20-60歲)



由圖 2-1 可發現男性的死亡率在 20~60 歲皆比女性高，在 60 歲時男性的國民生命表與 RF 模型兩種生命表的死亡率約相差 0.006，女性則相差 0.004，表示女性死亡改善的幅度較男性為小。男性死亡率在 45 歲前國民生命表與 RF 模型兩種生命表差異不大，代表在 45 歲前的男性死亡率無明顯改善，而 45 歲後 RF 模型的死亡率比國民生命表死亡率低許多，說明未考慮死亡改善率的國民生命表在 45 歲後的男性死亡率有低估的缺點；女性死亡率則在 30 歲後兩種生命表的差距隨年齡增加而明顯拉大，代表國民生命表仍低估女性的死亡率。

圖2-2、比較國民生命表與RF模型 (60-99歲)

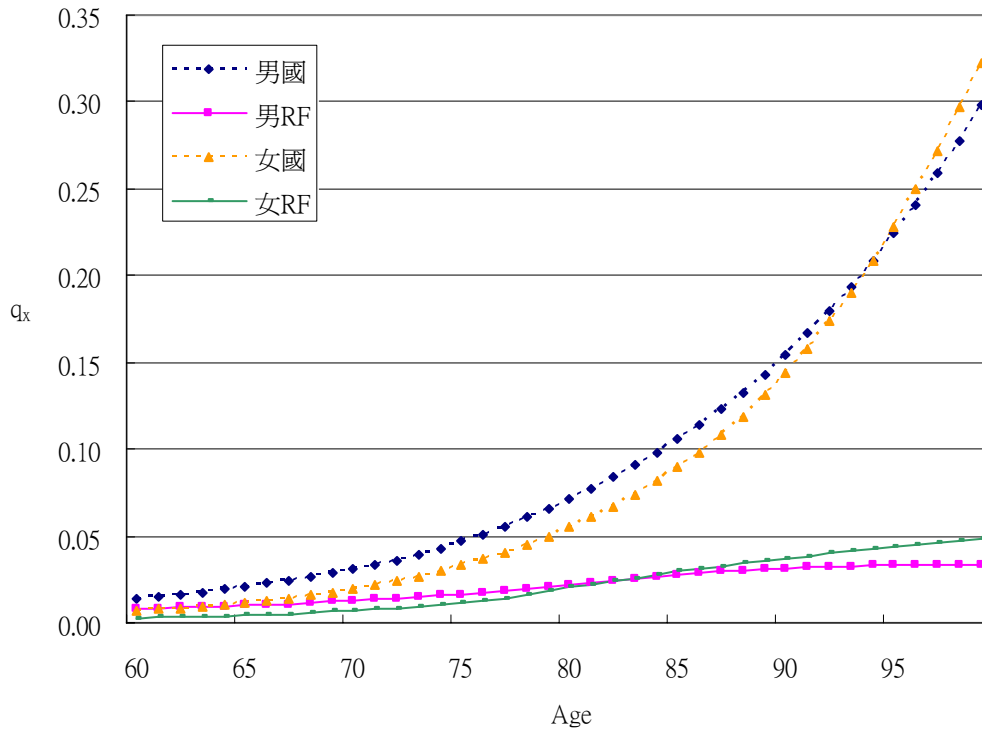


圖 2-2 中國生命表的男女死亡率皆比 RF 模型高出許多，且愈到高齡兩者間差異愈大，說明未考慮死亡改善率的國民生命表明顯低估高齡的死亡率。RF 模型的男女死亡率線在 84 歲時相交，而 85 歲後女性的死亡率較男性為高，推測是由於 82 歲之後死亡率以外插法求得的結果。