

### 3、實例

以民國 80 年到民國 95 年國內製造業每年的平均月薪資及平均月工時為例。研究者認為以全年度的月薪平均，做為衡量員工付出（工作時數）是否得到合理報酬的標準是有問題的。因為在一年當中各月份的工作時數不盡相同，但薪水是否有一定比例的調升？似乎不是單一的數值所能呈現出來的。

研究者嘗試以模糊的方式，取出一年中的平均月薪的最大值及最小值，組成一月薪區間，當做全年度平均月薪的模糊數；並以一年中平均月工作時數的最大值及最小值，組成一月工作時數區間，做為全年度平均月工作時數的模糊數。以模糊迴歸的方式分析兩者之間的關係，並以此預測 96 年度的月工作時數所對應的平均月薪資。

以下為民國 80 年至民國 95 年平均月薪資及平均月工作時數構成的區間型模糊數：

表 3.1 民國 80 年至民國 95 年平均月薪資

	平均月薪資區間 $[y_{Li}, y_{Ui}]$ 單位(千元)	區間中點 $y_{ci}$	區間半徑 $r_{y_i}$
80 年	[21.46, 38.26]	29.86	8.40
81 年	[24.01, 44.86]	34.44	10.43
82 年	[25.55, 53.18]	39.36	13.82
83 年	[27.61, 42.66]	35.13	7.53
84 年	[28.93, 61.48]	45.21	16.28
85 年	[30.64, 58.59]	44.62	13.98
86 年	[31.45, 53.33]	42.39	10.94
87 年	[31.49, 73.89]	52.69	21.20
88 年	[33.70, 58.86]	46.28	12.58
89 年	[34.75, 62.94]	48.85	14.10
90 年	[34.43, 72.76]	53.60	19.17
91 年	[34.90, 53.49]	44.19	9.29
92 年	[35.54, 70.27]	52.90	17.36
93 年	[36.52, 74.30]	55.41	18.89
94 年	[36.91, 68.67]	52.79	15.88
95 年	[37.37, 81.92]	59.65	22.27

表 3.2 民國 80 年至民國 95 年平均月工作時數

	平均月工時區間 $[x_{Li}, x_{Ui}]$ 單位(小時)	區間中點 $x_{ci}$	區間半徑 $r_{xi}$
80 年	[149.20, 201.30]	175.25	26.05
81 年	[152.30, 201.40]	176.85	24.55
82 年	[151.70, 200.80]	176.25	24.55
83 年	[148.80, 198.60]	173.70	24.90
84 年	[159.00, 201.00]	180.00	21.00
85 年	[152.50, 197.80]	175.15	22.65
86 年	[144.80, 200.20]	172.50	27.70
87 年	[153.00, 196.50]	174.75	21.75
88 年	[140.00, 194.90]	167.45	27.45
89 年	[146.30, 191.80]	169.05	22.75
90 年	[148.20, 183.00]	165.60	17.40
91 年	[128.00, 184.30]	156.15	28.15
92 年	[134.70, 184.40]	159.55	24.85
93 年	[143.80, 183.80]	163.80	20.00
94 年	[127.30, 184.40]	155.85	28.55
95 年	[141.70, 183.10]	162.40	20.70

利用下列兩種不同的方式來求出平均月薪資對應於平均月工時的模糊迴歸方程式。

【方法一】〔中心；半徑〕模式

分別求出平均月工時區間中心  $x_{ci}$  對應於平均月薪資區間中心  $y_{ci}$  的迴歸方程式，及平均月工時區間半徑  $r_{xi}$  對應於平均月薪資區間半徑  $r_{yi}$  的迴歸方程式如下：

$$y_c = -0.65 \cdot x_c + 155.82 \quad (3.1)$$

$$r_y = -0.93 \cdot r_x + 37.59 \quad (3.2)$$

於是，可得平均月薪資對應於平均月工時的模糊迴歸方程式：

$$y = [-0.65; -0.93] \cdot x + [155.82; 37.59] \quad (3.3)$$

【方法二】〔下界，上界〕模式

分別求出平均月工時區間下界  $x_{Li}$  對應於平均月薪資區間下界  $y_{Li}$  的迴歸方程式，及

平均月工時區間上界  $x_{ui}$  對應於平均月薪資區間上界  $y_{ui}$  的迴歸方程式如下：

$$y_L = -0.34 \cdot x_L + 81.24 \quad (3.4)$$

$$y_U = -1.16 \cdot x_U + 285.01 \quad (3.5)$$

欲比較模糊區間迴歸之效率性，考慮以 SSR(誤差總和)及解釋能力分析比較傳統迴歸模式。首先取出方法一的中心迴歸直線，得到  $y_c = -0.65 \cdot x_c + 155.82$ 。

再取出方法二上、下界直線，得到  $y_L = -0.34 \cdot x_L + 81.24$  及  $y_U = -1.16 \cdot x_U + 285.01$ 。

SSR 比較見表 3.3，解釋係數( $R^2$ )比較見表 3.4。

表 3.3 兩種類型區間模糊數及傳統以平均數方式所求迴歸方程式比較

類別	迴歸直線方程式	SSR
方法一 [中心；半徑]	$y_c = -0.65 \cdot x_c + 155.82$	376.86
方法二 上界	$y_U = -1.16 \cdot x_U + 285.01$	1208.61
下界	$y_L = -0.34 \cdot x_L + 81.24$	140.98
傳統方式	$y = -0.62 \cdot x + 147.82$	310.39

表 3.4 兩種類型區間模糊數及傳統以平均數方式所求解釋係數( $R^2$ )比較

類別	迴歸直線方程式	解釋係數( $R^2$ )
方法一 [中心；半徑]	$y_c = -0.65 \cdot x_c + 155.82$	0.36
方法二 上界	$y_U = -1.16 \cdot x_U + 285.01$	0.51
下界	$y_L = -0.34 \cdot x_L + 81.24$	0.39
傳統方式	$y = -0.62 \cdot x + 147.82$	0.71

由表 3.3 及表 3.4，將所得的中心及上、下界迴歸直線與傳統的迴歸直線做一比較。

由迴歸方程式來比較，傳統的迴歸直線方程式及以中心—半徑型式的區間型模糊數所求得之迴歸直線方程式相似，但解釋係數卻有很大的差異(一為 0.36，一為 0.71)。比較 SSR(迴歸平方和)發現，差異並不大，應該是 SST(總變異)有很大的差異。由於  $SST=SSE+SSR$ ，所以其差異性來自於 SSE(誤差平方和)。

由於所考慮的 SSE(誤差平方和)，是指觀察數據與迴歸模型預測值的比較，並未加入“模糊性”。這只能說明由本例中的上、下界直線來預測區間模糊數的上、下界值，其中不能由模型解釋的變異較大。但考慮其代表的區間型模糊數，卻不一定有較大的誤差。

以傳統的方式來比較區間型模糊數在迴歸方程式中的”誤差”或”解釋能力”，似乎得到的數據並不能令人滿意。接下來研究者將利用在第二節的定義，以模糊覆蓋率(定義 2.7)及模糊解釋係數(定義 2.8)的概念，來比較本例中模糊區間迴歸的優劣。

以〔下界，上界〕模式的區間型模糊數為例。將民國 80 年到民國 95 年間製造業平均月薪資的資料，依所求的上、下界迴歸直線方程式(3.4)、(3.5)求出上、下界的預測值。如表 3.5：

表 3.5 民國 80 年至 95 年平均月薪資預測值區間

80 年	[ 30.17, 50.89 ]	88 年	[ 33.32, 58.33 ]
81 年	[ 29.11, 50.77 ]	89 年	[ 31.16, 61.94 ]
82 年	[ 29.31, 51.47 ]	90 年	[ 30.51, 72.17 ]
83 年	[ 30.31, 54.03 ]	91 年	[ 37.43, 70.66 ]
84 年	[ 26.81, 51.24 ]	92 年	[ 35.13, 70.54 ]
85 年	[ 29.04, 54.96 ]	93 年	[ 32.02, 71.24 ]
86 年	[ 31.67, 52.17 ]	94 年	[ 37.67, 70.54 ]
87 年	[ 28.87, 56.47 ]	95 年	[ 32.74, 72.05 ]
單位：千元			

以平均月工時區間 (見表 3.2)對平均月薪資區間(見表 3.1)及對平均月薪資預測值區間(見表 3.5)，可得觀測值區塊面積、觀測值區塊及預測值區塊的交集面積(見表 3.6)。

表 3.6 觀測值區塊面積、觀測值區塊及預測值區塊的交集面積及其覆蓋率

年度	預測值區塊面積 A	觀測值區塊及預測值區塊的交集面積 B	覆蓋率 B/A
80	1079.43	421.32	0.39
81	1063.67	773.67	0.73
82	1087.84	1087.84	1.00

83	1181.34	615.37	0.52
84	1025.73	936.83	0.91
85	1174.12	1101.53	0.94
86	1135.23	1135.23	1.00
87	1200.68	1086.82	0.91
88	1373.19	1352.36	0.98
89	1400.25	1236.95	0.88
90	1449.77	1313.37	0.91
91	1871.02	904.32	0.48
92	1759.90	1725.98	0.98
93	1568.93	1388.77	0.89
94	1877.29	1770.15	0.94
95	1627.79	1435.76	0.88
		平均	0.83

其覆蓋率的定義如定義 2.7。以其平均覆蓋率 0.83，可以做為此模糊迴歸方程式預測優劣的依據。

最後，研究者以民國 96 年的製造業平均月工時來預測當年的平均月薪資。

由民國 96 年 1 月到 11 月的製造業月平均工時的最大及最小值，得平均月工時區間型模糊數[138.9,200.1]。由本例所求得的迴歸方程式，可得民國 96 年 1 月到 11 月製造業平均月薪資的預測值區間[33.69,52.28]（單位：千元）。

實際上查得民國 96 年 1 月到 11 月製造業平均月薪資所得之區間型模糊數為 [37.92,76.29]（單位：千元）。兩者之模糊覆蓋率為 0.77。以區間型模糊數 [33.69,52.28] 來做為實際觀察值區間型模糊數 [37.92,76.29] 的代表，應該是合理，可被接受的。