

1 緒論

1.1 研究動機

在高一新生的基本資料調查表中，可以發現數學是許多學生最頭痛、最沒有成就感，但卻覺得是最重要的科目。對剛升上高一的學生而言，複數是一個全新的單元。國中時，只知 $x^2 + 1 = 0$ 是無實數解，完全沒有虛數的觀念。高中數學第一冊第一章對數系有完整的介紹，指出「虛數」這個名詞是 17 世紀著名數學家笛卡兒所創製，複數為實數的推廣，它使任何一個方程式都有根。虛數當中有一個虛單位「 i 」，它是 -1 的平方根，即 $i^2 = -1$ 。因為當時的觀念認為這是真實世界不存在的數字，所以稱為「虛數」，「虛數」與「實數」合起來便成為「複數」。任何一個複數都可以表達為 $x + yi$ ，其中 x 及 y 皆為實數，分別稱為複數的「實部」和「虛部」。後來發現虛部可對應平面上的縱軸，與對應平面上橫軸的實部同樣真實。虛數軸和實數軸構成的平面稱複數平面，複數平面上每一點對應著一個複數，如此一步步建立複數的概念。

接著是複數的四則運算、複數的絕對值及複數平面的建構，第二冊再配合三角函數，讓複數以另一種形式—「極式」來表示。如此，對複數有更深一層的瞭解，便能對複數做進一步的運算及應用。由於複數在高中數學所佔的比例不大，一般學生總以為複數不是重要的單元。但是，常庚哲(1996)在「神奇的複數」一書中，介紹如何利用複數解中學數學的難題，不論是幾何或代數方面都能運用複數的特性來解題，這說明複數是不可忽視的單元。

隨著時間的推移與運用的檢驗，複數的實質逐漸被人們所認識與接受，並顯示出它的巨大生命力。至今，複數與複變函數論的概念和方法已滲透到數學的其他分支及其他科學技術的各個領域，如運動學、力學，甚至量子力學、相對論等近代科學理論，都可以找到它的蹤跡(常庚哲，1996)。因此，學生學好複數這個單元，對他在數學方面的學習，或往後科學的研究都是非常重要且不可或缺的。

可是學生學習此單元時卻有很大的困難，存在許多類似的錯誤。根據教育部九年一貫課程綱要(2003.01.15 台國字第 092006026 號)數學科能力指標，只有「A-4-7：能認識平方根以及用電算器看出其近似值」。可見國中根號部分內容已大幅刪減，直接影響學生複數的學習。由於對根號運算定義不清楚，所以常發生

例如： $\sqrt{-2} \times \sqrt{-3} = \sqrt{6}$ 之類的錯誤，又如：不知 $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ， $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ …等，甚至發生 $1=-1$ (計算過程如下： $1 = \sqrt{1} = \sqrt{(-1)^2} = -1$) 的離譜錯誤，這些因素都會造成複數學習的困難，也間接產生學習錯誤。學生一旦不理會該單元內容的真正意義，由於刺激反應之間會透過經常或反覆不斷地練習，使得連結性會更強 (Thorndike, 1922)，尤其在台灣的升學主義背景之下，許多學生只會背公式，遇到相似題型便加以套用，更是常見的狀況。如此，會使錯誤觀念更加根深蒂固而無法輕易去除。

一般的數學教學強調學習到的結果，並未對過程加以重視，我們可以理解到學生在數學上的障礙，都是出在解題過程的錯誤。而有些人相信學生在數學上的表現和其資質、性向有關，很少人會有系統的對目前教學上的缺失加以探討。當我們在教學上盡到完全的努力，才有權力說學生在數學上的障礙是由於天資所造成，但是以教學技術而言，似乎都有其缺陷，如何針對不同的特性而施以特別的數學教學，是我們應努力的方向(陳李綢，1992)。

教師最重要的任務是增加學生的概念，加強其思考的能力以及解決問題的能力(黃台珠，1984)。因此，數學科教師如何協助學生有效學習數學應為當務之急。身為高中教師，每一次上到這個單元時，都會看到學生發生類似的錯誤，年復一年。於是興起研究的念頭，希望能對此單元學習常發生的錯誤加以分析、歸類，並提供有效的補救教學，祈對此單元的教學能有所貢獻。

1.2 研究目的

錯誤是教學中最重要助力，教師越瞭解學生的錯誤想法及犯錯的原因，則越能掌握學生的數學學習問題，且更能針對問題提供有效的學習，以減少學生的學習困擾。Ashlock(1990)指出：分析學生錯誤類型的過程對老師及學生是有幫助的，教師藉由這種錯誤類型的分析可以知道學生常犯哪些系統性的錯誤，以修正教師的教學。教師藉由詳實的錯誤類型分析，可以發現學生的學習困難，並瞭解學生錯誤的可能原因是否是由於錯誤的思考過程，或其他原因所造成。Brown 和 Burton(1978)指出：分析學生錯誤類型的過程對學生與教師均有幫助，許多教師了解部份學生在學習數學時，只想如何背公式是最好的，而忽略了學習背後的意義。黃敏晃(1998)認為行為(包含由不是不小心而引起的錯誤在內)都是學習而

來，那麼把背後犯錯的原因找出來，老師就比較容易進行補救性教學。

教改的目標之一是「把每一個孩子都帶上來」，這也是很多主持教育政策主管的口號。當學生發生錯誤和學習困難時，教師應該適時進行補救教學，否則對於往後相關的學習，必會產生更大的學習障礙及問題，影響相關數學題材的學習。而補救教學的實施，可以幫助學生克服學習上的困難，達到有效的學習目標(許天威，1986)。

基於上述，本研究的目的為探討高一學生在「複數與複數平面」此一單元教學完畢之後，解題時出現哪些主要的錯誤類型，及其發生錯誤的原因為何？出現這些錯誤其基本概念學習時概念發展的情形，及應如何進行補救教學？進行補救教學活動後是否有成效？根據研究結果提出建議，作為教師實施本單元教學、補救教學與未來研究的依據。

所以，研究目的是對以下問題提出解答：

- (1)高一學生在「複數與複數平面」基本概念學習時，概念發展的情形如何？
- (2)高一學生在「複數與複數平面」的教學課程進行完畢之後，對於此單元的解題可歸類為哪些主要的錯誤類型？
- (3)這些主要錯誤類型的產生原因為何？
- (4)針對這些主要錯誤類型如何進行補救教學？
- (5)進行補救教學時，教學活動應如何設計才能使補救教學具有成效？
- (6)經過補救教學活動之後，學生在「複數與複數平面」單元解題時所犯的錯誤類型是否有改善？經補救教學活動一段時間後，其正確解題的保留情形為何？
- (7)經過補救教學活動之後，學生「複數與複數平面」單元的整體成績是否提高？
- (8)學生對此次補救教學的評價為何？

1.3 名詞界定

- (1)高一學生：指正在學習或剛學習完第一冊第一章「複數與複數平面」單元的學生。
- (2)錯誤概念：錯誤概念又稱迷思概念，本研究所指的是在「複數與複數平面」單元中與正統科學知識不符之概念。

- (3)錯誤類型：學生在解題過程中所犯的，因學習不完全而產生種種不同類型的系統性錯誤。
- (4)系統性的錯誤：當學生面對數學問題時，如果沒有對所需知識完全的理解和徹底的掌握，則會使他在碰到需要用到這些知識才能解決的問題時，產生了非常一致性的錯誤。這類一致性的錯誤，叫做「系統性的錯誤」。
- (5)補救教學：補救教學是教師發現學生有學習困難後，診斷出其問題所在，針對問題設計一連串合適且積極的教學活動，其目的是幫助學生克服學習障礙，達成該階段的學習目標。
- (6)電腦輔助教學：以電腦為教學的輔助工具，利用其可以重複操作練習、動態繪圖等功能，設計教學課程內容。

1.4 研究限制

由於時間及人力的限制，本研究之錯誤類型探討僅抽測二所高中（國立、縣立各一所）高一共三班學生，僅對其中二班學生實施補救教學。所以，不宜對所歸納之錯誤類型及補救教學之成效，做過大的推論。