

第五章、最適資產配置

本章的安排如下：第一節假設退休基金僅能投資一個標的，用以比較五種標的資產的差異，第二節討論未經過最適化的可能投資方式，假設只選擇股票與指數連結型債券兩種資產標的，未最適化的投資方式分為兩種，其一的投資比重為股票 80%、指數連結型債券 20%，其二的投資比重為股票 20%、指數連結型債券 80%，第三節設計四種不同的目標函數，首先以一個 20 歲人的觀點，找出滿足限制條件的最適投資策略(共有單一比重與每五年重新配置比重兩部分)，接下來則是站在不同的時間點並考量整體人口數，在不同目標函數下考慮各年齡的單一比重最適投資策略。

第一節、五種標的之比較

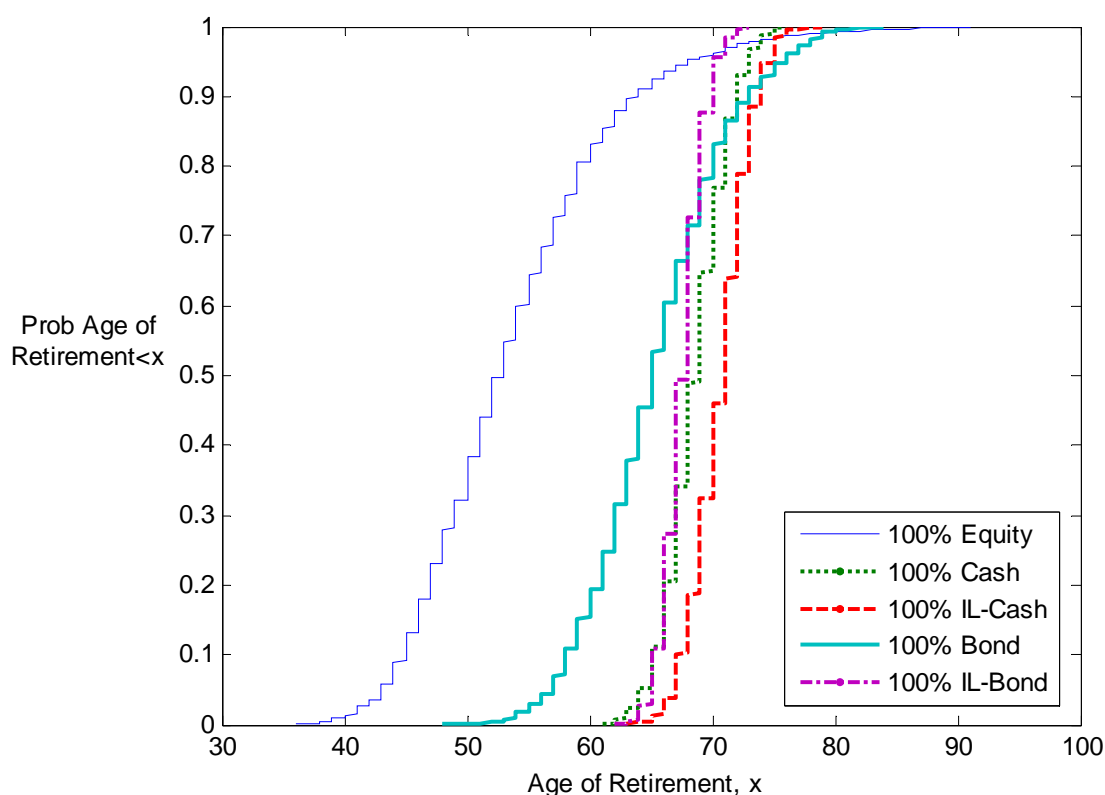
本節先利用 RF 模型建構的男女死亡率，以一個 20 歲開始工作的人為例，分別對 Equity、Cash、IndexLinked-Cash(以下簡稱為 IL-Cash)、Bond、IndexLinked-Bond(以下簡稱為 IL-Bond)五種投資標的分別模擬 1000 次，不考慮交易成本，並將提撥的金額全數配置在同一種標的上，當他達到三分之二的所得替代率時即可退休，如此可得到 1000 次的退休年齡，結果如表 5-1，並以男性為例，畫出各標的男性 1000 個年齡之累積分佈圖，如圖 5-1。

表 5-1、100%投資在單一標的之結果

| 男 | Equity | Cash | IL-Cash | Bond | IL-Bond |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 退休年齡平均 | 60.157 | 77.108 | 79.292 | 73.265 | 76.030 |
| 退休年齡標準差 | 8.57892 | 2.68058 | 2.54189 | 5.75551 | 1.88591 |
| 女 | Equity | Cash | IL-Cash | Bond | IL-Bond |
| 退休年齡平均 | 60.200 | 77.063 | 79.241 | 73.250 | 75.999 |
| 退休年齡標準差 | 8.57225 | 2.65520 | 2.51500 | 5.72471 | 1.86829 |

由於在本研究中，男女的薪資成長率假設為相同，男女最大差異在於生命表的不同，故在表 5-1 結果中可發現，男性與女性的結果很相近，本研究中之後的結果若為男女相近者，皆僅列出男性的結果，女性結果請詳見附錄 C。平均退休年齡象徵標的報酬率，一般而言是期望愈早愈好，平均年齡由小而大為 Equity、Bond、IL-Bond、Cash、IL-Cash；而退休年齡的標準差代表標的風險，標準差愈小愈好，標準差由小而大為 IL-Bond、IL-Cash、Cash、Bond、Equity。大部分皆符合高風險高報酬的預期結果，最特別的是 IL-Bond，報酬率居第三位，風險卻最小，推測風險最小的主要原因是 IL-Bond 會根據物價指數調整給付的金額，在退休基金可能長達 40 年以上的投資期間內，物價指數的影響不容忽視，故 IL-Bond 會是這五種標的最兼顧成長與保本兩要點的資產。

圖 5-1、男性 1000 個退休年齡分布



從圖 5-1 從下圖可以看出 100%投資在 Equity 或 Bond，累積曲線呈現圓弧型，代表年齡分布較分散，表示某部份人可以比較早退休，然而延後退休的機率也相對提高許多；100%投資在 Index-linked Bond、Cash、Index-linked Cash 的累積曲線較陡，代表年齡分布較集中、投資報酬率的變異較小，使得 1000 次模擬

約有 90% 的人可以在 60~70 歲之前退休，其中以 100% 投資在 Index-linked Bond 的年齡分布最為集中。

第二節、固定投資比重

本節簡單假設未最適化的投資策略分為兩大類，其一是自五種投資標的中，選擇股票(Equity)和指數連結型債券(IL-Bond)，投資比重為股票 20%、指數連結型債券 80%、其二是股票 80%、指數連結型債券 20%。以一個 20 歲開始工作的人為例，當他達到三分之二的所得替代率時即可退休。結果如表 5-2。

表 5-2、固定投資比重的結果

| | 男 | |
|---------|------------------|------------------|
| | 股票 20%，指數型債券 80% | 股票 80%，指數型債券 20% |
| 退休年齡平均 | 71.09 | 63.963 |
| 退休年齡標準差 | 3.00448 | 5.60366 |

固定投資比重的結果皆介於 Equity 與 IL-Bond 之間，以股票 80%、指數連結型債券 20% 的投資策略為例，退休年齡因為有 20% 的比重投資在報酬率平均與變異數皆較小的 IL-Bond，故退休年齡標準差降為 5.60，然而平均退休年齡亦由 100% 投資在 Equity 的 60.157 增加到 63.963。由本節可發現高風險性高報酬的結果，與前一節相呼應，亦再次證明投資人想要追求高報酬，必定需要承擔較大的風險，故本研究希望能找出在固定程度風險下能帶來最大期望報酬的投資策略，下一節開始針對不同的限制條件，進行最適化資產配置策略。

第三節、最適資產配置

本節為本文的核心重點，主要分為四個部分，第一部分說明本研究設計的目標函數；第二部分介紹本研究用以判別投資策略績效好壞的標準；第三部分以 20 歲的個人觀點，在各目標函數下進行最適資產配置(又細分為單一投資比重與每五年重新配置投資比重)；第四部分針對民國 96 年時 20~55 歲的人進行最適單一投資比重的配置，進而站在不同時間點計算退休人口的依賴比。

一、目標函數的設計

本研究假設不考慮交易成本，提撥的退休金可自由投資在五種標的上，當達到三分之二的所得替代率時即可退休，且最早可以開始動用退休基金的年齡定為 60 歲。定義

$r_1(t)$ = equity 在第 t 年內的報酬率；

$r_2(t)$ = cash 在第 t 年內的報酬率；

$r_3(t)$ = index-linked cash 在第 t 年內的報酬率；

$r_4(t)$ = bond 在第 t 年內的報酬率；

$r_5(t)$ = index-linked bond 在第 t 年內的報酬率；

$x_1 \sim x_5 = r_1 \sim r_5$ 的權重， $0 \leq x_1, \dots, x_5 \leq 1$ ；

以下設計四種不同的目標函數：

目標函數 1

目標函數 1 期望 20 歲開始工作的人，在 65 歲時大部份皆可退休，故將目標退休年齡設為 65 歲，目標函數 1 要求到期時資產總累積價值小於目標給付 (Target Payment) 的平均差異最小，即要求 65 歲到期給付的風險最小，亦可將目標函數 1 視為懲罰資產總累積價值過低的情況。目標函數 1 如下：

$$\text{Min } E \left[\left(TA_{65} - TP_{65} \right)^- \right]^2$$

$$\text{subject to } x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1$$

$$\text{Retire Criteria: fund level} \geq 2/3 \times \text{Salary}(t) \times \ddot{a}_{20+t}$$

$$\text{Retire Age} \geq 60$$

其中 TP_{65} : 到期時目標給付, $TP_{65} = 2/3 \times \text{Salary}(40) \times \ddot{a}_{65}$;

TA_{65} : 到期時資產總累積價值

目標函數 2

目標函數 2 參考 Haberman and Vigna (2002) 的設計, 同樣將目標退休年齡設為 65 歲, 與目標函數 1 最大不同點是除了要求到期時資產總累積價值小於目標給付的平均差異最小外, 更要求到期時資產總累積價值超過目標給付 2.5 倍的平均差異最小, 如此可避免過度積極的資產配置策略, 即到期時資產累積過低或太高皆會受到懲罰。目標函數 2 如下:

$$\text{Min } E \left[\left(TA_{65} - TP_{65} \right)^- \right]^2 + E \left[\left(TA_{65} - 2.5 \times TP_{65} \right)^+ \right]^2$$

$$\text{subject to } x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1$$

$$\text{Retire Criteria: fund level} \geq 2/3 \times \text{Salary}(t) \times \ddot{a}_{20+t}$$

$$\text{Retire Age} \geq 60$$

目標函數 3

本研究期望在固定的風險忍受度下, 找到最大報酬的投資策略, 為了能有效控制投資績效極差的尾端風險, 目標函數 3 要求 1000 次的模擬情境中, 按退休年齡由小而大排列, 最後 1% 的人(之後簡稱為最晚退休 1% 的人), 他們的平均退休年齡不得超過 85 歲, 在這些條件下最大化 65 歲之前的平均報酬。目標函數 3 下:

$$\text{Max } E(\text{return})$$

$$\text{subject to } x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1$$

$$\text{Retire Criteria: fund level} \geq 2/3 \times \text{Salary}(t) \times \ddot{a}_{20+t}$$

$$\text{Retire Age} \geq 60$$

$$CTE_{age}(99) \leq 85$$

其中 $CTE_{age}(99)$ ：最後 1% 退休的平均年齡

目標函數 4

本研究除了期望能有效控制投資績效極差的尾端風險、最大化報酬，更希望退休人口依賴比的波動度不要太大，故目標函數 4 要求最晚退休 1% 的人，他們的平均退休年齡不得超過 85 歲，在這些條件下最大化 65 歲之前的平均報酬，並加入退休年齡標準差的減項，以期降低整體退休年齡的差異性。目標函數 4 如下：

$$\text{Max } 120 \times E(\text{return}) - \text{Var}(\text{retire_age})^{1/2}$$

$$\text{subject to } x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1$$

$$\text{Retire Criteria: fund level} \geq 2/3 \times \text{Salary}(t) \times \ddot{a}_{20+t}$$

$$\text{Retire Age} \geq 60$$

$$CTE_{age}(99) \leq 85$$

二、績效評估

(一) 報酬率平均與標準差

找出各目標函數的最適化投資策略後，再重新將之代入資產模型中，固定投資至 65 歲(即目前 20 歲的人將計算未來 45 年的資產報酬)。將最適的投資比重代入 1000 組情境中，可得到 1000 組的期末累積資產(TA_{65})，根據 1000 組的期末累積資產，可計算出 1000 個相對的年報酬率(AR)，計算方式如下：

$$TA_{65} = \sum_{t=1}^{65-age} s_t (1+AR)^{65-age}$$

其中 s_t ：第 t 年初提撥至退休基金帳戶的金額。

計算 1000 組的年報酬率後，將其平均即可得到報酬率平均；再按照一般計算方法，求出其報酬率的標準差。按一般的判斷標準，報酬率平均愈大且報酬率標準差愈小，即可歸類為較佳的投資策略。

(二) 依賴比變異數

在這個部分本研究先以單一投資人為主，在 1000 次的情境中，可得到 1000 個退休年齡。假設某一情境的退休年齡為 66 歲，則依賴比為 66 歲以上人數除以 15~65 歲人數，按這個方式可計算出 1000 個依賴比，本研究認為依賴比不易找到最佳比值，由於依賴比愈高代表愈早退休，反之則愈晚退休，若大部分情境的依賴比都很高，代表社會負擔相當沉重；若大部分情境的依賴比都很低，代表大部分人都必須很晚才退休，這亦是投資人不樂見的狀況，故本研究不以依賴比的平均來判斷投資策略的好壞，而是以依賴比的變異數來決定，依賴比變異數愈低本研究即視為較佳的投資策略。

三、個人最適資產配置的結果

(一) 單一比重之最適資產配置(Single-Period)

在本小節中，以 20 歲的男性為例，針對目標函數 1~4 配置單一比重的最適投資策略，結果如表 5-3(女性結果於附錄 C)。由結果發現目標函數 1~4 的比重大部分都分配在 Equity 上，推測可能是因為目前 20 歲的人距離退休的時間較長，在未來的 40~45 年採取相同的投資策略，若欲追求高報酬，則必須將超過半數的比重投資在 Equity 以達到報酬極大的目標，雖然 Equity 的報酬變動幅度較大，但只要期間夠長即可消弭其變異的程度，此結果與 Blake, Cairns and Dowd (2001)的結論相符。

表 5-3、目標函數 1~4 單一比重最適投資配置策略(男)

| | Equity | Cash | IL-Cash | Bond | IL-Bond |
|------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 目標 1 | 0.62235 | 0 | 0 | 0 | 0.37765 |
| 目標 2 | 0.49005 | 0 | 0 | 0 | 0.50995 |
| 目標 3 | 0.52460 | 0.09428 | 0 | 0.21730 | 0.16383 |
| 目標 4 | 0.49594 | 0.11368 | 0.11158 | 0.15651 | 0.12229 |

由於目標函數 1 與目標函數 2，目標函數的設計方法相近、目標函數 3 與目標函數 4 相近，故先分為兩組目標函數分別討論。目標函數 1 與目標函數 2，在設計目標函數時是期望大部分人可以在 65 歲前退休，以降低 65 歲給付的風險，目標函數 2 較目標函數 1 增加了限制 65 歲時累積資產過高的情形，故目標函數 2 較目標函數 1 略為保守，Equity 的比重明顯下降。值得注意的是目標函數 1 與 2 皆選擇 Equity 以及 IL-Bond 兩種標的來投資，由第一節本研究比較了五種標的的差異性可以發現，Equity 是報酬率高風險亦高的資產，而 IL-Bond 類似 Bond 且給付允許隨物價指數調整，故具有報酬率居中、風險最小的特性，目標函數 1 與 2 要兼顧帳戶價值的成長並降低不同情境的差異性，故最適的投資策略選擇以 Equity 以及 IL-Bond 兩種標的來投資。

目標函數 3 與目標函數 4，Equity 以及 IL-Bond 之外開始出現其他的投資標的，由於目標函數 3 與 4 限制最後 1% 的平均退休年齡必須低於 85 歲，達到這個目的之後，即可追求更高的報酬，本研究推測目標函數 3 約有 74% 投資在 Equity 以及 Bond 的原因，是想藉此提高報酬率，並稍微分散高風險性資產的投資比重；其餘約 26% 的比重大部分放在 IL-Bond，次之選擇風險性小且報酬率較佳的 Cash(以男性 100% 投資在 Cash 及 IL-Cash 的結果來說明，Cash 及 IL-Cash 的平均退休年齡為 77 及 79 歲，但標準差為 2.68 及 2.54，兩者相較之下 Cash 占有顯著優勢)。目標函數 4 約為 65% 投資 Equity 以及 Bond，目標函數 4 除追求最大報酬外更必須極小化退休年齡的變異數，故本研究推測目標函數 4 其餘比重分散在 Cash、IL-Cash 及 IL-Bond，是希望藉此分散投資的風險。

(二) 每五年重新配置比重之最適資產配置(Multi-Periods)

在本小節中仍以 20 歲的男性為例，假設每五年可重新配置投資的比重，目標函數 1~4 的最適投資策略結果如表 5-4~5-7(女性結果於附錄 C)。每五年重新配置比重，是給予因應不同投資環境或是不同風險喜好程度而變動投資比重的權利，在不考慮交易成本的情況，本研究希望每五年重新配置比重的策略能較單一比重的投資策略有更高的報酬率，且期望投資績效極差的尾端風險較低。

表 5-4、目標函數 1 之五年重新配置比重最適投資策略(男)

| 男 | Equity | Cash | IL-Cash | Bond | IL-Bond |
|---------|---------|------|---------|------|---------|
| 21-25 歲 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 26-30 歲 | 0.96354 | 0 | 0 | 0 | 0.03646 |
| 31-35 歲 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 36-40 歲 | 0.95059 | 0 | 0 | 0 | 0.04941 |
| 41-45 歲 | 0.49502 | 0 | 0 | 0 | 0.50498 |
| 46-50 歲 | 0.58789 | 0 | 0 | 0 | 0.41211 |
| 51-55 歲 | 0.61075 | 0 | 0 | 0 | 0.38925 |
| 56-60 歲 | 0.54522 | 0 | 0 | 0 | 0.45478 |
| 61-65 歲 | 0.52294 | 0 | 0 | 0 | 0.47706 |

目標函數 1 的結果，與單一比重之最適投資策略相同，僅選擇 Equity 以及 IL-Bond 兩種標的投資，由 9 組不同的比重約略可看出生命週期型態的投資方式，與 Boulier, Huang and Taillard (2001)的結論相呼應。目標函數 1 男性 40 歲以前選擇將 90%以上的比重投資在 Equity 上，推測可能原因是希望能在初期迅速增加退休帳戶的累積價值，爾後再將一半的比重分散至 IL-Bond 上，以降低整體的投資風險。由於目標函數 1 僅懲罰 65 歲的帳戶價值小於目標給付的部分，故在 40 歲之後 Equity 的投資比重仍高達 50%，用以極大化 65 歲時帳戶價值。

表 5-5、目標函數 2 之五年重新配置比重最適投資策略(男)

| 男 | Equity | Cash | IL-Cash | Bond | IL-Bond |
|---------|---------|------|---------|------|---------|
| 21-25 歲 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 26-30 歲 | 0.60223 | 0 | 0 | 0 | 0.39777 |
| 31-35 歲 | 0.68874 | 0 | 0 | 0 | 0.31126 |
| 36-40 歲 | 0.64415 | 0 | 0 | 0 | 0.35585 |
| 41-45 歲 | 0.34150 | 0 | 0 | 0 | 0.65850 |
| 46-50 歲 | 0.43902 | 0 | 0 | 0 | 0.56098 |
| 51-55 歲 | 0.47301 | 0 | 0 | 0 | 0.52699 |
| 56-60 歲 | 0.34992 | 0 | 0 | 0 | 0.65008 |
| 61-65 歲 | 0.50328 | 0 | 0 | 0 | 0.49672 |

目標函數 2 的結果仍選擇 Equity 以及 IL-Bond 兩種標的，且具生命週期型態的投資方式，男女 25 歲前的 Equity 比重維持在 100%，之後迅速降為 60~70%，40 歲之後更降至 50% 以下。比較目標函數 1 與目標函數 2 的不同，即是目標函數 2 不僅懲罰 65 歲時帳戶價值過低的情形，更針對帳戶價值超出 65 歲目標給付過多的部份給予懲罰，如此一來可避免過度積極的投資策略，以降低 65 歲時的給付風險，故目標函數 2 只有前 5 年維持 100% 的 Equity 比重，40 歲前如同目標函數 1 是屬於積極累積資產價值的期間，Equity 比重最高約為 70%，明顯較目標函數 1 保守；41~65 歲屬於追求穩定增加資產的階段，且目標函數 2 要求 65 歲時累積的資產不得超出目標給付過多，故此階段將大部分的比重轉移至 IL-Bond。

表 5-6、目標函數 3 之五年重新配置比重最適投資策略(男)

| 男 | Equity | Cash | IL-Cash | Bond | IL-Bond |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 21-25 歲 | 0.39421 | 0 | 0.19107 | 0 | 0.41472 |
| 26-30 歲 | 0.59585 | 0.09072 | 0.01258 | 0.28615 | 0.01470 |
| 31-35 歲 | 0.44705 | 0.14723 | 0.00046 | 0.08920 | 0.31605 |
| 36-40 歲 | 0.62162 | 0.00028 | 0.06909 | 0.30900 | 0 |
| 41-45 歲 | 0.76907 | 0.03344 | 0 | 0.19749 | 0 |
| 46-50 歲 | 0.59886 | 0.09072 | 0.28718 | 0 | 0 |
| 51-55 歲 | 0.65805 | 0.04511 | 0 | 0.29143 | 0.00541 |
| 56-60 歲 | 0.41446 | 0.07052 | 0.04628 | 0.15318 | 0.31555 |
| 61-65 歲 | 0.47221 | 0.09145 | 0 | 0.12089 | 0.31545 |

目標函數 3 的結果與單一比重類似，以 Equity 及 Bond 為主要的投資標的，推測是由於目標函數 3 必須極大化投資報酬，由於比重上下跳動不易觀察，故將 Equity 及 Bond 比重相加，畫出圖 5-2。由圖 5-2 可發現 Equity 及 Bond 的比重和每五年就會大幅度調整，高達 90% 以上，低則 40~60%，而且在比重和降低時，主要是 Bond 比重減少，整體而言這個投資是五年非常積極五年略為保守，在快速累積資產之後面臨較大風險即轉為保守的投資策略，而 55 歲之後的比重在這 45 年間是最為保守的，推測這樣的結果是由於在 55 歲前以追求高報酬為主要目

標，最後 10 年間則在謹慎控制風險的前提下最大化報酬。

圖 5-2、目標函數 3 男性 Equity 及 Bond 的投資比重

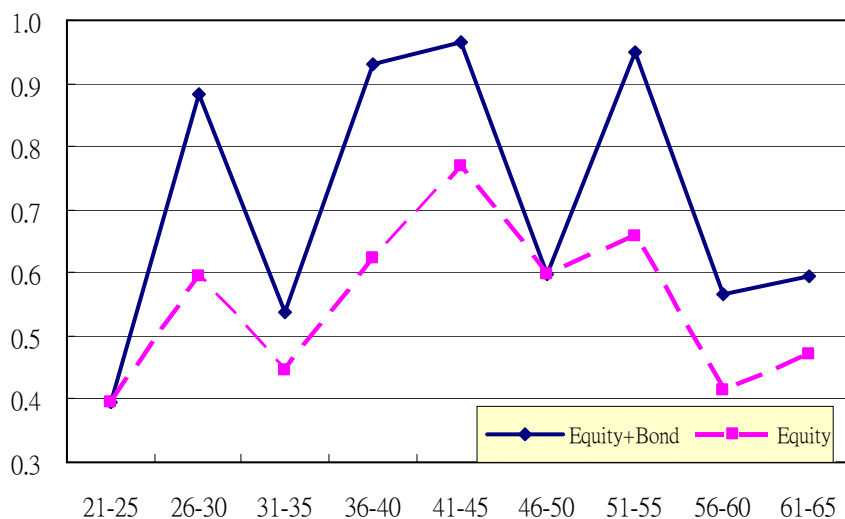


表 5-7、目標函數 4 之五年重新配置比重最適投資策略(男)

| 男 | Equity | Cash | IL-Cash | Bond | IL-Bond |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 21-25 歲 | 0.22780 | 0.18720 | 0.19178 | 0.19586 | 0.19736 |
| 26-30 歲 | 0.27841 | 0.17637 | 0.16802 | 0.19587 | 0.18132 |
| 31-35 歲 | 0.33193 | 0.16166 | 0.14756 | 0.19068 | 0.16817 |
| 36-40 歲 | 0.37147 | 0.15170 | 0.13402 | 0.18223 | 0.16058 |
| 41-45 歲 | 0.42004 | 0.13801 | 0.11627 | 0.17598 | 0.14970 |
| 46-50 歲 | 0.43245 | 0.17637 | 0.11126 | 0.17361 | 0.14979 |
| 51-55 歲 | 0.45755 | 0.12499 | 0.10610 | 0.17139 | 0.13996 |
| 56-60 歲 | 0.47425 | 0.11533 | 0.10567 | 0.16820 | 0.13655 |
| 61-65 歲 | 0.48876 | 0.10856 | 0.10555 | 0.17263 | 0.12450 |

目標函數 4 除 Equity 之外的投資標的，比重皆相當分散，目標函數 4 追求最大平均報酬與最小退休年齡標準差，推測 Equity 的部份用於追求高報酬，其餘四個標的利用投資比重分散的方式，達到降低退休年齡標準差以及最後 1% 平均退休年齡不得高於 85 歲的限制。較為特別的地方在於 Equity 比重的變化，隨著年齡增加緩慢上升，推測可能的原因是在資產累積初期，擔心風險過高，故投資在 Equity 的比重很低，至 40 歲後已累積一定的資產，較具有承擔風險的能力

(三) 目標函數的比較

表 5-8 比較 20 歲男性於第二節固定投資比重與本節目目標函數 1~4 單一投資比重的結果(女性結果於附錄 C)，在 1000 次的年齡分布中，固定投資比重股票 20%、指數型債券 80%過於保守，而固定投資比重股票 80%、指數型債券 20%卻過度積極，故本研究認定目標函數 1~4 的投資策略較固定投資比重的兩種投資策略為佳。比較目標函數 1~4，CTE₉₉ 的大小為 1>3=4>2，依賴比變異數 1≥3>4>2，報酬平均為 1≥3>4>2，報酬標準差 1>3≥2>4。

表 5-8、比較固定比重與目標函數 1~4 最適單一投資比重

| 男 | Fixed (股票,債券) | | Optimal-Single | | | |
|----------------------|---------------|-----------|----------------|---------|---------|---------|
| | (0.2,0.8) | (0.8,0.2) | 目標 1 | 目標 2 | 目標 3 | 目標 4 |
| 25 分位數 | 69 | 60 | 60 | 62 | 61 | 62 |
| 50 分位數 | 71 | 61 | 63 | 65 | 64 | 65 |
| 75 分位數 | 73 | 66 | 68 | 69 | 69 | 69 |
| 100 分位數 | 83 | 92 | 88 | 86 | 88 | 87 |
| CTE ₉₉ | 80.6 | 88.5 | 85.3 | 83.7 | 85.0 | 85.0 |
| Var(DR) ¹ | 0.00644 | 0.02548 | 0.02388 | 0.02072 | 0.02308 | 0.02254 |
| 報酬平均 | 0.06563 | 0.08834 | 0.08252 | 0.07769 | 0.08054 | 0.07756 |
| 報酬標準差 | 0.01752 | 0.02605 | 0.02259 | 0.02042 | 0.02070 | 0.01951 |

目標函數 1 與 2 符合高報酬高風險的趨勢，針對風險忍受度高的投資人而言，目標函數 1 會是不錯的選擇，目標函數 2 則適合穩健型的投資人；目標函數 3 與 4 亦符合高報酬高風險，然而本研究認為目標函數 3 較佳，由於目標函數 3 的依賴比變異數僅高出目標函數 4 約 0.5%，而報酬的標準差亦只高出 1.19%，平均報酬卻較目標函數 4 高出 2.98%。本研究由表 5-8 的比較中，由於目標函數 3 具有高報酬低風險的特性，故本研究認為目標函數 3 是 4 個目標函數中最佳的投資策

¹ Var(DR)是指依賴比(Dependency Ratio)的變異數

略，兼顧資產價值成長與有效控管投資風險兩個優點。

表 5-9、比較目標函數 1~4 單一與五年重新配置比重之最適投資策略

| 男 | 目標 1 | | 目標 2 | | 目標 3 | | 目標 4 | |
|-------------------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|
| | Single | Multiple | Single | Multiple | Single | Multiple | Single | Multiple |
| 25 分位 | 60 | 60 | 62 | 62 | 61 | 60 | 62 | 63 |
| 50 分位 | 63 | 63 | 65 | 65 | 64 | 64 | 65 | 66 |
| 75 分位 | 68 | 68 | 69 | 69 | 69 | 69 | 69 | 70 |
| 100 分位 | 88 | 86 | 86 | 85 | 88 | 87 | 87 | 87 |
| CTE ₉₉ | 85.3 | 84.0 | 83.7 | 83.1 | 85.0 | 84.7 | 85.0 | 84.9 |
| Var(DR) | 0.02388 | 0.02417 | 0.02072 | 0.02004 | 0.02308 | 0.02451 | 0.02254 | 0.02084 |
| 報酬平均 | 0.08252 | 0.08393 | 0.07769 | 0.07759 | 0.08054 | 0.08231 | 0.07756 | 0.07959 |
| 報酬標準差 | 0.02259 | 0.02327 | 0.02042 | 0.02030 | 0.02070 | 0.02093 | 0.01951 | 0.01937 |

表 5-9 比較 20 歲男性目標函數 1~4 單一與五年重新配置比重之最適投資策略的結果(女性結果於附錄 C)，每五年重新配置比重 CTE₉₉ 的年齡皆比單一比重為低，目標函數 1 滿足高風險高報酬的假設，然而 Multi-Periods 僅高出 Single-Period 1.41%；目標函數 2 的 Multi-Periods 結果雖然依賴比變異數與報酬的標準差皆較 Single-Period 為小，平均報酬卻降低 0.1%；目標函數 1 與 2 的 Multi-Periods 投資在 Equity 的比重在 40 歲前明顯高於 Single-Period 的投資比重，然而平均報酬率的結果卻不甚理想，本研究以表 5-10 比較可能的原因：

表 5-10、比較目標函數 1 與 2 - 20~40 歲與 41~65 歲

| | | 20~40 歲 | 41~65 歲 |
|--------|---------------|---------|---------|
| 平均薪資 | | 2.1204 | 4.6577 |
| 目標函數 1 | Single-Period | 0.09191 | 0.08043 |
| | Multi-Periods | 0.10184 | 0.07801 |
| 目標函數 2 | Single-Period | 0.08701 | 0.07580 |
| | Multi-Periods | 0.09275 | 0.07335 |

Multi-Periods 在 40 歲前，雖然將大部分的投資比重集中在 Equity，報酬率平均可高達 10% 及 9%，但當時的薪資水準較低，故當 41 歲後的報酬率下降且薪資水準提高時，整體的報酬率主要會受 41 歲之後的報酬率影響，加上 Multi-Periods 在 41 歲後 Equity 的比重部分會低於 Single-Period 的投資比重，以致於 Multi-Periods 的 45 年平均報酬率無法明顯高於 Single-Period 的結果。目標函數 3 符合高報酬高風險的預期結果，目標函數 4 更為高風險低報酬，故本研究認為在不考慮交易成本的前提下，每五年重新配置比重的投資策略較佳。

四、不同時間點最適資產配置對依賴比的影響

(一) 僅考慮年齡的依賴比

表 5-11 整理以國民生命表與 RF 模型生命表所預測的人數，在民國 110 年、120 年、130 年時，不考慮其退休基金的帳戶價值是否達到三分之二所得替代率，假設只要年滿 60 或 65 歲即可開始領取退休金，稱為僅考慮年齡的依賴比，其定義如下：(以下的計算是將男女的人數合計)

$$\text{Dependency Ratio} = \frac{\text{60歲以上人數}}{\text{15~59歲人數}} \quad \text{或} \quad \text{Dependency Ratio} = \frac{\text{65歲以上人數}}{\text{15~64歲人數}}$$

表 5-11、民國 110 年、120 年、130 年 60/65 歲以上的依賴比

| | 國民生命表 | | RF 模型 | |
|----------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | Retire-age = 60 | Retire-age = 65 | Retire-age = 60 | Retire-age = 65 |
| 民國 110 年 | 0.36120 | 0.22384 | 0.38777 | 0.24548 |
| 民國 120 年 | 0.51691 | 0.34562 | 0.58514 | 0.40191 |
| 民國 130 年 | 0.68172 | 0.44868 | 0.82765 | 0.56748 |

由表 5-11 可發現依賴比隨時間明顯增加，代表高齡人口占總人口的比例正快速的升高，這是人口老化的警訊，若是光看 RF 模型 65 歲的依賴比，到民國 130 年時依賴比高達 0.56748，代表工作人數小於退休人數的兩倍，社會經濟負擔將會相當沉重。而比較同一年度與同一年齡的依賴比，RF 模型生命表得到的結果皆比國民生命表高，代表以目前的國民生命表來預測未來人口數，可能會低

估人口老化的趨勢。

(二) 考慮資產配置策略的依賴比

前一小節表 5-11 的依賴比，是直接以年齡當作領取退休金的標準，然而開始領取退休金不等同達到三分之二所得替代率的標準，若僅以年齡為判斷標準可能會造成某一部分人領取的退休金不足以支付退休後的生活，或是無法以退休金去購買符合其生活水準的終身年金保險，如此一來將無法保障退休後的生活，這是進行退休規劃時必須最先考量的問題，故在本小節中，將會以達到三分之二所得替代率當作退休的標準，在目標函數 1~4 的限制條件下，同時考慮 20~55 歲的人，假設民國 96 年 20 歲的累積退休基金為 0，其餘年齡皆以固定每年報酬率 3%，薪資成長率 3%，提撥率 6% 來計算民國 96 年已累積的退休基金價值。針對目標函數 1~目標函數 4 進行最適單一比重的資產配置，其結果目標函數 1 與目標函數 2 極為相似，而目標函數 3 與目標函數 4 相似；各目標函數的男女結果亦有相同的趨勢，故下列先介紹目標函數 1 與目標函數 3 男性 20、30、40、50、55 歲的結果，如表 5-12~5-13，目標函數 1~4 男性與女性的詳細結果請見附錄 D。

表 5-12、目標函數 1 各年齡的最適單一投資策略(男)

| Age | Equity | Cash | IL-Cash | Bond | IL-Bond | CTE ₉₉ |
|-----|---------|------|---------|------|---------|-------------------|
| 20 | 0.62235 | 0 | 0 | 0 | 0.37765 | 85.3 |
| 30 | 0.49021 | 0 | 0 | 0 | 0.50979 | 80.3 |
| 40 | 0.25180 | 0 | 0 | 0 | 0.74820 | 75.4 |
| 50 | 0.11779 | 0 | 0 | 0 | 0.88221 | 71.0 |
| 55 | 0.08880 | 0 | 0 | 0 | 0.91120 | 70.2 |

目標函數 1 與目標函數 2 的各年齡最適投資策略，很明顯有隨著年齡增加 Equity 比重持續下降的趨勢。各年齡的投資策略仍只投資 Equity 和 IL-Bond，推測是因為要追求高報酬並降低 65 歲給付的風險，接近 55 歲時離退休時間愈近，舊有累積的資產必須小心謹慎地運用，故接近 55 歲時，大部分的比重會轉移到風險最低的 IL-Bond 上，有效控管風險後，剩餘的比重放在 Equity 以求增加報酬。

表 5-13、目標函數 3 各年齡的最適單一投資策略(男)

| Age | Equity | Cash | IL-Cash | Bond | IL-Bond | CTE ₉₉ |
|-----|---------|---------|---------|---------|---------|-------------------|
| 20 | 0.52460 | 0.09428 | 0 | 0.21730 | 0.16383 | 85.0 |
| 30 | 0.80072 | 0 | 0.00891 | 0.12657 | 0.06379 | 85.0 |
| 40 | 0.85909 | 0 | 0.06417 | 0.04346 | 0.03328 | 85.0 |
| 50 | 0.96619 | 0 | 0 | 0 | 0.03381 | 84.7 |
| 55 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 83.6 |

目標函數 3 與目的函數 4 的各年齡最適投資策略，在男女皆呈現隨年齡增加而 Equity 比重持續上升的現象，推測可能原因 1 是年齡愈高的人，愈容易達到最後 1% 人的平均退休年齡低於 85 歲的限制，故滿足限制式後即可追求高報酬；可能原因 2 是本研究針對 21~55 歲的人在民國 96 年的已累積資產，平均報酬率假設為 3%，而表 5-8 中目標函數 1~4 的平均報酬率皆有 7% 以上，故按照本研究的假設愈到高齡的初始資產將與目標給付差距愈大，是故不斷增加 Equity 的比重，以期能快速增加帳戶價值而達到退休的標準。

接下來以 RF 模型建構之生命表，利用目標函數 1~4 配置之 20~55 歲最適策略進行投資，此處將男女人數合計。表 5-14 整理出目標函數 1~4，在民國 110 年、120 年、130 年時，退休人口占 15 歲以上人口的依賴比，即

$$\text{Dependency Ratio} = \frac{\text{退休人數}}{\text{15歲以上的工作人數}}$$

表 5-14、民國 110 年、120 年、130 年目標函數 1~4 的依賴比

| | 目標 1 | | | 目標 2 | | |
|-------|-------|-------|---------|-------|-------|---------|
| | 平均 | 變異數 | VAR(95) | 平均 | 變異數 | VAR(95) |
| 110 年 | 0.256 | 0.002 | 0.181 | 0.256 | 0.002 | 0.181 |
| 120 年 | 0.399 | 0.010 | 0.258 | 0.398 | 0.010 | 0.257 |
| 130 年 | 0.597 | 0.033 | 0.333 | 0.551 | 0.025 | 0.328 |
| | 目標 3 | | | 目標 4 | | |
| | 平均 | 變異數 | VAR(95) | 平均 | 變異數 | VAR(95) |
| 110 年 | 0.306 | 0.008 | 0.144 | 0.306 | 0.008 | 0.144 |
| 120 年 | 0.469 | 0.021 | 0.170 | 0.469 | 0.020 | 0.170 |
| 130 年 | 0.638 | 0.037 | 0.280 | 0.635 | 0.036 | 0.269 |

表 5-14 的依賴比平均值，是指滿足各目標函數，且達到三分之二所得替代率這個退休條件的依賴比，各目標函數的平均依賴比變動的趨勢如同表 5-11 是逐漸上升的，依賴比的波動度亦隨時間明顯增加，而 VAR(95)是按照退休年齡早至晚排列，第九十五分位數的依賴比。目標函數 1 期望大部分人在 65 歲前退休，投資策略屬於積極型，絕大部分人自然可以在 65 歲前退休，由於本研究限制最低的退休年齡為 60 歲，故會有多數人集中在 60 歲退休，值得注意的是 110~130 年的依賴比變異數增加速度持續加快，推測可能原因是目標函數 1 較為積極，相同的策略在某些情境下可讓許多人達到退休標準，卻也造成在市場投資報酬率偏低的情境，許多人無法退休，故依賴比的波動度持續升高；目標函數 2 期望大部分人在 65 歲前退休，更希望退休帳戶累積價值不可過快，預期會有讓多數人集中在 65 歲左右退休的效果，而觀察目標函數 2 的依賴比波動度，特別是在民國 130 年時比其餘三個目標函數小很多，故與本研究預期結果相符；目標函數 3 要求最後 1% 退休的年齡不可超過 85 歲，即是限制投資績效極差的情形，滿足這項限制之後盡可能最大平均的報酬率，亦是屬於較積極的投資策略，故依賴比的波動度居高不下；目標函數 4 同樣限制投資的尾端風險值，進而最大化平均報酬率並最小化退休年齡的變異數，希望藉此降低依賴比的波動度，然而按表 5-14 的結果，目標函數 4 的效果並不顯著，依賴比的波動度仍然很高。

表 5-15、各投資策略與 RF 模型 65 歲依賴比的比值

| | 目標 1 | 目標 2 | 目標 3 | 目標 4 |
|----------|-------|-------|-------|-------|
| 民國 110 年 | 1.044 | 1.044 | 1.246 | 1.249 |
| 民國 120 年 | 0.992 | 0.991 | 1.166 | 1.168 |
| 民國 130 年 | 1.052 | 0.972 | 1.125 | 1.118 |

表 5-15 所整理的比值，以目標函數 1 民國 110 年為例， $0.25645/0.24548=1.04470$ ，代表依照目標函數 1 的投資策略在民國 110 年時的依賴比會比以 RF 模型計算 65 歲以上為退休標準的依賴比高，為其 1.04470 倍，

即表示依照目標函數 1 的投資策略，民國 110 年有多數人可在 65 歲前退休，表 5-15 大部分的比值皆大於 1，顯示按照這四種投資策略皆有極高的機率可在 65 歲以前退休，而且這些退休的人擁有充足的退休基金，即使 65 歲前退休，只要將退休基金穩健的運用，對於退休後長達 20~30 年的退休生活仍不至於匱乏。而各投資策略按垂直的方向來看，可發現多數是逐漸遞減，推測可能的原因是各目標函數的多數退休年齡會慢慢接近 65 歲甚至於比 65 歲更晚，本研究認為薪資成長影響的幅度不是主因，推測可能原因是高齡人口的死亡率持續改善，特別是到民國 130 年時會改善甚多，故退休之後的平均餘命不斷增加，欲達到三分之二所得替代率而退休會更加困難。