

附 錄

附錄一：複數與複數平面單元解題測驗卷—第一次預試試卷

各位同學好：

以下有四個主題共 20 小題，請你依照題意作答。這個測驗的目的是希望從你的回答中找到一些規則，作為改善本單元教學的參考。請你在每題的後面寫下詳細的計算過程(1-1 題除外)，謝謝你的幫忙！

吳銘川 敬啓

1-1 $2i-3$ 的實部為_____，虛部為_____。

1-2 $i^{96} =$ _____。

1-3 a, b 為實數，若 $a(1+2i)+b(1-i)=-3+6i$ ，則 $a+b=$ _____。

1-4 x, y 為實數，若 $\frac{1+3i}{x+yi} = 1+i$ ，則 $x =$ _____, $y =$ _____。

2-1 下列何者錯誤？(1) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$ (2) $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3} = \sqrt{6}$ (3) $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{-6}$

(4) $\frac{\sqrt{-2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{-2}{3}}$ 。

2-2 $z_1 = 3-2i, z_2 = 5+7i$ ，則 $2z_1 + z_2 =$ _____。

2-3 求 $i+i^2+i^3+\dots+i^{100} =$ (1) i (2) 0 (3) -1 (4) $-i$ (5) 1 。

2-4 設 $\alpha = 2+i, \beta = 3+i, \gamma = 5+6i$ ，則 $(\alpha + \beta)\gamma =$ _____。(以複數 $a+bi$ 形式表之)。

3-1 $\frac{3+4i}{1-2i}$ 的共軛複數為_____。

3-2 設 $z = 3+5i$ ，則 $|\bar{z}| =$ _____。

3-3 已知 a, b 為實數，且方程式 $x^2+ax+b=0$ 有一根為 $2+i$ ，求數對 $(a, b) =$ _____。

3-4 若 α, β 為 $x^2+6x+4=0$ 的兩根，試求 $(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2$ 之值為_____。

3-5 設 $z = 1+i, w = 4-3i$ ，則共軛複數 $\overline{z^2 \cdot w} =$ _____ (以複數 $a+bi$ 形式表之)。

4-1 設 $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 3 - 4i$, 則 $|z_1 - z_2| =$ _____。

4-2 計算 $|(1 + 2i)^2(3 - 4i)| =$ _____。

4-3 $\left| \frac{4 + 3i}{6 - 8i} \right|$ 之值為_____。

4-4 $3, -i, 2i$ 在複數平面對應的點依次為 A, B, C , 則 $\triangle ABC$ 的面積
=_____。

4-5 設 $z = a + bi$, 在複數平面上, 所有滿足 $|z| = 5$, 且 a, b 均為整數的 z 點共有
_____個。

4-6 設複數 $P = 3 + 5i$ 與 $Q = -1 + 2i$ 是在複數平面上的二點, 則 \overline{PQ} 長為_____。

4-7 在複數平面上, 滿足 $|z| = 1$ 的全體複數 z 形成什麼形? _____。

附錄二：第一次預試各題難度及鑑別度

題號	1-1	1-2	1-3	1-4	2-1	2-2	2-3	2-4	3-1	3-2
難度	0.18#	0.55	0.68	0.41	0.50	0.64	0.64	0.45	0.10#	0.32
鑑別度	0.18#	0.20#	0.64	0.64	1.00	0.36	0.73	0.55	0.30#	0.64
題號	3-3	3-4	3-5	4-1	4-2	4-3	4-4	4-5	4-6	4-7
難度	0.27	0.00#	0.36	0.32	0.27	0.36	0.32	0.00#	0.41	0.23
鑑別度	0.55	0.00#	0.73	0.64	0.55	0.73	0.64	0.00#	0.82	0.45

難度以 0.2 至 0.8 為宜，鑑別度需達到 0.3 以上，有「#」者，表未達標準試題，需加以修改或廢棄。



附錄三：複數與複數平面單元解題測驗卷—第二次預試試卷

各位同學好：

以下有四個主題共 20 小題，請你依照題意作答。這個測驗的目的是希望從你的回答中找到一些規則，作為改善本單元教學的參考。請你在每題的後面寫下詳細的計算過程(1-1 題除外)，謝謝你的幫忙！

吳銘川 敬啓

1-1 複數 $2i-3$ 的虛部為 (1) $2i$ (2) 2 (3) -3 (4) 3 。

1-2 下列何者為真？ (1) $i + \frac{1}{i} = 0$ (2) $3i > -3i$ (3) $i^2 + \frac{1}{i^2} = 0$

(4) $1+i+i^2+i^3+i^4=0$ 。

1-3 a, b 為實數，若 $a(1+2i)+b(1-i)=-3+6i$ ，則 $2a+b=$ _____。

1-4 x, y 為實數，若 $\frac{1+3i}{x+yi} = 1+i$ ，則 $x=$ _____, $y=$ _____。

2-1 下列何者錯誤？ (1) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$ (2) $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3} = \sqrt{6}$ (3) $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{-6}$

(4) $\frac{\sqrt{-2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{-2}{3}}$ 。

2-2 $z_1 = 3-2i, z_2 = 5+7i$ ，則 $3z_1 - 2z_2 =$ _____。

2-3 求 $i+i^2+i^3+\dots+i^{100} =$ (1) i (2) 0 (3) 1 (4) $-i$ 。

2-4 設 $\alpha = 2 + i, \beta = 3 + i, \gamma = 5 + 6i$ ，則 $(\alpha + \beta)\gamma =$ _____。(以複數 $a + bi$ 形式表之)。

3-1 方程式 $x^2 + x + 2 = 0$ 的二根為 (1)二相異實根 (2)二相等實根 (3)共軛虛根 (4)以上皆非。

3-2 設 $z = 3 + 5i$ ，則 $|\bar{z}| =$ _____。

3-3 設複數 $z = \frac{3-i}{1+2i}$ ，則 $z \times \bar{z}$ 之值為_____。

3-4 設 $x^2 + 3x + 1 = 0$ 二根為 α, β ，則下列何者錯誤？

(1) $\alpha + \beta = -3$ (2) $\alpha\beta = 1$ (3) α, β 均為負數 (4) $(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = -1$ 。

3-5 設 $z = 1 + i, w = 4 - 3i$ ，則共軛複數 $\overline{z^2 \cdot w} =$ _____ (以複數 $a + bi$ 形式表之)。

4-1 設 $z_1 = 2 + 3i, z_2 = 3 - 4i$ ，則 $|z_1 - z_2| =$ _____。

4-2 計算 $|(1+2i)^2(3-4i)| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4-3 $\left| \frac{4+3i}{6-8i} \right|$ 之值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4-4 $3, -i, 2i$ 在複數平面對應的點依次為 A, B, C ，則 $\triangle ABC$ 的面積
= $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4-5 設 $z_1 = 7 + 4i, z_2 = 5 - 5i, z_3 = -7, z_4 = 8i$ ，以上哪一個數在複數平面的
位置，距離原點最遠 (1) z_1 (2) z_2 (3) z_3 (4) z_4 。

4-6 設複數 $P = 3 + 5i$ 與 $Q = -1 + 2i$ 是在複數平面上的二點，則 \overline{PQ} 長為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4-7 在複數平面上，滿足 $|z|=1$ 的全體複數 z 形成什麼圖形？ (1) 二個點
(2) 一直線 (3) 菱形 (4) 圓形 。

附錄四：第二次預試各題難度及鑑別度

題號	1-1	1-2	1-3	1-4	2-1	2-2	2-3	2-4	3-1	3-2
難度	0.27	0.55	0.59	0.45	0.45	0.68	0.73	0.64	0.73	0.27
鑑別度	0.18#	0.91	0.82	0.91	0.91	0.64	0.36	0.73	0.55	0.55
題號	3-3	3-4	3-5	4-1	4-2	4-3	4-4	4-5	4-6	4-7
難度	0.10#	0.27	0.27	0.23	0.27	0.23	0.45	0.27	0.50	0.36
鑑別度	0.20#	0.55	0.55	0.45	0.55	0.45	0.73	0.55	1.00	0.55

難度以 0.2 至 0.8 為宜，鑑別度需達到 0.3 以上，有「#」者，表未達標準試題，需加以修改或廢棄。



附錄五：複數與複數平面單元解題測驗卷—正式施測試卷

各位同學好：

以下有四個主題共 20 小題，請你依照題意作答。這個測驗的目的是希望從你的回答中找到一些規則，作為改善本單元教學的參考。請你在每題的後面寫下詳細的計算過程(1-1 題除外)，謝謝你的幫忙！

吳銘川 敬啓

1-1 複數 $2i-3$ 的實部為 (1) $2i$ (2) 2 (3) -3 (4) 3 。

1-2 下列何者為真？ (1) $i + \frac{1}{i} = 0$ (2) $3i > -3i$ (3) $i^2 + \frac{1}{i^2} = 0$

(4) $1+i+i^2+i^3+i^4=0$ 。

1-3 a, b 為實數，若 $a(1+2i)+b(1-i)=-3+6i$ ，則 $2a+b=$ _____。

1-4 x, y 為實數，若 $\frac{1+3i}{x+yi} = 1+i$ ，則 $x =$ _____, $y =$ _____。

2-1 下列何者錯誤？ (1) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$ (2) $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3} = \sqrt{6}$ (3) $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{-6}$

(4) $\frac{\sqrt{-2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{-2}{3}}$ 。

2-2 $z_1 = 3 - 2i, z_2 = 5 + 7i$ ，則 $3z_1 - 2z_2 =$ _____。

2-3 求 $i+i^2+i^3+\dots+i^{100} =$ (1) i (2) 0 (3) 1 (4) $-i$ 。

2-4 設 $\alpha = 2 + i, \beta = 3 + i, \gamma = 5 + 6i$ ，則 $(\alpha + \beta)\gamma =$ _____。(以複數 $a + bi$ 形式表之)。

3-1 方程式 $x^2 + x + 2 = 0$ 的二根為 (1)二相異實根 (2)二相等實根 (3)共軛虛根 (4)以上皆非。

3-2 設 $z = 3 + 5i$ ，則 $\bar{z} =$ _____。

3-3 設複數 $z = 3 + 2i$ ，則 $z \times \bar{z}$ 之值為_____。

3-4 設 $x^2 + 3x + 1 = 0$ 二根為 α, β ，則下列何者錯誤？

(1) $\alpha + \beta = -3$ (2) $\alpha\beta = 1$ (3) α, β 均為負數 (4) $(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = -1$ 。

3-5 設 $z = 1 + i, w = 4 - 3i$ ，則共軛複數 $\overline{z^2 \cdot w} =$ _____ (以複數 $a + bi$ 形式表之)。

4-1 設 $z_1 = 2 + 3i, z_2 = 3 - 4i$ ，則 $|z_1 - z_2| =$ _____。

4-2 計算 $|(1+2i)^2(3-4i)| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4-3 $\left| \frac{4+3i}{6-8i} \right|$ 之值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4-4 $3, -i, 2i$ 在複數平面對應的點依次為 A, B, C ，則 $\triangle ABC$ 的面積
= $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4-5 設 $z_1 = 7 + 4i$ ， $z_2 = 5 - 5i$ ， $z_3 = -7$ ， $z_4 = 8i$ ，以上哪一個數在複數平面的
位置，距離原點最遠 (1) z_1 (2) z_2 (3) z_3 (4) z_4 。

4-6 設複數 $P = 3 + 5i$ 與 $Q = -1 + 2i$ 是在複數平面上的二點，則 \overline{PQ} 長為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4-7 在複數平面上，滿足 $|z|=1$ 的全體複數 z 形成什麼圖形？ (1) 二個點
(2) 一直線 (3) 菱形 (4) 圓形。

附錄六：補救教學學習單

一、複數的定義：

1. 請將複數的「實部」與「虛部」填入空格內：

複 數	實 部	虛 部
$-5+8i$		
$i-3$		
$-2i$		
$\sqrt{-9}$		
$\frac{1-\sqrt{3}i}{2}$		
$(2-i)+(3+i)i$		

※複數的相等：

2. a, b 為實數且 $(a+b)+(a-b)i=5+3i$ ，求 a, b 。

3. a, b 為實數且 $a(2+i)+b(3+2i)=9+5i$ ，求 a, b 。

4. a, b 為實數且 $\frac{4+7i}{a+bi}=2+i$ ，求 a, b 。

二、複數的四則運算：

1. 求 (1) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{7}$ (2) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{-7}$ (3) $\sqrt{-5} \cdot \sqrt{-7}$ (4) $\frac{\sqrt{-5}}{\sqrt{7}}$ 。

2. 求 (1) $i + \frac{1}{i}$ (2) $i^2 + \frac{1}{i^2}$ 。

3. 設 $z = 2 + i, w = 2 - i$ ，求

(1) $z + w$ (2) $z - w$ (3) $z \cdot w$ (4) $\frac{z}{w}$ 。

4. 設 $z = 4 - 3i, w = 1 + i$ ，求

(1) $2z + w$ (2) $4z - 3w$ (3) $z \cdot w$ (4) $\frac{z}{w}$ (5) $z \cdot \bar{z}$ 。

※根與係數

5. α, β 為 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 之二根，則此二根為實根或虛根？並求 (1) $\alpha + \beta$

(2) $\alpha \cdot \beta$ (3) $(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2$ 。

6. α, β 為 $x^2 + 6x + 4 = 0$ 之二根，則此二根為實根或虛根？並求 (1) $\alpha + \beta$

(2) $\alpha \cdot \beta$ (3) $(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2$ 。

三、 i^n 的性質：

1. 求 (1) i^{401} (2) i^{404} (3) i^{99} (4) i^{50} 之值。

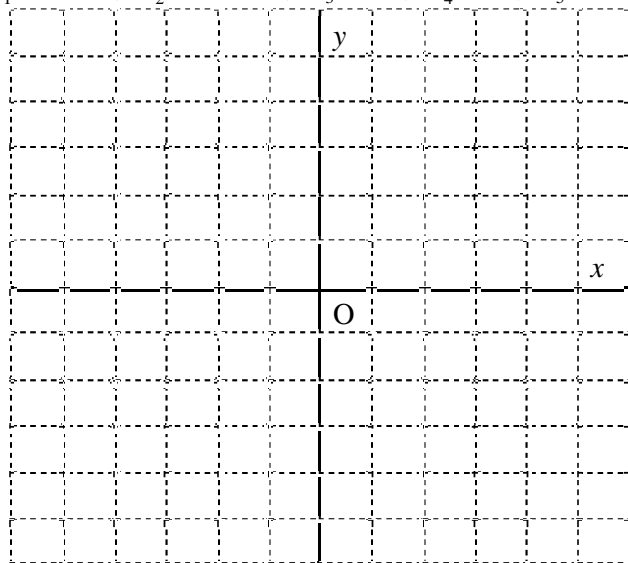
2. 求 $i + i^2 + i^3 + i^4 + \dots + i^{20}$ 之值。

3. 求 $i^{12} + i^{13} + i^{14} + \dots + i^{40}$ 之值。

四、複數的絕對值：

1. 描出下列複數在複數平面所對應的位置。

$$z_1 = 2 + 3i, z_2 = -4 - 5i, z_3 = -5, z_4 = 4i, z_5 = -3 + 4i$$



2. (承上題)

(1) 求上題各複數的絕對值 (2) 求 $|z_1 - z_2|$ (3) 求 $|z_3 - z_4|$ 。



3. (1) 設複數 $P = 2 + 3i$ 與 $Q = -4 - 5i$ 是在複數平面上的二點，求 \overline{PQ} 長。

(2) 設複數 $A = -5$ 與 $B = 4i$ 是在複數平面上的二點，求 \overline{AB} 長。

五、複數絕對值的性質：

1. 求(1) $|5+12i|$ (2) $|1-i|$ (3) $|(5+12i)(1-i)|$ 。

2. 求(1) $|3+4i|$ (2) $|(3+4i)^2|$ (3) $|(3+4i)^3|$ 。

3. 求(1) $|(5+12i)(3+4i)^2|$ (2) $|(1-i)^2(3+4i)^3|$ 。

4. 求(1) $\frac{|5+12i|}{|3+4i|}$ (2) $\frac{|5+12i|}{|3+4i|}$ (3) $\frac{|1+i|}{|3-4i|}$ (4) $\frac{|1+i|}{|3-4i|}$ 。

六、複數平面上的圖形：

1. $3, -2, 4i$ 在複數平面對應的點依次為 A, B, C ，則 $\triangle ABC$ 的面積=_____。

2. 在複數平面上，滿足 $|z-i|=3$ 的全體複數 z 形成什麼圖形？為什麼？

4. 在複數平面上，滿足 $|z-2|=|z+2|$ 的全體複數 z 形成什麼圖形？為什麼？

附錄七：補救教學課後意見調查表

老師想了解補救教學後，各位同學是否有些收穫或感想，請把你心中的想法直接寫出來，謝謝你的合作！

吳銘川 敬啟

1. 我期待參與這次教學活動。
非常同意 同意 普通 不同意 非常不同意
 2. 我覺得以 Pow erpoint& GSP 動態教學比起平常的教學，上課的內容更清楚且容易了解。
非常同意 同意 普通 不同意 非常不同意
 3. 我喜歡這種以 Pow erpoint& GSP 動態教學的學習方式。
非常同意 同意 普通 不同意 非常不同意
 4. 我可以適應這種以 Pow erpoint& GSP 動態學習的教學方式。
非常同意 同意 普通 不同意 非常不同意
 5. 我在課堂上認真地作學習單的練習。
非常同意 同意 普通 不同意 非常不同意
 6. 我在這次課程中，比平時更集中精神學習。
非常同意 同意 普通 不同意 非常不同意
 7. 我覺得上完這次課程後，我更清楚複數及複數平面的內容。
非常同意 同意 普通 不同意 非常不同意
 8. 上完這次課程，我覺得對複數及複數平面的解題是有幫助的。
非常同意 同意 普通 不同意 非常不同意
 9. 如果有機會，我願意繼續參與這種 Pow erpoint& GSP 的動態教學，學習相關的數學課程。
非常同意 同意 普通 不同意 非常不同意
 10. 我希望老師以後常實施這種 Pow erpoint& GSP 的動態教學。
非常同意 同意 普通 不同意 非常不同意
- * 對這次以 Pow erpoint& GSP 的動態教學，我有以下的感想或建議：
