

# 1 緒論

## 1.1 研究動機與目的

某醫學單位研發一種AIDS檢驗法，宣稱AIDS帶原者經過檢驗，有97.7%呈現陽性反應(97.7%為檢驗的敏感度(sensitivity))，而AIDS非帶原者經過檢驗，有92.6%呈現陰性反應(92.6%為檢驗的明確度(specificity))，其結果表示如左下表；又為驗證此檢驗法的效果是否屬實，找另一研究單位進行試驗，試驗結果如右下表：

$Q_{T A}$	$A = 1$	$A = 0$	$Q_{A T}$	$A = 1$	$A = 0$
$T = P$	97.7%	7.4%	$T = P$	6.22%	93.78%
$T = N$	2.3%	92.6%	$T = N$	0.0125%	99.9875%

其中 $A = 1$ 表示AIDS帶原者， $A = 0$ 表示非AIDS帶原者； $T = P$ 表示檢驗呈現陽性反應， $T = N$ 表示檢驗呈現陰性反應[資料引用自Rossman and Short (1995)]。

若此AIDS檢驗法的效果屬實，則 $Q_{T|A}$ 和 $Q_{A|T}$ 應相容(compatible)，即存在聯合機率分配 $P_{AT}$ 使得條件機率分配 $P_{T|A} = Q_{T|A}$ 和 $P_{A|T} = Q_{A|T}$ 。這是條件分配相容性問題在應用上的實例。

給定兩個離散條件機率分配，判斷它們是否相容？是否有唯一的聯合機率分配？以及不唯一時，如何找出所有可能的聯合機率分配？是研究相容性問題的主要內容。目前的文獻資料有幾種研究方法，本文僅考慮其中的兩種：(1)比值矩陣法-由Arnold and Press (1989)最先提出，經Arnold, Castillo, and Sarabia (2004)加以修正，Kuo (2008)予以推廣至高維度空間中，(2)圖形法-由Slavkovic and Sullivant (2006)從代數幾何觀點所提出的方法，理論上，可應用在任何維度中，但在實際操作上有其難度。本文嘗試擷取這兩種方法的優點，並進一步發展出在使用上較為方便、有效率，而且可推廣到高維度的方法。

## 1.2 研究架構

本文共分為五個章節。第一章包含研究動機、目的與本文研究架構的敘述。第二章先介紹相關基礎圖論的名詞與結果；簡介高維數組；接著回顧比值矩陣法、圖形法等相關文獻；最後為比值矩陣法與圖形法之比較。第三章先在二維中透過簡化二分圖與IBD矩陣的結構對應關係，來呈現圖形法與比值矩陣法的關聯性；接著對比值矩陣法加以改進，得修正比值矩陣法；最後分析圖形法與修正比值矩陣法的關聯性。第四章探討二維情形

的其他相容性問題，以線性代數之左、右逆矩陣、逆矩陣或廣義逆矩陣為工具來推導出相容的充分條件；最後以例子說明求解過程。第五章為結論。

